

Обложка  
щется

Обложка  
щется



## ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— ❧ —

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

---

Адресъ Редакціи: Нижне-Владимірская улица, домъ № 19.

Цѣна: 3 р. въ семестръ, или 6 р. въ годъ.

---

## Отъ редакціи.

с. 281

Большинству нашихъ читателей извѣстно, что новый специальный журналъ, къ изданію котораго мы теперь приступаемъ, есть лишь продолженіе основаннаго въ 1884 году Профессоромъ В. П. Ермаковымъ *Журнала Элементарной Математики*, и что, въ общемъ, направленіе и основныя задачи новой редакціи не могутъ существенно отличаться отъ взглядовъ и тенденцій прежней. Тѣмъ не менѣе, выпуская въ свѣтъ № 1 нашего „Вѣстника“, мы не считаемъ себя въ правѣ уклониться отъ справедливо на каждую новую редакцію налагаемаго требованія выяснить вполне опредѣленно цѣль, которую она задалась, указать избранный ею для достиженія таковой цѣли путь и высказать свои руководящіе принципы. Вслѣдствіе этого, не ограничиваясь изложеніемъ утвержденной для нашего изданія программы, мы предпосылаемъ въ этой передовой статьѣ краткій отвѣтъ на самыя главные изъ тѣхъ вопросовъ, которые могутъ быть вызваны появленіемъ въ нашей литературѣ журнала съ новымъ заглавіемъ.

Программа, по которой будетъ издаваться „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики“, заключаетъ въ себѣ слѣдую-

ція рубрики: 1) спеціальныя статьи по всѣмъ отдѣламъ физики и математики, какъ самостоятельныя, такъ и переводныя и компилятивныя, заимствованныя изъ другихъ спеціальныхъ журналовъ и сочиненій иностранныхъ и русскихъ; 2) статьи педагогическаго содержания, бібліографическіе указатели, рецензіи и критика, исключительно въ объемѣ тѣхъ физико-математическихъ предметовъ, которымъ спеціально посвящается журналъ; 3) темы, вопросы и задачи по физикѣ и математикѣ и рѣшенія таковыхъ; 4) хроника научныхъ новостей, бюллетени выдающихся метеорологическихъ явленій и вообще смѣсь мелкихъ сообщеній, замѣтокъ, указаній и пр. и наконецъ 5) корреспонденція и объявленія редакціи и постороннихъ лицъ.

Журналъ нашъ предназначается преимущественно, но не исключительно, для воспитывающагося въ нашихъ учебныхъ заведеніяхъ юношества и поэтому прежде всего будетъ стремиться удовлетворить, въ области физико-математическихъ наукъ, той потребности къ расширенію умственнаго кругозора, которая въ особенности сильно заявляетъ свои права въ юношескомъ возрастѣ, обнаруживаясь въ средѣ учащейся молодежи всегда въ видѣ непреодолимаго стремленія знать больше, чѣмъ положено знать по официальной программѣ. Какъ-бы ни была обширна и даже обременительна эта программа, какъ-бы умно и предусмотрительно она ни была составлена, всегда для учениковъ болѣе способныхъ она покажется недостаточною, и выходъ изъ нея предѣловъ всегда бываетъ для нихъ заманчивъ; самыми важными, поэтому, считаются тѣ книги, которыхъ нѣтъ въ ученической бібліотекѣ, самыми поучительными—тѣ опыты, которые не показывались преподавателемъ, самыми интересными—тѣ математическія задачи, которыхъ не имѣется въ классныхъ учебникахъ, и пр. Опытные педагоги очень хорошо знаютъ, какую несомнѣнную выгоду можно извлечь изъ этой вполне простительной и естественной склонности молодыхъ умовъ, и цѣль, намѣченная нами при изданіи настоящаго журнала, заключается главнымъ образомъ въ томъ, чтобы помочь преподавателямъ въ полезномъ эксплуатированіи этой склонности, предлагая на страницахъ „Вѣстника“ строго научный матеріалъ въ возможно популярной формѣ.

Во вторыхъ—журналъ нашъ предназначается для всѣхъ вообще преподавателей физики и элементарной математики, преимущественно

съ цѣлью объединенія нашихъ, разбросанныхъ по всей территоріи Россіи, педагогическихъ силъ. У весьма многихъ учителей имѣются свои особые пріемы преподаванія, упрощенныя доказательства и пр., добытые практикою и провѣренные опытомъ, и похвальное желаніе подѣлиться съ товарищами своими по профессіи, тѣмъ, что выработано самостоятельно, приводить у насъ сплошь да рядомъ къ изданію все новыхъ и новыхъ учебниковъ. Но писать всю книгу, обрабатывать весь учебный курсъ предмета, для того только, чтобы изложить по своему какую нибудь одну главу, какихъ нибудь нѣсколько теоремъ или задачъ—трудъ крайне неблагодарный и, пожалуй, не особенно нужный. Неудивительно поэтому, что со времени основанія Журнала Элементарной Математики въ редакцію его, въ теченіе двухъ лѣтъ, постоянно присылались статьи, относящіяся именно къ этой категоріи своеобразнаго изложенія различныхъ частныхъ отдѣловъ гимназической математики, и очень можетъ быть, что, благодаря этому обстоятельству, у насъ за послѣдніе два года оказалось нѣсколькими учебниками математики менѣе, чѣмъ могло-бы быть. Ожидая и въ текущемъ году подобнаго рода статей, но вмѣстѣ съ тѣмъ и оставляя за собою право сокращать, или дополнять и вообще измѣнять таковыя по усмотрѣнію, редакція открываетъ еще особый педагогическій отдѣлъ съ цѣлью способствовать разъясненію различныхъ педагогическихъ вопросовъ, по скольку они относятся къ преподаванію физики и математики. Въ виду этого, мы съ благодарностью будемъ принимать статьи, посвященныя разбору подобнаго рода вопросовъ, будутъ-ли таковыя касаться оцѣнки методовъ преподаванія и программъ, или-же критическаго разбора руководствъ, новыхъ книгъ и статей. Въ этомъ отдѣлѣ мы гарантируемъ сотрудникамъ-корреспондентамъ полное безпристрастіе, и каковы-бы ни были наши убѣжденія въ томъ или иномъ частномъ случаѣ, мы не позволимъ себѣ измѣнить ни одного существенно важнаго слова въ статьяхъ педагогическаго или критическаго содержанія, съ тѣмъ конечно условіемъ, что намъ будетъ предоставлено право печатать такія статьи за подписью авторовъ.

Включеніе въ программу кромѣ того еще отдѣловъ хроники, извлеченій и пр. обусловливается желаніемъ редакціи сдѣлать свой

журналь дѣйствительно „Вѣстникомъ“ всего, что имѣеть общенаучный интересъ и отношеніе къ области физико-математическихъ наукъ.

Въ отдѣлѣ задачъ, который въ такого рода журналахъ имѣеть существенное значеніе, будутъ также предлагаться темы для сотрудниковъ, какъ это было и въ Журналь Элем. Мат. Ответы на раньше предложенныя темы и рѣшенія задачъ, не помѣщенные въ прошломъ учебномъ году въ прежнемъ журналѣ, будутъ печататься въ первыхъ номерахъ Вѣстника.

Принятое нами дѣленіе на семестры, или учебныя полугодія, казалось намъ болѣе удобнымъ какъ для редакціи, такъ и для подписчиковъ, между которыми одни считаютъ годъ по учебному, а другіе—по гражданскому счету.

Этимъ и заканчиваемъ наше предисловіе. Говорить теперь о вопросахъ второстепенныхъ, разъяснять болѣе подробно различныя частности нашего редакціоннаго плана—считаемъ и преждевременнымъ, и даже лишнимъ: читатели поймутъ это сами.

## Фотографированіе неба.

Въ послѣдніе 30 лѣтъ, съ тѣхъ поръ какъ Варренъ-де-ля-Рю и Бондъ впервые примѣнили фотографію къ астрономіи, приемъ этотъ, часто употребляемый различными наблюдателями, постепенно совершенствовался и въ изученіи небесныхъ явленій принесъ уже не мало цѣнныхъ услугъ. Въ настоящее время услуги эти должны считаться тѣмъ болѣе важными, что фотографированіе неба приводитъ къ совершенно новымъ открытіямъ, что во многихъ случаяхъ оно дѣлаеть излишнимъ употребленіе большихъ и дорого стоящихъ астрономическихъ рефракторовъ, превосходить ихъ въ чувствительности, ибо обнаруживаетъ такія звѣзды и туманности, которыя могутъ быть наблюдаемы лишь при помощи самыхъ сильныхъ оптическихъ снарядовъ, и въ значительной степени сокращаетъ хлопотливый трудъ составленія картъ неба съ мельчайшими подробностями.

Парижская Астрономическая обсерваторія имѣеть уже специально для фотографированія неба предназначенный приборъ, и результаты, достигнутые при его помощи братьями Генри, до того превзошли всѣ ожиданія астрономовъ, что теперь подобнаго-же рода постоянныя приспособленія

предположено устроить еще въ Алжирѣ и въ Рио-Жанейро, гдѣ климатъ особенно благоприятствуетъ астрономическимъ наблюдениямъ, а также и у насъ въ Пулковской обсерваторіи.

Приборъ братьевъ Генри состоитъ изъ двухъ подзорныхъ трубъ, расположенныхъ параллельно внутри общаго футляра, который при посредствѣ особаго часового механизма можетъ измѣнять свое положеніе такъ, чтобы оси трубъ были направлены въ одну и ту-же точку неба, во все время дѣйствія прибора. Меньшая труба (нижняя) служитъ для непосредственнаго наблюденія того свѣтила, или той части неба, которую хотять фотографировать; объективъ ея имѣетъ діам. = 0,24 метра и фокусное разстояніе = 3,6 м. Вторая труба, составляющая существенную часть прибора, имѣетъ объективъ въ 0,34 м. въ діаметрѣ съ фокуснымъ разст. = 3,43 м., а вмѣсто окуляра къ ней придѣланъ фотографическій аппаратъ, въ которомъ до настоящаго времени братья Генри употребляли желатинно-бромистыя пластинки.

Чувствительность этого прибора значительно превосходитъ чувствительность сѣтчатки человѣческаго глаза, ибо при употребленіи подзорной трубы такихъ-же точно размѣровъ, какъ фотографическій телескопъ бр. Генри, нельзя видѣть звѣздъ 15-ой, 16-ой и 17-ой величины, изображенія которыхъ однакоже получаютъ вполне отчетливо на фотографическомъ клишэ. Немаловажное преимущество этого прибора заключается еще и въ томъ, что объективъ его можетъ имѣть сравнительно малое фокусное разстояніе, (а слѣдовательно и весь приборъ—меньшую длину), такъ какъ химическое дѣйствіе въ фотографіи оказываютъ только наиболѣе преломленные лучи свѣта, т. е. фіолетовая и ультра-фіолетовая (невидимая глазомъ) части спектра. По этой-же причинѣ здѣсь не особенно приходится заботиться объ уничтоженіи сферической абберациі стеколь.

Время, необходимое для полученія отчетливыхъ снимковъ звѣздъ, находится въ обратной зависимости отъ величины (т. е. отъ яркости) этихъ послѣднихъ. Такъ напримѣръ, для звѣздъ 1-ой величины достаточно фотографировать въ продолженіе 0,015 сек., для звѣздъ 6-ой величины (самыхъ мелкихъ изъ тѣхъ, которыя можемъ видѣть невооруженнымъ глазомъ)—около 2 сек., а для очень слабыхъ звѣздъ 15-ой и 16-ой величины—почти 4 часа.

Впрочемъ можно ожидать, что это неудобство слишкомъ продолжительнаго фотографированія будетъ въ близкомъ будущемъ устранено, хотя-бы напримѣръ при помощи остроумнаго приѣма, предложеннаго недавно Прагскимъ астрономомъ Ценгеромъ. Онъ совѣтуетъ помѣщать въ аппаратъ

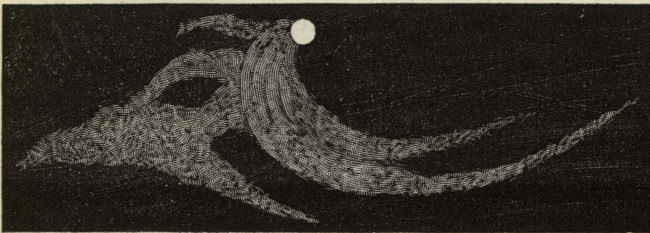
не обыкновенныя фотографическія пластинки, химически реагирующія отъ дѣйствія свѣта, а фосфоресцирующія, покрытыя такъ называемымъ фосфоромъ Бальмэна; тогда достаточно нѣсколькихъ минутъ дѣйствія прибора, чтобы на такой пластинкѣ данная звѣзда выступила потомъ въ темнотѣ въ видѣ самосвѣтящейся точки, и такъ какъ подобная фосфоресценція можетъ длиться нѣсколько часовъ, то очевидно съ такой пластинки, съ изображеніемъ свѣтящихся точекъ (звѣздъ), легко уже снять въ темной комнатѣ настоящій фотографическій снимокъ обыкновеннымъ приѣмомъ.

До какой степени примѣненіе фотографіи къ астрономіи можетъ сократить трудъ составленія картъ неба и каталоговъ звѣздъ, можно уже заключить изъ того, что Гершель, пользуясь своимъ знаменитымъ телескопомъ, считалъ возможнымъ окончить полную карту неба не менѣе какъ въ 80 лѣтъ, а между тѣмъ теперь, при непосредственномъ фотографированіи неба по частямъ, такая карта, гораздо болѣе подробная и точная, требуетъ вѣроятно лишь нѣсколькихъ лѣтъ наблюдений.

Отчетливость снимковъ братьевъ Генри превзошла всякія ожиданія. Такъ напр. на фотографіи Сатурна промежутокъ между двумя свѣтлыми его кольцами, видимый только подъ угломъ въ  $0,45''$ , былъ полученъ очень ясно; на фотографіи Нептуна хорошо виденъ его спутникъ, на разстояніи  $0,8''$  отъ планеты, и пр. Отсюда можно заключить, что примѣненіе фотографіи къ двойнымъ звѣздамъ, видимое разстояніе между которыми очень мало, должно принести существенную пользу для изученія ихъ относительнаго перемѣщенія.

Но наибольшій интересъ возбудило, открытое въ концѣ прошлаго года при помощи фотографіи, новое туманное пятно въ группѣ Плеядъ (въ

Фиг. 1.



созв. Быка), въ группѣ столь хорошо всѣмъ извѣстной и такъ тщательно изучаемой астрономами, въ особенности съ тѣхъ поръ, какъ было высказано Медлеромъ (въ двадцатыхъ годахъ) предположеніе, что самая яркая звѣзда Плеядъ, Альціона, составляетъ какъ-бы центральное солнце всей вселенной, около котораго всѣ другія солнца съ своими системами, а въ томъ числѣ и наше, описываютъ замкнутые пути. 1) Не взирая однакожь

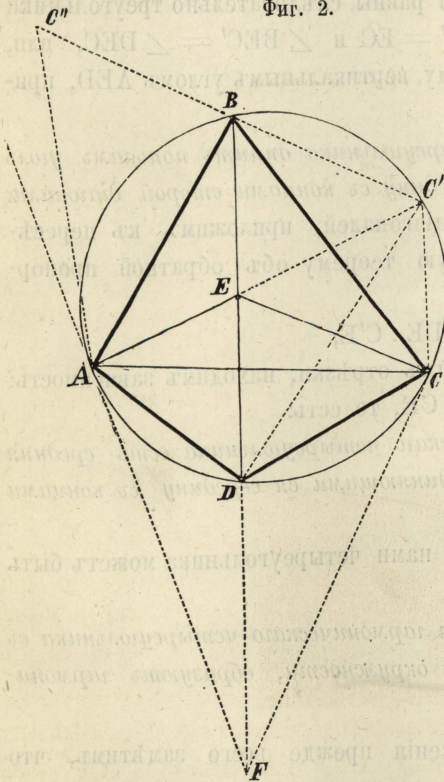
1) Впоследствии это предположеніе было окончательно опровергнуто.



на то особенное вниманіе, которымъ пользовалась эта группа 1), никто не подозрѣвалъ существованія въ ней, кромѣ одного эллиптической формы туманнаго пятна (находящагося возлѣ звѣзды Меропы), еще и другого, столь оригинальнаго очертанія. Какъ видно изъ приложеннаго рисунка (ф. 1), пятно это образуетъ нѣчто на подобіе кометнаго загнутаго хвоста возлѣ одной изъ Плеядъ (именно возлѣ Маи, звѣзды 4-ой величины). Послѣ открытія бр. Генри этого туманнаго пятна на фотографическомъ снимкѣ Плеядъ, его удалось увидѣть и въ телескопы нѣкоторымъ астрономамъ, въ томъ числѣ и директору Пулковской обсерваторіи О. Струве. По отчету послѣдняго, форма этого пятна значительно отличается отъ вышеприведенной и напоминаетъ скорѣе форму двухъ листьевъ, наложенныхъ одинъ на другой.

## Гармоническій четырехугольникъ.

Фиг. 2.



Если въ четырехугольникѣ ABCD (ф. 2.), вписанномъ въ кругѣ, произведеніе двухъ противоположныхъ сторонъ равно произведенію двухъ другихъ сторонъ,

$$AB \cdot CD = AD \cdot BC, \quad (1)$$

то такой четырехугольникъ называется *гармоническимъ* 2). Мы изложимъ здѣсь нѣкоторыя свойства такого гармоническаго четырехугольника, находяція примѣненіе при рѣшеніи многихъ геометрическихъ вопросовъ.

Проведемъ черезъ одну изъ вершинъ C хорду  $CC'$ , параллельную діагонали BD и соединимъ точку  $C'$  съ остальными вершинами B, A и D; тогда

$$CD = BC' \text{ и } BC = DC'$$

слѣдовательно зависимость между сторонами гарм. четырехугольника (1) приводитъ къ равенству

$$AB \cdot BC' = AD \cdot DC'.$$

1) Всѣхъ Плеядъ около 230, если считать до звѣздъ 12-ой величины включительно. Самыя яркія изъ нихъ носятъ слѣдующія названія: Альциона—3-ей вел., Атласъ, Электра и Маи—4-ой вел., Меропа и Тайгета—5-ой вел., Целено и Плейоне—6-ой вел., и наконецъ Астеропа, двойная звѣзда 7-ой вел. Остальныя особыхъ названій не имѣютъ.

2) Касательныя къ опис. окружности въ вершинахъ такого четырехугольника образуютъ такъ называемый *гармоническій четырехсторонникъ*.

Продолжимъ теперь хорду  $C'B$  и отложимъ на ней  $BC'' = BC'$ ; тогда  
 АВ.  $BC'' = AD$ .  $DC'$ .

Изъ послѣдняго равенства заключаемъ, что треугольники  $ABC''$  и  $ADC'$  равномѣрны, такъ какъ они имѣютъ  $\angle ABC'' = \angle ADC'$  и равныя произведенія обнимающихъ сторонъ. Кромѣ того треугольникъ  $ABC''$  равновеликъ еще съ треугольникомъ  $ABC'$ , какъ имѣющей общую съ нимъ вершину въ точкѣ А и равныя основанія  $BC''$  и  $BC'$ . Слѣдовательно площадь  $\triangle ABC'$  равна площади  $\triangle ADC'$ , а такъ какъ треугольники эти имѣютъ общее основаніе  $AC'$ , то необходимо, чтобы и высоты ихъ были равны, т. е. чтобы точки В и D были равноудаленными отъ прямой  $AC'$ . Отсюда уже непосредственно заключаемъ, что діагональ  $BD$  въ точкѣ Е должна дѣлиться пополамъ прямою  $AC'$ .

Итакъ  $BE = ED$ ; но кромѣ того  $BC' = DC$  и  $\angle EBC' = \angle EDC$ , такъ какъ дуги  $DCC'$  и  $BC'C$  очевидно равны, слѣдовательно треугольники  $EBC'$  и  $EDC$  равны, и стало быть  $EC' = EC$  и  $\angle BEC' = \angle DEC$ , или, замѣнивъ первый изъ нихъ равнымъ ему вертикальнымъ угломъ  $AED$ , приходимъ къ слѣдующей теоремѣ:

1) *Діагональ гармоническаго четырехугольника дѣлитъ пополамъ уголъ между прямыми, соединяющими ея середину съ концами второй діагонали.*

Чтобы показать второе свойство діагоналей, приложимъ къ пересѣкающимся хордамъ  $BD$  и  $AC'$  извѣстную теорему объ обратной пропорціональности ихъ отрѣзковъ:

$$AE : BE = DE : C'E;$$

подставляя вмѣсто  $DE$  и  $C'E$  равные имъ отрѣзки, находимъ зависимость:

$$AE : BE = BE : CE, \text{ то есть:}$$

2) *Половина діагонали гармоническаго четырехугольника есть средняя пропорціональная между прямыми, соединяющими ея середину съ концами второй діагонали.*

Третье свойство разсматриваемаго нами четырехугольника можетъ быть выражено слѣдующимъ образомъ:

3) *Прямая, соединяющая вершины гармоническаго четырехугольника съ произвольною пятою точкою описанной окружности, образуютъ гармоническій пучекъ.* <sup>1)</sup>

Для доказательства этого предложенія прежде всего замѣтимъ, что прямая, соединяющая вообще четыре постоянныя точки окружности съ какою нибудь пятою точкою той же окружности, образуютъ пучекъ съ по-

<sup>1)</sup> О гармоническомъ пучкѣ, или гармоническихъ лучахъ, см. учебн. геометріи, напр. Давидова § 78, или I Томъ Журн. Эл. Мат. № 4 стр. 65 и сл.

стояннымъ ангармоническимъ отношеніемъ <sup>1)</sup>, независящимъ отъ положенія этой пятой точки, такъ какъ при перемѣщеніи вершины пучка по окружности всѣ его углы остаются неизмѣнными. Слѣдовательно для нашей цѣли достаточно доказать, что четыре прямыя, соединяющія вершины А, В, С и D (фиг. 2) съ пятою точкою на окружности, напр. С', образуютъ гармоническій пучекъ. Но изъ теоріи гармоническаго пучка мы знаемъ, что всякая сѣкущая, параллельная одной изъ прямыхъ линій такого пучка, даетъ въ пересѣченіи съ тремя остальными прямыми равные отрѣзки <sup>2)</sup>, въ разсматриваемомъ-же нами случаѣ пучекъ прямыхъ ВС', АС', DC' и СС' при пересѣченіи линіей BD, параллельной С'С, даетъ равные отрѣзки BE=ED; отсюда и заключаемъ, что пучекъ долженъ быть гармоническимъ.

Чтобы обнаружить еще одно свойство гармоническаго четырехугольника, предположимъ, что изъ нѣкоторой внѣшней точки F проведены къ окружности двѣ касательныя FA и FC, и произвольная сѣкущая FDB. Не трудно доказать, что такимъ образомъ полученныя четыре точки на окружности А, В, С и D будутъ вершинами гармоническаго четырехугольника. Въ самомъ дѣлѣ, изъ подобія треугольниковъ ABF и ADF имѣемъ:

$$AB : AD = BF : AF,$$

точно также изъ подобія треугольниковъ CBF и CDF находимъ:

$$CB : CD = BF : CF;$$

но по причинѣ равенства касательныхъ AF и CF вторыя части этихъ пропорцій равны, а слѣдовательно:

$$AB : AD = CB : CD,$$

откуда получаемъ  $AB \cdot CD = AD \cdot CB$

основную зависимость для сторонъ гарм. четырехугольника. Итакъ: можемъ считать доказанною еще слѣдующую теорему:

4) *Проведенныя въ концахъ одной діагонали гармоническаго четырехугольника касательныя къ описанной окружности встрѣчаются на продолженіи другой діагонали.*

**Примѣчаніе.** Если радіусъ описаннаго круга обращается въ безконечность, то вершины гармоническаго четырехугольника превращаются въ четыре гармоническія точки, расположенныя на одной прямой линіи.

Предлагаю желающимъ заняться изслѣдованіемъ нѣкоторыхъ вопросовъ, находящихся въ связи съ гармоническимъ четырехугольникомъ и указанныхъ мною въ „темѣ для сотрудниковъ“, помѣщенной въ № 8-мъ второго тома Журн. Элем. Мат. на стр. 186 и сл.

В. П. Ермаковъ.

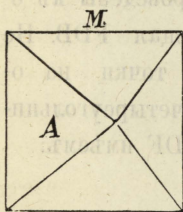
<sup>1)</sup> Объ ангармоническомъ отношеніи см. тамъ-же.

<sup>2)</sup> См. I томъ Журн. Эл. Мат. № 4, статью „Ангармоническое отношеніе и гармоническое дѣленіе“, Предложеніе 3-ье.

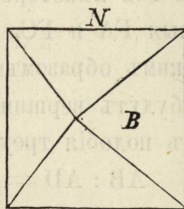
## Оптический обманъ въ стереоскопѣ.

Извѣстно, что рельефность изображеній въ стереоскопѣ обусловливается совмѣщеніемъ такихъ двухъ рисунковъ, которые вполне соотвѣтствуютъ дѣйствительнымъ изображеніямъ, получающимся на сѣтчаткахъ нашихъ глазъ при нормальномъ направленіи глазныхъ осей на данный предметъ. Такъ напримѣръ, когда мы смотримъ на проволочный контуръ правильной четырехгранной пирамиды, обращенной къ намъ вершиною и расположенной такъ, что ея ось есть продолженіе перпендикуляра, дѣлящаго пополамъ разстояніе между глазами, то правый глазъ видитъ ея вершину лѣвѣе центра, а лѣвый глазъ видитъ ту-же вершину правѣе центра основанія пирамиды; вслѣдствіе этого два симметричные плоскіе рисунка, какъ

Фиг. 3.



C



на фиг. 3, на которыхъ представлены только проэкціи вышеупомянутаго контура, подобныя тѣмъ, какія получаютъ на сѣтчаткахъ праваго и лѣваго

глаза отдѣльно, покажутся намъ при совмѣщающемъ разсматриваніи ихъ въ стереоскопѣ рельефнымъ изображеніемъ самой проволочной пирамиды.

Этотъ фактъ всѣмъ хорошо извѣстенъ, такъ какъ стереоскопъ (т. е. приборъ, позволяющій видѣть объемъ) придуманъ еще въ 1838 году (Уитстономъ) и съ тѣхъ поръ сдѣлался однимъ изъ самыхъ популярныхъ оптическихъ приборовъ, и я позволилъ себѣ напомнить въ нѣсколькихъ словахъ его теорію съ тою лишь цѣлю, чтобы лучше выяснить одинъ безинтересный оптический обманъ, который не трудно проверить на опытѣ всякому, у кого стереоскопъ имѣется подъ рукою.

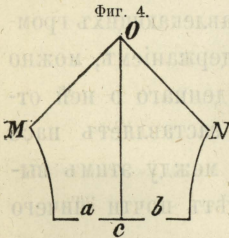
Возвратимся къ нашему примѣру проволочнаго контура пирамиды MN (фиг. 3). Видимая въ стереоскопѣ высота ея зависитъ, очевидно, отъ величины уклоненія симметричныхъ точекъ A и B нашего двойного рисунка отъ центровъ основаній: чѣмъ болѣе удалены точки A и B отъ своихъ центровъ, тѣмъ длиннѣе будетъ намъ казаться пирамида. Слѣдовательно, если въ то время пока мы смотримъ въ стереоскопъ точки A и B (вмѣстѣ съ пучкомъ сходящихся въ нихъ прямыхъ) будутъ симметрично перемѣщаться въ плоскости рисунка, то приближаясь къ средней точкѣ C, то удаляясь отъ нее, то намъ будетъ казаться, что видимая нами въ стереоскопѣ пирамида то удлиняется, то укорачивается, при чемъ основаніе ея остается неподвижнымъ. Такимъ образомъ симметричное перемѣщеніе,

производимое въ плоскости рисунка въ направленіи *паралельномъ* линіи глазъ, вызываетъ вслѣдствіе стереоскопическаго обмана такое-же оптическое ощущеніе, какое получается въ дѣйствительности при *перемѣщеніи перпендикулярномъ* къ этой линіи.

Само собою разумѣется, что, раздвигая точки А и В до того, чтобы онѣ совпали съ центрами своихъ основаній, и смотря при этомъ въ стереоскопъ, мы увидимъ какъ наша пирамида, укорачиваясь постепенно, превратится наконецъ въ плоскость (т. е. въ проволочный квадратъ съ діагоналями), а при удаленіи точекъ А и В въ обратную сторону отъ центровъ (т. е. точки А влево, а В вправо), мы увидимъ, какъ этотъ плоскій квадратъ, углубляясь въ центрѣ, обратится опять въ пустую пирамиду, но обращенную къ намъ своимъ отверстіемъ. — Можно поступать и обратно, т. е., оставляя точки А и В неподвижными, перемѣщать симметрично контуръ основанія; тогда вершина пирамиды будетъ намъ казаться неподвижною и измѣненіе высоты будетъ вызываться приближеніемъ или удаленіемъ основанія пирамиды. 1).

Вообще всякое симметричное перемѣщеніе въ плоскости рисунка двухъ совмѣщаемыхъ стереоскопомъ точекъ, линій или фигуръ, обуславливаетъ оптическій обманъ приближенія или удаленія, смотря по тому будутъ-ли перемѣщаемыя части сходиться, или расходиться. Такъ какъ при этомъ уголъ зрѣнія остается неизмѣннымъ, то кромѣ того всякая движущаяся фигура еще *кажется намъ измѣняющеюся по величинѣ*: все что повидимому приближается къ намъ, уменьшается въ объемѣ и на оборотъ.

Не распространяясь больше объ этомъ вопросѣ, замѣчу только, что этотъ принципъ можетъ лечь въ основу устройства очень разнообразныхъ съ механическимъ приспособленіемъ рисунковъ для стереоскопа и послужить темою для новой физической игрушки. 2)



Самый стереоскопъ, предназначенный для подобнаго рода опытовъ, можно устроить такъ, чтобы вмѣсто *двухъ* рисунковъ употреблялся только *одинъ*. Напримеръ, какъ показано на фиг. 4: МО и NO изображаютъ плоскія зеркала, сходящіяся подъ прямымъ угломъ; въ плоскости Ос, дѣлящей этотъ уголъ пополамъ, распо-

1) Вышерасказанный и подобные ему опыты для проверки этого оптического обмана можно показать при помощи такихъ стереоскопическихъ рисунковъ, въ которыхъ подлежащія перемѣщенію линіи (какъ въ нашемъ примѣрѣ ребра пирамиды) сдѣланы изъ тонкихъ резиновыхъ шнурочковъ.

2) Впрочемъ этотъ оптический обманъ можетъ имѣть не только игрушечное примѣненіе, что я постараюсь показать въ одной изъ слѣдующихъ статей.

лагается прозрачный рисунокъ (напр. проволочный), извѣстныя части котораго подлежатъ перемѣщенію; въ  $a$  и  $b$ —помѣщены обыкновенныя стереоскопическія стекла. При такомъ стереоскопѣ видимое нами перемѣщеніе будетъ прямо противоположнымъ тому, которое имѣетъ мѣсто на самомъ дѣлѣ; такъ напр. качающійся въ плоскости  $Oc$  маленькій маятникъ покажется намъ всегда движущимся въ обратномъ направленіи.

Эр. Шпачинскій.

## Новыя книги и брошюры.

1) **Математическое образованіе и его значеніе.** Общедоступное изложене. *В. Тенишева.* Спб. 1886 г. 238 стр. Цѣна 1 р. (Складъ изданія въ Кн. маг. М. М. Стасюлевича).

Въ Іюльской книжкѣ „Вѣстника Европы“ за тек. годъ была помѣщена слѣдующая коротенькая рецензія вышеназванной книги: „При томъ важномъ значеніи, какое должна имѣть Математика въ общемъ ходѣ образованія, настоящее изслѣдованіе обращаетъ на себя особенное вниманіе по той задачѣ, каковую авторъ поставилъ себѣ, а именно: объяснить причину почему математика и до сихъ поръ остается достояніемъ специалистовъ и доступна „послѣ тройнаго правила въ ариметикѣ“ весьма немногимъ. По мнѣнію автора такое явленіе объясняется тѣмъ, что и до сихъ поръ изложеніе математики носитъ на себѣ слѣды схоластики, между тѣмъ какъ необходимо было бы и въ математикѣ проводить связь отвлеченій съ живыми представленіями. Развитію и подтвержденію этой послѣдней мысли и посвящается настоящій этюдъ.“

О книжкѣ г. Тенишева, носящей одно изъ тѣхъ завлекающихъ громкихъ заглавій, которыя чаще всего не оправдываются содержаніемъ, можно было-бы и вовсе не упоминать, но наивность вышеприведеннаго о ней отзыва, составленнаго вѣроятно по одному „предисловію“, заставляетъ насъ удѣлить ей немного мѣста съ цѣлью показать, что между этимъ высокопарнымъ предисловіемъ и остальною частью книги нѣтъ почти ничего общаго.

Зачѣмъ и для кого написана г. Тенишевымъ его книга—это рѣшить очень трудно, если прочесть всю книгу. Прочтя одно заглавіе, можно дѣйствительно обрадоваться и предположить, что настоящее „изслѣдованіе“ посвящено „общедоступному изложенію значенія математическаго образованія;“ но, прочтя „предисловіе“, поневолѣ начинаешь уже опасаться,

что дальше пойдет критическій разбор методов преподаванія математики съ ложной точки зрѣнія крайняго реализма, избравъ которую, авторъ—очевидно не педагогъ по профессіи—воображаетъ себя въ правѣ считать общепринятый во всей Европѣ способъ преподаванія математики схоластическимъ и никуда негоднымъ. Читая однакожъ дальше и переходя къ стр. 9-ой, вы успокаиваетесь, хотя и начинаете удивляться, понавъ въ неизбѣжное въ такихъ книгахъ „Вступленіе“, которое посвящено крайне тяжелоу выясненію значенія словъ: *возбужденіе, оущеніе, сходство, ассоціація, отвлеченіе* и пр., пр., пр. Тутъ напр. (стр. 11) вы можете, захвативъ побольше воздуха въ легкія, прочесть слѣдующее „общедоступное изложеніе“ понятія о величинѣ: „Перемѣны въ сходныхъ оущеніяхъ, какъ отъ состоянія нашего сознанія или условій воспріятія, такъ и отъ измѣненій въ возбужденіяхъ, мы собираемъ въ отвлеченное понятіе интенсивности или силы оущеній, что въ сравненіяхъ мы называемъ большею или меньшею интенсивностью или силою оущенія и вообще выражаемъ словомъ *величина*.“ Правда, хорошо? Таковъ слогъ всей этой „реальной“ книги, составляющей—по мнѣнію автора—наглядное доказательство, что математика можетъ быть сдѣлана доступною не только специалистамъ. Побѣдивъ „Вступленіе“, читатель переходитъ наконецъ на стр. 16 къ 1-ой главѣ, носящей мудреное названіе „Опредѣленное представленіе величинъ“ п—о сюрпризъ!—попадаетъ въ область самой отъявленной, самой дѣтской ариометики, изложенной самымъ труднымъ философскимъ языкомъ. Зачѣмъ г. Тенишевъ выдумалъ эту новую комбинацію, кого онъ имѣлъ въ виду, составляя свою 1-ую главу—этого, повтряемъ, рѣшать мы не беремъ.—Предположимъ далѣе, что читатель не потерялъ еще терпѣнія и перешелъ благополучно къ стр. 39-ой, съ которой начинается 2-ая глава „Соотношенія величинъ.“ Сначала ему, какъ и намъ, покажется, что вѣроятно это будетъ алгебра, или по крайней мѣрѣ переходъ отъ ариометики къ алгебрѣ, но вдругъ его озадачиваютъ теоремы въ родѣ слѣдующей: (стр. 40) „если взять дерево любой породы, выросшее на горѣ, то оно окажется тверже дерева той-же породы, которое находится въ долинѣ.“ Конечно, это очень интересно, но что-же это такое? Ничего особеннаго, увѣряемъ васъ. Читайте дальше и вы еще разъ прійдете къ убѣжденію, что все таки это не что иное какъ алгебра, или обобщенная ариометика, только не такая схоластическая, какъ напр. алгебра Давидова, а алгебра живописная, съ березами, съ пескомъ, который раскидывается однофунтовыми порціями вдоль дороги (см. стр. 46-ю) и прочими атрибутами Тенишевскаго реализма. Тѣмъ не менѣе, чѣмъ дальше, тѣмъ всѣ эти пески становятся непроходимѣе, дорога дѣлается почти невозможною: такія напр. слова какъ *сопо-*

ставленіе и соотношеніе разбросаны вдоль этой дороги такъ убійственно густо, такъ монотонно, что наконецъ въ глазахъ мерещется и все, что начинается буквою *c*, кажется вамъ сопоставленіемъ или соотношеніемъ. — Но допустимъ еще разъ, что читатель имѣлъ столько-же терпѣнія, сколько долженъ былъ имѣть его напримѣръ наборщикъ книги г. Тенишева и что, *ничего не пропуская*, т. е. читая одно и то же по нѣсколько разъ, онъ одолѣлъ эту никому не нужную элементарнѣйшую алгебру до конца, т. е. до стр. 118. Тогда онъ придетъ къ 3-ей и послѣдней главѣ, носящей название: „Зависимость измѣняющихся величинъ.“ Если-бы вѣрнѣе заглавію, то очевидно эта послѣдняя глава (118 страницъ) должна заключать въ себѣ *все остальное* математическое образованіе, кромѣ ариѳметики и начальной алгебры; на самомъ-же дѣлѣ она представляетъ только переходъ отъ элементарной математики къ высшей и составляетъ поэтому во всей книгѣ единственную часть, имѣющую нѣкоторый *raison d'être*, такъ какъ могла бы принести извѣстную долю пользы тѣмъ напр. изъ студентовъ, начинающихъ изучать высшую математику, для которыхъ переходъ изъ области элементарной алгебры къ анализу бесконечно-малыхъ кажется рѣзкимъ и труднымъ, — если-бы, повторяемъ, и эта глава, подобно всей книгѣ, была написана не такимъ крайне скучнымъ и разтянутымъ языкомъ, съ постоянною примѣсью однихъ и тѣхъ-же тяжелыхъ словъ и оборотовъ.

Послѣднія 5 страницъ посвящены „заключенію“, въ которомъ авторъ, какъ-бы вспомнивъ свое намѣреніе прочесть лекцію всѣмъ педагогамъ о томъ, какъ надо излагать и преподавать математику, опять возвращается къ заносчивому тону своего „предисловія“ и говоритъ напр. такія вещи: (стр. 237) „Недостатокъ принятаго способа преподаванія математики проявляется въ томъ, что за предѣлами ариѳметики математическія опредѣленія, выводы и образованія комбинацій излагаютъ почти исключительно отвлеченнымъ образомъ“.... „Недостатокъ этотъ сохранился также въ преподаваніи геометріи и механики. Напримѣръ, въ геометріи, говоря объ измѣреніи линий, непосредственно даютъ опредѣленіе величины линіи несоизмѣримой съ единицею, не показавъ ни одного вывода, изъ котораго можетъ образоваться понятіе о несоизмѣримой величинѣ“.... „Упомянутый недостатокъ преподаванія заключается въ томъ, что учащемуся не указываютъ на жизненныя представленія, которыя могутъ быть обобщены математически и которыя служатъ для образованія отвлеченныхъ понятій въ математикѣ.“ И т. п. Все это голословно, самоувѣренно и совершенно ложно, изъ чего и можно заключить, что во 1-хъ г. Тенишевъ вовсе не знакомъ съ современнымъ уровнемъ преподаванія математики и во 2-хъ что, игнорируя



сполна все педагогическое значеніе этого преподаванія и смотря на дѣло лишь съ какой-то кухонно-или инженерно-утилитарной точки зрѣнія, онъ лучше-бы сдѣлалъ, если-бы подобныя книги писалъ безъ „предисловія“ и „заключеній“, которыя годятся развѣ для того, чтобы составлять по нимъ наивныя рецензіи.

По мнѣнію г. Тенишева вся геометрія вообще, какъ низшая, такъ и высшая, не входитъ въ область „математическаго образованія,“ такъ какъ ни одинъ изъ ея отдѣловъ не удостоился „реальной“ обработки и quasi-философскаго изложенія въ книгѣ. Мы очень рады такому обстоятельству, такъ какъ это избавляетъ насъ отъ обязанности говорить еще о г. Тенишевѣ и его книгѣ, которая никакого серьезнаго значенія въ нашей литературѣ имѣть не можетъ, какъ совершенно лишняя.

**2. Кнопка-телефонъ**, описаніе ея устройства и примѣненій, съ 4-мя таблицами детальныхъ чертежей. Составилъ *А. Г. Щавинскій*. Спб. 1886 г. 14 стр. Цѣна 50 коп. (съ перес. 65 к.).

Эта маленькая, почти карманнаго формата брошюрка, заключающая всего 14 страницъ и 19 очень грубо, неизящно и даже небрежно исполненныхъ чертежей, стоитъ однакожь 50 к., а съ пересылкой почему-то цѣлыхъ 65 к. Очевидно г. Щавинскій смотритъ съ особенной точки зрѣнія на популяризацію вопросовъ практической физики, если такъ дорого цѣнить свои слова, потому что такую-же недоступностью цѣнъ отличаются и раньше изданныя имъ двѣ книжки, переведенныя съ французскаго, а именно: *Ант. Брегета Машина Грамма*—75 к., съ перес. 1 р. и *Дю-Монселя Электромагниты*—1 р. съ перес. 1 р. 20 к.—Очень жаль!

Въ новой брошюрѣ г. Щавинскаго описано весьма подробно устройство кнопки-телефона, придуманной *г. Рехневскимъ* и представляющей собою комбинацію обыкновеннаго электрическаго звонка и телефона „Цѣль этого новаго прибора—по словамъ составителя дорогихъ книжечекъ—позволить проникнуть рѣчи тамъ, гдѣ теперь дѣйствуетъ только безсловесный звонокъ, т. е. дать возможность, вмѣсто безглагольнаго вызыванія, сказать кого зовутъ и вообще переговорить съ вызываемымъ лицомъ, или другими словами, превратить существующую звонокую установку въ телефонную безъ хлопотъ (?), не увеличивая число проводовъ, элементовъ и т. д. и притомъ съ возможно меньшими издержками.“

Сущность этого приспособленія заключается въ помѣщеніи маленькаго телефона подъ каждую обыкновенную кнопку электрическаго колокольчика, передаточной-же телефонъ (вторая станція), такого-же кнопкообразнаго вида, находится возлѣ самого звонка. Весь фокусъ состоитъ въ томъ,

что по прижатіи кнопки, ее снимаютъ съ подставки, придѣланной неподвижно въ данномъ мѣстѣ, подносятъ ко рту и говорятъ въ нее, какъ въ телефонъ. Вызванное сигналомъ къ звонку лицо (напр. прислуга) можетъ тогда выслушать то что ему говорятъ, если тоже сниметъ свою кнопку съ подставки и приложить ее къ уху. Пока обѣ кнопки сняты съ своихъ подставокъ, между ихъ телефонами существуетъ непосредственное сообщеніе и звонокъ съ батареею выключены, слѣдовательно можно разговаривать какъ при обыкновенныхъ телефонахъ. Въ этомъ случаѣ приборчикъ г. Рехневскаго можетъ дѣйствительно оказаться практичнымъ, если только цѣна его не будетъ пропорціональна цѣнѣ брошюры, заключающей описаніе его устройства, а исполненіе и внѣшній видъ—какъ можно меньше будутъ похожи на рисунки г. Щавинскаго.

Въ другомъ-же случаѣ, когда нужна такая установка, при которой вызываемое кнопкою - телефономъ лицо могло-бы само вызывать по сигналу и переговорить съ тѣмъ или другимъ номеромъ кнопки (ихъ можетъ быть нѣсколько, въ разныхъ комнатахъ, напр. въ гостиницахъ), приемъ г. Рехневскаго кажется намъ на столько усложненнымъ, что наврядъ-ли онъ можетъ оказаться удобнымъ на практикѣ. И въ самомъ дѣлѣ, чего тутъ нѣтъ! И катушка Румкорфа, и номерная доска, и кнопки, и телефоны, и особый ключъ, и элементы, и—даже аккумуляторы. Правда, все это въ миниатюрныхъ размѣрахъ, но мы позволимъ себѣ спросить—не проще-ли было-бы прибѣгнуть въ этомъ случаѣ къ обыкновенному устройству телефоннаго сообщенія, всегда снабженнаго сигнальными аппаратами, и не придумывать различныхъ замысловатыхъ ухищреній ради того только, чтобы телефонъ по внѣшнему виду былъ похожъ на кнопку?

## Александръ Ивановичъ Надеждинъ.

(Некрологъ.)

Лѣтомъ настоящаго года скончался заграницею молодой Кіевскій физикъ А. И. Надеждинъ, который, не смотря на неполные 28 лѣтъ своей жизни и давно уже истощавшую его силы болѣзнь (почекъ), приобрѣлъ вполне заслуженную извѣстность въ наукѣ своими экспериментальными изслѣдованіями въ области физики. Постояннымъ нашимъ читателямъ имя его не должно быть чуждо, такъ какъ въ № 13 Журнала Элементарной Математики за 1884/5 г. была помѣщена статья, посвященная изложенію но-

ваго и очень остроумнаго пріема А. И. Надеждина для опредѣленія критической температуры жидкостей. О другихъ ученыхъ трудахъ этого высокодаровитаго челоуѣка мы откладываемъ болѣе подробный отчетъ къ тому времени, когда все написанныя имъ сочиненія будутъ вторично изданы (такъ какъ теперь ихъ нѣтъ въ продажѣ) однимъ изъ близкихъ друзей покойнаго, магистрантомъ Кіевскаго Университета, Б. Букрѣвымъ, а въ настоящее время ограничимся только бѣглымъ біографическимъ очеркомъ.

Александръ Ивановичъ, сынъ доктора, принадлежалъ къ дворянамъ Курской Губерніи; родился 19 Іюня 1858 г. въ деревнѣ Верхопѣиѣ Обоянскаго уѣзда. Основательное первоначальное воспитаніе получилъ въ домѣ родителей, затѣмъ въ 1870 г. поступилъ во 2-ой кл. 1-ой Кіевской Гимназіи, которую окончилъ въ 1877 г. съ золотой медалью. Въ томъ-же году поступилъ въ Кіевскій Университетъ на физико-математическій факультетъ; во время своего студенчества прожилъ годъ за границей, такъ какъ здоровье его и тогда уже не могло быть названо удовлетворительнымъ. Въ университетѣ еще онъ окончательно избралъ физику своимъ спеціальнымъ предметомъ и въ 1881 году представилъ въ факультетъ сочиненіе, для соисканія награды, подъ заглавіемъ: „Объ измѣненіяхъ въ свойствахъ тѣлъ вблизи такъ называемой температуры абсолютнаго кипѣнія,“ за которое и былъ удостоенъ золотой медали и преміи Д-ра Пирогова. Послѣ окончанія университетскаго курса въ 1882 г. со степенью кандидата физико-математическихъ наукъ, Александръ Ивановичъ былъ оставленъ при Университетѣ стипендіатомъ для приготовленія къ профессорскому званію по кафедрѣ экспериментальной физики. Съ этихъ поръ, не жалѣя себя, онъ работалъ настойчиво и очень усердно подъ руководствомъ профессора М. П. Авенариуса. Все новое въ области физики живо его интересовало, а новаго въ этотъ промежутокъ времени было много: телефоны, микрофоны, фотофоны, аккумуляторы, и пр. пр.; при первомъ появленіи описанія всѣхъ подобнаго рода новинокъ Александръ Ивановичъ устраивалъ ихъ собственноручно, и зачастую его приборы служили для демонстрацій на лекціяхъ его маститаго учителя. Но все-же главнѣе его вниманіе всегда было обращено на свойства жидкостей и паровъ. Онъ приготовлялъ химически чистыя вещества, необходимыя ему для соб-

ственныхъ изслѣдованій, опредѣлялъ ихъ критическія температуры и давленія, продолжая и пополняя ряды, данные ранѣе бывшимъ консерваторомъ Кіевскаго университетскаго физическаго кабинета, Г. Заіончевскимъ. Тогда-же имъ былъ придуманъ особый вышеупомянутый приемъ для опредѣленія критической температуры такихъ жидкостей, которыя разѣдаютъ при высокомъ нагрѣваніи стекло, какъ вода, или непрозрачны, какъ бромъ. Наконецъ въ магистерской диссертациі „Этюды по сравнительной физикѣ“ представилъ критическій и теоретическій трактатъ, оснащенный громаднымъ количествомъ собственныхъ экспериментальныхъ данныхъ, гдѣ разобраны почти всѣ болѣе вѣроятныя формулы, выражающія свойства жидкостей и паровъ и измѣняемость ихъ въ зависимости отъ температуры.

Нѣкоторое время А. И. Надеждинъ состоялъ учителемъ Министерской Женской Гимназіи и принималъ дѣятельное участіе въ устраиваемыхъ въ городѣ народныхъ чтеніяхъ, заслуженно пользуясь репутаціей хорошаго преподавателя и блестящаго лектора.

8-го Апрѣля 1886 г., послѣ публичной защиты вышеупомянутой диссертациі, Александръ Ивановичъ былъ удостоенъ степени магистра физики и вскорѣ затѣмъ былъ командированъ за границу для дальнѣйшихъ ученыхъ занятій. Но неумолимая болѣзнь двигалась гигантскими шагами, и отъ 6-го Іюня была получена въ Кіевѣ телеграмма, сообщившая горестную вѣсть о его смерти, послѣдовавшей во Францесбадѣ. По желанію родителей и жены, останки его перевезены въ Кіевъ и похоронены на Аскольдовой Могилѣ.

## Вопросы и задачи.

№ 1. Въ большой шаръ, или другой формы сосудъ, снабженный герметическимъ краномъ, накачивается воздухъ до давленія въ нѣсколько атмосферъ; затѣмъ кранъ запираютъ и по прошествіи нѣкотораго времени, напр. 1 часа, открываютъ его на столько, чтобы сжатый въ сосудѣ воздухъ, выходя наружу, производилъ нѣкоторый свистъ. Когда истеченіе воздуха, а стало быть и этотъ свистъ, прекратятся, кранъ опять запираютъ. Спрашивается почему, когда четверть часа послѣ этого мы вторично

откроемъ кранъ, опять будетъ слышно шипѣніе выходящаго изъ сосуда воздуха?

НВ. Отвѣтъ долженъ быть по возможности обстоятельный, и не бѣда, если объясненіе этого физическаго явленія потребуетъ цѣлой отдѣльной статьи.

№ 2. Найти остатокъ при дѣленіи числа  $6^{592}$  на 11.

№ 3. До какого числа нужно довести обыкновенную табличку Пиагора, чтобы сумма всѣхъ, заключающихся въ ней, чиселъ была равна 36100?

№ 4. Если  $ax^3+bx^2+cx+d$  есть полный кубъ, то какая зависимость существуетъ между  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , и  $d$ ?

№ 5. Опредѣлить центръ тяжести трапеціи.

№ 6. Доказать теорему: если изъ какой нибудь точки окружности, описанной около треугольника, проведемъ къ тремъ его сторонамъ перпендикуляры, то ихъ основанія будутъ лежать на одной прямой (носящей названіе прямой Симсона).

№ 7. Вписать въ данный кругъ крестообразную фигуру, состоящую изъ пяти равныхъ квадратовъ.

№ 8. Построить треугольникъ по биссектору угла при вершинѣ, радіусу круга вписаннаго и разности угловъ при основаніи.

(Учен. 1-й Харьк. Г. Н. Н. III)

№ 9. Построить параллелограмъ такъ, чтобы вершины его лежали на сторонахъ даннаго четырехугольника, а діагонали проходили черезъ точки пересѣченія противоположныхъ сторонъ четырехугольника.

(Проф. Спб. Ун. А. А. Марковъ)

№ 10. Въ данный сегментъ вписать прямоугольникъ наибольшей площади.

## Рѣшенія задачъ.

*Примѣчаніе.* Во 2-мъ томѣ Журнала Элем. Матем. за прошлый учебный годъ было помѣщено 60 задачъ обыкновенныхъ и 23 задачи не въ очередь; изъ всего этого числа остались до сихъ поръ нерѣшенными 19 задачъ, а именно: №№ 54, 55, 56, 57, 58, 59 и 60 и—изъ задачъ не въ очередь—№№ 1, 3, 10, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22 и 23. Рѣшенія всѣхъ этихъ задачъ будутъ послѣдовательно помѣщены въ этомъ отдѣлѣ.

Рѣшеніе задачи № 1 не въ очередь, помѣщенной въ № 5 Журн. Элем. Мат. за 188<sup>5</sup>/<sub>6</sub> г. (стр. 118).

Рѣшить уравненія:

$$y^2 + z^2 - 2ayz = 1 - a^2,$$

$$z^2 + x^2 - 2bzx = 1 - b^2,$$

$$x^2 + y^2 - 2cxy = 1 - c^2.$$

Рѣшивъ первыя два уравненія относительно  $y$  и  $x$ , получимъ:

$$\begin{aligned} y &= az + \sqrt{(1-a^2)(1-z^2)}, \\ x &= bz + \sqrt{(1-b^2)(1-z^2)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Исключивъ изъ этихъ уравненій сначала  $z$ , потомъ  $\sqrt{1-z^2}$ , найдемъ

$$\begin{aligned} by - ax &= (b\sqrt{1-a^2} - a\sqrt{1-b^2})\sqrt{1-z^2}, \\ x\sqrt{1-a^2} - y\sqrt{1-b^2} &= (b\sqrt{1-a^2} - a\sqrt{1-b^2})z. \end{aligned}$$

Возвышая оба уравненія въ квадратъ и складывая, имѣемъ

$$x^2 + y^2 - 2\{ab + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\}xy = (b\sqrt{1-a^2} - a\sqrt{1-b^2})^2.$$

Если принять теперь во вниманіе тождество

$$\{ab + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\}^2 + (b\sqrt{1-a^2} - a\sqrt{1-b^2})^2 = 1,$$

то послѣднее уравненіе можетъ быть приведено къ слѣдующему виду:

$$x^2 + y^2 - 2\{ab + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\}xy = 1 - \{ab + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\}^2. \quad (2)$$

Такъ выражается результатъ исключенія  $z$  изъ первыхъ двухъ уравненій. Теперь остается рѣшить полученное уравненіе (2) съ третьимъ изъ данныхъ. Прежде всего замѣтимъ, что эти уравненія тождественны, когда

$$ab + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = c \quad (3)$$

При существованіи этого условія третье уравненіе изъ данныхъ есть только слѣдствіе первыхъ двухъ, и въ этомъ случаѣ данная система уравненій допускаетъ безчисленное множество рѣшеній, такъ какъ значенія  $x$  и  $y$ , опредѣленные изъ первыхъ двухъ уравненій, удовлетворяютъ и третьему.

Положимъ теперь, что условіе (3) не имѣетъ мѣста. Вычитая (2) изъ третьяго изъ данныхъ уравненій и сокращая результатъ на

$$ab - c + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)},$$

получаемъ

$$2xy = ab + c + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}.$$

Рѣшая теперь это уравненіе съ третьимъ изъ данныхъ

$$x^2 + y^2 - 2cxy = 1 - c^2$$

по известному приему, находимъ:

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{1+c} \sqrt{1+ab + \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}} + \\ + \frac{1}{2} \sqrt{1-c} \sqrt{1-ab - \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}}.$$

Упростивъ два члена этого выраженія по формулѣ:

$$\sqrt{p+q \pm \sqrt{4pq}} = \sqrt{p} + \sqrt{q},$$

получаемъ окончательно:

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(1+a)(1+b)(1+c)} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(1-a)(1-b)(1+c)} + \\ + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(1-a)(1+b)(1-c)} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(1+a)(1-b)(1-c)}.$$

Перестановкою буквъ  $a$ ,  $b$  и  $c$  мы можемъ составить соответствующія выраженія для  $y$  и  $z$ .

Остается еще вопросъ о числѣ рѣшеній. Такъ какъ передъ каждымъ изъ квадратныхъ корней можно ставить безразлично  $+$  или  $-$ , то на первый взглядъ кажется, что уравненія имѣютъ 16 рѣшеній, такъ какъ въ окончательныя формулы входятъ 4 корня. Но на самомъ дѣлѣ мы имѣемъ здѣсь дѣло только съ тремя самостоятельными корнями, а именно: обозначивъ для краткости

$$\frac{1}{2} (1+a)(1-b)(1-c) = A,$$

$$\frac{1}{2} (1-a)(1+b)(1-c) = B,$$

$$\frac{1}{2} (1-a)(1-b)(1+c) = C,$$

найдемъ

$$x = \frac{\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \cdot \sqrt{C}}{(1-a)(1-b)(1-c)} - \frac{1}{2} \sqrt{A} + \frac{1}{2} \sqrt{B} + \frac{1}{2} \sqrt{C}.$$

Отсюда видимъ, что измѣняя знаки передъ корнями, мы можемъ получить только 8 рѣшеній.

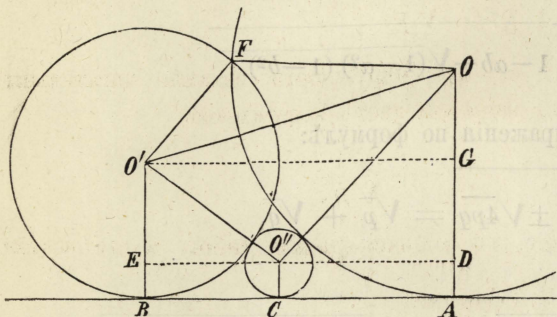
Всѣ рѣшенія будутъ дѣйствительны, если  $a$ ,  $b$  и  $c$  по абсолютной величинѣ всѣ или больше, или меньше единицы.

*А. Гольденбергъ, П. Фальчевъ и Н. Шимковичъ.* <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Послѣ того какъ № 1 „Вѣстника“ былъ уже набранъ, получено еще одно рѣшеніе 1-ой задачи не въ очередь отъ *А. И. Круковского*.

Рѣшеніе задачи № 54, предложенной въ № 12 Журн. Элем. Мат. за 1885/6 г. (стр. 286).

Фиг. 5.



Къ двумъ пересѣзающимся кругамъ  $O$  и  $O'$  (фиг. 5) проведенъ касательный кругъ  $O''$ , касающійся также ихъ общей касательной  $AB$ . Найти зависимость между радиусами  $R$ ,  $R'$  и  $R''$  трехъ круговъ и угломъ, подъ которымъ пересѣзаются первые два круга.

Подъ угломъ пересѣченія двухъ кривыхъ вообще линій подразумѣвается уголъ между ихъ касательными, проведенными въ общей точкѣ пересѣченія; для окружностей этотъ уголъ всегда равенъ углу между радиусами, проведенными къ общей точкѣ пересѣченія; въ нашемъ случаѣ это будетъ  $\angle OFO'$ , который обозначимъ черезъ  $\alpha$ .

Черезъ центры  $O'$  и  $O''$  проведемъ  $O'G$  и  $ED$  параллельно общей касательной  $ACB$ . Все рѣшеніе задачи приводится къ опредѣленію неизвѣстныхъ сторонъ въ 4-хъ треугольникахъ:  $OO''D$ ,  $O'O''E$ ,  $OO'G$  и  $OO'F$ .

Изъ треугольника  $OO''D$  имѣемъ:

$$O''D = \sqrt{(R+R'')^2 - (R-R'')^2} = 2\sqrt{RR''}.$$

Точно также изъ треугольника  $O'O''E$ :

$$O''E = \sqrt{(R'+R'')^2 - (R'-R'')^2} = 2\sqrt{R'R''}.$$

Складывая найденныя выраженія, находимъ

$$ED = O'G = 2(\sqrt{RR''} + \sqrt{R'R''})$$

Далѣе, изъ треугольника  $OO'G$  имѣемъ

$$\overline{OO'}^2 = (R-R')^2 + 4(\sqrt{RR''} + \sqrt{R'R''})^2;$$

а изъ треугольника  $OO'F$ :

$$\overline{OO'}^2 = R^2 + R'^2 - 2RR' \cos \alpha$$

Изъ сравненія двухъ послѣднихъ выраженій находимъ

$$(\sqrt{RR''} + \sqrt{R'R''})^2 = \frac{RR'(1 - \cos \alpha)}{2} = RR' \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$



откуда:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{R''}} + \frac{1}{\sqrt{R}}$$

Если въ частномъ случаѣ всѣ три окружности взаимно касательны, то  $\angle \alpha = 180^\circ$ , и послѣдняя формула даетъ зависимость

$$\frac{1}{\sqrt{R''}} = \frac{1}{\sqrt{R'}} + \frac{1}{\sqrt{R}}$$

между радіусами трехъ круговъ, касающихся между собою и имѣющихъ одну общую касательную.

Учен. 7 кл. Екатериносл. Гимн. В. К.

## С м ѣ с ь.

**Александръ Михайловичъ Бутлеровъ**, нашъ извѣстный химикъ, профессоръ С.-Петербургскаго Университета и членъ Императорской Академіи Наукъ, скончался въ началѣ текущаго мѣсяца въ своемъ имѣніи въ Казанской Губерніи. <sup>1)</sup>

**Съѣздъ учителей технического рисованія** для обсужденія вопросовъ, касающихся преподаванія этого предмета, предполагается въ этомъ году въ Петербургѣ осенью.

Книга: **Электричество** въ элементарной обработкѣ **Клеркъ Максвелла**, съ англійскаго изданія В. Гарнетта, переведенная подъ редакцію Проф. М. П. Авенаріуса и изданная въ Кіевѣ, одобрена въ настоящее время Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія и рекомендована для фундаментальныхъ библиотекъ мужскихъ и женскихъ гимназій, реальныхъ училищъ и учительскихъ институтовъ. <sup>2)</sup>

Книга: **Популярныя лекціи объ электричествѣ и магнетизмѣ** доктора физики **О. Хвольсона** (2-ое изд. Спб. 1886 г.) рекомендована Уч. Комитетомъ Мин. Нар. Просв. для ученическихъ и фундаментальныхъ библиотекъ среднихъ учебныхъ заведеній. <sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Некрологъ, написанный Проф. П. П. Алексѣевымъ, будетъ помѣщенъ нами въ № 2 „Вѣстника.“

<sup>2)</sup> Рецензія объ этой книгѣ была помѣщена въ № 15 Журн. Элем. Мат. за 1886/е годъ, стр. 355.

<sup>3)</sup> Рецензія объ этой книгѣ помѣщена въ Юльской книжкѣ Журнала Мин. Нар. Просв. стр. 168.

**Метеорологическая Обсерваторія** на вершинѣ горы *Зонненбликъ*, около Зальцбурга, должна быть окончена и открыта въ настоящемъ году; она занимаетъ 1-е мѣсто по высотѣ положенія надъ уровнемъ океана, достигающей 3100 метровъ (т. е. болѣе 10100 футовъ). Слѣдовательно новая эта высочайшая въ свѣтѣ обсерваторія въ цѣпи Тауернскихъ Альповъ (въ Австріи) лежитъ уже въ области вѣчныхъ снѣговъ. Къ ней проведено телеграфное и телефонное сообщеніе и она снабжена новѣйшими самопишущими приборами.

Здѣсь кстати замѣтимъ, что метеорологическія стациіи устроены еще на слѣдующихъ горахъ и высотахъ:

на Этнѣ (въ Сициліи)	на высотѣ	2900 м.
„ Пикъ-дю-Миди (въ ср. Пиринейхъ)	„ „	2877 м.
„ Сентисъ (въ Швейцаріи)	„ „	2500 м.
„ Монте-Чимоне (въ Апеннинскихъ г.)	„ „	2162 м.
„ Обирѣ (въ Каринтіи)	„ „	2047 м.
„ Монъ-Венту (во франц. Альпахъ)	„ „	1960 м.
„ Шафбергѣ (около Ишля)	„ „	1776 м.
„ Пикъ д'Эгваль (въ Севенахъ)	„ „	1567 м.
„ Пью-де-Домъ (въ Оверискихъ г.)	„ „	1463 м.
„ Бенъ-Невисъ (въ Шотландіи)	„ „	1418 м.
„ Брокенѣ (въ Гарцѣ)	„ „	1141 м.
„ Вендельштейнѣ (въ Баваріи)	„ „	?

## Отвѣты редакціи.

**В. М. К.** Дѣйствительно можно на практикѣ для раздѣленія окружности на равныя части пользоваться слѣдующимъ приемомъ: діаметръ дѣлится на соотвѣтственное число равныхъ частей и черезъ вторую точку дѣленія и вершину равносторонняго треугольника, на этомъ-же діаметрѣ построеннаго, проводится сѣкущая; соединя затѣмъ хордою тотъ конецъ діаметра, отъ котораго считалась вторая точка дѣленія, съ концемъ этой сѣкущей, получается приблизительно та искомая длина, откладывая которую по окружности, можно раздѣлить ее на заданное число равныхъ частей. Приемъ этотъ встрѣчается въ нѣкоторыхъ курсахъ черченія, а также онъ помѣщенъ въ руководствѣ Геометріи А. Малинина и Ѳ. Егорова (Москва 1879 г.) § 264, стр. 200., гдѣ по этому способу окружность (на чертежахъ) раздѣлена на 5, 7 и 9 частей. Если Васъ интересуетъ вообще вопросъ о дѣленіи окружности на равныя части и Вамъ хорошо извѣстны различныя теоретическія и практическія способы, то не найдете-ли возможнымъ составить для нашего журнала особую статью, посвященную обстоятельному разбору этого частнаго вопроса? Такъ напр. *способъ Маскерони* (см. Геометрическое черченіе Н. П. Нечаева, или *L. Mascheroni Gebrauch des Zirkels*. Berlin. 1825) при помощи котораго дѣленіе окружности на 4, 5, 8, 10, 12, 24 частей достигается безъ употребленія линейки при посредствѣ лишь циркуля, кажется намъ на столько интереснымъ, что мы бы съ охотою помѣстили о немъ отдѣльную статью.

## Каталогъ специальныхъ журналовъ

за 1886 г.

*съ указаніемъ ихъ приблизительной годовой цѣны.*

## А. Французскіе

въ Парижѣ:

Annales de chimie et de physique . . . . .	12	№№	18,00	руб.
Annales industrielles . . . . .	52	„	17,00	„
Annales des mines . . . . .	6	„	12,00	„
Annales des ponts et chaussées . . . . .	12	„	15,00	„
Annales des sciences naturelles. Botanique . . . . .	12	„	18,00	„
Annales des sciences naturelles. Zoologie . . . . .	12	„	15,00	„
Annales des sciences géologiques . . . . .	4	„	9,00	„
Annales scientifiques de l'École normale . . . . .	12	„	18,20	„
Annales télégraphiques . . . . .	6	„	7,50	„
Archives de zoologie expérimentale et générale . . . . .	4	„	24,00	„
Astronomie . . . . .	12	„	7,20	„
Bibliographie de la France . . . . .	52	„	12,50	„
Bulletin astronomique . . . . .	12	„	10,00	„
Bulletin des sciences mathématiques . . . . .	12	„	11,00	„
Bulletin de la Société chimique de Paris . . . . .	24	„	12,50	„
Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie . . . . .	12	„	22,00	„
Bulletin de la Société française de photographie . . . . .	12	„	7,00	„
Bulletin de la Société de géographie . . . . .	12	„	12,00	„
Bulletin de la Société géologique de France . . . . .	12	„	17,50	„
Bulletin de la Société mathématique de France . . . . .	6	„	9,00	„
Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences . . . . .	52	„	13,00	„
Electricien . . . . .	24	„	12,25	„
Electricité (съ 1-го Юля) . . . . .	52	„	7,50	„
Instruction primaire . . . . .	52	„	4,00	„
Instruction publique . . . . .	52	„	11,00	„
Journal des chemins de fer, des mines et de trav. publ. . . . .	52	„	6,50	„
Journal des instituteurs et des biblioth. publ. scolaires . . . . .	52	„	4,50	„
Journal de mathématiques élémentaires (съ 1-го Октября) . . . . .	20	„	4,00	„
Journal de mathématiques élémentaires et spéciales . . . . .	12	„	8,00	„
Journal de mathématiques pures et appliquées . . . . .	12	„	18,00	„

*(Продолженіе слѣдуетъ).*

# ОБЪЯВЛЕНІЯ.

Въ складѣ редакціи

**ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ**

имѣются для продажи слѣдующія книги:

1. Томъ I-й Журнала Элем. Матем. за 1884<sup>1</sup>/<sub>2</sub> уч. г., 18 № цѣна 4 р.
3. Томъ II-й „ „ „ „ 1885<sup>1</sup>/<sub>6</sub> „ „ „ „ „ 4 р.
3. Электричество К. Максвелла. Въ элем. обработкѣ. Переводъ подъ ред. Проф. М. П. Авенариуса Одобрено Уч. Ком. М. Н. Пр. ц. 1 р. 50 к.
4. Рѣчь Споттусвуда „О связи матем. съ другими науками“ перев. Н. А. Конопацкаго 1885. Изд. Кам.-Под. Гимн. ц. 35 к.
5. Электрическіе Аккумуляторы. Сост. Эр. Шпачинскій 1886 Изданіе Журнала Элементарной Математики. ц. 50 к.
6. Основы Ариѳметики Е. Коссака, Пер. И. Н. Красовскаго 1885 г. Изд. Журн. Элемент. Математики ц. 50 к.
7. Рѣчь Клаузиуса: „Связь между великими дѣятелями природы“. Пер. И. Н. Красовскаго 1885 г. Изд. Журн. Элем. Мат. ц. 20 к.
8. Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ, рѣшаемые посредствомъ уравненій 2-ой ст. Брю. Пер. И. Н. Красовскаго. 1886 г. Изд. Журн. Элем. Математики ц. 40 к.

## ТИПОГРАФІЯ Е. Т. КЕРЕРЪ,

АРЕНДУЕМАЯ

## Н. ПИЛЮЩЕНКО и С. БРОДОВСКИМЪ

Кіевъ, В. Владимірская ул., возлѣ Золотыхъ воротъ,  
домъ Сѣтовой.

Принимаются заказы всѣхъ типографскихъ работъ и гравированіе на деревѣ: чертежей, рисунковъ, видовъ, портретовъ и всякихъ клишэ для иллюстрированныхъ изданій, специальныхъ журналовъ, каталоговъ, календарей и пр. Типографія имѣетъ всѣ необходимые шрифты для печатанія математическихъ сочиненій. Цѣны самыя умеренныя. Смѣты высылаются по первому требованію.

Редакція Вѣстника Оп. Физики и Элементарной Математики печатаетъ на послѣднихъ страницахъ журнала частныя объявленія (о книгахъ, физич. приборахъ, учебныхъ пособіяхъ, журналахъ и пр.) съ платою за строку пегита, или за ея мѣсто:

за одинъ разъ 15 к.  
 „ два раза 25 к.  
 „ три „ 30 к.  
 „ четыре „ 35 к. и т. д.

Магазины книжные, физическихъ приборовъ и учебн. пособій при помѣщеніи въ „Вѣстникъ“ своихъ каталоговъ пользуются 20% уступки.

**ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА  
 НА ЖУРНАЛЪ „ТЕХНИКЪ“ НА 1886 ГОДЪ.**

(пятый годъ изданія)

На годъ съ пересылкой и доставкой 6 р.

„ полгода „ „ „ „ 4 р.

Лицамъ учащимся и служащимъ допускается разсрочка на какіе угодно сроки и суммы взноса.

За переѣзду адреса какъ городскіе, такъ и иногородные подписчики высылаютъ 30 к. (марками).

Нѣкоторые № за прошлые года почти совсѣмъ разошлись.

**КОНТОРА РЕДАКЦИИ: Москва. Мясницкія ворота, домъ Фирсановой.**

**ВЪ КНИЖНЫХЪ И МУЗЫКАЛЬНЫХЪ МАГАЗИНАХЪ**

**БОЛЕСЛАВА КОРЕЙВО**

комисіонера Императорскаго русскаго музыкальнаго общества въ Кіевѣ, Крещатики, № 35, въ Одесѣ, Дерибасовская, противъ городского сада, къ новому учебному году приготовлены

**УЧЕБНЫЯ КНИГИ**

самыхъ послѣднихъ изданій, въ изящныхъ и прочныхъ переплетахъ и безъ переплетовъ, какъ равно и

**НОТЫ**

по программамъ Консерваторій и музыкальныхъ училищъ Императорскаго русскаго музыкальнаго общества. Тамъ-же продается книга подъ заглавіемъ:

**ПРОГРАММЫ, ПРАВИЛА И ПРАВА**

всѣхъ Кіевскихъ учебныхъ заведеній. Составилъ М. М. Захарченко, преподаватель Кіевской 2-й гимназіи. Цѣна 1 руб., съ перес. 1 руб. 20 коп.

ЭЛЕКТРО-ТЕХНИКЪ И ОПТИКЪ  
**А. В. АНАНЬИНЪ.**

Кіевъ. Крещатикъ, домъ Барскаго.

ВЪ КНИЖНЫЕ  МАГАЗИНЫ

**НИКОЛАЯ ЯКОВЛЕВИЧА ОГЛОВЛИНА,**

коммисіонера ИМПЕРАТОРСКАГО Университета Св. Владиміра

въ Кіевѣ, Крещатикъ № 33, и въ С.-Петербургѣ, М. Садовая № 4.

Поступили въ продажу новыя книги:

Абрагамсонъ А. Электрическіе контрольные приборы для желѣзныхъ дорогъ, съ 15 политип. и 7 лист. чертеж. К. 1886 ц. 1 р.

Алексѣевъ П. Метеріалы для исторіи химической лабораторіи Университета Св. Влад. (1834—1884) Съ прилож. портр. Фонберга и плана лабораторіи. К. 1886 ц. 60 к.

Алексѣевъ П. Обзоръ русской химической литературы за 1885 г. К. 1886 ц. 30 к.

Арцишъ В. Паровая техника и паровозы. Курсъ III класса техн. желѣ. дор. училищъ. Кременчугъ. 1885.

Атласъ исполнительныхъ чертежей машинъ, заводскихъ зданій и прочихъ техническихъ сооружений. М. 1886 ц. 2 р. 25 к.

Барановскій М и Фроловъ А. Записки начальной механики. Съ 7-ю табл. черт. СПб. 1885 ц. 2 р.

Батарбаевъ И. Справ. книга для денежныхъ расчетовъ. СПб. 1886 ц. 50 к.

Больштейнъ Ф. и Явейнъ Л. Руков. къ качественному и количественному анализу. СПб. 1886 ц. 1 р.

Бобылевъ Д. Гидростатика и теорія упругости. Вып. 1. Съ черт. СПб. 1886 ц. 1 р. 70 к.

Бобылевъ Д. Руков. къ курсу теоретической механики (Кинематика, кинетика и гидростатика) Съ 6 лист. черт. СПб. 1886 ц. 3 р. 75 к.

Бобынинъ В. Философское, научное и педагогическое значеніе исторіи математики. М. 1886 ц. 50 к.

Бутлеровъ А. Основныя понятія химіи. СПб. 1886 ц. 40 к.

*(Продолженіе слѣдуетъ).*

Дозволено цензурою. Кіевъ, 22 Августа 1886 года.

Тип. Е. Т. Кереръ, арендуемая Н. Пилюченко и С. Бродовскимъ.

Обложка  
щется

Обложка  
щется