Математическое ориентирование

А.Д. Блинков

учитель математики ЦО №218

руководитель филиала МММФ (ЦО №218)

Для летних школ актуальным является вопрос организации свободного времени школьников. Наиболее полезными и интересными являются спортивные мероприятия, учитывающие профиль выездного лагеря. Одной из таких форм организации досуга школьников является «математическое ориентирование»: веселое командное соревнование, сочетающее в себе решение несложных математических задач и элементы спортивного ориентирования.

Для проведения подобных соревнований необходимо на пересеченной местности заранее создать контрольные пункты (сокращенно — КП), аналогичные тем, которые применяются в спортивном ориентировании, и для каждых двух КП измерить азимут (направление, в котором надо двигаться, чтобы попасть с одного КП на другой) и примерное расстояние между ними. Количество КП и их удаленность друг от друга можно варьировать в зависимости от возраста соревнующихся и их туристической «искушенности». Как правило, устанавливается 6 – 9 контрольных пунктов, расстояния между которыми 50 – 250 метров, причем КП либо нумеруются, либо каждому из них присваивается определенная буква. В составе каждой команды — 3 или 4 человека, причем они могут быть как одного, так и различного возраста, и иметь различную математическую подготовку. Для каждой команды организаторы устанавливают свой порядок прохождения КП, и исходя из него, составляют математические задачи. Эти задачи могут иметь различную тематику (соответствующую подготовке участников), но обязательно должны носить вычислительный характер, то есть, в результате их решения школьники должны получить два числа, одно из которых укажет им азимут (в градусах) на следующий ориентир, а другое — расстояние до него, выраженное в метрах. Текст каждой задачи маркируется номером команды, для которой эта задача предназначена, и эти тексты раскладываются по соответствующим контрольным пунктам.

Команды, взяв с собой компасы, ручки и блокноты, выходят на маршрут поочередно, с небольшим временным интервалом, чтобы не мешать друг другу. Порядок выхода команд на маршрут, как правило, определяется жребием. На старте каждая команда получает одну из задач и, решив ее, определяет каким образом ей искать первый из предназначенных для нее КП. Найдя его, она выбирает среди лежащих там текстов задачу со «своим» номером, и решив ее, получает возможность двигаться к следующему КП и так далее. На финише каждая команда предъявляет список КП в порядке их прохождения (если каждому КП присвоена определенная буква, то сдается получившееся «слово»). Для того, чтобы стать победителем соревнования, необходимо пройти все КП в нужном порядке за наименьшее время, поэтому (также как и в спортивном ориентировании), успеха добиваются не те, кто быстрее бегают, а те, кто лучше думают!

Ниже приведены некоторые типовые задачи, составленные в различные годы для математического ориентирования (в одном и том же соревновании наборы задач для разных команд различались только числовыми ответами и порядком, в котором командам приходилось их решать).

Во всех случаях: r — расстояние (в метрах), α — азимут (в градусах); в фигурных скобках указан класс, который закончили большинство соревнующихся школьников.

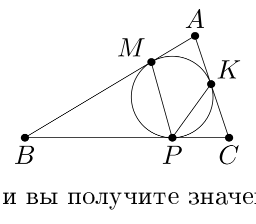
{7} Решите систему уравнений: $\begin{cases} \dfrac{r+\alpha}{2} = 190, \\ \dfrac{r-\alpha}{2} = 80. \end{cases}$

Ответ: $r = 270$; $\alpha = 110$.

{7} Найдите r и α, если известно, что НОК$(0,1\alpha; 0,1r) = 210$, причем $0,1\alpha$ и $0,1r$ — два последовательных натуральных числа, записанных в порядке возрастания.

Ответ: $r = 150$; $\alpha = 140$.

{7} В треугольник ABC вписана окружность, касающаяся сторон треугольника в точках M, K и P (см. рис.) 1. Найдите периметр треугольника ABC, если $AK = 15$, $BP = 20$, $CM = 30$, и вы получите численное значение r.



2. Найдите $\angle BAC$, если $\angle MPK = 25°$ и вы получите значение α.

Ответ: $r = 130$; $\alpha = 130$.

{8} Подберите r и α, угадав числовую закономерность: $\frac{28}{49}$; $\frac{46}{81}$; $\frac{64}{121}$; $\frac{82}{169}$; $\frac{r}{\alpha}$.

Ответ: $r = 100$; $\alpha = 225$.

{8} Решите уравнение: $x^2 - 170x + 5200 = 0$. r — больший корень уравнения, α — меньший.

Ответ: $r = 130$; $\alpha = 40$.

{8} Основания трапеции имеют длины 70 и 280, а одна из боковых сторон — 140. В каких границах может изменяться длина другой боковой стороны? Нижняя граница численно равна значению α, верхняя — значению r.

Ответ: $r = 350$; $\alpha = 70$.

{9} Найдите r и α, если r — количество натуральных решений неравенства $8n + 1 < 3203$, α — градусная мера вписанного угла, опирающегося на дугу в $\frac{\pi}{18}$ радиан.

Ответ: $r = 400$; $\alpha = 5$.

{9} Найдите r и α, если длина дуги окружности радиуса r, имеющей градусную меру α, равна 60π, а числовые значения r и α относятся, как $4 : 3$.

Ответ: $r = 120$; $\alpha = 90$.

{9} Найдите r и α, если α численно равна площади треугольника со сторонами 70, 125 и 55, а r — сумма длин этих отрезков.

Ответ: $r = 250$; $\alpha = 0$.

{9} Найдите положительные решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \alpha^2 - 3r\alpha - 10r^2 = 0, \\ \alpha + r = 360. \end{cases}$$

Ответ: $r = 60$; $\alpha = 300$.

{9} Петя, проснувшись, обнаружил в своем мешке с чистыми носками ровно 11 носков.

1) Найдите, сколькими способами Петя может выбрать себе пару чистых носков и вы получите численное значение α.

2) Пока Петя считал количество возможных вариантов, Вася обнаружил у него под кроватью еще 9 носков и доложил их в Петин мешок, но Петя рассердился, сказав, что две пары носков (среди найденных Васей) — грязные. Найдите вероятность (в процентах) того, что Петя с первого раза вытащит из мешка пару чистых носков, округлите ее до десятков, и вы получите численное значение r.

Ответ: $r = 60$; $\alpha = 110$.

Отмечу, что большинство из этих сравнительно простых задач составлены так, что применение рациональных способов вычисления существенно сокращает время их решения и уменьшает вероятность появления вычислительных ошибок, что является весьма существенным для достижения успеха в описанных соревнованиях.

Понятно, что подобные соревнования можно проводить не только в летнее время, их также можно сделать индивидуальными. По аналогии, можно составить и проводить «физическое» или «химическое» ориентирование и т. п.