

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

СОБРАНИЕ  
ТРУДОВ

АКАДЕМИКА

А.Н.КРЫЛОВА

II

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР  
МОСКВА · ЛЕНИНГРАД

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

---

СОБРАНИЕ ТРУДОВ

АКАДЕМИКА

А. Н. КРЫЛОВА

П

КОМПАСНОЕ ДЕЛО

-94/3/-

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

МОСКВА—ЛЕНИНГРАД

1943

*Печатается по постановлению Редакционно-издательского  
совета АН СССР за № 2039*

---

Редактор проф. Н. И. Идельсон

Подписано к печати 18/IX 1943 г., Л 28832, печ. л. 11<sup>1</sup>/<sub>4</sub>, уч.-изд. л. 12, 4.  
Тираж 1500 экз. Цена книги в переплете 10 руб. Заказ № 908.

---

16-я типография треста «Полиграфкнига», Москва, Трехпрудный пер., 9.

# **МАГНИТНЫЕ КОМПАСЫ**

---

## **ОСНОВАНИЯ ТЕОРИИ ДЕВИАЦИИ КОМПАСА**

### **ПРЕДИСЛОВИЕ**

В конце сентября 1938 г. я прочел в Институте теоретической геофизики Академии Наук СССР доклад «Возмущения показаний компаса, происходящие от качки корабля на волнении».

В этом докладе приходилось не раз упоминать о девиации компаса и ее уничтожении.

После доклада директор института акад. О. Ю. Шмидт и члены Совета института выразили пожелание, чтобы я изложил «Основания теории девиации компаса», представляющие интерес для института, в задачу которого входит изучение земного магнетизма, столь важное для мореплавания и авиации.

На корабле необходимо кроме того знать и свойства судового магнетизма, влияющего на показания компаса; это же относится и к воздушным кораблям (дирижаблям) и к самолетам.

Погрешность показаний компаса, происходящая от влияния судового железа, точнее говоря, от «судового магнетизма», и называется *девиацией компаса*.

Я прочел в институте несколько лекций по этому предмету, останавливаясь главным образом на принципиальной теоретической его части. Совет института постановил напечатать эти лекции, включив их в серию научно-технических изданий Академии Наук.

Необходимо заметить, что учение о девиации компасов благодаря трудам И. П. де Коллонга, охватывающим промежуток времени около 40 лет, стояло в нашем флоте гораздо выше, нежели в любом из иностранных флотов, и продолжает удерживать этот уровень благодаря работам учеников Ивана Петровича.

С 1884 по 1887 г. я имел счастье работать по девиации компасов под непосредственным руководством Ивана Петровича, быть затем его учеником в Морской академии и, наконец, по его указаниям работать в совершенно другой области практической математики—расчетах Эмеритальной кассы Морского ведомства в связи с различными преобразованиями службы во флоте.

Имя Ивана Петровича де Коллонга столь часто встречается в этих лекциях потому, что, наряду с Пуассоном, Арчибалдом Смитом и В. Томсоном, Иван Петрович является истинным творцом этой области знаний, столь важной для мореплавания, а теперь и для авиации.

Я считаю полезным остановиться на принятом мною в этих лекциях способе изложения, который местами отличается от обычного.

Книга подразделена на две главы:

I. Вычисление девиации.

II. Уничтожение девиации.

В первой главе обычным способом выводятся уравнения Пуассона, затем из них получается формула тангенса девиации и ее графическое представление дигограммою.

Рассмотрев свойства диграммы, я особенно подробно останавливаюсь на задаче де Коллонга: по наблюденным на трех курсах девиациям и силам построить диграмму. Приведя графическое решение де Коллонга, я даю полное аналитическое решение, поясняемое численным примером, чтобы показать, какова точность, достижимая при тщательном черчении.

Затем излагается разложение девиации в ряды, причем применен простой, чисто элементарный прием. После установления связи между «точными» и «приближенными» коэффициентами девиации изложено вычисление коэффициентов по наблюдениям на равноотстоящих курсах. Глава заканчивается выводом выражения креновой девиации.

Во второй главе я излагаю главнейшие способы уничтожения девиации, несколько изменив изложение этого вопроса И. П. де Коллонгом в его лекциях, читанных в Морской академии в 1888—1890 гг., которые напечатаны не были.

В конце этой главы обращено внимание на настоятельную необходимость *полного* уничтожения девиации на самолетах, т. е. для всех мест земной поверхности и всех высот полета, установкой Флиндерсбара, используя для этого Курскую магнитную аномалию, на которой в расстоянии нескольких километров друг от друга можно выбрать такие места, разность между магнитными элементами которых превышает разность этих элементов между Кронштадтом и Магеллановым проливом.

## ГЛАВА I

### Главнейшие уравнения и формулы для вычисления девиации

§ 1. Изучение земного магнетизма является одной из основных задач Института теоретической геофизики. Это изучение имеет не только теоретическое, но и весьма важное практическое значение как для кораблевождения, так и для авиации, ибо гирокомпас в силу сложности своего устройства, дороговизны и необходимости весьма тща-

тельного ухода за ним далеко еще не вытеснил магнитного компаса с огромного большинства самолетов и торговых судов.

Приблизительно сто лет назад в судостроении дерево стало заменяться железом, которое пятьдесят лет назад заменилось сталью, и если для деревянных парусных судов было достаточно для практики мореплавания знать из элементов земного магнетизма лишь склонение, то для железных судов надо кроме того знать напряжение и наклонение, чтобы иметь возможность учитывать девиацию компаса, т. е. погрешность его показаний, происходящую от влияний на компас судового железа.

Ясно, что отчетливое знание оснований теории девиации компаса является полезным для лиц, занимающихся земным магнетизмом, ибо оно укажет им непосредственные практические приложения учения о земном магнетизме.

С согласия акад. О. Ю. Шмидта я и буду иметь честь провести несколько бесед о теории девиации компаса в том виде, в каком, как мне кажется, эта теория нужна геофизикам.

§ 2. В состав корпуса современного корабля, в особенности военного, входит много сортов стали, различных не только по своим механическим качествам, но и по магнитным качествам и свойствам, по отношению к которым можно сохранить данное еще в 1829 г. Пуассоном подразделение на *твердое* и *мягкое* судовое железо.

*Твердое* обладает, подобно закаленной стали, «задерживательной» силою или способностью, поэтому оно долгое время (годами) сохраняет магнитное состояние, приобретенное им в продолжение постройки корабля, когда корабль 12—18 мес. занимает постоянное положение относительно магнитного меридиана места.

Вследствие этого корабль представляет собою как бы огромный постоянный магнит, обладающийнейтральною плоскостью, по одну сторону от которой намагничивание «северное», по другую — «южное».

*Мягкое* судовое железо задерживательною силою не обладает и приобретает от земного магнетизма лишь «мгновенное» магнитное состояние, зависящее от положения корабля относительно магнитного меридиана.

Намагничивание мягкого железа земною магнитною силою далеко от «насыщения», поэтому его можно считать пропорциональным напряжению земного магнетизма в данном месте и следующим *принципу наложения*, о котором будет сказано ниже.

Не останавливаясь на подробностях, примем вышеуказанные свойства твердого и мягкого железа за *основную гипотезу*, подтверждаемую простыми, всем известными опытами в малом виде и распространенную на массы железа и стали в десятки тысяч тонн, образующие корпус, механизмы, снабжение, вооружение, бронирование военного корабля, корпус, механизмы, а иногда и груз (железная руда, рельсы и т. д.) корабля коммерческого.

§ 3. На основании высказанных гипотез составим данные Пуассоном уравнения равновесия компасной стрелки на корабле, находящемся в прямом положении, т. е. не имеющем ни крена (наклонение около продольной оси), ни дифферента (наклонение около поперечной оси).

Размеры стрелок компаса настолько малы по сравнению с расстояниями до ближайших к ним масс судового железа, что можно считать магнитное поле, в котором стрелки компаса находятся, однородным и таким, которое имеет место в той точке, где находится острье шпильки компаса; поэтому достаточно рассмотреть магнитную силу, действующую на северный (т. е. указывающий на N) полюс стрелки, ибо сила, действующая на южный полюс, равна и параллельна предыдущей, но направлена в противоположную сторону, так что эти две силы образуют пару, плоскость которой, если бы на картушку никаких других сил кроме магнитных не действовало, и представляла бы так называемый компасный меридиан, и тогда в этой плоскости и лежала бы «магнитная ось» картушки.

Картушка делается так, чтобы ее диаметр NS был параллелен ее магнитной оси.

Но на картушку кроме магнитных сил действуют: а) сила тяжести, иначе вес картушки, б) реакция топки, о которую опирается шпилька, в) вес регулировочных грузиков.

При правильном устройстве картушки компаса ее регулировка состоит из двух операций: 1°) механического уравновешения и 2°) магнитного уравновешения.

Механическое уравновешение состоит в таком расположении двух добавочных грузиков, из которых один перемещается по диаметру OW, другой — по диаметру NS, чтобы плоскость лимба картушки, когда система стрелок картушки не намагнечена или когда напряжение магнитного поля, в котором картушка находится, равно нулю, была горизонтальна, т. е. центр тяжести картушки и острье шпильки, если шпилька прикреплена к картушке, лежали бы на прямой, перпендикулярной к плоскости лимба, несколько ниже острия шпильки; если же к картушке прикреплена топка, то центр тяжести картушки и вершина топки должны лежать на прямой, перпендикулярной к плоскости лимба, несколько ниже вершины топки.

Магнитное уравновешение состоит в таком расположении добавочного грузика  $p_1$ , передвигаемого по диаметру NS картушки, чтобы и после намагничивания плоскость лимба оставалась горизонтальной, т. е. чтобы момент веса  $p_1$  добавочного грузика относительно диаметра OW картушки уравновешивал магнитную пару  $MZ$ , происходящую от вертикальной слагающей Z магнитного поля.

Шпильку предполагаем укрепленной к картушке, а топку — к котелку компаса.

В этих предположениях и составим условия равновесия картишки компаса на корабле, находящемся в покое и прямом положении.

§ 4. Примем точку опоры острия шпильки за начало координат, неизменно связанных с кораблем  $oxyz$ ; за плоскость  $zox$  возьмем плоскость, параллельную диаметральной плоскости корабля, за плоскость  $xoy$  примем плоскость, параллельную грузовой ватерлинии корабля при нормальной его нагрузке (накрашенная на корабле ватерлиния, совпадающая с горизонтом воды при нормальной нагрузке корабля). Положительную ось  $ox$  возьмем в нос (фиг. 1), положительное направление  $oy$  — к правому борту и положительное направление оси  $oz$  — вертикально вниз.

Обозначим составляющие напряжения земного магнетизма по указанным осям координат через  $X, Y, Z$ , так что горизонтальная слагающая

$$H = +\sqrt{X^2 + Y^2}$$

и вертикальная

$$Z = H \operatorname{tg} \theta$$

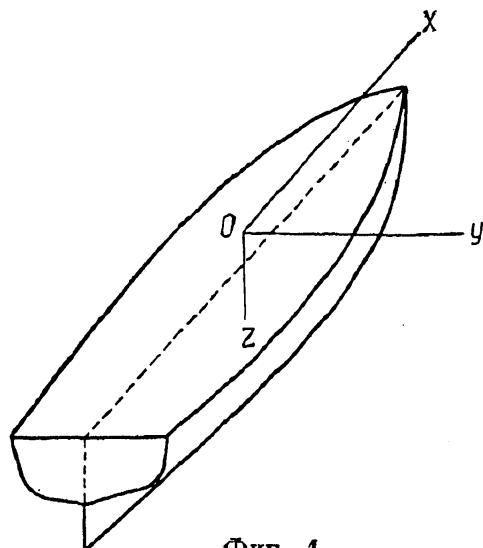
причем в северном магнитном полушарии  $Z > 0$  и наклонение  $\theta > 0$ .

По гипотезе Пуассона и принципу наложения каждая из этих слагающих в отдельности вызывает в мягком судовом железе намагничивание, пропорциональное своему мгновенному значению, значит в точке  $o$  — месте компаса — проекции напряжения поля слагаются из частных напряжений, показанных в следующей таблице.

Наименование магнитной силы	Слагающие напряжения в точке $o$		
	по оси $ox$	по оси $oy$	по оси $oz$
Земного поля . . .	$X$	$Y$	$Z$
Наведен. сил $X$ . .	$aX$	$dX$	$gX$
» » $Y$ . .	$bY$	$eY$	$hY$
» » $Z$ . .	$cZ$	$fZ$	$kZ$
Пост. суд. магнет. .	$P$	$Q$	$R$

Обозначая через  $X_1, Y_1, Z_1$  слагающие полного напряжения магнитного поля в точке  $o$ , получим:

$$(1) \quad \begin{aligned} X_1 &= X + aX + bY + cZ + P \\ Y_1 &= Y + dX + eY + fZ + Q \\ Z_1 &= Z + gX + hY + kZ + R \end{aligned}$$



Фиг. 1.

причем  $a, b, c, \dots k, P, Q, R$  суть *постоянные* для данного корабля количества, именуемые «коэффициентами Пуассона».

Вектор  $H'$ , слагающие которого суть  $X_1, Y_1, Z_1$ , представляет полное напряжение судового магнитного поля в точке  $o$ ; вертикальная плоскость, проведенная через этот вектор, представляет *компасный меридиан*. В этой плоскости и лежит магнитная ось (линия NS) правильно выверенной картушки и притом горизонтально, если картушка правильно уравновешена, что мы и будем предполагать.

**§ 5.** Девиация  $\delta$  есть угол между плоскостью магнитного меридиана и плоскостью «компасного меридиана»; чтобы определить этот угол при *данном* магнитном курсе  $\alpha$  корабля, возьмем первые два уравнения Пуассона (I), сделаем в них следующую замену и затем нижепоказанное построение. Очевидно будет:

$$a = \frac{a+e}{2} + \frac{a-e}{2}; \quad e = \frac{a+e}{2} - \frac{a-e}{2}$$

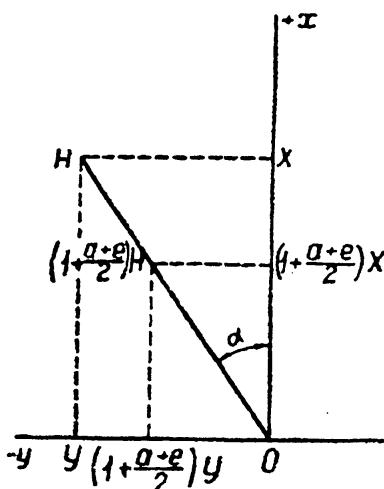
$$b = \frac{d+b}{2} - \frac{d-b}{2}; \quad d = \frac{d+b}{2} + \frac{d-b}{2}$$

На основании этих равенств упомянутые уравнения будут:

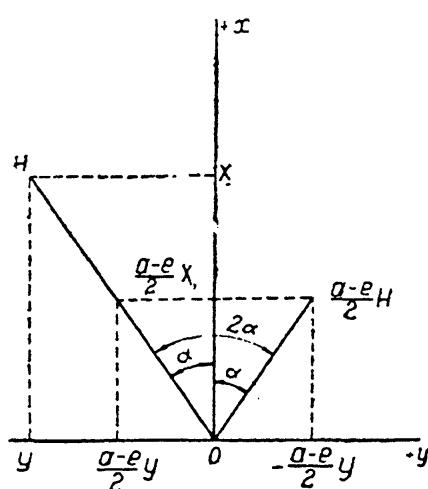
$$X_1 = \left(1 + \frac{a+e}{2}\right) X + \frac{a-e}{2} X + \frac{d+b}{2} Y - \frac{d-b}{2} Y + (cZ + P)$$

$$Y_1 = \left(1 + \frac{a+e}{2}\right) Y - \frac{a-e}{2} Y + \frac{d+b}{2} X + \frac{d-b}{2} X + (fZ + Q)$$

Будем теперь геометрически складывать попарно силы, стоящие друг над другом в этих уравнениях.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

1. Фиг. 2 показывает, что силы

$$\left(1 + \frac{a+e}{2}\right) X \quad \text{и} \quad \left(1 + \frac{a+e}{2}\right) Y$$

слагаются в одну равнодействующую, равную

$$\left(1 + \frac{a+e}{2}\right) H$$

направленную по магнитному меридиану.

2. Фиг. 3 показывает, что силы

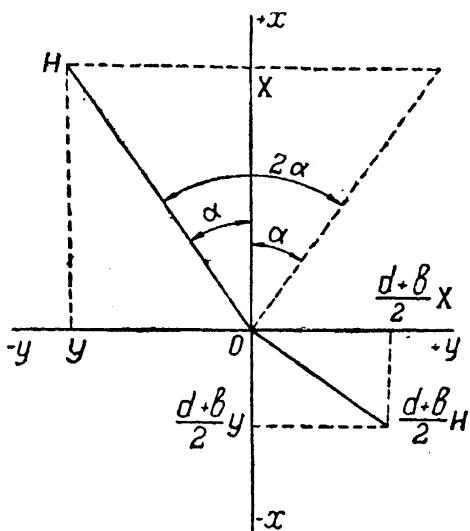
$$\frac{a-e}{2} X \quad \text{и} \quad -\frac{a-e}{2} Y$$

слагаются в одну равнодействующую, симметричную с силою  $\frac{a-e}{2} H$ , или, как говорят, «направленную по зеркальному изображению магнитного меридиана в диаметральной плоскости», т. е. ее направление составляет с магнитным меридианом угол  $2\alpha$ .

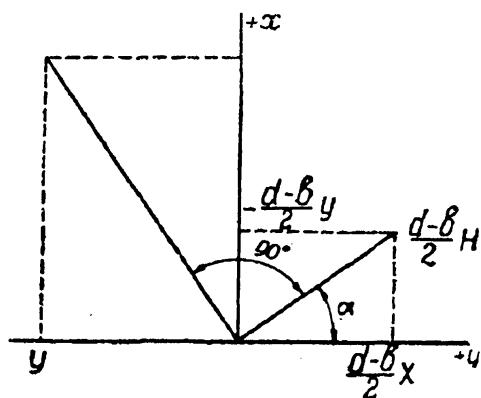
3. Фиг. 4 показывает, что силы

$$\frac{d+b}{2} Y \quad \text{и} \quad \frac{d+b}{2} X$$

слагаются в равнодействующую, перпендикулярную к предыдущей, т. е. составляющую с меридианом угол  $90^\circ + 2\alpha$ .



Фиг. 4.



Фиг. 5.

4. Фиг. 5 показывает, что силы

$$-\frac{d-b}{2} Y \quad \text{и} \quad \frac{d-b}{2} X$$

слагаются в равнодействующую, перпендикулярную к магнитному меридиану и направленную к Ost'y.

5. Сила ( $cZ + P$ ) направлена по диаметральной плоскости корабля, т. е. составляет с магнитным меридианом угол, равный курсу  $\alpha$ .

6. Сила ( $fZ + Q$ ) направлена по перпендикуляру к диаметральной плоскости, т. е. составляет с магнитным меридианом угол, равный  $90^\circ + \alpha$ .

Арчибалльд Смит, автор руководства по девиации компаса, составленного и изданного по поручению английского адмиралтейства, сделал обозначения, которые мы приведем ниже [см. формулу (IV) на стр. 11].

Таким образом напряжение магнитного поля слагается из следующих *шести* составляющих:

- 1)  $\left(1 + \frac{a+e}{2}\right) H = \lambda H$  по магнитному меридиану;
- 2)  $\left(\frac{a-e}{2}\right) H = \mathfrak{D} \lambda H$  по зеркальному изображению меридиана диаметральной плоскости;
- 3)  $\frac{d+b}{2} H = \mathfrak{C} \lambda H$  перпендикулярно к зеркальному изображению;
- 4)  $\frac{d-b}{2} H = \mathfrak{U} \lambda H$  перпендикулярно к магнитному меридиану;
- 5)  $cZ + P = \left(\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{\lambda H}\right) \lambda H = \mathfrak{B} \lambda H$  по диаметральной плоскости;
- 6)  $fZ + Q = \left(\frac{f}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{\lambda H}\right) \lambda H = \mathfrak{C} \lambda H$  перпендикулярно к диаметральной плоскости.

Вообразив для простоты дальнейших рассуждений, что магнитная система картушки заменена одним элементарным магнитом, состоящим из двух магнитных масс  $m, -m$  с весьма малым расстоянием  $L$  между ними, таким, что

$$mL = M$$

где  $M$  — магнитный момент системы стрелок компаса, можем сказать, что на N-й конец этого элементарного магнита действуют шесть сил, которые равны соответственно произведению напряжения на магнитную массу  $m$ . В дальнейшем нам понадобятся только отношения между этими силами; в этих отношениях множитель  $m$  пропадет, и мы можем кратко сказать, что на корабле на N-й конец стрелки компаса действуют следующие шесть сил, составляющие с магнитным меридианом углы:

Силы	Углы с сев. частью магн. меридиана	Силы	Углы с сев. частью магн. меридиана
$\lambda H$	$0^\circ$	$\mathfrak{C} \lambda H$	$90^\circ + \alpha$
	$90^\circ$	$\mathfrak{D} \lambda H$	$2\alpha$
	$\alpha$	$\mathfrak{B} \lambda H$	$90^\circ + 2\alpha$

где  $\alpha$  есть курс корабля. Эти углы относятся к *положительному* направлению сил.

Сделаем теперь следующее построение (фиг. 6). Проведем прямую  $OM$ , и пусть эта прямая изображает северную часть магнитного меридиана, а точка  $O$  — острье шпильки.

Отложим длину  $OH = \lambda H$  в произвольном масштабе. Затем в том же масштабе будем откладывать длины:

$$HA = \mathfrak{A} \lambda H \text{ по перпен. к } OM$$

$$AB = \mathfrak{B} \lambda H \text{ под углом } \alpha \text{ к } OM$$

$$BC = \mathfrak{C} \lambda H \text{ под углом } (\alpha + 90^\circ) \text{ к } OM$$

$$CD = \mathfrak{D} \lambda H \text{ под углом } 2\alpha \text{ к } OM$$

$$DE = \mathfrak{E} \lambda H \text{ под углом } (2\alpha + 90^\circ) \text{ к } MO$$

Замыкающая  $OE$  ломаной  $OMABC$  представит по величине и направлению силу  $H'$ , действующую на N-й конец стрелки, и значит угол  $MOE$  предстаёт девиацию компаса, когда корабль лежит на магнитном курсе  $\alpha$ .

Проектируя ломаную и ее замыкающую на направление магнитного меридиана  $OM$  и перпендикулярное к нему  $WO$ , получим:

$$(II) \quad \begin{aligned} H' \cos \delta &= (1 + \mathfrak{B} \cos \alpha - \mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{D} \cos 2\alpha - \mathfrak{E} \sin 2\alpha) \lambda H \\ H' \sin \delta &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \alpha + \mathfrak{C} \cos \alpha + \mathfrak{D} \sin 2\alpha + \mathfrak{E} \cos 2\alpha) \lambda H \end{aligned}$$

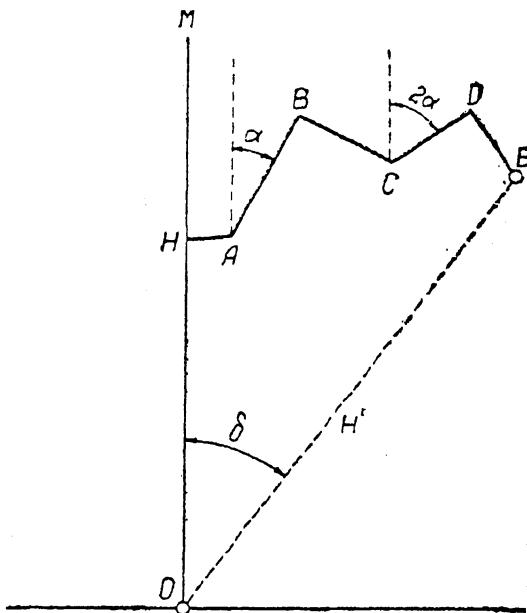
Отсюда следует формула Арчибальда Смита:

$$(III) \quad \tan \delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \alpha + \mathfrak{C} \cos \alpha + \mathfrak{D} \sin 2\alpha + \mathfrak{E} \cos 2\alpha}{1 + \mathfrak{B} \cos \alpha - \mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{D} \cos 2\alpha - \mathfrak{E} \sin 2\alpha}$$

именуемая «формулой тангенса девиации».

В этой формуле коэффициенты  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \mathfrak{E}$  связаны с «коэффициентами Пуассона» соотношениями:

$$(IV) \quad \begin{aligned} \lambda &= 1 + \frac{a + e}{2} \\ \mathfrak{A} &= \frac{d - b}{2\lambda} \\ \mathfrak{B} &= \frac{c}{\lambda} \tan \theta + \frac{P}{\lambda H} \\ \mathfrak{C} &= \frac{f}{\lambda} \tan \theta + \frac{Q}{\lambda H} \\ \mathfrak{D} &= \frac{a - e}{2\lambda} \\ \mathfrak{E} &= \frac{d + b}{2\lambda} \end{aligned}$$



Фиг. 6.

и называются «точными коэффициентами девиации», в отличие от «приближенных», о которых будет сказано ниже. Все эти коэффициенты —

числа *отвлеченные*, независимые от тех единиц, в которых выражаются напряжение поля или магнитные силы<sup>1</sup>.

§ 6. При геометрическом выводе соотношений (IV) было предположено, что все входящие в них величины — *положительные*; отсюда возникает сомнение, имеют ли место все полученные результаты, в особенности относительно направлений, когда некоторые из этих величин — *отрицательные*; поэтому дадим общий аналитический вывод формулы тангенса девиации.

При всяких значениях  $\alpha$  и  $\delta$  по теореме проекций имеем равенства:

$$\begin{aligned} X &= H \cos \alpha; & Y &= H \cos (90^\circ + \alpha) = -H \sin \alpha \\ X_1 &= H' \cos (\alpha - \delta); & Y_1 &= H' \cos (90^\circ + \alpha - \delta) = -H' \sin (\alpha - \delta) \end{aligned}$$

на основании которых первые два уравнения Пуассона примут вид:

$$\begin{aligned} H' \cos (\alpha - \delta) &= (1 + a) H \cos \alpha - b H \sin \alpha + (cZ + P) \\ -H' \sin (\alpha - \delta) &= -(1 + e) H \sin \alpha + d H \cos \alpha + (fZ + Q) \end{aligned}$$

Умножим первое из этих уравнений на  $\cos \alpha$ , второе на  $-\sin \alpha$  и сложим; затем умножим первое уравнение на  $\sin \alpha$ , второе — на  $\cos \alpha$  и сложим. Тогда, замечая, что

$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos (\alpha - \delta) + \sin \alpha \sin (\alpha - \delta) &= \cos \delta \\ \sin \alpha \cos (\alpha - \delta) - \cos \alpha \sin (\alpha - \delta) &= \sin \delta \\ \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha &= 1; \quad 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha; \quad 2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha \\ 2 \sin \alpha \cos \alpha &= \sin 2\alpha \end{aligned}$$

получим равенства:

$$\begin{aligned} H' \cos \delta &= H [1 + a \cos^2 \alpha + e \sin^2 \alpha - (d + b) \sin \alpha \cos \alpha] \\ &\quad + (cZ + P) \cos \alpha - (fZ + Q) \sin \alpha \\ H' \sin \delta &= H [(a - e) \sin \alpha \cos \alpha - b \sin^2 \alpha + d \cos^2 \alpha] \\ &\quad + (cZ + P) \sin \alpha + (fZ + Q) \cos \alpha \end{aligned}$$

<sup>1</sup> В 1886 г. мною построен прибор, воспроизводящий механически формулу тангенса девиации. Описание этого прибора можно найти в моей статье «О новом дромоскопе» (помещена в этом томе) и в «Руководстве по девиации компаса Ф. Ф. Ридигера и Н. Н. Оглоблинского» (СПб, 1895).

Отличие этого прибора от других подобных состоит в том, что он решает не только прямую задачу, т. е. вычисление девиации по данным коэффициентам, но и обратную, именно определение коэффициентов  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$  по двум наблюдениям, т. е. девиации и силы на одном курсе, или сил на двух курсах, или девиаций на двух курсах.

которые на основании предыдущих тригонометрических формул принимают вид:

$$(IV) \quad \begin{aligned} H' \cos \delta &= H \left[ \left( 1 + \frac{a+e}{2} \right) + \frac{a-e}{2} \cos 2\alpha - \frac{d+b}{2} \sin 2\alpha \right] \\ &\quad + (cZ + P) \cos \alpha - (fZ + Q) \sin \alpha \\ H' \sin \delta &= H \left[ \frac{a-e}{2} \sin 2\alpha + \frac{d-b}{2} + \frac{d+b}{2} \cos 2\alpha \right] \\ &\quad + (cZ + P) \sin \alpha + (fZ + Q) \cos \alpha \end{aligned}$$

Положив, как и раньше,

$$(IV) \quad \begin{aligned} 1 + \frac{a+e}{2} &= \lambda \\ \frac{d-b}{2\lambda} &= \mathfrak{A}; \quad \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{\lambda H} = \mathfrak{B}; \quad \frac{f}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H\lambda} = \mathfrak{C} \\ \frac{a-e}{2\lambda} &= \mathfrak{D}; \quad \frac{d+b}{2\lambda} = \mathfrak{E} \end{aligned}$$

напишем предыдущие уравнения так:

$$(II) \quad \begin{aligned} \frac{H'}{\lambda H} \cos \delta &= 1 + \mathfrak{B} \cos \alpha - \mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{D} \cos 2\alpha - \mathfrak{E} \sin 2\alpha \\ \frac{H'}{\lambda H} \sin \delta &= \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \alpha + \mathfrak{C} \cos \alpha + \mathfrak{D} \sin 2\alpha + \mathfrak{E} \cos 2\alpha \end{aligned}$$

отсюда следует:

$$(III) \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \alpha + \mathfrak{C} \cos \alpha + \mathfrak{D} \sin 2\alpha + \mathfrak{E} \cos 2\alpha}{1 + \mathfrak{B} \cos \alpha - \mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{D} \cos 2\alpha - \mathfrak{E} \sin 2\alpha}$$

т. е. формула тангенса девиации, которую мы уже имели выше; значит все выводы § 4 являются общими и не зависят от величины и знаков входящих в них постоянных.

По умножении на  $\lambda H$  формулы (II) напишутся так:

$$\begin{aligned} H' \cos \delta &= \lambda H + \mathfrak{B} \lambda H \cos \alpha - \mathfrak{C} \lambda H \sin \alpha + \mathfrak{D} \lambda H \cos 2\alpha - \mathfrak{E} \lambda H \sin 2\alpha \\ H' \sin \delta &= \mathfrak{A} \lambda H + \mathfrak{B} \lambda H \sin \alpha + \mathfrak{C} \lambda H \cos \alpha + \mathfrak{D} \lambda H \sin 2\alpha + \mathfrak{E} \lambda H \cos 2\alpha \end{aligned}$$

На основании этих формул и теоремы проекций можно высказать следующее положение.

*На корабле при прямом его положении на картушку компаса действуют следующие горизонтальные силы:*

- 1)  $\lambda H$  по магнитному меридиану к N-ду ( $\lambda > 0$  всегда);
- 2)  $\mathfrak{B} \lambda H$  перпендикулярно к магнитному меридиану (к Ost, когда  $\mathfrak{B} > 0$ , и к W, когда  $\mathfrak{B} < 0$ );
- 3)  $\mathfrak{C} \lambda H$  по диаметральной плоскости (в нос, когда  $\mathfrak{C} > 0$ , и в корму при  $\mathfrak{C} < 0$ );
- 4)  $\mathfrak{D} \lambda H$  перпендикулярно к диаметральной плоскости (вправо при  $\mathfrak{D} > 0$  и влево при  $\mathfrak{D} < 0$ );

5)  $\Re\lambda H$  по зеркальному изображению в диаметральной плоскости (когда  $\Re > 0$ , и обратно зеркальному изображению, если  $\Re < 0$ );

6)  $\Im\lambda H$  перпендикулярно к зеркальному изображению (вправо, когда  $\Im > 0$ , и влево, когда  $\Im < 0$ ).

Таким образом все результаты, полученные в § 5 геометрически, получаются и аналитически. Аналитический вывод помимо общности имеет еще то преимущество, что все формулы (IV) получились совершенно естественно, так сказать сами собою, помимо искусственных подстановок, примененных при геометрическом выводе.

Коэффициент  $\lambda$  всегда положительный и меньше 1; коэффициент  $\Re$  всегда положительный; прочие коэффициенты бывают и положительные и отрицательные.

Для главного компаса, который ставится в диаметральной плоскости корабля и для которого ближайшие (в расстоянии 1.50 — 2 м) железо и сталь заменяются немагнитными металлами или деревом, обычные значения коэффициентов при неуничтоженной девиации примерно такие:

$$\begin{aligned}\lambda &\approx 0.85 - 0.90; \quad \Re \approx 0.03; \quad \Im \approx \mathfrak{C} \approx 0.15 - 0.20 \\ \Re &= 0.06 - 0.12; \quad \Im \approx 0.03\end{aligned}$$

причем, как уже сказано,  $\lambda$  и  $\Re$  всегда положительные, прочие могут быть и положительные и отрицательные.

Коэффициенты Пуассона:  $a, b, c, d, e, f, P$  и  $Q$ , входящие в формулу (I), все постоянные для данного корабля и данной его нагрузки и посадки. Из формулы (I) видно, что коэффициенты  $\lambda, \Re, \Im$  также постоянные, но коэффициенты

$$\begin{aligned}\Im &= \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{\lambda H} \\ \mathfrak{C} &= \frac{f}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{\lambda H}\end{aligned}$$

содержащие  $\operatorname{tg} \theta$  и  $H$ , где  $\theta$  есть «магнитное наклонение», или, как его часто называют, «магнитная широта», и  $H$  — «горизонтальная составляющая напряжения земного магнетизма», изменяется вместе с  $\theta$  и  $H$ , т. е. с переходом корабля в различные места земной поверхности.

§ 7. На корабле имеется возможность определять из наблюдений:  
а) девиацию и б) силу, действующую на стрелку компаса, или, точнее говоря, напряжение поля.

Девиация определяется, сличая компасный пеленг или компасный азимут какого-либо светила с вычисленным астрономически или пересекая створ, направление которого известно, и наблюдая компасный пеленг этого створа; есть и другие способы, о которых говорить не будем и которые излагаются в курсах «Навигации» и «Мореходной астрономии».

Сила, действующая на систему стрелок компаса, измеряется особым прибором, изобретенным И. П. де Коллонгом; описание этого прибора будет дано ниже.

Из формулы тангенса девиации, содержащей пять параметров ( $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{E}$ ), видно, что если девиацию наблюсти на пяти различных курсах, то мы тотчас же получим пять уравнений первой степени, из которых и определим сказанные параметры, или «точные коэффициенты девиации». Если же на одном из этих курсов измерить не только девиацию, но и силу  $H'$ , а затем на берегу измерить силу  $H$ , то из уравнений (II) мы найдем и величину  $\lambda$ .

Уравнения (II) показывают вместе с тем, что если на трех различных курсах наблюдены девиации и силы, то из этих уравнений найдутся как коэффициенты девиации, так и величина  $\lambda H$  в тех единицах магнитных сил, которые нанесены на шкале дефлектора.

Но такое определение потребовало бы решения системы в одном случае пяти, а в другом случае шести уравнений первой степени с пятью или шестью неизвестными; такого рода вычисление слишком сложно, чтобы его производить на корабле.

И. П. де Коллонг дал замечательное графическое решение задачи об определении величины  $\lambda H$  и коэффициентов девиации по наблюдениям девиации и силы на трех курсах. Это решение основано на свойствах так называемой дигограммы № 1, также данных де Коллонгом.

Диграмма (сокращение слов dynamo-gonio-gramma) есть графическое изображение силы и девиации для различных курсов корабля, т. е. видоизмененное построение чертежа, приведенного на фиг. 6, которым мы воспользовались для вывода формулы тангенса девиации.

Этот чертеж есть не что иное, как многоугольник сил, действующих на компас. Так как нам нужно главным образом направление их равнодействующей, то масштаб чертежа безразличен, и мы можем принять силу  $\lambda H$  за единицу и считать, что на компас действуют следующие шесть сил:

Величина силы	Направление, считаемое от магн. меридиана
1	0°
$\mathfrak{A}$	90°, когда $\mathfrak{A} > 0$ , и 270°, когда $\mathfrak{A} < 0$
$\mathfrak{B}$	$\alpha$ , когда $\mathfrak{B} > 0$ , и $(180^\circ + \alpha)$ , когда $\mathfrak{B} < 0$
$\mathfrak{C}$	$\alpha + 90^\circ$ , когда $\mathfrak{C} > 0$ , и $(\alpha + 270^\circ)$ , когда $\mathfrak{C} < 0$
$\mathfrak{D}$	$2\alpha$ , когда $\mathfrak{D} > 0$ , и $(180^\circ + 2\alpha)$ , когда $\mathfrak{D} < 0$
$\mathfrak{E}$	$2\alpha + 90^\circ$ , когда $\mathfrak{E} > 0$ , и $(270^\circ + 2\alpha)$ , когда $\mathfrak{E} < 0$

Углы  $\alpha$  считаются от северной части магнитного меридиана от 0° до 360° по часовой стрелке.

Для простоты рассуждений положим, что все коэффициенты  $\mathfrak{A}, \dots, \mathfrak{E}$  — положительные.

Так как при построении многоугольника сил безразлично, в каком порядке их откладывать, то примем следующий порядок:  $\lambda, \mathfrak{A}, \mathfrak{D}, \mathfrak{E}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$  и начнем построение со значения  $\alpha=0$ , т. е. для магнитного курса  $N$ .

Проведем (фиг. 7) прямую  $OM$ , возьмем на ней точку  $O$  и отложим длину  $OH$ , которую примем за  $\lambda H$  (этую длину следует брать равной круглому числу напр. 200 или 300 мм).

Вычисляем длины  $\mathfrak{A}\lambda H$ ,  $\mathfrak{B}\lambda H$ ,  $\mathfrak{C}\lambda H$ ,  $\mathfrak{D}\lambda H$ ,  $\mathfrak{E}\lambda H$ , приписывая им надлежащие знаки.

Затем строим, как указано в § 6, ломаную  $HADEBC$  для курса  $\alpha=0$ ; откладывая силы в указанном порядке, получим точку  $C_0$ ; тогда прямая  $OC_0$  представит в принятом масштабе величину  $H'$  и угол  $H'OC$  — девиацию для магнитного курса  $\alpha=0$ , т. е.  $N$ .

Сделаем теперь построение для какого-либо курса  $\alpha$ . Очевидно, что точки  $H, A$  останутся на месте, треугольник  $ADE$ ,

сохраняя свою величину неизменной, повернется около своей вершины  $A$  на угол

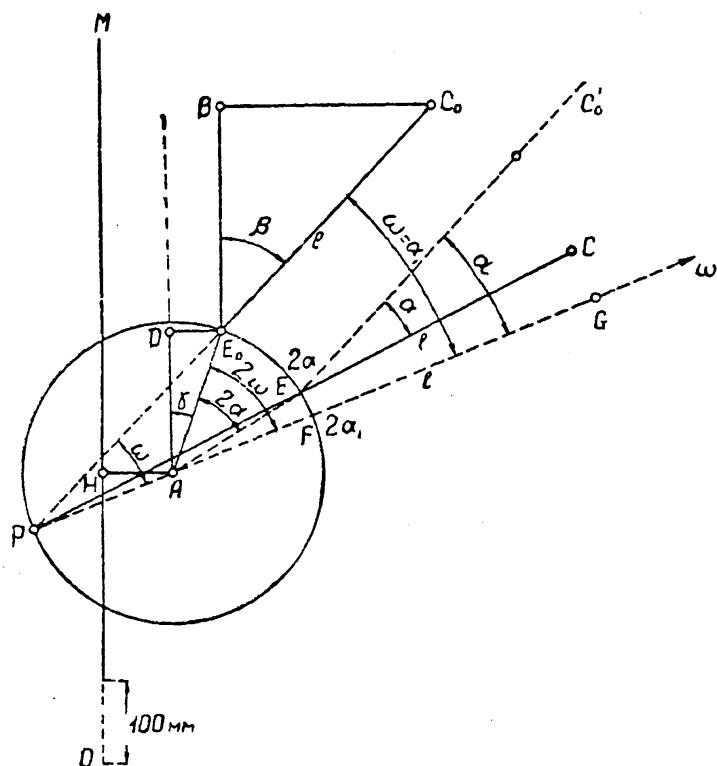
$$E_0AE_1 = 2\alpha$$

и точка  $E_0$  придет в точку  $E$  круга, описанного радиусом  $AE = q$  из точки  $A$  как из центра, прямая  $E_0C_0$  примет положение  $EC$ , направление которого составляет угол  $\alpha$  с направлением  $E_0C_0$ .

Прямая  $OC$  представит силу  $H'$  для курса  $\alpha$ , и угол  $MOC$  — девиацию для этого курса.

Геометрическое место точек  $C$ , когда угол  $\alpha$  изменяется от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , и представляет диаграмму.

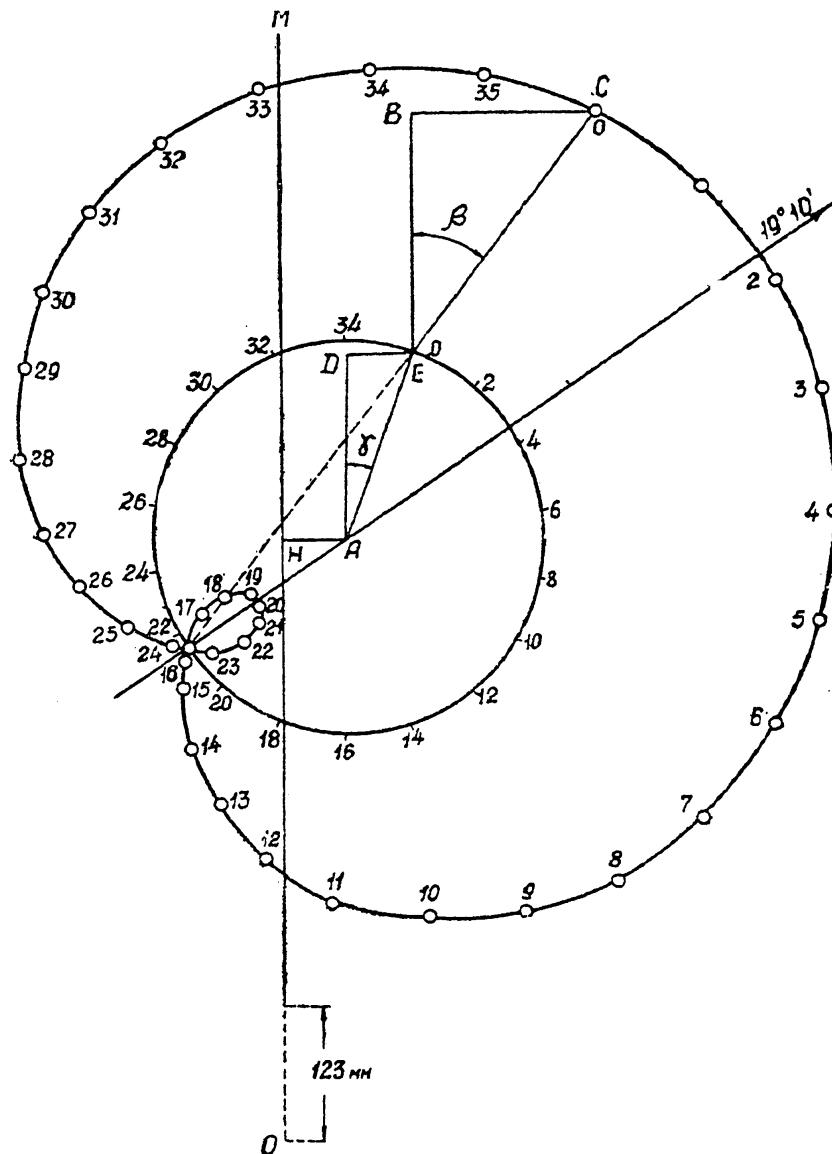
Покажем основное ее свойство: прямые, такие как  $C_0E_0$ ,  $CE$  и т. д., пересекаются между собою и с кругом  $E_0E$  в точке  $P$ , лежащей на этом круге; в самом деле, угол  $C_0PC = \alpha$ , угол  $E_0AE = 2\alpha$ , следовательно вершина  $P$  угла  $C_0PC$  лежит на круге  $E_0EP$ .



Фиг. 7.

Эта точка  $P$  называется *полюсом* дигограммы, круг  $E_0EP$  называется *кругом четвертной девиации*.

Очевидно, что для получения полюса  $P$  достаточно построить ломаную  $OHADEBC$ , описать круг четвертной девиации и продолжить сторону  $CE$  до пересечения в точке  $P$  с кругом четвертной девиации.



Фиг. 8.

На основании этого свойства построение дигограммы может быть производимо весьма просто. Построив круг четвертной девиации и полюс, снимаем с чертежа длину

$$p = \lambda H \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} = E_0 C_0$$

в масштабе чертежа, отмечаем эту длину по прямолинейному краю бумажной ленточки и, разбив (по транспортиру) круг четвертной девиации через  $20^\circ$ , прикладываем край ленточки так, чтобы точка  $E$  совпадала с последовательными делениями круга четвертной девиации.

ции, а этот край проходил через полюс  $P$ , и отмечаем соответствующее положение точки  $C$ . Обойдя точкою  $E$  круг четвертной девиации дважды, получим 36 точек диграммы, которые пометим (фиг. 8) 0, 1, 2, ... 35, 0.

Эти точки будут соответствовать магнитным курсам  $\alpha$ , равным  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots 350^\circ, 360^\circ$  или  $0^\circ$ .

Построение это заменяет вычисление девиации по формуле тангенсов.

Кривая, представляющая геометрическое место точек  $C$ , называется в геометрии «улиткою Паскаля», уравнение которой составим в полярных координатах, приняв за полярную ось диаметр  $PAF$  (фиг. 7) круга четвертной девиации, проходящий через полюс  $P$ . Очевидно, что этот диаметр будет осью симметрии диграммы. Направление этого диаметра, т. е. угол  $\omega$ , составляемый им с магнитным меридианом  $OM$ , определится из того условия, что он соответствует такому курсу  $\alpha$ , т. е. такой точке  $G$  диграммы, для которой линия  $FG = l$  составляет продолжение диаметра  $PF$ .

Обозначая соответственно через  $\beta$  и  $\gamma$  углы  $BEC$  и  $DAE$ , так что

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}}; \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{D}}$$

получим для определения угла  $\omega$  равенство:

$$\beta + \omega = \gamma + 2\omega$$

так что

$$(*) \quad \omega = \beta - \gamma$$

Тогда для точки  $G$ , соответствующей курсу  $\alpha$ , имеем: радиус-вектор  $PC = \rho$

$$(**) \quad PC = \rho = PE + l = S \cos(\alpha - \omega) + l$$

причем

$$S = 2q = 2 \sqrt{\mathfrak{C}^2 + \mathfrak{D}^2}; \quad l = p = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}.$$

Уравнениями (\*) и (\*\*) надо пользоваться для построения точек диграммы в смежности с полюсом, когда общее построение недостаточно точно.

**§ 8. Задача де Коллонга.** Эта задача состоит в построении полюса и круга четвертной девиации, зная положение трех точек диграммы и магнитные курсы, им соответствующие.

Решение этой задачи доставляет решение и следующей: на трех различных курсах наблюдены девиации и силы, сверх того на берегу определена сила  $H$ ; найти величины коэффициентов девиации:  $\lambda, \mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \mathfrak{E}$ .

И. П. де Коллонг дал графическое, чисто геометрическое решение этой задачи, состоящее в следующем. Пусть  $C_1, C_2, C_3$  суть три точки диграммы и  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — соответствующие курсы, взятые в возрастающем порядке, т. е.  $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ .

Строим (фиг. 8а) на прямых  $C_1C_2$  и  $C_2C_3$  сегменты, вмещающие соответственно углы  $\alpha_2 - \alpha_1$  и  $\alpha_3 - \alpha_2$ , и дополняем каждый из этих сегментов до полного круга;  $C_1M_1N_1C_2$  и  $C_2M_2N_2C_3$  суть эти круги. Отмечаем на них вершины  $S_1$  и  $S_2$  дуг  $C_1C_2$  и  $C_2C_3$  и противоположные им вершины  $K_1$  и  $K_2$  вмещающих сегментов. Точка  $P$  пересечения дуг, вмещающих углы  $\alpha_2 - \alpha_1 = C_1PC_2$  и  $\alpha_3 - \alpha_2 = C_2PC_3$ , есть полюс.

Круг  $PK_2F_1F_2F_3K_1$ , проходящий через точки  $P, K_1$  и  $K_2$ , есть искомый круг четвертной девиации, отсекающий на всех трех радиусах-векторах  $PC_1, PC_2, PC_3$  равные отрезки

$$F_1C_1 = F_2C_2 = F_3C_3 = l = \sqrt{(\lambda \mathfrak{B} H)^2 + (\lambda \mathfrak{C} H)^2}$$

После того как круг четвертной девиации построен и найден его центр  $A$ , определение коэффициентов девиации производится весьма просто, как показано ниже.

Мы несколько изменим изложение И. П. де Коллонга и наряду с геометрией воспользуемся и анализом.

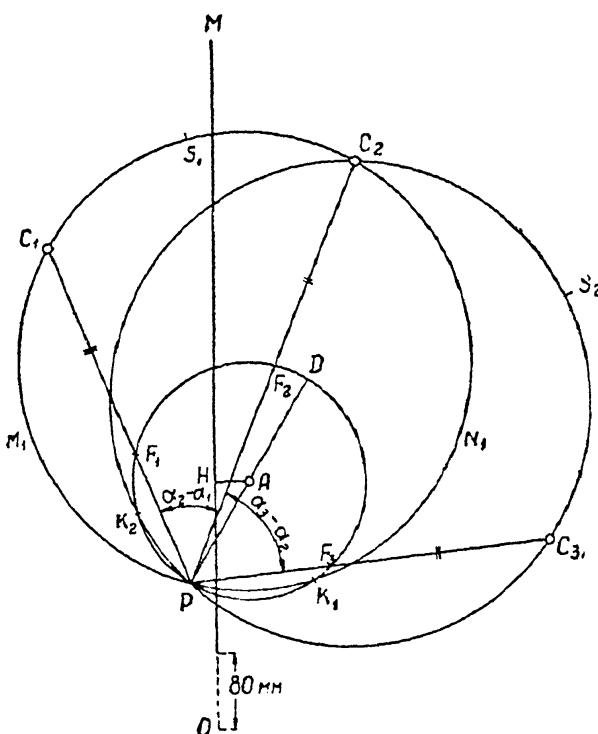
Итак, пусть  $C_1, C_2, C_3$  (фиг. 8а) суть три точки диграммы № 1, которые наносятся на чертеж или по их полярным координатам  $(H'_1, \delta_1), (H'_2, \delta_2), (H'_3, \delta_3)$ , выражая  $H'_1, H'_2, H'_3$  в дефлекторных единицах в достаточно крупном масштабе, или же в прямоугольных координатах  $(X'_1, Y'_1), (X'_2, Y'_2), (X'_3, Y'_3)$ , вычислив эти координаты по формулам:

$$X'_1 = H'_1 \cos \delta_1; \quad X'_2 = H'_2 \cos \delta_2; \quad X'_3 = H'_3 \cos \delta_3 \\ Y'_1 = H'_1 \sin \delta_1; \quad Y'_2 = H'_2 \sin \delta_2; \quad Y'_3 = H'_3 \sin \delta_3$$

считая оставую девиацию с  $+$ , вестовую со знаком  $-$ . Пусть  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — соответствующие курсы в указанном порядке  $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ .

Строим на хордах  $C_1C_2$  и  $C_2C_3$  сегменты, вмещающие углы  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  и  $(\alpha_3 - \alpha_2)$ , т. е. сегменты  $C_1PK_1C_2$  и  $C_2K_2PC_3$ . Эти сегменты, имея

2\*



Фиг. 8а.

общую точку  $C_2$ , пересекутся еще в одной точке  $P$ , которая и есть искомый полюс (фиг. 8б и 9).

Проводим радиусы-векторы  $PC_1$ ,  $PC_2$  и  $PC_3$  и равноделящие  $PS$ , и  $PS_2$  углов  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  и  $(\alpha_3 - \alpha_2)$  между ними. Пусть эти радиусы-векторы будут:

$$PC_1 = \rho_1; \quad PC_2 = \rho_2; \quad PC_3 = \rho_3$$

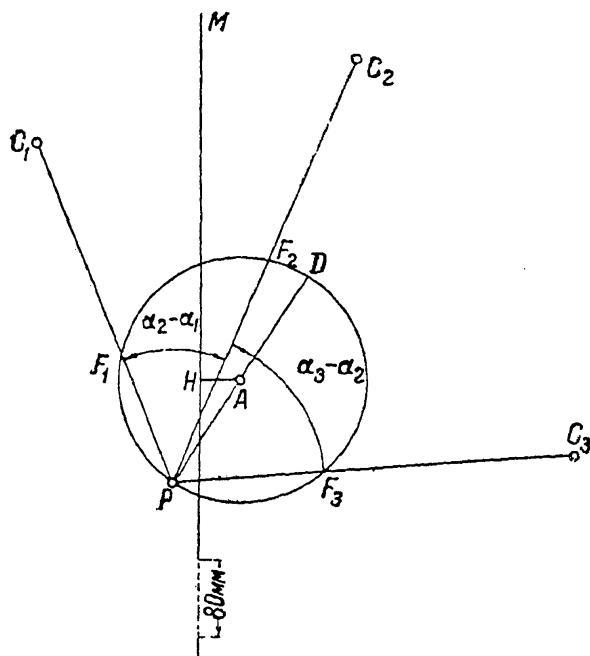
на основании уравнения (\*) § 6 имеем при сделанных там обозначениях:

$$(1) \quad \rho_1 = S \cos(\alpha_1 - \omega) + l$$

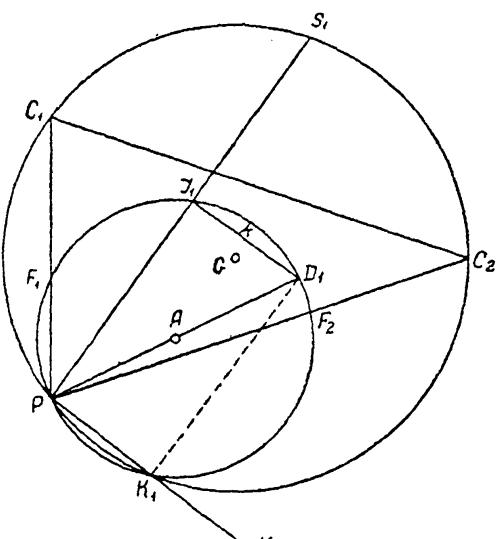
$$(2) \quad \rho_2 = S \cos(\alpha_2 - \omega) + l$$

$$(3) \quad \rho_3 = S \cos(\alpha_3 - \omega) + l$$

В этих уравнениях  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  снимаются с составленного чертежа, значит их величины известны, неизвестными же являются:  $S$  — диаметр



Фиг. 8б.



Фиг. 9.

круга четвертной девиации,  $\omega$  — направление оси симметрии диаграммы и длина  $l$ .

Таким образом вопрос приведен к тому, чтобы построить круг четвертной девиации, т. е. такой круг, который на всех трех радиусах отсекает равные длины

$$F_1C_1 = F_2C_2 = F_3C_3$$

Возьмем сперва точки  $C_1$  и  $C_2$  (фиг. 9). Кругов, отсекающих равные длины  $F_1C_1 = F_2C_2$  на двух радиусах  $PC_1$  и  $PC_2$ , можно построить бесконечное множество. В самом деле, стоит только отложить по радиусам  $PC_1$  и  $PC_2$  любую длину

$$b = C_1F_1 = C_2F_2$$

и через полученные точки  $F_1, F_2$  и  $P$  провести круги, и длины, отсекаемые этим кругом на радиусе  $PC_1$  и  $PC_2$ , будут между собою равны. Но этот круг не будет искомым, ибо на радиусе  $PC_3$  он отсекает длину, не равную  $F_1C_1$ .

Все круги, такие как  $PF_1F_2$ , обладают одним важным для нас общим свойством. Составив разность  $\rho_2 - \rho_1$ , получим:

$$\begin{aligned}\rho_2 - \rho_1 &= S[\cos(\alpha_2 - \omega) - \cos(\alpha_1 - \omega)] = 2S \sin \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \omega \right) = \\ &= 2S \sin \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{2} \sin \left( \omega - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right)\end{aligned}$$

отсюда следует:

$$S \sin \left( \omega - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) = \frac{\rho_2 - \rho_1}{2 \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}} = c_1$$

т. е. произведение

$$k = S \sin \left( \omega - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right)$$

от длины  $l$  не зависит.

Проведем диаметр  $PD_1$  построенного круга  $PF_1F_2$ . В искомом круге направлению этого диаметра соответствует угол  $\omega$ . Величина  $k$ , равная

$$S \sin \left( \omega - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right)$$

представляет длину перпендикуляра  $D_1I_1$ , опущенного из конца  $D_1$  диаметра  $PD_1$  на равноделящую  $PS_1$  угла  $C_1PC_2$ . Очевидно, что эта длина  $D_1I_1$  равна длине  $PK_1$ , отсекаемой прямою  $D_1K_1$ , параллельною  $PS_1$ , от перпендикуляра  $PK$ , проведенного через точку  $P$  к равноделящей  $PS_1$ ; значит

$$PK_1 = k$$

т. е. точка  $K_1$  постоянная и через нее проходят все круги рассматриваемой системы, независимо от длины, ими отсекаемой. Для проведенного круга точка  $S_1$  есть середина, иначе вершина, дуги  $F_1I_1F_2$ ; точка  $K_1$  есть точка, диаметрально противоположная  $S_1$ , следовательно это есть вершина сегмента  $F_1PF_2$ . Но круг  $C_1PK_1C_2$  принадлежит к рассматриваемой системе кругов (этот круг отсекает длину  $l = 0$ ), следовательно точка  $K_1$  есть вершина этой дуги, иначе вершина сегмента, вмещающего на хорде  $C_1C_2$  угол  $(\alpha_2 - \alpha_1)$ . Таким образом мы получим теорему де Коллонга: *всякий круг, отсекающий от двух радиусов-векторов  $PC_1$  и  $PC_2$  равные длины, проходит через вершину  $K_1$  сегмента, вмещающего на хорде  $C_1C_2$  угол  $(\alpha_2 - \alpha_1)$ , равный разности соответствующих магнитных курсов.*

Эта теорема решает вопрос о построении круга четвертной девиации, ибо этот круг должен проходить и через точку  $K_2$  — вершину сегмента  $C_3PK_2C_2$ , вмещающего на хорде  $C_2C_3$  угол  $(\alpha_3 - \alpha_2)$ , т. е. через точки  $K_1, K_2$  и  $P$ .

Очевидно, что для построения точки  $K_1$  нет надобности строить вспомогательный круг  $PF_1F_2$ , достаточно пометить ее на сегменте  $PC_1C_2$ .

Таким образом вышеприведенное правило построения круга четвертной девиации доказано.

После того как круг четвертной девиации  $PF_1F_2F_3$  (фиг. 8а) построен, опускаем из его центра  $A$  перпендикуляр  $AH$  на прямую  $OM$ , представляющую меридиан. Тогда будет:

$$OH = \lambda H; \quad HA = \mathfrak{A} \lambda H$$

Диаметр круга четвертной девиации:

$$S = 2 \sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}^2} \cdot \lambda H$$

длины:

$$F_1C_1 = F_2C_2 = F_3C_3 = l = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} \cdot \lambda H$$

Проводим диаметр  $PAD$  и снимаем его направление относительно  $OM$ , оно есть

$$\omega = \beta - \gamma$$

Снимаем направления линий  $PC_1, PC_2, PC_3$ ; пусть они будут  $m_1, m_2, m_3$ . Тогда имеем равенства:

$$m_1 = \alpha_1 + \beta; \quad m_2 = \alpha_2 + \beta; \quad m_3 = \alpha_3 + \beta$$

отсюда следует:

$$(*) \quad \beta = m_1 - \alpha_1 = m_2 - \alpha_2 = m_3 - \alpha_3$$

Из равенства

$$\omega = \beta - \gamma$$

находим:

$$(**) \quad \gamma = \beta - \omega$$

и наконец, имеем равенства:

$$l \cos \beta = \mathfrak{B} \lambda H; \quad l \sin \beta = \mathfrak{C} \lambda H$$

а также

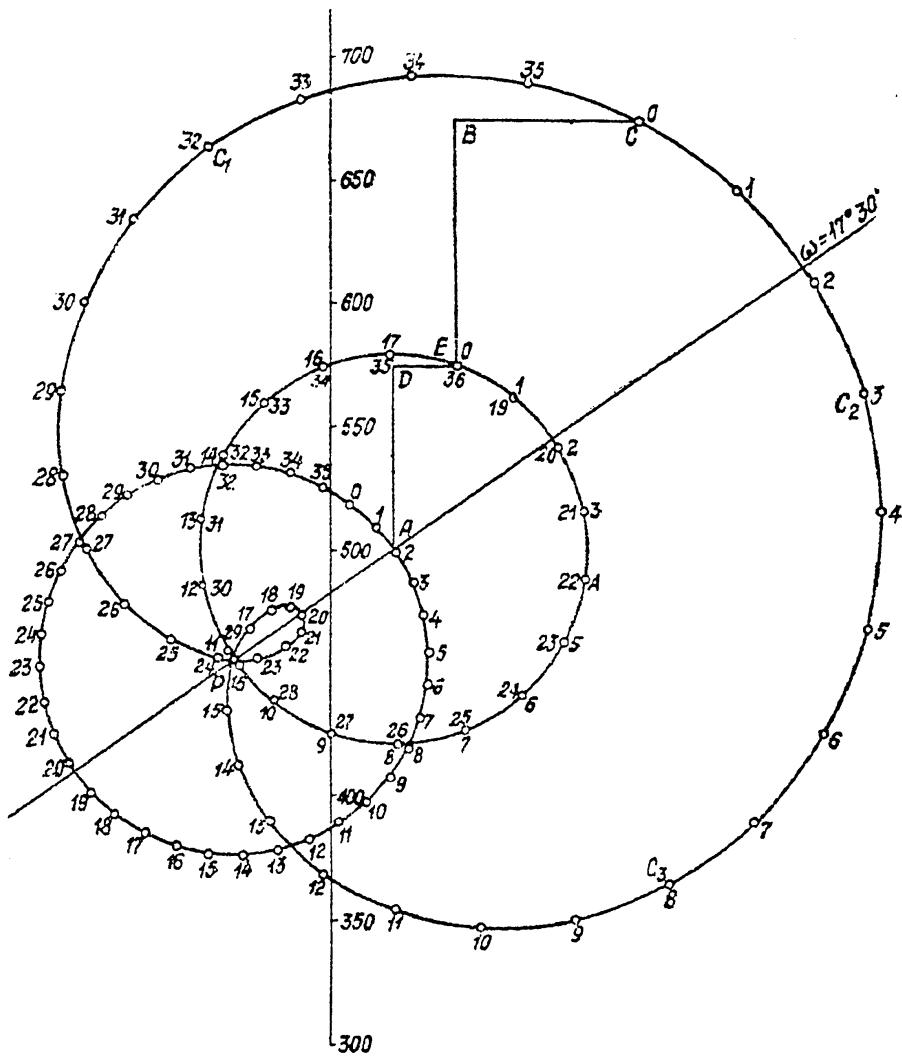
$$q \cos \gamma = \frac{1}{2} S \cos \gamma = \mathfrak{D} \lambda H$$

$$q \sin \gamma = \frac{1}{2} S \sin \gamma = \mathfrak{E} \lambda H$$

По измерению же на берегу знаем  $H$  в дефлекторных единицах, а значит, и в масштабе чертежа, а так как  $OH = \lambda H$ , то найдем и  $\lambda$ , т. е. все требуемые величины —  $\lambda, \mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \mathfrak{E}$  — будут определены.

При тщательном измерении сил и пеленгов, по которым находятся девиации, тщательном черчении вышеприведенные величины определяются с точностью до 1% их значений.

На чертеже фиг. 8а, служившем главным образом для доказательства теоремы де Коллонга, имеется много лишних линий, вследствие чего чертеж представляется путанным. Вместе с тем при нанесении точек  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  много места пропадает и чертеж приходится исполнять в мелком масштабе, поэтому выгоднее пользоваться прямоугольными координатами и миллиметровой бумагой, нанося эти точки по их



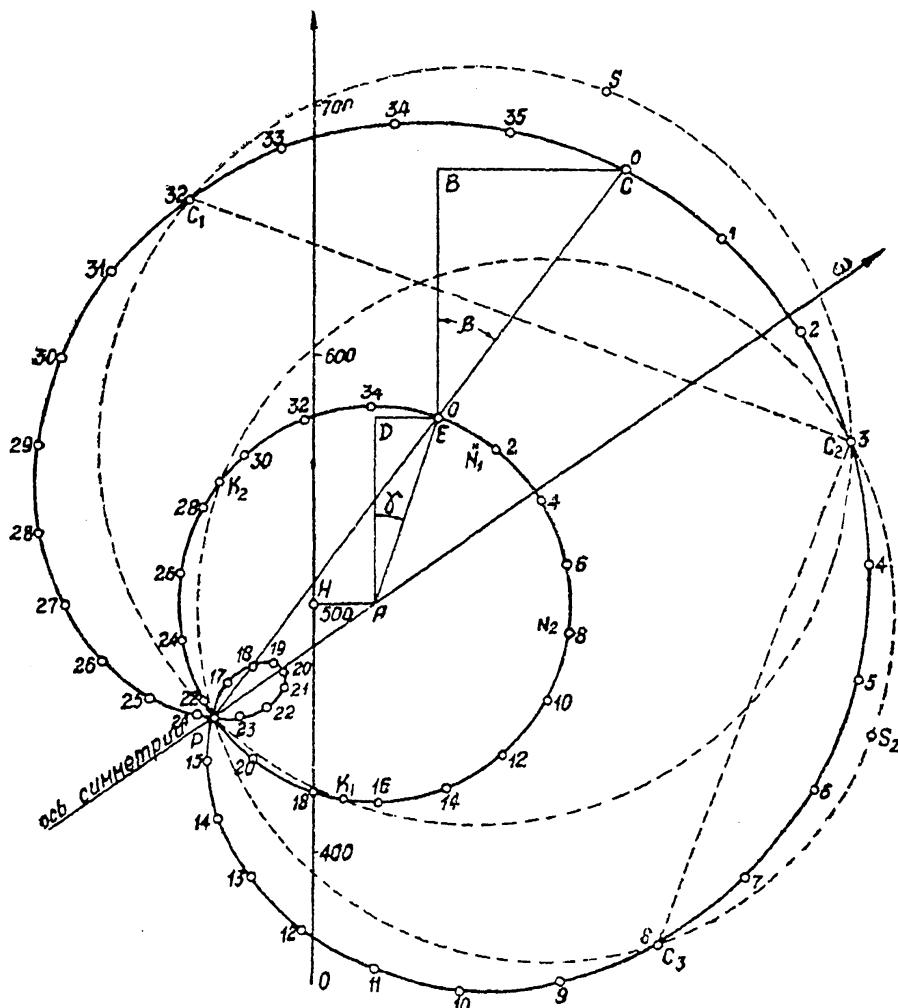
Фиг. 10.

координатам, вычисляемым, как показано ниже, в начале § 10. Вместе с тем нет надобности наносить начало координат, а следует только пометить его условно, как это сделано на фиг. 7 и 8а. После того как коэффициенты  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{E}$  определены, следует начертить полную дигограмму, также в крупном масштабе, на миллиметровой бумаге (фиг. 10 и 10а; эти фигуры представлены здесь в  $\frac{1}{3}$  подлинных чертежей).

На фиг. 10 кроме круга четвертной девиации нанесен еще круг, имеющий своим центром полюс  $P$ , разделенный на 36 частей, причем за начало делений принята точка  $O$ , получаемая в пересечении этого вспо-

могательного круга с прямую  $PC$ . Этот круг служит для более точного построения точек диграммы, лежащих вблизи полюса  $P$ , чтобы, пользуясь этим кругом, точно наносить направление радиусов-векторов.

Фиг. 10а служит для пояснения построения полюса и круга четвертной девиации по методе де Коллонга, пользуясь вершинами  $K_1$  и  $K_2$ , вмещающих сегментов.



Фиг. 10а.

**§ 9.** Нетрудно решить аналитически поставленную задачу об определении коэффициентов девиации по девиациям и силам, наблюденным на трех курсах, после того как положение полюса найдено.

В самом деле, на основании общего уравнения диграммы [уравнение (\*) § 7], именно:

$$\rho = S \cos(\alpha - \omega) + l$$

имеем равенства:

$$(1) \quad \begin{aligned} \rho_1 &= S \cos(\alpha_1 - \omega) + l \\ \rho_2 &= S \cos(\alpha_2 - \omega) + l \\ \rho_3 &= S \cos(\alpha_3 - \omega) + l \end{aligned}$$

в которых  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  известны, величины же  $S, \omega$  и  $l$  неизвестны.

Составим разности  $(\rho_1 - \rho_2)$ ,  $(\rho_2 - \rho_3)$ ; имеем:

$$\rho_1 - \rho_2 = S [\cos(\alpha_1 - \omega) - \cos(\alpha_2 - \omega)] = 2S \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \omega \right)$$

$$\rho_2 - \rho_3 = S [\cos(\alpha_2 - \omega) - \cos(\alpha_3 - \omega)] = 2S \sin \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{2} \sin \left( \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{2} - \omega \right)$$

следовательно будет:

$$(2) \quad \begin{aligned} S \sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \omega \right) &= \frac{\rho_1 - \rho_2}{2 \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}} = a_1 \\ S \sin \left( \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{2} - \omega \right) &= \frac{\rho_2 - \rho_3}{2 \sin \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{2}} = a_2 \end{aligned}$$

Разделив первое из этих равенств на второе, имеем пропорцию:

$$\frac{\sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \omega \right)}{\sin \left( \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{2} - \omega \right)} = \frac{a_1}{a_2}$$

из которой следует:

$$\frac{\sin \left( \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{2} - \omega \right) - \sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \omega \right)}{\sin \left( \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{2} - \omega \right) + \sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \omega \right)} = \frac{a_2 - a_1}{a_2 + a_1} = \frac{2 \sin \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{4} \cos \left( \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3}{4} - \omega \right)}{2 \sin \left( \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3}{4} - \omega \right) \cos \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{4}}$$

отсюда имеем:

$$(3) \quad \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3}{4} - \omega \right) = \frac{a_2 + a_1}{a_2 - a_1} \operatorname{tg} \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{4}$$

Это равенство послужит для определения угла  $\omega$ , найдя который из равенств (2), найдем  $S$ , т. е. диаметр круга четвертной девиации, после чего из равенств (1) найдем  $l$ ; зная  $S$ ,  $l$ ,  $\omega$ , закончим решение так, как показано в конце § 8.

Это чисто аналитическое решение служит хорошим контролем графического.

Таким образом свойство диграммы № 1, что она есть «улитка Паскаля», дало возможность весьма просто находить по совместным наблюдениям сил и девиаций «точные» коэффициенты девиации, т. е. как среднее значение  $\lambda H$  направляющей силы, так и значения всех пяти возмущающих сил. Замечательно, что И. П. де Коллонг, давший столь простые графические решения этого вопроса, при аналитическом его решении не пользуется свойствами диграммы, а исходит из уравнений Пуассона, которые, напр., обозначая компасные курсы через  $\zeta'$  и магнитные через  $\zeta$ , он преобразует в две группы уравнений:

$$(I) \quad \begin{aligned} \frac{H'}{H} \cos \zeta'_1 &= (1 + a) \cos \zeta_1 + (-b) \sin \zeta_1 + \lambda \mathfrak{B} \\ \frac{H'}{H} \cos \zeta'_2 &= (1 + a) \cos \zeta_2 + (-b) \sin \zeta_2 + \lambda \mathfrak{B} \\ \frac{H'}{H} \cos \zeta'_3 &= (1 + a) \cos \zeta_3 + (-b) \sin \zeta_3 + \lambda \mathfrak{B} \end{aligned}$$

$$(II) \quad \begin{aligned} \frac{H'}{H} \sin \zeta'_1 &= (1+e) \sin \zeta_1 + (-d) \cos \zeta_1 - \lambda \mathfrak{C} \\ \frac{H'}{H} \sin \zeta'_2 &= (1+e) \sin \zeta_2 + (-d) \cos \zeta_2 - \lambda \mathfrak{C} \\ \frac{H'}{H} \sin \zeta'_3 &= (1+e) \sin \zeta_3 + (-d) \cos \zeta_3 - \lambda \mathfrak{C} \end{aligned}$$

Он решает эти уравнения при помощи определителей, причем для первой группы определитель будет<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} D &= \sin(\zeta_3 - \zeta_2) + \sin(\zeta_1 - \zeta_3) + \sin(\zeta_2 - \zeta_1) = \\ &= 4 \sin \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{2} \sin \frac{\zeta_3 - \zeta_1}{2} \sin \frac{\zeta_3 - \zeta_2}{2} \end{aligned}$$

Определитель для второй группы уравнений будет:

$$D' = -4 \sin \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{2} \sin \frac{\zeta_3 - \zeta_2}{2} \sin \frac{\zeta_2 - \zeta_3}{2}$$

Таким образом получаются формулы, подобные следующей:

$$\begin{aligned} (1+a) &= \frac{H'_2 \cos \zeta'_2 \sin \zeta_3 - H'_3 \cos \zeta'_3 \sin \zeta_2 + H'_3 \cos \zeta'_3 \sin \zeta_1 - H'_1 \cos \zeta'_1 \sin \zeta_2}{HD} \\ &\quad + \frac{H'_1 \cos \zeta'_1 \sin \zeta_3 - H'_2 \cos \zeta'_2 \sin \zeta_1}{HD} \end{aligned}$$

и еще восемь таких же формул.

Очевидно, насколько сложен вывод этих формул и насколько сложно было бы практическое их применение для численных вычислений. Ясно, что аналитическое решение, выше данное мною, требует по своей простоте не более времени, нежели графическое построение.

**§ 10.** В предыдущем параграфе показано вычисление направления оси симметрии диграммы в предположении, что полюс найден графическим построением, но часто сегменты, вмещающие углы  $\alpha_2 - \alpha_1$  и  $\alpha_3 - \alpha_2$ , пересекаются между собою под острым углом и положение полюса определяется обычным построением недостаточно точно; поэтому покажем, каким образом можно решить задачу де Коллонга, совершенно не прибегая к графическим построениям.

Пусть  $C_1, C_2, C_3$  (фиг. 11) — точки диграммы, определяемые координатами, вычисляемыми по формулам (1):

$$(1) \quad \begin{aligned} C_1(x_1, y_1), \quad \text{причем } x_1 &= H'_1 \cos \delta_1; \quad y_1 = H'_1 \sin \delta_1 \\ C_2(x_2, y_2) \quad \» & \quad x_2 = H'_2 \cos \delta_2; \quad y_2 = H'_2 \sin \delta_2 \\ C_3(x_3, y_3) \quad \» & \quad x_3 = H'_3 \cos \delta_3; \quad y_3 = H'_3 \sin \delta_3 \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup> Приведенная ниже формула дана Гауссом в «Theoria Motus», § 82.

по наблюденным девиациям  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  и силам  $H_1, H_2, H_3$ . Затем по найденным координатам точек  $C_1, C_2, C_3$  вычисляем длины хорд  $C_1C_2$  и  $C_2C_3$  по формулам (2) и (2') и их направления  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ :

$$(2) \quad c_1 = C_1C_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$c_2 = C_2C_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

$$(2') \quad \tan \varepsilon_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad \tan \varepsilon_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

Пусть  $n_1$  и  $n_2$  суть разности курсов:

$$n_1 = x_2 - x_1; \quad n_2 = x_3 - x_2$$

т. е. углы  $C_1PC_2, C_2PC_3$ , которые должны быть образуемы при точке  $P$  радиусами-векторами  $\rho_1\rho_2$  и  $\rho_2\rho_3$ .

Очевидно, что определение положения точки  $P$  есть не что иное, как известная задача Потенота, решение которой можно найти во многих курсах плоской тригонометрии, и если некогда была издана книжка под заглавием «Сто доказательств пифагоровой теоремы», то может быть издано «Сто решений задачи Потенота».

Возьмем решение, приведенное в тригонометрии Серре. Вообразим, что задача решена и  $P$  есть искомый полюс. Обозначим через  $u$  и  $v$  углы:

$$u = C_2C_1P; \quad v = C_2C_3P$$

Тогда имеем пропорции:

$$(3) \quad \frac{c_1}{\sin n_1} = \frac{\rho_2}{\sin u}; \quad \frac{c_2}{\sin n_2} = \frac{\rho_3}{\sin v}$$

Отсюда следует:

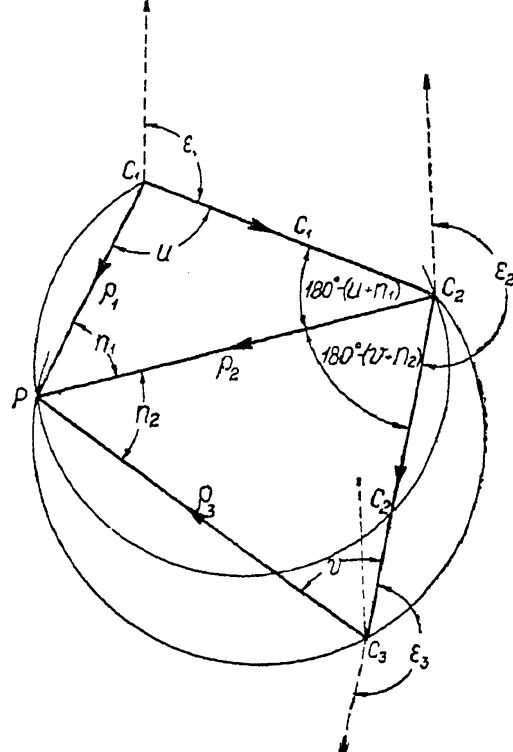
$$\frac{\sin v}{\sin u} = \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{\sin n_2}{\sin n_1}$$

Введем вспомогательный угол  $\varphi$  уравнением:

$$(4) \quad \tan \varphi = \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{\sin n_2}{\sin n_1}$$

тогда будет:

$$\frac{\sin v}{\sin u} = \frac{\tan \varphi}{1}$$



Фиг. 11.

откуда

$$(5) \quad \begin{aligned} \frac{\sin v - \sin u}{\sin v + \sin u} &= \frac{2 \sin \frac{1}{2} (v - u) \cos \frac{1}{2} (v + u)}{2 \sin \frac{1}{2} (v + u) \cos \frac{1}{2} (v - u)} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (v - u)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (v + u)} = \frac{\operatorname{tg} \varphi - 1}{\operatorname{tg} \varphi + 1} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} 45^\circ}{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} 45^\circ} = \operatorname{tg} (\varphi - 45^\circ). \end{aligned}$$

Обозначим через  $\sigma$  угол между хордами, так что

$$\sigma = C_1 C_2 C_3 = 180^\circ - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$$

Тогда из четырехугольника  $C_1 C_2 C_3 P$  следует:

$$u + v = 360^\circ - (n_1 + n_2) - \sigma = 180^\circ + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - (n_1 + n_2)$$

значит

$$(6) \quad \frac{1}{2} (u + v) = 90^\circ + \frac{1}{2} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \frac{1}{2} (n_1 + n_2)$$

и из предыдущей пропорции следует:

$$(6') \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} (v - u) = \operatorname{tg} (\varphi - 45^\circ) \operatorname{tg} \left[ 90^\circ + \frac{1}{2} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \frac{1}{2} (n_1 + n_2) \right]$$

Из этой формулы найдем  $\frac{1}{2} (v - u)$ , что вместе с значением  $\frac{1}{2} (u + v)$  доставит значения  $v$  и  $u$ , после чего найдем радиусы-векторы  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  по формулам:

$$(7) \quad \rho_1 = \frac{c_1}{\sin n_1} \sin (u + n_1); \quad \rho_2 = \frac{c_1}{\sin n_1} \sin u; \quad \rho_3 = \frac{c_2}{\sin n_2} \sin (v + n_2)$$

**§ 11.** Для пояснения изложенной методы мною проделан численный пример: на фиг. 10 представлена уменьшенная копия диаграммы, тщательно построенной в масштабе  $\lambda H = 500$  мм по следующим данным:

$$\mathfrak{A} = 0.0500; \quad \mathfrak{B} = 0.2000; \quad \mathfrak{C} = 0.1500; \quad \mathfrak{D} = 0.1500; \quad \mathfrak{E} = 0.0500$$

Так что на подлинной диаграмме:

$$\begin{aligned} \lambda H &= 500 \text{ мм}; \quad \mathfrak{A}\lambda H = 25 \text{ мм}; \quad \mathfrak{B}\lambda H = 100 \text{ мм}; \quad \mathfrak{C}\lambda H = 75 \text{ мм} \\ \mathfrak{D}\lambda H &= 75 \text{ мм}; \quad \mathfrak{E}\lambda H = 25 \text{ мм} \end{aligned}$$

Копия же вычерчена в масштабе  $\lambda H = 200$  мм.

С подлинной диаграммы сняты координаты точек  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , соответствующих курсам:

$$\alpha_1 = 320^\circ = (-40^\circ); \quad \alpha_2 = 30^\circ; \quad \alpha_3 = 80^\circ$$

и по приведенным выше формулам вычислены  $\lambda H$  и коэффициенты  $A, B, C, D, E$ , которые и сличены с их значениями, послужившими для построения дигограммы. Получились следующие результаты:

	По вычислению	По заданию		По вычислению	По заданию
$\lambda H$	1.0000	1.0000	$C$	0.1497	0.1500
$A$	0.0502	0.5000	$D$	0.1504	0.1500
$B$	0.1956	0.2000	$E$	0.0496	0.0500

Для ясности здесь приводятся все вычисления в том виде, как они произведены по четырехзначным логарифмам, по формулам § 9 и 10.

#### Численный пример

Данные: курсы и координаты точек

$$\begin{array}{lll} C_1 \dots \alpha_1 = 320^\circ = (-40^\circ); & x_1 = 662.5 \text{ мм}; & y_1 = -50.8 \text{ мм} \\ C_2 \dots \alpha_2 = 30^\circ & x_2 = 565.0 \text{ } » & y_2 = 216.7 \text{ } » \\ C_3 \dots \alpha_3 = 80^\circ & x_3 = 365.0 \text{ } » & y_3 = 138.0 \text{ } » \end{array}$$

Масштаб чертежа  $\lambda H = 500$  мм.

1°. Вычисление хорд  $c_1, c_2$ , направлений  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ , радиусов-векторов  $r_1, r_2, r_3$  и координат полюса  $x_p, y_p$ .

Формулы:

$$c_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{y_3 - y_1}{\sin \varepsilon_1}$$

$$c_2 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = \frac{x_3 - x_2}{\cos \varepsilon_2}$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad \operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{c_1}{\sin n_1} \cdot \frac{\sin n_2}{c_2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(v - u) = \operatorname{tg}(\varphi - 45^\circ) \operatorname{tg} \left[ 90 + \frac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \frac{1}{2}(n_1 + n_2) \right]$$

$$r_1 = \frac{c_1}{\sin n_1} \sin(u + n_1); \quad r_2 = \frac{c_1}{\sin n_1} \sin u; \quad r_3 = \frac{c_2}{\sin n_2} \sin(v + n_2)$$

$$\begin{aligned} x_p = x_1 + r_1 \cos(\varepsilon_1 + u) &= x_2 + r_2 \cos[\varepsilon_2 + 180^\circ - (v + n_2)] = \\ &= x_3 + r_3 \cos[180^\circ + \varepsilon_2 - v] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_p = y_1 + r_1 \sin(\varepsilon_1 + u) &= y_2 + r_2 \sin[\varepsilon_2 + 180^\circ - (v + n_2)] = \\ &= y_3 + r_3 \sin[180^\circ + \varepsilon_2 - v] \end{aligned}$$

$c_1$				$c_2$			
$x_2 - x_1$	— 97.5	$\frac{1}{100} (x_2 - x_1)^2$	95.1	$x_3 - x_2$	200	$\frac{1}{100} (x_3 - x_2)^2$	400.0
$y_2 - y_1$	267.5	$\frac{1}{100} (y_2 - y_1)^2$	715.6	$y_3 - y_2$	— 78.7	$\frac{1}{100} (y_3 - y_2)^2$	61.9
		$\frac{1}{100} c_1^2$	810.7			$\frac{1}{100} c_2^2$	461.9
		$c_1$	<b>284.7</b>			$c_2$	<b>214.9</b>

$\varepsilon_1, c_1$

				colog sin $\varepsilon_1$	log $c_1$	$c_1$
$y_2 - y_1$	267.5	log	2.4273	0.0271	2.4544	<b>284.7</b>
$x_2 - x_1$	— 97.5	colog	2.0110 ( $n$ )	—	—	
		$\log \operatorname{tg} \varepsilon_1$	0.4383 $n$			
		$\varepsilon_1$	<b>110°02'</b>			

$\varepsilon_2, c_2$

				colog cos $\varepsilon_2$	log $c_2$	$c_2$
$y_3 - y_2$	— 78.7	log	1.8960 $n$	—	—	<b>215.0</b>
$x_3 - x_2$	200.0	colog	2.6990	0.0313	2.3323	
		$\log \operatorname{tg} \varepsilon_2$	1.5950			
		$\varepsilon_2$	<b>201°23'</b>			

П р и м е ч а н и е. Величины  $c_1$  и  $c_2$  вычислены двумя манерами, чтобы иметь контроль.

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c|c}
 c_1 = 284.0 & \log \quad 2.4533 \\
 n_1 = 70^\circ 00' & \operatorname{colog} \sin \quad 0.0270 \\
 c_2 = 214.9 & \operatorname{colog} \quad 3.6678 \\
 n_2 = 50^\circ 00' & \log \sin \quad 1.8843 \\
 \hline
 & \log \operatorname{tg} \varphi \quad 0.0324
 \end{array} \quad \begin{array}{c|c}
 \varphi - 45^\circ = 2^\circ 08' & \log \operatorname{tg} \quad 2.5708 \\
 [ ] = 75^\circ 44' & \log \operatorname{tg} \quad 0.5947 \\
 \hline
 \log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(v-u) \quad 1.1655
 \end{array} \\
 \varphi = 47^\circ 08' \quad \begin{array}{c|c}
 \frac{1}{2}(v-u) = 8^\circ 20' \\
 [ ] = \frac{1}{2}(v+u) = 75^\circ 44' \\
 \hline
 v = 84^\circ 04' \\
 u = 67^\circ 24'
 \end{array}
 \end{array}$$

Радиусы-векторы

$\rho_1$	$\rho_2$			$\rho_3$		
$u + n_1$	$137^\circ 24'$	$\log \sin$	$1.8305$	$u$	$67^\circ 24'$	$\log \sin$
$\frac{c_1}{\sin n_1}$	—	$\log$	$2.4803$	$\frac{c_1}{\sin n_1}$	—	$\log$
		$\frac{\log \rho_1}{\rho_1}$	$2.3108$			$\frac{c_2}{\sin n_1}$
		$\rho_1$	$204.5$			$\rho_2$
				$\log \rho_2$	$2.4456$	
				$\rho_2$	$279.0$	
						$\log \rho_3$
						$2.3043$
						$\rho_3$
						$201.5$

Координаты полюса ( $x_p, y_p$ )

$x_p$

(1) № $i$	(2) Аргум.	(3) $\log \cos(2)$	(4) $\log \rho_i$	(5) (3) + (5)	(6) Числ. (5)	(7) $x_i$	(8) (6)+(7) = $x_p$
1	$177^\circ 26'$	$1.9996 n$	2.3108	2.3104 $n$	-204.4	662.5	458.1
2	$247^\circ 25'$	$1.5844 n$	2.4456	2.0300 $n$	-107.2	565.0	457.8
3	$297^\circ 25'$	$1.6632 n$	2.3043	1.9675	+ 92.8	365.0	457.8
Среднее							<b>457.9</b>

$y_p$

(1) № $i$	(2) Аргум.	(3) $\log \sin(2)$	(4) $\log \rho_i$	(5) (3) + (5)	(6) Числа (5)	(7) $y_i$	(8) (6)+(7) = $y_p$
1	$177^\circ 26'$	$2.6511 n$	2.3108	0.9619	+ 9.2	- 50.8	-41.6
2	$247^\circ 25'$	$1.9654 n$	2.4456	1.4110 $n$	-257.6	+ 216.7	-40.9
3	$297^\circ 25'$	$1.9483 n$	2.3043	2.2526 $n$	-178.9	+ 138.0	-40.9
Среднее							<b>-41.1</b>

2°. Вычисление величин  $\omega, \rho, l$ .

Формулы:

$$b_1 = 2a_1 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}} ; \quad b_2 = 2a_2 = \frac{\rho_2 - \rho_3}{\sin \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \left[ \frac{\alpha_1 + 2a_2 + \alpha_3}{4} - \omega \right] = \frac{b_2 + b_1}{b_2 - b_1} \operatorname{tg} \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_1 - \rho_2}{2} &= -74.5 \\ \frac{(\alpha_1 - \alpha_3)}{2} &= -35^\circ 00' \end{aligned} \quad \begin{aligned} \log \left| \begin{array}{l} 1.8721 n \\ 0.2414 n \end{array} \right| &= 78.5 \\ \operatorname{colog} \sin \left| \begin{array}{l} \alpha_2 - \alpha_1 \\ \alpha_2 - \alpha_3 \end{array} \right| &= -25^\circ 00' \\ \log b_1 &= 2.1136 \\ b_1 &= +129.9 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \log \left| \begin{array}{l} 1.8949 \\ 0.3741 \end{array} \right| &= 2.2690 \\ \log b_2 &= 185.8 \end{aligned}$$

$b_2 + b_1 = 315.7$	log	2.4993	$x_1 = 320^\circ$
$b_2 - b_1 = 55.9$	colog	2.2526	$2x_2 = 60^\circ$
$\frac{x_3 - x_1}{4} = -60^\circ 00'$	log tg	0.2386n	$\underline{x_3 = 80^\circ}$
	log tg [ ]	0.9905n	460°

$$\frac{1}{4}(x_1 + 2x_2 + x_3) - \omega = 95^\circ 50' \quad \frac{1}{4}(x_1 + 2x_2 + x_2) = 115^\circ$$

$$\omega = 115^\circ 00' - 95^\circ 50' = 19^\circ 10'$$


---

$$2S = \frac{b_1}{\sin \left[ \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} - \omega \right]} = \frac{b_2}{\sin \left[ \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{2} - \omega \right]}$$

$b_1 = 129.9$	log	2.1136	$b_2 = 185.8$	log	2.2690
$\frac{x_3 - x_1}{2} - \omega = 155^\circ 50'$	colog sin	0.3879	$\frac{x_3 - x_2}{2} - \omega = 35^\circ 50'$	colog sin	0.2325
	log 2S	2.5015		log 2S	2.5015
	2S	317.3		2S	317.3

$$S = 158.7; \quad q = 79.3 \quad S = 158.7; \quad q = 79.3$$


---

$$l = p_1 - S \cos(x_1 - \omega) = p_2 - S \cos(x_2 - \omega) = p_3 - S \cos(x_3 - \omega)$$

(1) $\alpha - \omega$	(2) $\log \cos(1)$	(3) (2) + log S	(4) Числа (3)	(5) p	(6) $l = (5) - (4)$
56°10'	1.7097	1.9103	81.3	204.5	123.2
10°50'	1.9922	2.1928	155.9	279.0	123.1
60°50'	1.6878	1.8884	77.3	201.5	124.2
Среднее					123.5

$$l = 123.5$$

3°. Стрелки  $f_1$  и  $f_2$  и координаты вершин  $k_1$  и  $k_2$  вмещающих сегментов:

$$f_1 = \frac{1}{2} c_1 \cotg \frac{1}{2} n_1; \quad x_{1,h} = \frac{x_1 + x_2}{2} + f_1 \cos(\varepsilon_1 + 90^\circ)$$

$$y_{1,h} = \frac{y_1 + y_2}{2} + f_1 \sin(\varepsilon_1 + 90^\circ)$$

$$f_2 = \frac{1}{2} c_2 \cotg \frac{1}{2} n_2; \quad x_{2,h} = \frac{x_2 + x_3}{2} + f_2 \cos(\varepsilon_2 + 90^\circ)$$

$$y_{2,h} = \frac{y_2 + y_3}{2} + f_2 \sin(\varepsilon_2 + 90^\circ)$$

$\frac{c_1}{2} = 142.0$	log	2.1523	log	2.1523
$\frac{n_1}{2} = 35^{\circ}00'$	log cotg	0.1548	log cotg	0.1548
$90^{\circ} + \varepsilon_1 = 200^{\circ}00'$	log cos	1.9729 (n)	log sin	1.5347
$\cos f_1 \cos (\varepsilon_1 + 90^{\circ}) = 2.2800(n)$				1.8418
$f_1 \cos (\varepsilon_1 + 90^{\circ}) = -190.6$			$f_1 \sin (\varepsilon_1 + 90^{\circ}) = -69.5$	
$\frac{1}{2}(x_1 + x_2) = 613.8$			$\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = 83.0$	
$x_{1,k} = 423.2$		$y_{1,k} = 13.5$		

$\frac{c_2}{2} = 107.45$	log	2.0312	log	2.0312
$\frac{n_2}{2} = 25^{\circ}00'$	log cotg	0.3313	log cotg	0.3313
$90^{\circ} + \varepsilon_2 = 29^{\circ}29'$	log cos	1.5638	log sin	1.9687 n
		1.9263		2.3312 (n)
$f_2 \cos (\varepsilon_2 + 90^{\circ}) = 84.4$			$f_2 \sin (\varepsilon_2 + 90^{\circ}) = -214.4$	
$\frac{1}{2}(x_3 + x_2) = 465.0$			$\frac{1}{2}(y_3 + y_2) = 177.3$	
$x_{2,k} = 549.4$		$y_{2,k} = 37.1$		

4°. Вычисление величин  $PK_1$ ,  $PK_2$ , их направлений  $\psi_1$  и  $\psi_2$  и координат  $x_a$  и  $y_a$  центра  $A$  круга четвертной девиации.

Формулы:

$$PK_1 = \sqrt{(x_{1,k} - x_p)^2 + (y_{1,k} - y_p)^2}; \quad PK_2 = \sqrt{(x_{2,k} - x_p)^2 + (y_{2,k} - y_p)^2}$$

$$\cos \sigma_1 = \frac{PK_1}{S}; \quad \cos \sigma_2 = \frac{PK_2}{S}$$

$$x_a = x_p + q \cos(\psi_1 - \sigma_1) = x_p + q \cos(\psi_2 + \sigma_2)$$

$$y_a = y_p + q \sin(\psi_1 - \sigma_1) = y_p + q \sin(\psi_2 + \sigma_2)$$

$$\psi_1 = MPK_1 = 180^{\circ} + \varepsilon_1 + u + \frac{1}{2}n_1 + 90^{\circ} = 270^{\circ} + \varepsilon_1 + u + \frac{1}{2}n_1$$

$$\psi_2 = MPK_2 = 180^{\circ} + \varepsilon_2 - v + 180^{\circ} - \frac{1}{2}n_2 - 90^{\circ} = 270^{\circ} + \varepsilon_2 - v - \frac{1}{2}n_2$$

$$\psi_1 = 270^{\circ} + 110^{\circ}02' + 35^{\circ} + 67^{\circ}24' = 482^{\circ}26' = 360^{\circ} + 122^{\circ}26'$$

$$\psi_2 = 270^{\circ} + 201^{\circ}29' - 84^{\circ}04' - 25^{\circ} = 362^{\circ}25' = 360^{\circ} + 2^{\circ}25'$$

$$x_{1,k} - x_p = -34.7; \quad y_{1,k} - y_p = 54.6 \quad x_{2,k} - x_p = 92.0; \quad y_{2,k} - y_p = 4.0$$

$$PK_1^2 = 1204 + 2981 = 4185 \quad PK_2^2 = 8464 + 16 = 8480$$

$PK_1 = 64.69$	log	1.8408	$PK_2 = 92.09$	log	1.9642
$S = 158.7$	colog	3.7994	$S = 158.7$	colog	3.7994
$\log \cos \sigma_1 = 1.6102$			$\log \cos \sigma_2 = 1.7636$		
$\sigma_1 = 65^\circ 57'$			$\sigma_2 = 54^\circ 28'$		

$\psi_1 - \sigma_1 = 56^\circ 29'$	log cos	1.7421	log sin	1.9210
$q = 79.35$	log	1.8996	log	1.8996
1.6417			1.8206	

$q \cos (\psi_1 - \sigma_1) = 43.8$	$q \sin (\psi_1 - \sigma_1) = 66.2$
$x_p = 457.9$	$y_p = -41.1$
$x_a = 501.7$	$y_a = 25.1$

$\psi_2 + \sigma_2 = 56^\circ 53'$	log cos	1.7375	log sin	1.9230
$q = 79.35$	log	1.8996	log	1.8996
1.6371			1.8226	
$q \cos (\psi_2 + \sigma_2) = 43.4$			$q \sin (\psi_2 + \sigma_2) = 66.5$	
$x_p = 457.9$			$y_p = -41.1$	
$x_a = 501.3$			$y_a = 25.4$	

$$\lambda H = \frac{1}{2} (501.7 + 501.3) = 501.5; \quad \mathfrak{A} \lambda H = \frac{1}{2} (25.4 + 25.1) = +25.2$$

$$\log \mathfrak{A} = 1.4014 + 3.2997 = 2.7011; \quad \mathfrak{A} = +0.0502$$

5°. Вычисление углов  $\beta$ ,  $\gamma$  и величин  $\mathfrak{B}\lambda H$ ,  $\mathfrak{C}\lambda H$ ,  $\mathfrak{D}\lambda H$  и  $\mathfrak{E}\lambda H$ .

Формулы:

$$\operatorname{tg}(\alpha_i + \beta) = \frac{y_i - y_p}{x_i - x_p}; \quad \gamma = \beta - \omega$$

$$\mathfrak{B}\lambda H = l \cos \beta; \quad \mathfrak{C}\lambda H = l \sin \beta; \quad \mathfrak{D}\lambda H = q \cos \gamma; \quad \mathfrak{E}\lambda H = q \sin \gamma$$

Nº	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
i	$y_i - y_p$	$x_i - x_p$	$\log(1)$	colog(2)	$(3) + (4)$	$\alpha_i + \beta$	$\alpha_i$	$\beta$
1	-9.7	204.6	0.9868	3.6891	2.6759	$357^\circ 17'$	$320^\circ$	$37^\circ 17'$
2	257.8	107.1	2.4128	3.9702	0.3830	$67^\circ 37'$	$30^\circ$	$37^\circ 37'$
3	179.1	92.9	2.2531	2.0320	0.2851	$117^\circ 25'$	$80^\circ$	$37^\circ 25'$
Среднее								$37^\circ 26'$

$$\gamma = \beta - \omega = 37^\circ 26' - 19^\circ 10' = 18^\circ 16'$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$\log \cos \beta$	$\log \sin \beta$	$(1) + \log l =$ $= \log \mathfrak{A}\lambda H$	$(2) + \log l =$ $= \log \mathfrak{C}\lambda H$	Числа 3 $\mathfrak{A}\lambda H$	Числа 4 $\mathfrak{C}\lambda H$	$\log \mathfrak{B}$	$\log \mathfrak{E}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{E}$
—	--								
1.8999	1.7838	1.9916	1.8755	98.1	75.1	1.2913	1.1752	0.1956	0.1497

Примечание.  $\log l = 2.0917$ ;  $\operatorname{colog} \lambda H = \overline{3.2997}$ .

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$\log \cos \gamma$	$\log \sin \gamma$	$(1) + \log q =$ $= \log \mathfrak{D}\lambda H$	$(2) + \log q =$ $= \log \mathfrak{E}\lambda H$	Числа 3 $\mathfrak{D}\lambda H$	Числа 4 $\mathfrak{E}\lambda H$	$\log \mathfrak{D}$	$\log \mathfrak{E}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{E}$
--	--								
1.9775	1.4962	1.8773	1.3958	75.4	24.9	1.1770	2.6955	0.1504	0.0496

Примечание.  $\log q = 1.8996$ ;  $\operatorname{colog} \lambda H = \overline{3.2997}$ .

Приведенное выше вычисление коэффициентов девиации и силы  $\lambda H$  дает следующее:

### Сличение

	По вычи- слению	По заданию	По вычи- слению	По заданию
$\lambda H$	501.5	500	1.0000	1.0000
$\mathfrak{A}\lambda H$	25.2	25	0.0502	0.0500
$\mathfrak{B}\lambda H$	98.1	100	0.1956	0.2000
$\mathfrak{C}\lambda H$	75.1	75	0.1497	0.1500
$\mathfrak{D}\lambda H$	75.4	75	0.1504	0.1500
$\mathfrak{E}\lambda H$	24.9	25	0.0496	0.0500

Это сличение показывает, что графическое построение быстрее ведет к цели, доставляя достаточно точные для практики результаты.

### Проверка

Произведем еще следующую проверку выполненных выше вычислений, а именно вычислим по заданным значениям:

$$\mathfrak{A} = 0.050; \quad \mathfrak{B} = 0.200; \quad \mathfrak{C} = 0.150; \quad \mathfrak{D} = 0.150; \quad \mathfrak{E} = 0.050$$

положив

$$\lambda H = 500 \text{ мм}$$

координаты точек  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , снятых с диаграммы и послуживших для вычисления коэффициентов девиации, кроме того вычислим эти координаты по найденным выше значениям в миллиметрах чертежа:

$$\lambda H = 501.5; \mathfrak{A}\lambda H = 25.2; \mathfrak{B}\lambda H = 98.1; \mathfrak{C}\lambda H = 75.1; \mathfrak{D}\lambda H = 75.4; \mathfrak{E} = 24.9$$

*Формулы:*

$$x = H' \cos \delta = 1 + \mathfrak{B} \cos \alpha - \mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{D} \cos 2\alpha - \mathfrak{E} \sin 2\alpha$$

$$y = H' \sin \delta = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \alpha + \mathfrak{C} \cos \alpha + \mathfrak{D} \sin 2\alpha + \mathfrak{E} \cos 2\alpha$$

*Курсы:*  $\alpha_1 = 320^\circ$ ;  $\alpha_2 = 30^\circ$ ;  $\alpha_3 = 80^\circ$

$\alpha_1 = 320^\circ (-40^\circ)$	$\alpha_2 = 30^\circ$	$\alpha_3 = 80^\circ$
$\sin \alpha_1 = -0.6428$	$\sin \alpha_2 = 0.5000$	$\sin \alpha_3 = 0.9848$
$\cos \alpha_1 = +0.7660$	$\cos \alpha_2 = 0.8660$	$\cos \alpha_3 = 0.1737$
$\sin 2\alpha_1 = -0.9848$	$\sin 2\alpha_2 = 0.8660$	$\sin 2\alpha_3 = 0.3420$
$\cos 2\alpha_1 = +0.1737$	$\cos 2\alpha_2 = 0.5000$	$\cos 2\alpha_3 = -0.9397$
$\mathfrak{B} \sin \alpha = -0.12856$	$+0.10000$	$+0.19696$
$\mathfrak{C} \cos \alpha = +0.11490$	$+0.12990$	$+0.02606$
$\mathfrak{D} \sin 2\alpha = -0.14772$	$+0.12990$	$+0.05130$
$\mathfrak{E} \cos 2\alpha = +0.00869$	$+0.02500$	$-0.04699$
$\mathfrak{A} = +0.05000$	$+0.05000$	$+0.05000$
<b>Сумма + = +0.17359</b>	<b>+0.43480</b>	<b>+0.32432</b>
<b>» — = —0.27628</b>	<b>—</b>	<b>—0.04699</b>
<b>—0.40269</b>	<b>+0.43480</b>	<b>+0.27733</b>
$y_1 = -51.35$	$y_2 = +217.40$	$y_3 = +138.66$
$\mathfrak{A} = +1.00000$	$+1.00000$	$+1.00000$
$\mathfrak{B} \cos \alpha = +0.15320$	$+0.17320$	$+0.03474$
$-\mathfrak{C} \sin \alpha = +0.09642$	$-0.07500$	$-0.14772$
$+\mathfrak{D} \cos 2\alpha = +0.02606$	$+0.07500$	$-0.14095$
$-\mathfrak{E} \sin 2\alpha = +0.04924$	$-0.04330$	$-0.01710$
<b>Сумма + = 1.32492</b>	<b>1.12990</b>	<b>+1.03474</b>
<b>» — —</b>	<b>—</b>	<b>-0.30577</b>
<b>+1.32492</b>	<b>+1.12990</b>	<b>+0.72897</b>
$x_1 = +662.46$	$x_2 = +564.95$	$x_3 = +364.48$

$a_1$	$a_2$	$a_3$
$\log y_1 = 1.71054 (n)$	2.33726	2.14195
colog $x_1 = \overline{3.17884}$	3.24800	3.43832
$\log \operatorname{tg} \delta_1 = 2.88938 (n)$	1.58526	1.58027
$\delta_1 = -4^\circ 26'$	$\delta_2 = +21^\circ 03'$	$\delta_3 = +20^\circ 50'$
$x_1^2 = 2637$	47263	132835
$y_1^2 = 438844$	319225	19228
$H'_1^2 = 441481$	$H'_2^2 = 366488$	$H'_3^2 = 152073$
$H'_1 = 664.4$	$H'_2 = 605.4$	$H'_3 = 389.93$
$\log H' = 2.8224$	2.7820	2.5910
$\log \cos \delta = 1.9987$	1.9700	1.9706
$\log \sin \delta = 2.8882 (n)$	1.5553	1.5510
$\log x = 2.8211$	2.7520	2.5616
$\log y = 1.7106 n$	2.3373	2.1420
$x_1 = 662.4$	$x_2 = 565.0$	$x_3 = 364.4$
$y_1 = -50.8$	$y_2 = 216.7$	$y_3 = 138.7$
<i>Снято с диаграммы</i>		
$x_1 = 662.5$	$x_2 = 565.0$	$x_3 = 365.0$
$y_1 = -50.8$	$y_2 = 216.7$	$y_3 = 138.0$

Произведем вычисление координат по следующим значениям коэффициентов в миллиметрах чертежа:

$$\lambda H = 501.5; \quad \mathfrak{A}\lambda H = 25.2; \quad \mathfrak{B}\lambda H = 98.1; \quad \mathfrak{C}\lambda H = 75.1$$

$$\mathfrak{D}\lambda H = 75.4; \quad \mathfrak{E}\lambda H = 24.9$$

$$\log l = 2.0917; \quad \beta = 37^\circ 26'; \quad \log q = 1.8996; \quad \gamma = 18^\circ 16'$$

*Формулы:*

$$y = \mathfrak{A}\lambda H + l \sin(\alpha + \beta) + q \sin(2\alpha + \gamma)$$

$$x = \lambda H + l \cos(\alpha + \beta) + q \cos(2\alpha + \gamma)$$

$a_1$	$a_2$	$a_3$
$\alpha + \beta = 2^\circ 34'$	$67^\circ 26'$	$117^\circ 26'$
$\log \cos(\alpha + \beta) = 1.9996$	1.5841	1.6634 (n)
$\log \sin(\alpha + \beta) = 2.6511 (n)$	1.9654	1.9482
$\log l \sin(\alpha + \beta) = 0.7428 (n)$	2.0571	2.0399
$\log l \cos(\alpha + \beta) = 2.0913$	1.6758	1.7551 (n)
$l \sin(\alpha + \beta) = -5.5$	+ 114.0	+ 109.6
$l \cos(\alpha + \beta) = 123.4$	+ 47.4	- 56.9

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
$2\alpha + \gamma - 61^\circ 44'$	$78^\circ 16'$	$178^\circ 16'$
$\log \cos(2\alpha + \gamma)$	$1.6754$	$1.9998 (n)$
$\log \sin(2\alpha + \gamma)$	$1.9449 (n)$	$2.4807$
$\log q \sin(2\alpha + \gamma)$	$1.8445 (n)$	$0.3803$
$\log q \cos(2\alpha + \gamma)$	$1.5750$	$1.8994 (n)$
$q \sin(2\alpha + \gamma)$	$-69.9$	$+ 2.4$
$q \cos(2\alpha + \gamma)$	$+37.6$	$-79.3$
$x_1$	$y_1$	$x_3$
$+ 501.5$	$+ 25.2$	$+ 501.5$
$+ 123.4$	$- 5.5$	$+ 25.2$
$+ 37.6$	$- 69.9$	$+ 109.6$
$x_1 = + 662.5;$	$y_1 = - 50.2$	$x_3 = 365.3;$
$x_2$	$y_2$	$y_3$
$+ 501.5$	$+ 25.2$	$+ 2.4$
$+ 47.4$	$+ 114.0$	
$+ 16.1$	$+ 77.7$	
$x_2 = 565.0;$	$y_2 = 216.9$	$y_3 = 137.2$

Сличение этих значений со снятыми с диаграммы и послужившими для этих вычислений показывает ту степень точности, которая здесь может быть достигнута.

Мы остановились так подробно на этом вопросе потому, что диаграмма де Коллонга заключает, в сущности, всю теорию девиации компаса.

**§ 12.** Формула тангенса девиации, да и самая сущность дела показывают, что девиация есть периодическая функция курса как магнитного, так и компасного, следовательно может быть разложена в тригонометрический ряд по синусам и косинусам кратных курса.

Если девиация весьма велика, напр.  $100^\circ$  или даже  $180^\circ$ , как бывало для компасов миноносок, установленных на деревянной полочке, прикрепленной к боевой рубке, на которую тогда компас и показывал, то легко было подобрать такое положение магнита, которым девиация низводилась до  $20^\circ - 25^\circ$ , и формула тангенса девиации со всеми ее следствиями имела место.

Таким образом мы можем принять, что девиация не превосходит  $20^\circ - 25^\circ$ , а тогда коэффициенты девиации заключаются в следующих пределах:

$$\begin{aligned} 1 &> \lambda > 0.8 \\ -0.5 &< \mathfrak{A} < 0.05; \quad -0.05 &< \mathfrak{E} < 0.05 \\ 0 &< \mathfrak{D} < 0.15; \quad -0.25 &< \mathfrak{B} < 0.25; \quad -0.25 &< \mathfrak{C} < 0.25 \end{aligned}$$

Условно принимая  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  за «малые» величины первого порядка, мы при разложении в ряды должны принять коэффициенты  $\mathfrak{A}$  и  $\mathfrak{E}$  за величины второго порядка, чтобы напрасно не усложнять формул.

Разложение в ряды обыкновенно ведут до членов *третьего* порядка:  $\mathfrak{B}^3, \mathfrak{C}^3, \mathfrak{D}^3, \mathfrak{B}^2\mathfrak{C}, \mathfrak{C}^2\mathfrak{B}, \mathfrak{B}^2\mathfrak{D}, \mathfrak{C}^2\mathfrak{D}, \mathfrak{D}^2\mathfrak{B}, \mathfrak{D}^2\mathfrak{C}, \mathfrak{B}\mathfrak{A}, \mathfrak{C}\mathfrak{A}, \mathfrak{D}\mathfrak{A}, \mathfrak{B}\mathfrak{C}, \mathfrak{C}\mathfrak{B}, \mathfrak{D}\mathfrak{C}$ . Все же члены, коих порядок выше третьего, отбрасываются.

Из теории тригонометрических рядов известно, что разложение заданной функции в такой ряд — единственное; следовательно, какой бы прием мы ни применили, результат будет один и тот же.

Возьмем формулу  $\operatorname{tg} \delta$  и для упрощения письма заменим в ней прописные готические буквы малыми латинскими, так что эта формула напишется в таком виде:

$$(1) \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{a + b \sin \alpha + c \cos \alpha + d \sin 2\alpha + e \cos 2\alpha}{1 + b \cos \alpha - c \sin \alpha + d \cos 2\alpha - e \sin 2\alpha}$$

Положив

$$b \sin \alpha + c \cos \alpha + d \sin 2\alpha + e \cos 2\alpha = z$$

$$b \cos \alpha - c \sin \alpha + d \cos 2\alpha - e \sin 2\alpha = y$$

получим

$$(2) \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{a + z}{1 + y} = \frac{a}{1 + y} + \frac{z}{1 + y}$$

Величины  $a$  и  $e$  — второго порядка, развитие же мы имеем в виду произвести до членов третьего порядка включительно, величины  $z$  и  $y$  — первого порядка. Поэтому можно написать:

$$(3) \quad \frac{a}{1 + y} = a(1 - y) = a - ay$$

$$(4) \quad \frac{z}{1 + y} = z(1 - y + y^2) = z - zy + zy^2$$

В выражении (3) в величине  $y$  надо член  $e \sin 2\alpha$  отбросить, так что будет:

$$(5) \quad \frac{a}{1 + y} = a - a(b \cos \alpha - c \sin \alpha + d \cos 2\alpha)$$

Совершенно так же будет для выражения (4):

$$(6) \quad z = b \sin \alpha + c \cos \alpha + d \sin 2\alpha + e \cos 2\alpha$$

$$(7) \quad zy = -(b \sin \alpha + c \cos \alpha + d \sin 2\alpha + e \cos 2\alpha)(b \cos \alpha - c \sin \alpha + d \cos 2\alpha - e \sin 2\alpha)$$

и по выполнении умножения член  $e^2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha$  следует отбросить, все же прочие члены сохранить:

$$(8) \quad zy^2 = (b \sin \alpha + c \cos \alpha + d \sin 2\alpha)(b \cos \alpha - c \sin \alpha + d \cos 2\alpha)^2$$

ибо члены, содержащие коэффициент  $e$ , будут четвертого порядка. Развив все эти произведения, надо в них сделать следующие замены:

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha; \quad 2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha; \quad 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$2 \sin \alpha \cos 2\alpha = \sin 3\alpha - \sin \alpha; \quad 2 \cos \alpha \sin 2\alpha = \sin 3\alpha + \sin \alpha$$

и т. д.,

т. е. вместо произведений и степеней косинуса и синуса брать их выражения через синусы и косинусы кратных дуг.

Таким образом, произведя выкладку, не представляющую кроме некоторой длинноты никаких затруднений, получим разложение  $\operatorname{tg} \delta$ ; но нам надо иметь разложение самой величины  $\delta$ , его получим из равенства:

$$\delta = \operatorname{tg} \delta - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \delta$$

Но при составлении количества  $\frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \delta$  надо брать в формуле (2) лишь второй член и полагать

$$\operatorname{tg} \delta = z(1-y) = z$$

Так что будет:

$$(9) \quad -\frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \delta = -\frac{1}{3} z^3 = -\frac{1}{3} (b \cos \alpha - c \sin \alpha + d \cos 2\alpha)^3$$

Заготовив выражения (5), (6), (7), (8), (9), надо подставить их в формулы (3) и (4) и собрать члены с одинаковой кратностью аргументов синусов и косинусов. Тогда получится формула такого вида:

$$(10) \quad \delta = A_1 + B_1 \sin \alpha + C_1 \cos \alpha + D_1 \sin 2\alpha + E_1 \cos 2\alpha + F_1 \sin 3\alpha + G_1 \cos 3\alpha + H_1 \sin 4\alpha + K_1 \cos 4\alpha + L_1 \sin 5\alpha + M_1 \cos 5\alpha + N_1 \sin 6\alpha$$

Прочие члены порядка выше третьего. В этой формуле при нашем условном обозначении:

$$(I) \quad \begin{aligned} A_1 &= a; & B_1 &= b + ac; & C_1 &= c - ab; & D_1 &= d - \frac{1}{2} (b^2 - c^2) \\ E_1 &= e - bc - ad; & F_1 &= -bd + ce + \frac{1}{3} b^3 - bc^2 \\ G_1 &= \left( -bc - cd + b^2c - \frac{1}{3} b^3 \right); & H_1 &= -\frac{1}{2} d^2 + d(b^2 - c^2) \\ K_1 &= -de + 2bcd; & L_1 &= bd^2; & M_1 &= cd^2; & N_1 &= \frac{1}{3} d^3 \end{aligned}$$

Условное же обозначение состоит, как указано выше, в следующем:

$$a = \mathfrak{A}; \quad b = \mathfrak{B}; \quad c = \mathfrak{C}; \quad d = \mathfrak{D}; \quad e = \mathfrak{E}$$

Обыкновенно довольствуются первыми пятью членами формулы (10) и пишут:

$$(11) \quad \delta_m = A_1 + B_1 \sin \alpha + C_1 \cos \alpha + D_1 \sin 2\alpha + E_1 \cos 2\alpha$$

где  $\alpha$  есть магнитный курс корабля.

Можно вывести формулу, подобную (10), и для компасных курсов, которую пишут так:

$$(12) \quad \delta_k = A + B \sin \zeta + C \cos \zeta + D \sin 2\zeta + E \cos 2\zeta$$

где  $\zeta$  есть компасный курс корабля, и коэффициенты

$$(II) \quad \begin{aligned} A &= a; \quad B = b \left( 1 - \frac{1}{2} d + \frac{1}{4} d^2 + \frac{b^2 + c^2}{8} \right) - \frac{1}{2} ce \\ C &= c \left( 1 + \frac{1}{2} d + \frac{1}{4} d^2 + \frac{b^2 + c^2}{8} \right) - \frac{1}{2} bc \\ D &= d; \quad E = e + da \text{ и т. д.,} \end{aligned}$$

при том же условном обозначении, как и для формул (I).

Все эти коэффициенты, называемые «приближенными», выражаются отвлеченными числами. Для практического удобства обе части равенства (12) умножают на  $57^\circ.3$ ; тогда  $A, B, C, D, E$  будут выражены в градусной мере, но формулу (12) попрежнему пишут в виде:

$$(13) \quad \delta = A + B \sin \zeta + C \cos \zeta + D \sin 2\zeta + E \cos 2\zeta$$

и притом одинаково как для магнитных, так и для компасных курсов.

Если коэффициенты  $A, B, C, D, E$  не превышают  $10^\circ$ , то приближенно будет:

$$\mathfrak{A} = \sin A; \quad \mathfrak{B} = \sin B; \quad \mathfrak{C} = \sin C; \quad \mathfrak{D} = \sin D; \quad \mathfrak{E} = \sin E$$

Из формул (I) и (II) путем приближенного решения этих уравнений, ограничиваясь членами до третьего порядка, получаются, само собою разумеется в отвлеченной мере, следующие равенства:

$$(12') \quad \begin{aligned} \mathfrak{A} &= A \\ \mathfrak{B} &= B \left( 1 + \frac{D}{2} - \frac{B^2 + C^2}{8} \right) + \frac{CE}{2} \\ \mathfrak{C} &= C \left( 1 + \frac{D}{2} - \frac{B^2 + C^2}{8} \right) + \frac{BE}{2} \\ \mathfrak{D} &= D; \quad \mathfrak{E} = E - AD \end{aligned}$$

причем предполагается, что  $A, \dots, E$  вычислены для девиаций на компасные курсы; если же девиации вычислены на магнитные курсы, то будет:

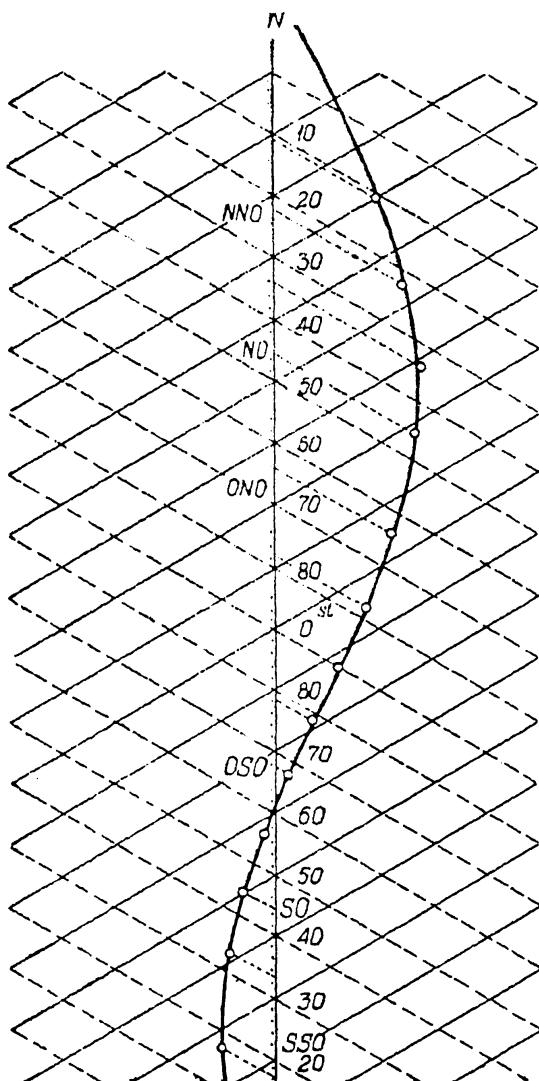
$$(12'') \quad \begin{aligned} \mathfrak{A} &= A_1; \quad \mathfrak{B} = B_1 - A_1 C_1; \quad \mathfrak{C} = C_1 + A_1 B_1; \quad \mathfrak{D} = D_1 + \frac{B_1^2 - C_1^2}{2} \\ \mathfrak{E} &= E_1 + A_1 D_1 + B_1 C_1 \end{aligned}$$

На подробностях этих выкладок не останавливаемся, ибо они не имеют принципиального значения, а представляют как бы математическое упражнение<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> В 1885 г. я состоял в 4-м экипаже в Кронштадте. И. П. де Коллонг предложил мне вывести формулу (I) до членов 4-го порядка включительно, сообщая, что он со своей стороны это сделает и мы сличим результаты, независимо полученные. У меня оказались две ошибки, у И. П.—одна, чему И. П. был еще обрадован, нежели я, ибо он получил уверенность, что в его формулах других ошибок нет.

**§ 13.** Вычисление коэффициентов девиации  $A, B, \dots E$  производится проще всего по наблюдениям девиации на компасных курсах, по возможности равноотстоящих, пользуясь для этого или створными знаками на кронштадтском рейде или азимутами Солнца.

В виду трудности наблюдений в точности на равноотстоящих курсах пользуются сперва графической интерполяцией, построив кривую,



Фиг. 12.

представляющую зависимость девиации от курса, применяя для этого прямолинейные, но не прямоугольные координаты, а составляющие угол в  $60^\circ$ , ибо при таком угле одна и та же кривая дает зависимость девиации как от компасных, так и магнитных курсов.

Такая кривая называется диаграммой Непири, часть ее представлена на фиг. 12. При гармоническом анализе берут или 32, или 16, или 8 равноотстоящих курсов, что доставит такое же число уравнений вида:

$$(*) \quad \delta_n = A + \sin \zeta_n + C \cos \zeta_n \\ + D \sin 2\zeta_n + E \cos 2\zeta_n$$

причем  $n = 0, 1, 2, \dots 31$ , или  $n = 0, 1, 2, \dots 15$ , или  $n = 0, 1, 2, \dots 7$  и  $\zeta_0 = 0$ , так что  $\zeta_n = \frac{360^\circ}{32} n$ , или  $\frac{360^\circ}{16} n$ , или  $\frac{360^\circ}{8} n$ .

Полученные уравнения решают по способу наименьших квадратов, тогда будет:

$$(III) \quad A = \frac{1}{i} \sum \delta_n; \quad B = \frac{2}{i} \sum \delta_n \sin \zeta_n; \quad C = \frac{2}{i} \sum \delta_n \cos \zeta_n \\ D = \frac{2}{i} \sum \delta_n \sin 2\zeta_n; \quad E = \frac{2}{i} \sum \delta_n \cos 2\zeta_n$$

причем  $i$  равно 32, или 16, или 8, как это известно из теории рядов Фурье.

Для упрощения вычислений составлены таблицы, дающие входящие в состав сумм произведения, а также имеются бланки с отпечатанными схемами вычислений, в подробности которых нам нет надобности входить.

После того как «приближенные» коэффициенты  $A, B, C, D, E$  вычислены по формуле (III), по этим значениям коэффициентов вычи-

сяют девиации: для прежнего деления картушки — для каждого румба, для нового ( $0^\circ - 360^\circ$ ) — через  $10^\circ$  и строят исправленную, или аналитически сглаженную, диаграмму Непира.

Если желательно или почему-либо необходимо, то, имея «приближенные» коэффициенты по формулам (12) или (12''), вычисляют точные и строят диаграмму.

Заметим здесь же, что коэффициенты  $A, D, E$  при перемене места корабля не изменяются, поэтому выгодно вычислить отдельно сумму

$$\delta_2 = A + D \sin 2\zeta + E \cos 2\zeta$$

постоянной и четвертной девиаций, чтобы затем следить только за изменениями коэффициентов  $B, C$  и «полукруговой девиации»

$$\delta_1 = B \sin \zeta + C \cos \zeta$$

для чего достаточно проанаблюдать девиацию на двух курсах, угол между которыми близок к  $90^\circ$ .

Можно поступать и иначе, производя наблюдение силы и девиации на том курсе, на котором корабль лежит. Это наблюдение доставит точку диаграммы, а так как круг четвертной девиации остался неизменным, то по этой точке и магнитному курсу найдутся угол  $\beta$  и длина  $l$ , а значит,  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$ . Но при этом надо знать величину  $\lambda H$  в делениях дефлектора. Предполагая даже, что магнитный момент дефлектора и, значит, цена делений дефлектора известны в абсолютных единицах, пришлось бы  $H$  снять с магнитной карты, на которой величина  $H$  далеко не заслуживает того доверия, как величина склонения, поэтому определение величин  $B$  и  $C$  по двум девиациям предпочтительнее.

Мы еще вернемся к этому вопросу об изменении девиации с переменой места корабля ниже.

**§ 14.** До сих пор мы предполагали, что корабль не имеет ни дифферента, ни крена. По отношению к дифференту это предположение весьма близко к действительности, но крен иногда достигает даже на паровых судах до  $5^\circ$ , а в некоторых случаях — и более и вызывает изменение девиации, которое здесь и рассмотрим, поступая несколько иначе, нежели это обычно делается.

Обозначим через  $i$  угол крена, считая его положительным на правый борт. Так как угол крена «малый» и при  $i = 0$  происходящая от крена корабля добавочная девиация  $\delta_i$  обращается в нуль, то, ограничиваясь выражением этой девиации членами первого порядка относительно  $i$ , мы получим вообще формулу:

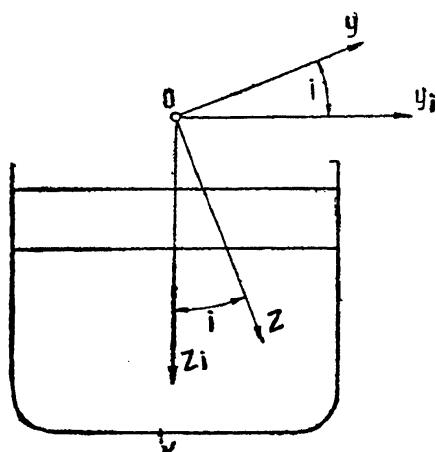
$$(1) \quad \delta_i = \chi \cdot i \cdot F(\zeta)$$

где  $\chi$  есть некоторый постоянный коэффициент, который будет зависеть от коэффициентов Пуассона,  $F(\zeta)$  — периодическая функция курса  $\zeta$ . Эту зависимость и надо вывести.

Проведем через точку  $o$  систему осей координат  $oxyz$ , неизменных в пространстве, с которыми совпадают оси корабля при прямом его положении. Обозначим через  $ox_iy_iz_i$  положение осей корабля при угле крена  $i$ .

Очевидно, что при этом ось  $ox_i$  совпадает с  $ox$ , другие же две оси повернутся в своей плоскости на угол  $i$  и займут указанное на фиг. 13 положение, и мы получим

следующую таблицу косинусов между осями:



Фиг. 13.

	$x_i$	$y_i$	$z_i$
$x$	1	0	0
$y$	0	$\cos i$	$-\sin i$
$z$	0	$\sin i$	$\cos i$

Обозначая через  $X, Y, Z$  попрежнему проекции земной магнитной силы на оси  $oxyz$  и через  $X_i, Y_i, Z_i$  — проекции той же силы на оси  $ox_iy_iz_i$ , мы по теореме проекций на основании предыдущей таблицы получим:

$$\begin{array}{lll} X_i = X & \text{и обратно} & X = X_i \\ Y_i = Y \cos i + Z \sin i & \Rightarrow & Y = Y_i \cos i - Z_i \sin i \\ Z_i = -Y \sin i + Z \cos i & \Rightarrow & Z = Y_i \sin i + Z_i \cos i \end{array}$$

Так как коэффициенты  $a, b, c, \dots k$  и силы  $P, Q, R$  при перемене направления осей координат, связанных с кораблем, своих значений не изменяют, то для осей  $ox_i, y_i, z_i$  уравнения Пуассона будут:

$$\begin{aligned} X'_i &= X_i + aX_i + bY_i + cZ_i + P \\ Y'_i &= Y_i + dX_i + eY_i + fZ_i + Q \\ Z'_i &= Z_i + gX_i + hY_i + kZ_i + R \end{aligned}$$

Но нам нужны проекции магнитных  $X'_i, Y'_i, Z'_i$  сил не на корабельные  $oxyz$ , а на первоначальные оси  $OXYZ$ , неподвижные в пространстве, причем эти проекции надо выразить через величины  $X, Y, Z$ .

Таким образом будет:

$$\begin{aligned} X' &= X'_i \\ Y' &= Y'_i \cos i - Z'_i \sin i = (Y_i + dX_i + eY_i + fZ_i + Q) \cos i \\ &\quad - (Z_i + gX_i + hY_i + kZ_i + R) \sin i \\ Z' &= Y'_i \sin i + Z'_i \cos i = (Y_i + dX_i + eY_i + fZ_i + Q) \sin i \\ &\quad + (Z_i + gX_i + hY_i + kZ_i + R) \cos i \end{aligned}$$

Подставив в правые части этих уравнений величины

$$\begin{aligned} X_i &= X \\ Y_i &= Y \cos i + Z \sin i \\ Z_i &= -Y \sin i + Z \cos i \end{aligned}$$

мы и получим требуемые выражения, которые останется только развернуть и упростить.

Ограничиваюсь первою степенью малого угла  $i$ , полагаем:

$$\cos i = 1; \quad \sin i = i$$

Тогда будет:

$$X_i = X; \quad Y_i = Y + Z \cdot i; \quad Z_i = -Y \cdot i + Z$$

и предыдущие уравнения будут:

$$\begin{aligned} X' &= X + aX + bY + cZ + i(bZ - cY) + P \\ Y' &= Y + dX + eY + fZ + Q + i[eZ - fY - gX - hY - kZ - R] \end{aligned}$$

Напишем эти уравнения так:

$$\begin{aligned} (*) \quad X' &= X + a_i X + b_i Y + c_i Z + P_i \\ Y' &= Y + d_i X + e_i Y + f_i Z + Q_i \end{aligned}$$

при этом будет:

$$\begin{aligned} (***) \quad a_i &= a; & d_i &= d - g; \\ b_i &= b - c; & e_i &= e - (h + f)i; \\ c_i &= c + b_i; & f_i &= f + (e - k)i; \\ P_i &= P; & Q_i &= Q - R_i; \end{aligned}$$

т. е. уравнения (\*) имеют совершенно тот же вид, что и те уравнения § 5, на основании которых была получена формула тангенса девиации, только вместо  $a, b, c, \dots, Q$  в них входят те же буквы со значками  $i$ .

Делая указанные в § 5 комбинации, мы получим прежде всего:

$$\lambda_i = 1 + \frac{a_i + e_i}{2} = 1 + \frac{a + e}{2} - \frac{h - f}{2} i$$

но в уравнениях Пуассона коэффициенты  $b, d, f, h$  весьма малы по сравнению с прочими, поэтому член  $\frac{h-f}{2} i$  порядка не только выше второго, но даже выше третьего и может быть отброшен, так что будет:

$$\lambda_i = 1 + \frac{a + e}{2} = \lambda$$

т. е. величина  $\lambda$  при крене сохраняет свое значение неизменным.

Таким образом у нас будет:

$$\begin{aligned}\mathfrak{D}_i &= \frac{a_i - e_i}{2\lambda} = \frac{a - e}{2\lambda} + \frac{h + f}{2\lambda} i = \mathfrak{D} \\ \mathfrak{E}_i &= \frac{d_i + b_i}{2\lambda} = \frac{d + b}{2\lambda} - \frac{g + c}{2\lambda} i = \mathfrak{E} - \frac{g + c}{2\lambda} i \\ \mathfrak{A}_i &= \frac{d_i - b_i}{2\lambda} = \frac{d - b}{2\lambda} - \frac{g - c}{2\lambda} i = \mathfrak{A} - \frac{g - c}{2\lambda} i \\ \mathfrak{B}_i &= \frac{c_i}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{P_i}{\lambda H} \left( \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{\lambda H} \right) + \frac{b}{\lambda} i = \mathfrak{B} + \frac{b}{\lambda} i \\ \mathfrak{C}_i &= \frac{f_i}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{Q_i}{\lambda H} = \left( \frac{f}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{\lambda H} \right) - \left( \frac{k - e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{\lambda H} \right) i = \\ &= \mathfrak{C} - \left( \frac{k - e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{\lambda H} \right) i\end{aligned}$$

Как уже сказано, члены  $\frac{h + f}{2\lambda} i$  и  $\frac{b}{\lambda} i$  по малости величин  $b, h, f$  могут быть отброшены. Поэтому при крене коэффициенты  $\mathfrak{D}$  и  $\mathfrak{B}$  сохраняют свою величину так же, как и  $\lambda$ .

Главное изменение получает коэффициент  $\mathfrak{C}$ , приращение которого будет:

$$-\left( \frac{k - e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{\lambda H} \right) i$$

кроме того коэффициенты  $\mathfrak{E}$  и  $\mathfrak{A}$  получают приращения:

$$-\frac{g + c}{2\lambda} i \text{ и } \frac{g - c}{2\lambda} i$$

Мы видели, что в формуле

$$\delta = A + B \sin \zeta + C \cos \zeta + D \sin 2\zeta + E \cos 2\zeta$$

коэффициенты  $A, B, C, D, E$  можно принимать соответственно равными  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \dots, \mathfrak{C}$ , выраженными в градусной мере.

Практика показывает, что для главных компасов, установленных так, что вблизи них нет масс железа, коэффициенты  $g$  и  $c$  весьма малы. Поэтому, полагая

$$(2) \quad \left( \frac{k - e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{\lambda H} \right) = \chi$$

мы получим, что при крене  $i^\circ$  девиация будет:

$$(3) \quad \delta = \delta_0^\circ - \chi \cdot i^\circ \cdot \cos \zeta$$

т. е. добавляется *полукруговая* девиация, наибольшее значение которой при  $\chi > 0$  есть  $-\chi \cdot i^\circ$  на курсе N и  $+\chi i^\circ$  на курсе S.

Коэффициент  $\chi$  при неуничтоженной девиации в некоторых случаях достигал  $3^\circ.5 - 4^\circ$ , т. е. на каждый градус крена добавлялась девиация в  $3^\circ.5 - 4^\circ$ , которая являлась причиной столь значительной погрешности в показаниях компаса, что многие корабли от погреш-

ности в исчислении попадали на рифы или на берег и терпели крушение.

Так в 1862 г. на протяжении месяца у берегов Ирландии потерпели крушение два пассажирских парохода, шедшие из Америки, причем на каждом из них погибло более ста человек.

Пароходы тогда снабжались рангоутом и при благоприятном ветре несли паруса. Произведенное расследование показало, что оба крушения произошли от изменения девиации компасов, которое из-за пасмурной погоды не могло быть определено, а при подходе к берегу был туман и маяков не было видно.

Общественное мнение Англии было встревожено. Парламент потребовал, чтобы адмиралтейство назначило специальную комиссию, в которую вошли Арч. Смит и капитан Дж. Эванс; ими и было составлено знаменитое «Адмиралтейское руководство по девиации компасов».

## ГЛАВА II

### Уничтожение девиации

§ 15. И. П. де Коллонг, около 40 лет работавший в области теории девиации компасов, создавший многие методы ее вычисления, разработал также методы ее уничтожения и построил приборы, для этого служащие.

Вот в каких словах И. П. характеризовал в лекциях, читанных им в Морской академии в 1888—1890 гг., пользу уничтожения девиации:

«Часто говорят, что достаточно знать величину погрешности, чтобы, вводя ее правильно в вычисление, получить верный результат. Такое мнение, не допускающее с первого взгляда никакого возражения, всего менее может быть применяемо к девиации».

1°. «В самом деле: девиация происходит от действия судовых магнитных сил на компасные стрелки; силы эти, смотря по относительному положению судна к магнитному меридиану, могут производить большее или меньшее значение величины девиации и в то же время изменяют судовую направляющую силу, действующую на компасные стрелки.

Представим себе, что при некотором курсе судна магнитные силы судового железа действуют по направлению, обратному силе земного магнетизма; тогда, если эти силы менее силы земного магнетизма, девиации вовсе не будет, т. е. для рассматриваемого курса компас должен показывать вполне верно. Если же на каком-либо курсе судовые горизонтальные магнитные силы станут равными горизонтальной составляющей силы земного магнетизма, то на компасную стрелку не будет действовать никакая направляющая сила и стрелка может занять какое угодно направление; следовательно нельзя сказать, что, зная силы, производящие девиацию, мы знаем также и погрешность для каждого направления судна, ибо, как видно, для одного из курсов, а также для

курсов, к нему близких, мы погрешности компаса вовсе знать не будем. Наконец, в том случае, когда на каком-либо курсе судовые магнитные силы превзойдут горизонтальную составляющую силы земного магнетизма, компас будет показывать обратное направление тому, по которому судно правят; то же будет и для курса, противоположного первому.

Итак, двум различным направлениям будет соответствовать одно и то же показание компаса, что приводит к путанице.

Даже независимо от приведенных резких примеров, которые могут быть отнесены к исключениям, всякое значительное ослабление направляющей силы на некоторых курсах может привести к ошибочным показаниям компаса, тогда как при уничтоженной девиации направляющие силы становятся равными между собой и, следовательно, для всех возможных направлений судна компасные стрелки будут обладать одинаковою способностью сохранять свое направление».

2°. «При значительной девиации самое определение ее величины становится затруднительным и неточным, ибо около того курса, на котором девиация меняет знак, она быстро изменяет свою величину, так что при малой неточности в направлении судна, от неизбежной его рыскливости, мы получим девиацию, хотя и точно наблюденную, но не для того курса, к которому ее отнесем».

3°. «Компас с большой девиацией имеет то весьма немаловажное неудобство, что картушка его весьма неспокойна; судно можно рассматривать как магнит, находящийся под компасом; быстрый поворот этого магнита; а также колебания его около горизонтальной оси при качке судна будут вызывать колебания картушки, которые обыкновенно и наблюдаются у компасов с большой девиацией. Когда же девиация уничтожена, то при изменении курса и при качке картушка ходит мало и быстро устанавливается. Это обстоятельство особенно важно для военных судов в тех случаях, когда при маневрировании приходится руководствоваться показаниями компаса».

4°. «Неизменяемость девиации или, по крайней мере, значительное ослабление ее изменяемости с переходом из одного места поверхности земли в другое, значительно отличающееся от первого по магнитным элементам, достигается также уничтожением девиации. В самом деле, полукруговая девиация, производимая силами  $(cZ + P)$  и  $(fZ + Q)$ , меняется с переменой места судна. Имеется возможность уничтожения в отдельности сил  $cZ$  и  $fZ$  (возбужденных вертикальной слагающей  $Z$  земного магнетизма) и сил  $P$  и  $Q$  (постоянный судовой магнетизм). Уничтоженная таким образом полукруговая девиация будет уничтожена для всех мест земли. Даже в том случае, когда силы  $(cZ + P)$ ,  $(fZ + Q)$  уничтожаются не в отдельности, а совокупно, то полукруговая девиация будет изменяться значительно меньше, нежели не будучи уничтожена совсем, ибо сила  $cZ$  мала по сравнению с  $P$  и сила  $fZ$  мала по сравнению с  $Q$ , в особенности для главных компасов, установленных с соблю-

дением выработанных на этот счет правил относительно устранения ближайших к компасу масс железа и замены их немагнитными или мало-магнитными материалами».

5°. «При уничтоженной девиации всякому изменению курса корабля соответствует и равное ему изменение показания компаса; при неуничтоженной и большой девиации это не имеет места, и на одном из судов изменению истинного курса на  $45^\circ$  соответствовало изменение показания компаса, на разных курсах различное и достигавшее до  $102^\circ$ , что, очевидно, крайне затрудняло эскадренное маневрирование и даже делало его опасным».

6°. «Уничтожением креновой девиации не уничтожаются только упомянутые колебания картушки при боковой качке корабля, но отпадает надобность в учете креновой девиации, который практически почти не выполним по своей сложности. Между тем креновая девиация достигает при больших значениях коэффициента  $\chi$  большой величины; так, напр., на крейсере «Владимир Мономах» было

$$\chi = 4$$

т. е. при  $1^\circ$  угла статического крена изменение девиации составляло до  $4^\circ$ , а так как этот крейсер нес полный корабельный рангоут и при ходе под парусами крен мог составлять до  $6^\circ$ , то изменение девиации могло достигать совершенно недопустимой величины в  $24^\circ$ .

При боковой качке корабля на волнении измерение статического угла крена представляет значительные трудности, ибо на показания обычного кренометра полагаться нельзя<sup>1</sup>.

7°. «На некоторых, особенно вновь построенных, судах замечалось, что девиация, уничтоженная в данном месте, например в Финском заливе, вновь появлялась, с течением времени медленно изменяясь. Это явление объясняется или изменением магнитного состояния судна (силы  $P$  и  $Q$ ) или же ослаблением магнитов, примененных для уничтожения полукруговой девиации. Но так как оба эти явления протекают весьма медленно, то, непрестанно следя за девиацией при плавании, следует время от времени «подправлять» установку магнитов и следить за тем, чтобы полукруговая девиация оставалась уничтоженной».

8°. К этим указаниям И. П. де Коллонга добавим еще следующее: при боковой качке корабля, идущего по курсу  $\alpha$ , при неуничтоженной креновой девиации будет появляться поперечная возмущающая сила

$$F = -\chi \theta \cos \alpha$$

<sup>1</sup> В настоящее время по моим указаниям построен специальный гидравлический кренометр, постоянно показывающий при качке статический крен и дифферент корабля, необходимые для пользования так наз. «таблицами непотопляемости». — А. К.

<sup>4</sup> А. Н. Крылов.

где  $\theta$  есть мгновенное значение крена корабля, так что

$$\theta = N \cos\left(\frac{2\pi t}{\tau} + \omega_1\right) + M \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \omega_2\right)$$

где  $N, M, \omega_1, \omega_2$  от времени  $t$  не зависят,  $\tau$  есть период свободных качаний корабля,  $T$  — видимый период волн.

Возмущающая сила  $F$  даже при  $\chi = 0.5$  будет настолько значительна, что рыскания картушки, ею вызываемые, выведут компас из строя и править по нему будет невозможно.

Отсюда ясно, насколько важно уничтожение креновой девиации.

**§ 16.** Мы видели, что на корабле при *прямом* его положении система стрелок компаса находится под влиянием следующих *шести* сил, расположенных в горизонтальной плоскости и действующих по следующим направлениям:

- 1)  $\lambda H$  по магнитному меридиану;
- 2)  $\mathfrak{A}\lambda H$  перпендикулярно к магнитному меридиану;
- 3)  $\mathfrak{B}\lambda H$  по диаметральной плоскости;
- 4)  $\mathfrak{C}\lambda H$  перпендикулярно к диаметральной плоскости;
- 5)  $\mathfrak{D}\lambda H$  по зеркальному изображению меридиана в диаметральной плоскости;
- 6)  $\mathfrak{E}\lambda H$  перпендикулярно к зеркальному изображению меридиана в диаметральной плоскости.

Сила  $\lambda H$  не производит девиации, а является *направляющей*, составляя определенную долю ( $\lambda$  правильная дробь) от земной силы  $H$ .

Остальные пять сил производят девиацию, а именно:

$\mathfrak{A}\lambda H$  — постоянную,  
 $\mathfrak{B}\lambda H$  и  $\mathfrak{C}\lambda H$  — полукруговую,  
 $\mathfrak{D}\lambda H$  и  $\mathfrak{E}\lambda H$  — четвертную.

К этим возмущающим силам, действующим на компас при прямом положении корабля, при наклонении корабля присоединяется еще сила  $i\chi\lambda H$ , направленная перпендикулярно к диаметральной плоскости и пропорциональная углу крена.

Задача уничтожения девиации состоит в том, чтобы, располагая поблизости от компаса магниты и бруски или шары мягкого железа, возбудить силы, равные и противоположные возмущающим, и тем уничтожить их действие как при прямом положении корабля, так и при крене и при том для всех мест земной поверхности.

Для этого современные компасы снабжаются специальными приспособлениями, помещаемыми частью внутри, частью снаружи нактоуза; эти приспособления называются «приборами уничтожения девиации».

Таких приборов два типа: 1°) с поворотными магнитами для уничтожения полукруговой девиации и с брусками мягкого железа для уничтожения четвертной и 2°) с продольными и поперечными маг-

нитами для уничтожения полукруговой девиации и с шарами или брусками мягкого железа для уничтожения четвертной девиации.

Кроме того к компасам системы де Коллонга отпускаются его же системы *дефлектор* и изобретенная в 1884 г. начальником компасной мастерской В. Б. Штемпелем картушка с качающимися стрелками. Дефлектор и указанная картушка служат для измерения магнитных сил, действующих на стрелки компаса.

*Дефлектор* де Коллонга состоит из: а) измерительного магнита SN, б) перпендикулярного к нему направляющего магнитика, в) стержня, на коем нанесены деления сил, и г) цилиндрического стакана с прорезями и карабинными вырезами, коими весь прибор надевается на радиусы пеленгатора.

Измерение горизонтальной силы производится следующим образом:

а) Пеленгатор компаса ставят так, чтобы его визирная плоскость совпадала с компасным меридианом; это определяется тем, что под призмой глазной мишени в совпадении с изображением нити предметной мишени будет находиться деление  $180^\circ$  картушки, и замечается отсчет по азимутальному кругу. Дефлектор при этом должен быть далеко (метра два) от компаса.

б) Ставят на пеленгатор дефлектор, установив предварительно измерительный магнит в его движке горизонтально, так, чтобы нордовый конец этого магнита был обращен по направлению к предметной мишени пеленгатора (компасному N-ду), проверяют отсчет азимутального круга и, если он изменился, поворачивают пеленгатор, чтобы восстановить первоначальный отсчет. Очевидно, что в этом положении измерительный магнит будет находиться в плоскости компасного меридiana и северный его конец будет обращен к компасному N-ду.

в) Перемещают движок, несущий измерительный магнит, вверх или вниз, пока под призму в совпадение с изображением нити не придет деление  $90^\circ$  или  $270^\circ$  картушки. Обращают внимание, чтобы отсчет положения пеленгатора сохранил свою величину, и производят отсчет горизонтальной силы.

Основанием этого способа измерения горизонтальной силы служит то, что при описанном положении измерительного магнита он действует на систему стрелок компаса с горизонтальной силой, лежащею в плоскости компасного меридiana, в сторону, *обратную* направляющей силе, а когда сила от измерительного магнита сравняется с направляющей, то эти две силы взаимно уничтожатся, и картушка будет находиться только под действием маленького магнитика дефлектора, ось которого перпендикулярна к меридиану; значит такое же положение займет и линия NS картушки и под призмой будет деление  $90^\circ$  и  $270^\circ$ , смотря по тому, в какую сторону обращен N вспомогательного магнитика.

Полезно переложить вспомогательный магнитик в его гнезде в обратное положение, вновь произвести измерение горизонтальной

силы и взять среднее, чтобы исключить погрешность от возможной неперпендикулярности оси вспомогательного магнитика к магнитной оси главного.

Для измерения *вертикальной* силы обыкновенную картушку заменяют картушкой Штемпеля, измерительный магнит дефлектора ставят в его движок вертикально (в нашем полушарии нордовым концом *вверх*), вспомогательный магнит вынимают из его гнезда, устанавливают дефлектор на пеленгатор и, став по оставую или вестовую сторону компаса, передвигают движок вверх или вниз по стержню, пока стрелки не станут параллельно радиусу NS картушки, что легко заметить, приводя их изменением положения глаза на створ с этим радиусом, и производят отсчет по шкале вертикальных сил.

Чтобы исключить влияние кручения нитей подвеса стрелок, вынимают картушку из котелка, перемагничивают ее специально для того отпускаемыми магнитами, вновь производят измерение и берут среднее из двух результатов.

Основание этого способа измерений, если сопоставить его с измерением горизонтальных сил, само собою понятно: роль вспомогательного магнитика здесь играет сила тяжести, ибо центр тяжести системы стрелок лежит чуть-чуть ниже точек закрепления нитей за крайние стрелки, вследствие чего, когда вертикальная магнитная сила будет уничтожена действием измерителя, горизонтальное положение системы стрелок и будет положением их равновесия.

Заметим здесь же, что вышеописанное первоначальное устройство дефлектора было затем значительно улучшено В. Я. Павлиновым, приспособившим микрометрическое перемещение измерительного магнита.

**§ 17.** Из формулы тангенса девиации следует, что девиация  $\delta$  может тождественно (т. е. при *всяком* курсе) равняться нулю только при условии, чтобы было:

$$\mathfrak{A} = 0; \quad \mathfrak{B} = 0; \quad \mathfrak{C} = 0; \quad \mathfrak{D} = 0; \quad \mathfrak{E} = 0$$

Но мы видели, что

$$(1) \quad \mathfrak{A} = \frac{d - b}{2\lambda}$$

$$(2) \quad \mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{\lambda H} \right)$$

$$(3) \quad \mathfrak{C} = \frac{1}{\lambda} \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right)$$

$$(4) \quad \mathfrak{D} = \frac{a - e}{2\lambda}$$

$$(5) \quad \mathfrak{E} = \frac{d + b}{2\lambda}$$

причем

$$(6) \quad \lambda = 1 + \frac{a + e}{2}$$

Из уравнений

$$\mathfrak{A} = 0; \quad \mathfrak{E} = 0$$

следует, что при уничтоженной девиации должно быть:

$$(7) \quad d = 0; \quad b = 0$$

При симметричном расположении железа относительно компаса оба эти условия выполняются сами собою, так что возмущающие силы  $\mathfrak{A}H$ ,  $\mathfrak{E}H$  не требуют компенсации установкой добавочных масс мягкого железа, и девиацию, от них происходящую, обыкновенно оставляют неуничтоженной, в особенности для главного компаса.

Условия

$$\mathfrak{B} = 0; \quad \mathfrak{C} = 0$$

выражаются равенствами:

$$(8) \quad \begin{aligned} c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} &= 0 \\ f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} &= 0 \end{aligned}$$

Как видно, эти равенства содержат величины  $\operatorname{tg} \theta$  и  $H$ , изменяющиеся с переменою места корабля на земной поверхности; поэтому для соблюдения этих условий для всякого места необходимо, чтобы было:

$$(8') \quad c = 0; \quad f = 0$$

$$(8'') \quad P = 0; \quad Q = 0$$

При симметричном расположении железа относительно компаса само собою будет:

$$(8''') \quad f = 0$$

поэтому остаются только условия:

$$(9) \quad P = 0; \quad Q = 0; \quad c = 0$$

и легко видеть, что магнит, расположенный так, чтобы его ось была параллельна диаметральной плоскости и середина лежала на перпендикуляре к оси, проведенном через точку  $O$ , дает постоянную продольную силу, направленную по оси  $x$ ; следовательно таким магнитом при достаточном значении его магнитного момента, подобрав расстояние центра магнита до центра компаса  $O$ , можно компенсировать любую силу  $P$ , причем безразлично, ставить ли магнит справа или слева от компаса. Ясно поэтому, что можно поставить два магнита — один по правой стороне, другой по левой: важно, чтобы их северные полюсы были обращены в нос, когда  $P > 0$ , и в корму, когда  $P < 0$ , и середина  $G$  лежала на перпендикуляре, проведенном из точки  $O$  к магнитной оси, выше, или ниже, или под центром компаса  $O$  — безразлично.

Совершенно так же увидим, что для выполнения условия  $Q=0$  необходимо расположить симметрично относительно центра компаса поперечный, т. е. перпендикулярный к диаметральной плоскости, магнит, имеющий магнитный момент достаточной величины, и пригнать его расстояние до центра компаса.

Условие

$$c = 0$$

может быть выполнено лишь расположением мягкого железа.

В самом деле, коэффициент  $c$  входит в уравнения Пуассона в составе члена  $cZ$  в первом уравнении.

Так как это железо должно намагничиваться только силой  $Z$ , то ему надо придать форму длинного и тонкого бруска, поставленного вертикально. Такой брускок (или трубка) в нашем магнитном полушарии намагничивается вертикальной слагающей  $Z$  земной магнитной силы, так что у него верхний конец обладает южным магнетизмом, т. е. притягивающим северный конец стрелки компаса; чтобы такой брускок давал продольную силу, надо его расположить так, чтобы верхний его конец был значительно ближе к центру компаса, нежели нижний, чтобы получить  $c > 0$  впереди от компаса (в нос) и соответственно  $c < 0$  в корму. Можно было бы достичь того же, поставив брускок впереди компаса и выше его, т. е. чтобы нижний конец бруска был значительно ближе к компасу, нежели верхний, но тогда брускок мешал бы пеленгованию. Поэтому такой брускок или трубку ставят ниже компаса; это есть так называемый *флиндербар*.

Сила  $\mathfrak{D}H$  обычно положительная, коэффициент

$$\mathfrak{D} = \frac{a - e}{2\lambda}$$

вместе с тем

$$\lambda = 1 + \frac{a + e}{2}$$

Значит условие

$$\mathfrak{D} = 0$$

равносильно такому:

$$(10) \quad a = e$$

Ясно, что для достижения этого равенства достаточно изменять добавочными массами мягкого железа одну из величин  $a$  или  $e$ , в него входящих.

Так как коэффициент  $a$  входит в состав члена  $aX$  первого уравнения Пуассона, то для его изменения надо брать продольно расположенный брускок мягкого железа, симметрично установленный относительно центра компаса. Такой брускок дает отрицательное значение коэф-

фициента  $a$  и, значит, отрицательную добавочную силу  $-\mathfrak{D}_1\lambda H$ , которая и будет компенсировать первоначальную положительную.

Совершенно так же нетрудно заключить, что поперечный брускок, обращенный концом к центру компаса, также дает отрицательную силу  $-\mathfrak{D}_1\lambda H$ , которая может служить для компенсации первоначальной положительной.

Выгоднее иметь поперечный брускок, ибо, давая положительный коэффициент  $e$ , он вместе с компенсацией силы  $\mathfrak{D}_1H$  увеличивает значение  $\lambda$ .

§ 18. Впервые уничтожение девиации было произведено в ноябре 1838 г. на судах «Ironssides» и «Rainbow» знаменитым астрономом Эри (Airy). На первом из этих судов девиация достигала  $35^\circ$ , на втором —  $50^\circ$ , как о том 4 декабря Эри писал своей жене; он прибавляет, что о своем способе уничтожения девиации сообщил адмиралтейству, «но Лорды Адмиралтейства не признали возможным назначить мне какое-либо вознаграждение».

Через сорок лет более практичный, нежели Эри, столь знаменитый физик В. Томсон (лорд Кельвин) построил свой компас с приборами для уничтожения девиации и взял на него патент.

В моей статье «Возмущений показаний компаса, происходящие от качки корабля на волнении» указано, вследствие каких обстоятельств компасы Томсона были приняты для употребления на судах английского военного флота; Томсону незачем было обращаться к адмиралтейству с просьбой о вознаграждении — благодаря патенту оно шло само собою.

Метода Эри была основана на правильном истолковании уравнений Пауссона, но для краткости мы изложим эту методу, исходя из формулы Арчибалда Смита.

Метода Эри состоит в следующем. Положим, что имеется створ или весьма отдаленный предмет, пеленг которого известен. По этому известному пеленгу, пользуясь имеющимся на главном компасе азимутальным кругом, легко привести корабль на любой магнитный курс; стоит только поставить по азимутальному кругу глазную мишень на отсчет пеленг минус курс и ворочать корабль, пока предмет придет на нить предметной мишени.

Приводим корабль на магнитный N и поперечным магнитом доводим девиацию до нуля. Затем приводим корабль на магнитный курс  $90^\circ$  и  $270^\circ$ , т. е. Ost или W, скажем,  $90^\circ$ , и продольным магнитом доводим девиацию до нуля. Приводим корабль на курс  $180^\circ$ , т. е. S, замечаем девиацию и перемещаем поперечный магнит, пока девиация уменьшится в два раза. В этом положении поперечный магнит окончательно закрепляем. Приводим корабль на магнитный курс  $270^\circ$ , т. е. W, замечаем девиацию и, перемещая продольный магнит, доводим ее до половины замеченной величины, после чего продольный магнит закрепляем в найденном положении. Полукруговая девиация будет уничтожена.

Мы будем основывать все наши дальнейшие выводы на формуле  $\operatorname{tg} \delta$ , но предположим сперва одну чисто тригонометрическую формулу, которая нам понадобится для установления той точности, которой обладает метода Эри.

Пусть  $v$  есть произвольный угол, по абсолютной величине не больший  $\frac{\pi}{2}$ , т. е.  $90^\circ$ . Мы имеем вообще:

$$\operatorname{tg} v = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} v}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} v}$$

следовательно

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} v = \frac{1}{2} \operatorname{tg} v \left[ 1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} v \right]$$

так что

$$(1) \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} v = \frac{1}{2} \operatorname{tg} v - \frac{1}{2} \operatorname{tg} v \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} v$$

Это равенство точное, оно показывает, что приближенное равенство

$$(2) \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} v \approx \frac{1}{2} \operatorname{tg} v$$

заключает при малых углах  $v$  погрешность  $\varepsilon$  третьего порядка относительно  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} v$  или  $\operatorname{tg} \frac{1}{2} v$ , причем приближенно будет:

$$(3) \quad \varepsilon \approx \frac{1}{2} \operatorname{tg} v \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} v \approx \frac{1}{8} \operatorname{tg}^3 v \approx \frac{1}{8} v^3$$

Можно вывести и пределы погрешности этого приближенного равенства, но для нашей цели достаточно сказанного.

Пользуясь формулой  $\operatorname{tg} \delta$ , проследим за описанным процессом Эри. Имеем вообще:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \alpha + \mathfrak{C} \cos \alpha + \mathfrak{D} \sin 2\alpha + \mathfrak{E} \cos 2\alpha}{1 + \mathfrak{B} \cos \alpha - \mathfrak{C} \sin \alpha + \mathfrak{D} \cos 2\alpha - \mathfrak{E} \sin 2\alpha}$$

Положим сперва  $\alpha = 0$ , что соответствует курсу N, и затем  $\alpha = 180^\circ$ , что соответствует магнитному курсу S. Тогда будет:

$$(4) \quad \operatorname{tg} \delta_N = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{E} + \mathfrak{C}}{1 + \mathfrak{B} + \mathfrak{D}}$$

$$(5) \quad \operatorname{tg} \delta_S = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{E} - \mathfrak{C}}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}}$$

Чтобы на курсе N довести девиацию до нуля, надо поставить поперечный магнит-«уништокатель» так, чтобы он давал такую силу  $F\lambda H$ , при которой было бы  $\delta_N = 0$ , т. е.

$$(6) \quad \mathfrak{A} + \mathfrak{E} + \mathfrak{C} + F = 0$$

Между тем нам надо уничтожить только силу  $\mathfrak{C}$ , а сила  $\mathfrak{A} + \mathfrak{E}$  должна оставаться; мы же, доведя девиацию  $\delta_N$  до нуля, уничтожили на курсе N и эту силу.

После того как поставлен поперечный магнит, на компас действует сила  $\mathfrak{C} + F$ , а не сила  $\mathfrak{C}$ , и девиация на курсе S будет определяться не формулой (5), а формулой:

$$\operatorname{tg} \delta'_S = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{E} - (\mathfrak{C} + F)}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}}$$

которая на основании формулы (6) может быть написана так:

$$(7) \quad \operatorname{tg} \delta'_S = \frac{2(\mathfrak{A} + \mathfrak{E})}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}}$$

Эта девиация  $\delta'_S$  и будет наблюдена на курсе S; ее и будем доводить до половины, перемещая магнит-уничтожатель. Ясно, что после этого перемещения он будет действовать на компас с силою  $F + f$ , причем величина  $f$  будет такова, что будет иметь место равенство:

$$(8) \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} \delta'_S = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{E} - (\mathfrak{C} + F) + f}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}} = \frac{2(\mathfrak{A} + \mathfrak{E})}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}} + \frac{f}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}}$$

т. е.

$$(9) \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} \delta'_S - \operatorname{tg} \delta'_S = \frac{f}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}}$$

Величины  $\mathfrak{A}$  и  $\mathfrak{E}$ , а значит, и их сумма весьма малы по сравнению с  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  и  $\mathfrak{D}$ , и, как объяснено в § 11, мы их считаем за величины второго порядка; значит величина  $\delta'_S$  будет второго порядка, и, следовательно, в формуле:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \delta'_S = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta'_S + \varepsilon \approx \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta'_S$$

величина  $\varepsilon$  будет того же порядка, как  $(\mathfrak{A} + \mathfrak{E})^3$ , т. е. шестого. Следовательно с такою точностью будет:

$$(10) \quad f = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \delta'_S (1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}) = -(\mathfrak{A} + \mathfrak{E})$$

Из формулы

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \delta'_S = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{E} - (\mathfrak{C} + F - f)}{1 - \mathfrak{B} + \mathfrak{D}}$$

следует, что после перемещения магнита новое значение коэффициента  $\mathfrak{C}$  стало:

$$\mathfrak{C}_1 = (\mathfrak{C} + F) - f = -(\mathfrak{A} + \mathfrak{E}) + (\mathfrak{A} + \mathfrak{E}) = 0$$

причем погрешность этого значения—порядка  $(\mathfrak{A} + \mathfrak{E})^3$ , т. е. шестого, независимо от значений прочих коэффициентов девиации.

Но в § 4 были сделаны следующие обозначения:

$$\mathfrak{A} = \frac{d - b}{2\lambda}$$

$$\mathfrak{E} = \frac{d + b}{2\lambda}$$

следовательно

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{E} = \frac{d}{\lambda}$$

Пуассонов коэффициент  $d$  весьма мал, ибо он происходит от несимметрии в расположении масс судового железа относительно компаса; поэтому эта величина считается за величину второго порядка.

Совершенно так же увидим, что коэффициент  $\mathfrak{B}$  и соответствующая ему сила  $\mathfrak{B}\lambda H$  с тою же точностью уничтожаются продольным магнитом, причем надо поступать так, как указано Эри.

Если до уничтожения девиация была весьма велика, напр.  $50^\circ - 60^\circ$ , то ее следует сперва уничтожить на-грубо, ставя сильные магниты в самом низу нактоуза, а не слабые вблизи компаса, или еще лучше весьма сильные, весом около килограмма — вне нактоуза, врезав их в палубу мостика и накрыв медной пластинкой.

Когда полукруговая девиация уничтожена, то четвертную (коэффициент  $\mathfrak{D}$ ) уничтожают шарами или брусками мягкого железа, приведя корабль на один из четвертных курсов. Коэффициенты  $\mathfrak{A}$  и  $\mathfrak{E}$  обычно не уничтожаются.

Креновую девиацию уничтожают, поместив креновый магнит в его трубку, приведя корабль на курс О или W и накренив его примерно на  $10^\circ$ , что на современных судах, имеющих систему затопления отсеков для выравнивания корабля, делается весьма просто.

На малых судах, где такой системы нет, уничтожение креновой девиации производят, не накреняя корабль, а пользуясь картушкой с качающимися стрелками и дефлектором вертикальных сил. Измерив на берегу силу  $Z$ , на корабле на курсе О или W доводят креновым магнитом судовую вертикальную силу  $Z'$  до значения:

$$Z'_{o,w} = \lambda (1 - \mathfrak{D}) Z_{o,w}$$

Это правило следует из того, что при прямом положении корабля и при  $h=0$  третье уравнение Пуассона имеет вид:

$$Z'_{o,w} = Z + kZ + R$$

коэффициент же крена

$$-\chi = \left( \frac{k-e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{\lambda H} \right) = \frac{1}{\lambda H} (kZ - eZ + R)$$

и, значит, появляющаяся при крене добавочная поперечная сила есть:

$$-\chi \lambda H = (kZ - eZ + R) i$$

Чтобы обратить  $\chi$  в нуль, надо, следовательно, ввести такую добавочную вертикальную силу  $\rho\lambda H$ , при которой будет:

$$kZ - eZ + R + \rho = 0$$

Третье же уравнение Пуассона после введения силы  $\rho$  будет для курсов О и W:

$$Z'_{O,W} = Z + kZ + R + \rho$$

Из этих двух уравнений следует:

$$Z'_{O,W} = Z + eZ = (1 + e)Z$$

но мы имеем:

$$\lambda = 1 + \frac{a + e}{2}$$

$$\lambda D = \frac{a - b}{2}$$

значит

$$1 + e = \lambda - \lambda D = \lambda(1 - D)$$

и мы получим:

$$Z'_{O,W} = \lambda(1 - D)Z$$

что и доказывает высказанное выше правило.

Мы ограничимся этою, чисто принципиальною стороною дела, отсылая в отношении практической стороны его к превосходному курсу Б. П. Хлюстиня «Девиация магнитного компаса».

**§ 19.** И. П. де Коллонг, построив дефлектор, показал и одно из важнейших его применений, именно уничтожение полукруговой девиации без пеленгов, а только по измерению сил на четырех главных *компасных* курсах.

Положим, что корабль правят по компасному курсу  $\zeta'$  и что девиация  $\delta$  вообще «малая».

Мы имеем соотношение:

$$\alpha = \zeta' + \delta$$

где  $\alpha$  есть магнитный курс корабля.

Величины сил, действующих на компас, и их направления, считаемые соответственно от магнитного и от компасного меридианов, будут:

Сила	Угол с магнитным меридианом	Угол с компасным меридианом
$\lambda H$	$0^\circ$	$-\delta$
$\lambda \lambda H$	$90^\circ$	$90^\circ - \delta$
$\lambda \lambda H$	$\alpha = \zeta' + \delta$	$\zeta'$
$\lambda \lambda H$	$\alpha + 90^\circ = \zeta' + \delta + 90^\circ$	$\zeta' + 90^\circ$
$\lambda \lambda H$	$2\alpha = 2(\zeta' + \delta)$	$2\zeta' + \delta$
$\lambda \lambda H$	$2\alpha + 90^\circ = 2(\zeta' + \delta) + 90^\circ$	$2\zeta' + \delta + 90^\circ$

Равнодействующая этих сил  $H'$  направлена по компасному меридиану, так что углы, образуемые этою силою с ее слагающими, суть те, которые показаны в предыдущей таблице.

Проектируя все силы на направление силы  $H'$ , т. е. компасного меридиана, получим, изменив последовательность:

$$\begin{aligned} H' = & \lambda H + \mathfrak{A} \lambda H \sin \delta + \mathfrak{D} \lambda H \cos (2\zeta' + \delta) - \mathfrak{E} \sin (2\zeta' + \delta) + \mathfrak{B} \cos \zeta' - \mathfrak{C} \sin \zeta' = \\ & = \lambda H + [\mathfrak{A} - \mathfrak{D} \sin 2\zeta' - \mathfrak{E} \cos 2\zeta'] \lambda H \sin \delta + \mathfrak{B} \lambda H \cos \zeta' - \mathfrak{C} \lambda H \sin \zeta' \\ & \quad + [\mathfrak{D} \cos 2\zeta' - \mathfrak{E} \sin 2\zeta'] \lambda H \cos \delta \end{aligned}$$

Ограничиваюсь в этой формуле членами *второго* порядка, имеем:

$$H' = \lambda H + \mathfrak{B} \lambda H \cos \zeta' - \mathfrak{C} \lambda H \sin \zeta' + (\mathfrak{D} \cos 2\zeta' - \mathfrak{E} \sin 2\zeta') \lambda H \cos \delta$$

Полагая в этой общей формуле сперва  $\zeta' = 0$ , а затем  $\zeta' = 180^\circ$ , т. е. составляя выражения силы  $H'$  для компасного курса N, затем для компасного курса S, имеем:

$$\begin{aligned} H'_N &= \lambda H + \mathfrak{B} \lambda H + \mathfrak{C} \lambda H \cos \delta_N \\ H'_S &= \lambda H - \mathfrak{B} \lambda H + \mathfrak{C} \lambda H \cos \delta_S \end{aligned}$$

Отсюда следует:

$$\frac{1}{2} (H'_N + H'_S) = \lambda H + \mathfrak{C} \lambda H (\cos \delta_N + \cos \delta_S)$$

Но вообще с точностью до членов третьего порядка мы имели:

$$\delta = A + B \sin \zeta' + C \cos \zeta' + D \sin 2\zeta' + E \cos 2\zeta'$$

где  $A, B, C, D$  суть *приближенные* коэффициенты девиации (см. § 12). Значит будем:

$$\begin{aligned} \delta_N &= A + C + E \\ \delta_S &= A - C + E \end{aligned}$$

Откуда

$$\frac{\delta_N + \delta_S}{2} = A + E; \quad \frac{\delta_N - \delta_S}{2} = C$$

Следовательно

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (H'_N + H'_S) &= \lambda H + 2\mathfrak{C} \lambda H \sin \frac{\delta_N + \delta_S}{2} \cos \frac{\delta_N + \delta_S}{2} = \\ &= \lambda H + 2\mathfrak{C} \lambda H \sin (A + E) \cos C \end{aligned}$$

Но величина  $A + E$  — второго порядка, величина  $\mathfrak{C}$  — первого, следовательно произведение

$$\mathfrak{D} \sin (A + E) \approx \mathfrak{D} (\mathfrak{A} + \mathfrak{E})$$

*третьего* порядка, значит  $\frac{1}{2} (H'_N + H'_S) = \lambda H +$  члены третьего порядка, т. е. с точностью до членов второго порядка включительно мы имеем равенство:

$$(1) \quad \frac{1}{2} (H'_N + H'_S) = \lambda H$$

Совершенно так же имеем для компасных курсов О и W, т. е. для  $\zeta' = 90^\circ$  и  $\zeta' = 270^\circ$ , равенства:

$$H'_0 = \lambda H - \mathfrak{C} \lambda H - \mathfrak{D} \lambda H \cos \delta_0$$
$$H'_W = \lambda H + \mathfrak{C} \lambda H - \mathfrak{D} \lambda H \cos \delta_W$$

следовательно

$$\frac{1}{2} (H'_0 + H'_W) = \lambda H - \mathfrak{D} \lambda H (\cos \delta_0 + \cos \delta_W)$$

а так как

$$\delta_0 = A + B - E$$

$$\delta_W = A - B - E$$

то будет:

$$\frac{1}{2} (\delta_0 + \delta_W) = A - E; \quad \frac{1}{2} (\delta_0 - \delta_W) = B$$

Значит

$$\cos \delta_0 + \cos \delta_W = 2 \sin \frac{\delta_0 + \delta_W}{2} \cos \frac{\delta_0 - \delta_W}{2} = \sin (A - E) \cos B =$$
$$= (\mathfrak{A} - \mathfrak{E}) \cos B$$

так что

$$2 \mathfrak{C} \lambda H (\cos \delta_0 + \cos \delta_W) = 2 (\mathfrak{A} - \mathfrak{E}) \mathfrak{D} \lambda H \cos B$$

есть величина *третьего порядка*. Следовательно с точностью до членов *второго порядка включительно*:

$$(2) \quad \frac{1}{2} (H'_0 + H'_W) = \lambda H$$

Из формул (1) и (2) следует также правило уничтожения полукруговой девиации по силам: приводят корабль на компасный курс N и измеряют дефлектором силу  $H'_N$ , затем приводят корабль на компасный курс S и, измерив силу  $H'_S$ , ставят измерительный магнит дефлектора на отсчет  $\frac{H'_N + H'_S}{2}$ , вкладывают продольный магнит-уничтожитель в его гнездо и, поднимая или спуская его, доводят силу до этой величины.

Совершенно так же поступают затем для курсов O и W. Нетрудно видеть, что если четвертная девиация была предварительно уничтожена ( $\mathfrak{D} = 0$ ), то формулы (1) и (2) будут точны до членов *третьего порядка включительно*.

Подобно тому как никакому практическому делу нельзя научить одним только «рассказом», а необходим также «показ», так и уничтожение девиации требует упражнения, которым приобретается надлежащий навык и усваиваются надлежащие предосторожности, устраняющие недосмотры и погрешности; вдаваться в изложение этих подробностей

мы не будем, ибо такие упражнения надо предварительно проделать у компаса, установленного на поворотную платформу, а затем, приобретя навык, — на корабле.

За этими подробностями отсылаем к уже указанной книге Б. П. Хлюстину, ограничивая наше изложение лишь принципиальною, чисто теоретическою частью, знание которой необходимо геофизикам.

**§ 20.** В § 13 было обращено внимание на то, что коэффициенты девиации  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right)$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{\lambda} \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right)$$

будучи постоянными в данном месте, изменяются с переменою наклонения  $\theta$  и горизонтальною составляющею напряжения земного магнетизма  $H$ , величины же  $\lambda$ ,  $c$ ,  $f$ ,  $P$ ,  $Q$  остаются постоянными. Отсюда ясно, что если в двух пунктах, магнитные координаты которых  $(\theta_1, H_1)$ ,  $(\theta_2, H_2)$  сняты с магнитной карты или определены по наблюдениям на берегу, величины  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  известны, то мы получим две группы уравнений:

$$(I) \quad \begin{aligned} cH_1 \operatorname{tg} \theta_1 + P &= \mathfrak{B}_1 \lambda H_1 \\ cH_2 \operatorname{tg} \theta_2 + P &= \mathfrak{B}_2 \lambda H_2 \end{aligned}$$

и

$$(II) \quad \begin{aligned} fH_1 \operatorname{tg} \theta_1 + Q &= \mathfrak{C}_1 \lambda H_1 \\ fH_2 \operatorname{tg} \theta_2 + Q &= \mathfrak{C}_2 \lambda H_2 \end{aligned}$$

из которых находим:

$$c = \lambda \frac{\mathfrak{B}_1 H_1 - \mathfrak{B}_2 H_2}{H_1 \operatorname{tg} \theta_1 - H_2 \operatorname{tg} \theta_2}$$

$$P = \lambda H_1 H_2 \frac{\mathfrak{B}_2 \operatorname{tg} \theta_1 - \mathfrak{B}_1 \operatorname{tg} \theta_2}{H_1 \operatorname{tg} \theta_1 - H_2 \operatorname{tg} \theta_2}$$

$$f = \lambda \frac{\mathfrak{C}_1 H_1 - \mathfrak{C}_2 H_2}{H_1 \operatorname{tg} \theta_1 - H_2 \operatorname{tg} \theta_2}$$

$$Q = \lambda H_1 H_2 \frac{\mathfrak{C}_2 \operatorname{tg} \theta_1 - \mathfrak{C}_1 \operatorname{tg} \theta_2}{H_1 \operatorname{tg} \theta_1 - H_2 \operatorname{tg} \theta_2}$$

По этим значениям для каждого данного пункта, для которого магнитные координаты известны, найдем коэффициенты девиации  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$ , а значит, вычислим или графически построим и самые девиации.

Знаменатель в этих формулах

$$H_1 \operatorname{tg} \theta_1 - H_2 \operatorname{tg} \theta_2 = Z_1 - Z_2$$

равен разности вертикальных составляющих земной магнитной силы; поэтому для надежности вычисления необходимо, чтобы  $Z_1 - Z_2$  не было малым, т. е. пункты (1) и (2) были достаточно далеки один от другого.

В настоящее время приходится уничтожать девиацию не только на судах, но и на самолетах, и если на идущем корабле есть возможность производить более или менее продолжительные наблюдения и вычисления, то на самолете возможность эта весьма ограниченная, зато для самолетов может быть использована Курская магнитная аномалия.

В самом деле, в районе Курской магнитной аномалии на пространстве в несколько десятков квадратных километров можно найти множество мест, в которых магнитное поле на протяжении нескольких сот квадратных метров (т. е. большое по сравнению с самолетом) практически однородное, а в расстоянии нескольких километров оказывается такое же место также с однородным полем, элементы которого отличаются от элементов первого более, чем между Магеллановым проливом и Кронштадтом.

Стоит в таких двух местах определить девиацию самолета с прогретым мотором, но не на полете, и величины  $c$ ,  $f$ ,  $P$  и  $Q$  будут найдены с полною надежностью и девиация может быть уничтожена для всех мест земли и для любой высоты полета установкой так называемого флиндерсбара.

§ 21. Чтобы полукруговая девиация была уничтожена для всех мест земной поверхности, необходимо, чтобы при *всяких* значениях  $\theta$  и  $H$  было:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right) = 0$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{\lambda} \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right) = 0$$

а это требует, чтобы в отдельности было:

$$c = 0; \quad P = 0; \quad f = 0; \quad Q = 0$$

Величины  $P$  и  $Q$  происходят от постоянного судового магнетизма и могут быть уничтожены:  $P$  — продольным,  $Q$  — поперечным магнитом.

Коэффициенты  $c$  и  $f$  и соответствующие им силы  $cZ$  и  $fZ$  происходят от возбужденного в мягком железе силою  $Z$  магнетизма и, значит, могут быть уничтожены брусками мягкого железа, располагаемыми вертикально. Эти бруски (им придают обыкновенно форму трубы длиною в 24 дюйма, т. е. 600 мм, диаметром 3 дюйма, т. е. 76.2 мм, с толщиною стенок 0.1 дюйма, т. е. 2.5 мм) и называются флиндерсарами по имени капитана Флиндерса, впервые их применившего.

Для брусков вышеуказанного стандартного размера и качества железа И. П. де Коллонг еще в 1894 г. составил таблицу, показывающую, в каком расстоянии надо помешать конец бруска в уровень со стрелками и в нос от компаса (если  $c$  отрицательное; нактоуз при этом будет повернут дверцами к корме; при положительном  $c$

надо повернуть на котуз дверцами в нос и устанавливать флиндерсбар с кормы).

Таблица де Коллонга была составлена для главных  $7\frac{1}{2}$ -дюймовых компасов. Ясно, что для каждого типа компаса и размера флиндерсбара составляется экспериментальным путем своя таблица.

Коэффициент  $f$  обыкновенно настолько мал, что уничтожать его бруском мягкого железа, поставленным вертикально в плоскости шпангоута, проходящего через центр компаса, нет надобности.

Заметим, что, строго говоря, флиндерсбар на корабле намагничивается не силой  $Z$ , а силой  $Z_1$ , которая на основании третьего уравнения Пуассона есть:

$$Z_1 = Z + gX + hY + kZ + R$$

так что соответствующее действие флиндерсбара выражается:

$$F = cZ_1 = cZ + c(gX + hY + kZ) + cR$$

но коэффициент  $h \approx 0$  для главных компасов, все прочие коэффициенты малы по сравнению с 1, так что член

$$c(gX + kZ)$$

будет мал по сравнению с  $cZ$ , член же  $cR$  войдет в состав члена  $P$  и будет уничтожен при поверительном уничтожении полукруговой девиации после установки флиндерсбара.

На этом мы и закончим изложение «Оснований теории девиации компаса».

Это изложение предназначено не для моряков и летчиков, а для производящих на берегу магнитные съемки геофизиков, которым полезно знать одно из главных назначений их трудов на пользу мореплавания и авиации.

---

# О РАСПОЛОЖЕНИИ СТРЕЛОК В КАРТУШКЕ КОМПАСА<sup>1</sup>

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Поводом к настоящей заметке послужило следующее обстоятельство: в ноябре 1884 г. я был прикомандирован к гидрографическому департаменту, и мне было поручено полковником И. П. де Коллонгом рассчитать деления нового дефлектора Штемпеля и по окончании этой работы вместе с мичманом Н. М. Сергеевым исследовать вопрос о расположении стрелок в картушке.

Свои исследования мы начали с существующих картушек систем Коллонга и Баррова. Для первой, по причине малости стрелок, не оказалось шестерной и восьмерной девиаций. Картушка же Баррова дала коэффициент шестерной девиации обратного знака с таковым же для одной стрелки. Отсюда мы заключили, что расположение стрелок картушки Баррова не вполне правильно, что стрелки расставлены слишком далеко друг от друга и что, следовательно, по данному Арчибалльдом Смитом правилу, нужно располагать не концы стрелок, а некоторые точки между полюсами и оконечностями стрелок. Положение этих точек мы и хотели определить из опытов, имея картушку с передвижными стрелками. Но по независящим от нас обстоятельствам мы не могли довести этих опытов до конца.

Между тем вопрос о расположении стрелок в компасе весьма важен, особенно в настоящее время, когда приходится устанавливать на броненосных судах боевые компасы в условиях, явно противных пуассоновой теории, когда предъявляется требование на компасы Ричи с жидкостью, значительное число которых мало уступает по длине стрелок компасам Great Eastern'a, заставивших впервые обратить внимание на этот вопрос основателей математической теории девиации — Арчибалльда Смита и Фредерика Эванса.

Их труд напечатан в «Phylosophical Transactions» за 1861 г., и ими впервые указано, что, уничтожая в компасах с длинными стрелками полукруговую девиацию значительных размеров, мы тем самым воспроизводим шестерную и прочие девиации, которые в указанном случае достигли  $6^{\circ}$ — $8^{\circ}$ . Чтобы подвергнуть анализу влияние магнита на картушку,

<sup>1</sup> «Морской сборник», т. CCXIV, № 5, 1886.

они предположили, что весь магнетизм стрелки сосредоточен в ее оконечностях и что количество его постоянно, независимо от длины стрелки, так что магнитные моменты стрелок пропорциональны их длинам. При таких условиях ими показано, что для картушки Баррова шестерной и восьмерной девиаций не будет, что отчасти и подтвердились опытами. Но это довольно произвольное и, во всяком случае, строго не доказанное предположение дает лишь первое приближение, как вполне сознавал и сам Арчибалд Смит. Действительно, картушка Баррова не дает полного уничтожения шестерной и прочих девиаций.

Опыты (правда, неполные), произведенные нами в прошлом году, не привели к окончательному результату; в них также заключается не вполне доказанное предположение о пропорциональности магнитных моментов длинам стрелок, и, следовательно, производя их, мы шли не прямо к цели, а гадательным путем.

Таким образом я пришел к необходимости сперва подвергнуть вопрос возможно полному аналитическому исследованию, отбросив всякие предположения о распределении магнетизма по стрелке, об отношении магнитных моментов и пр., кроме вполне установленного о симметричном его распределении по длине стрелки или магнита.

Настоящая заметка включает в себя полную теорию этого вопроса, и в ней самим анализом ясно указано, что следует определять и из *каких* наблюдений, дабы получить картушку без шестерной, восьмерной и прочих девиаций, как расположить для этого ее стрелки и что следует разуметь под названием шестерной, восьмерной и прочих девиаций.

В заключение считаю долгом принести самую искреннюю благодарность полковнику Ивану Петровичу де Коллонгу, советами и указаниями которого я постоянно пользовался при составлении этой заметки.

**§ 1.** Основные формулы теории девиации выводятся из данных Пуассоном уравнений и заключают в себе предположение, что длина стрелки бесконечно мала сравнительно с расстоянием ее до ближайших масс железа.

Это предположение справедливо для компасов, хорошо установленных, девиация которых не уничтожается. Когда же приходится уничтожать девиацию, то мы неизбежно должны помещать вблизи компаса магниты или бруски мягкого железа, и вышесказанное предположение становится несправедливым, а следовательно, и влияние на компас ближайших к нему масс железа или магнитов требует исследования.

Приступая к последнему, мы сделаем следующее предположение, принятое в теории магнетизма: *магнетизм распределен по длине магнита симметрично относительно его центра* (предполагая магниты линейными).

**§ 2.** Чтобы судить о влиянии магнита на стрелку, нужно рассмотреть вращающий момент сил, происходящих от магнита и дей-

ствующих на стрелку; для краткости мы будем называть этот момент *возмущающим моментом* данного магнита.

Пусть на фиг. 1  $O$  есть центр компаса, которого картушку предположим сперва состоящей лишь из одной стрелки NS, отклоненное направление которой (компасный меридиан) принимаем за ось  $x$ -ов. В точке  $m$  пусть находится магнитная масса  $m$  (южной полярности); полярные ее координаты обозначим через  $\rho$  и  $\alpha$ .

От массы  $m$  на точку  $\mu$  действует сила по направлению  $\mu m$ ; величина ее:

$$(1) \quad dF = \frac{m d\mu}{\rho^2 - 2\rho x \cos \alpha + x^2} = \frac{m d\mu}{R^2}$$

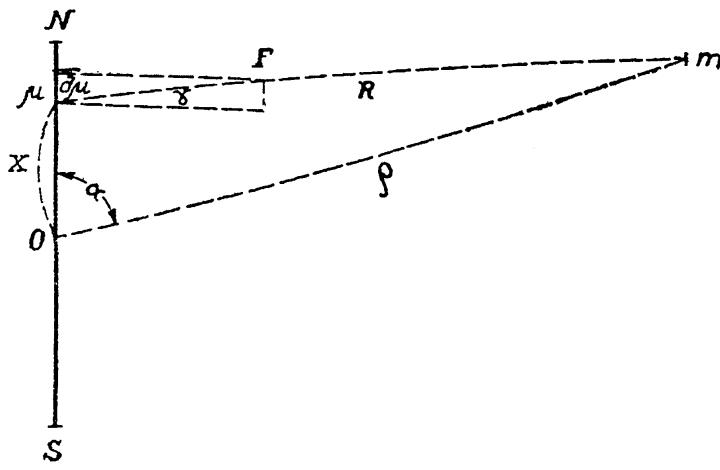
где  $d\mu$  есть количество магнетизма, содержащегося в точке  $\mu$  стрелки.

Чтобы найти вращающий момент этой силы, возьмем ее составляющую, перпендикулярную стрелке:

$$(2) \quad dM = x dF \cos \gamma = \\ = \frac{x \rho \sin \alpha}{R^3} m d\mu$$

Возмущающий момент массы  $m$  выражается:

$$(3) \quad M = m \rho \sin \alpha \int_{-l}^{+l} \frac{x d\mu}{R^3}$$



Фиг. 1.

Нахождение этого интеграла в конечной форме невозможно, тем более, что функция  $d\mu$  неизвестна. Поэтому выразим его рядом, для чего разложим подинтегральную функцию по убывающим степеням  $\rho$ , которое предполагаем больше  $l$ . Тогда будем иметь:

$$(4) \quad \frac{1}{R^3} = \frac{1}{\rho^3} \left\{ 1 - \frac{2x}{\rho} \cos \alpha + \frac{x^2}{\rho^2} \right\}^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\rho^3} \left\{ 1 - \frac{x}{\rho} e^{\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}} \left\{ 1 - \frac{x}{\rho} e^{-\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}}$$

где  $i$ , по обычаю, означает  $\sqrt{-1}$ .

Пользуясь разложением:

$$(5) \quad \begin{aligned} \left\{ 1 - \frac{x}{\rho} e^{\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}} &= 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{\rho} e^{\alpha i} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{x^2}{\rho^2} e^{2\alpha i} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^3}{\rho^3} e^{3\alpha i} + \dots \\ &\quad + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \cdot \frac{1}{2^p} \cdot \frac{x^p}{\rho^p} e^{p\alpha i} + \dots \\ \left\{ 1 - \frac{x}{\rho} e^{-\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}} &= 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{\rho} e^{-\alpha i} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{x^2}{\rho^2} e^{-2\alpha i} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^3}{\rho^3} e^{-3\alpha i} + \dots \\ &\quad + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \cdot \frac{1}{2^p} \cdot \frac{x^p}{\rho^p} e^{-p\alpha i} + \dots \end{aligned}$$

и сделав перемножение, получаем:

$$(6) \quad \begin{aligned} \frac{\rho^3}{R^3} = & 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{x^3}{\rho^2} + \left(\frac{3 \cdot 5}{8}\right)^2 \cdot \frac{x^4}{\rho^4} + \left(\frac{5 \cdot 7}{16}\right)^2 \cdot \frac{x^6}{\rho^6} + \dots \\ & + 2 \left[ \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{\rho} + \frac{3}{2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{8} \cdot \frac{x^3}{\rho^3} + \frac{3 \cdot 5}{8} \cdot \frac{5 \cdot 7}{16} \cdot \frac{x^5}{\rho^5} + \dots \right] \cos x \\ & + 2 \left[ \frac{3 \cdot 5}{8} \cdot \frac{x^2}{\rho^2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5 \cdot 7}{16} \cdot \frac{x^4}{\rho^4} + \dots \right] \cos 2x \\ & + 2 \left[ \frac{5 \cdot 7}{16} \cdot \frac{x^3}{\rho^3} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5 \cdot 7 \cdot 9}{128} \cdot \frac{x^5}{\rho^5} + \dots \right] \cos 3x \\ & + 2 \left[ \frac{5 \cdot 7 \cdot 9}{128} \cdot \frac{x^4}{\rho^4} + \dots \right] \cos 4x \\ & + \dots \end{aligned}$$

При очевидном обозначении нацишем последнее уравнение в таком виде:

$$(7) \quad \frac{1}{R^3} = \frac{1}{\rho^3} \{ R_0 + 2R_1 \cos x + 2R_2 \cos 2x + 2R_3 \cos 3x + 2R_4 \cos 4x + \dots \}$$

Подставляя в формулу (3), видим, что так как на основании положения (1) функция  $x d\mu$  четная, то интегралы, содержащие  $R_{2n+1}$ , тождественно равны нулю, и, следовательно, возмущающий момент массы  $m$  выражается так:

$$(8) \quad M = \frac{m}{\rho^2} \sin x \int_{-l}^{+l} R_0 x d\mu + \frac{2m}{\rho^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \sin x \cdot \cos 2nx \int_{-l}^{+l} R_{2n} x d\mu$$

где

$$\begin{aligned} R_{2n} = & \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 4n+1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2n} \cdot \frac{1}{2^n} \cdot \frac{x^{2n}}{\rho^{2n}} \\ & + \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 2p+1}{1 \cdot 2 \dots p} \cdot \frac{1}{2^p} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 4n+2p+1}{4 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2n+p} \cdot \frac{1}{2^{2n+p}} \cdot \frac{x^{2n+2p}}{\rho^{2n+2p}} \end{aligned}$$

Замечая, что

$$2 \sin x \cos 2nx = \sin(2n+1)x - \sin(2n-1)x$$

$$2 \sin x \cos(2n+2)x = \sin(2n+3)x - \sin(2n+1)x$$

получаем:

$$(9) \quad M = \frac{m}{\rho^2} \sum_{n=0}^{n=\infty} \sin(2n+1)x \int_{-l}^{+l} (R_{2n} - R_{2n+2}) x d\mu$$

Если бы нам нужно было найти влияние не одной магнитной частицы, а целого магнита продолговатой формы, то, приняв, что  $m$  есть количество магнетизма в некоторой его точке, следовало бы проинтегрировать (9) по всей длине магнита. Мы это проделаем ниже, а пока разберем полученную формулу.

§ 3. Угол  $\alpha$  отличается от компасного курса на постоянную величину, которую назовем  $\varepsilon$ ; подставляя в формулу (9) вместо  $\alpha$  его величину

$$\alpha = \zeta' + \varepsilon$$

где  $\zeta'$  есть компасный курс корабля, видим, что возмущающий момент данной магнитной массы  $m$  выражается рядом такого вида:

$$(10) \quad M = B_0 \sin \zeta' + C_0 \cos \zeta' + F_0 \sin 3\zeta' + G_0 \cos 3\zeta' \\ + K_0 \sin 5\zeta' + L_0 \cos 5\zeta' + \dots$$

Так как для равновесия стрелки необходимо условие:

$$(11) \quad \mathfrak{M} H \sin \delta = M$$

где  $\mathfrak{M}$  есть магнитный момент стрелки, то из (10) и (11) мы заключаем, что *магнитная масса* (а следовательно, и совокупность произвольного числа магнитных масс, т. е. всякий магнит, постоянный судовой магнетизм и магнетизм, возбужденный в мягком железе вертикально составляющей), действуя на стрелку, вызывает в ней *девиацию выражющуюся формулой*:

$$(12) \quad \sin \delta = B'_0 \sin \zeta' + C'_0 \cos \zeta' + F'_0 \sin 3\zeta' + G'_0 \cos 3\zeta' \\ + K'_0 \sin 5\zeta' + L'_0 \cos 5\zeta' + \dots$$

Из тех же формул (8) и (9) очевидно, что если отношение  $\frac{m}{\rho^2}$  есть величина конечная, т. е. если стрелка находится в сфере действия массы  $m$ , отношение же  $\frac{l}{\rho}$  (длины стрелки к расстоянию) бесконечно мало, то в формуле (10) останутся лишь два первых члена, и, следовательно, формула (12) примет вид:

$$(12') \quad \sin \delta = B'_0 \sin \zeta' + C'_0 \cos \zeta'$$

Подобная зависимость девиации, происходящей от постоянного судового магнетизма, и имеет место на корабле для всякого хорошо установленного компаса. Именно:

$$(12'') \quad \sin \delta = \mathfrak{B} \sin \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta'$$

где  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$  — так называемые коэффициенты полукруговой девиации.

Если мы хотим уничтожить полукруговую девиацию, то мы помешаем вблизи компаса магнит, который произвел бы такую девиацию, которой коэффициенты:

$$B'_0 = -\mathfrak{B}; \quad C'_0 = -\mathfrak{C}$$

Тогда очевидно, что от действия магнита полукруговая девиация будет уничтожена, но вместо нее появится девиация, выражаяющаяся формулой:

$$(13) \quad \sin \delta = F'_0 \sin 3\zeta' + G'_0 \cos 3\zeta' + K'_0 \sin 5\zeta' + L'_0 \cos 5\zeta' + \dots$$

Коэффициенты  $F'_0$  и  $G'_0$  называются коэффициентами шестерной девиации,  $K'_0$  и  $L'_0$  — десятерной и пр.

Эти коэффициенты  $F'_0$  и  $G'_0$ ,  $K'_0$  и  $L'_0$  и пр. входят в разложение синуса девиации в ряд для компасных курсов и существенным образом отличаются от коэффициентов  $F$ ,  $G$ ,  $K$ ,  $L$  и пр., входящих в разложение самой девиации на компасные курсы в ряд, а именно: коэффициенты  $F$ ,  $G$  и пр. суть определенные функции

$$F = \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{D} - \mathfrak{C}\mathfrak{E}}{2} - \frac{\mathfrak{B}^3}{24} + \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{E}^2}{8} - \frac{3}{8} \mathfrak{B}\mathfrak{D}^2$$

$$G = \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}\mathfrak{B}}{2} + \frac{\mathfrak{C}^3}{24} - \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{3}{8} \mathfrak{C}\mathfrak{D}^2$$

коэффициентов  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  и пр. такого рода, что при  $\mathfrak{B}=0$ ,  $\mathfrak{C}=0$  коэффициенты  $F$ ,  $G$  и пр. тождественно обращаются в нуль. Коэффициенты же  $F'_0$ ,  $G'_0$  и пр. в этом смысле независимы от  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  и пр.

Мы не будем входить в рассмотрение подробностей этого различия, так как оно завлекло бы нас слишком далеко от прямой цели этой заметки.

Итак, мы приходим к такому заключению: *точное уничтожение девиации для компаса с одною стрелкою невозможно, так как, уничтожая девиацию полукруговую, мы тем самым воспроизводим девиации шестерную, десятерную и пр.*

Цель настоящей заметки состоит в том, чтобы показать возможность расположить стрелки в картушке так, что такого рода девиаций от магнита, помещенного вблизи компаса, происходить не будет.

Этот вопрос был возбужден Арчибалльдом Смитом и Фредериком Эвансом, и ими же дано и приближенное решение его в «Philosophical Transactions» за 1861 г., вошедшее и в «Admiralty Manual». Они указывают, что для того, чтобы не было шестерной и восьмерной девиаций, нужно пользоваться картушкою с несколькими стрелками, расположенными определенным образом, и что принятая в английском флоте картушка Баррса удовлетворяет этим условиям.

Но, приняв, что магнетизм сосредоточен в оконечностях стрелки, они ограничились лишь первым приближением, почему найденное ими расположение не вполне удовлетворяет цели.

Итак, исследуем влияние магнита на картушку, состоящую из нескольких стрелок, расположенных симметрично относительно ее центра.

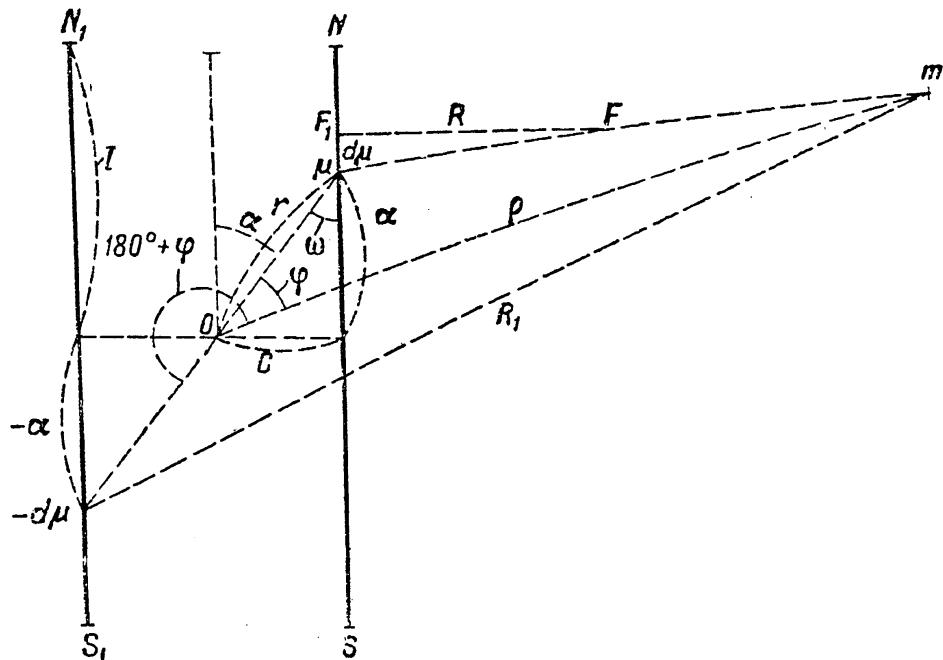
§ 4. Обозначения на фиг. 2 сами собою понятны. Силу  $F$  разлагаем на две составляющие — по направлению стрелки и перпендикулярно к ней:

$$F_1 = \frac{m d \mu}{R^3} (\rho \cos \alpha - x); \quad F_2 = \frac{m d \mu}{R^3} (\rho \sin \alpha - c)$$

Вращающие моменты этих сил:

$$-F_1 c = -\frac{mc d\mu}{R^3} (\rho \cos \alpha - x) = -\frac{mc \rho \cos \alpha}{R^3} d\mu + \frac{mc}{R^3} x d\mu$$

$$F_2 x = \frac{mx d\mu}{R^3} (\rho \sin \alpha - c) = \frac{m \rho \sin \alpha}{R^3} x d\mu - \frac{mc}{R^3} x d\mu$$



Фиг. 2.

Сложив эти уравнения, получим:

$$dM = \frac{m \rho \sin \alpha}{R^3} x d\mu - \frac{m \rho \cos \alpha}{R^3} c d\mu$$

$$M = m \rho \sin \alpha \int_{-l}^{+l} \frac{x d\mu}{R^3} - m \rho \cos \alpha \int_{-l}^{+l} \frac{c d\mu}{R^3}$$

где

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{\rho^3} \left\{ 1 - \frac{2r}{\rho} \cos(\alpha - \omega) + \frac{r^2}{\rho^2} \right\}^{-\frac{3}{2}}$$

Положив  $\alpha - \omega = \varphi$ , получим:

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{\rho^3} \{ R_0 + 2R_1 \cos \varphi + 2R_2 \cos 2\varphi + \dots \}$$

где функции  $R_0, R_1 \dots$  те же, что и в формулах (6) и (7), причем  $x$  изменено на  $r = \sqrt{x^2 + c^2}$ .

Итак,

$$(14) \quad M_1 = \frac{m \sin \alpha}{\rho^3} \int_{-l}^{+l} (R_0 + 2R_1 \cos \varphi + 2R_2 \cos 2\varphi + \dots) x d\mu$$

$$= -\frac{mc \cos \alpha}{\rho^2} \int_{-l}^{+l} (R_0 + 2R_1 \cos \varphi + 2R_2 \cos 2\varphi + \dots) d\mu$$

Чтобы получить вращающий момент для другой стрелки, в этой формуле следует заменить:  $x$  на  $(-x)$ ,  $d\mu$  на  $(-d\mu)$ ,  $c$  на  $(-c)$ ,  $\varphi$  на  $(180^\circ + \varphi)$ , так что

$$(14') \quad M_2 = \frac{m \sin \alpha}{\rho^2} \int_{-l}^{+l} (R_0 - 2R_1 \cos \varphi + 2R_2 \cos 2\varphi - \dots) x d\mu$$

$$- \frac{mc \cos \alpha}{\rho^2} \int_{-l}^{+l} (R_0 - 2R_1 \cos \varphi + 2R_2 \cos 2\varphi - \dots) d\mu$$

Сложив выражения (14) и (14'), получаем возмущающий момент магнитной массы  $m$  на картушку, состоящую из одной пары стрелок:

$$(15) \quad M = \frac{2m}{\rho^2} \sin \alpha \int_{-l}^{+l} (R_0 + 2R_2 \cos 2\varphi + 2R_4 \cos 4\varphi + \dots) x d\mu$$

$$- \frac{2mc}{\rho^2} \cos \alpha \int_{-l}^{+l} (R_0 + 2R_2 \cos 2\varphi + 2R_4 \cos 4\varphi + \dots) d\mu$$

Общий член этой формулы есть:

$$(16) \quad \frac{2m}{\rho^2} \sin \alpha \int_{-l}^{+l} 2R_{2n} \cos 2n\varphi x d\mu - \frac{2m}{\rho^2} c \cos \alpha \int_{-l}^{+l} 2R_{2n} \cos 2n\varphi d\mu$$

где  $\varphi = \alpha - \omega$ ;

$$(17) \quad \cos \omega = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + c^2}}; \quad \sin \omega = \frac{c}{r} = \frac{c}{\sqrt{x^2 + c^2}}$$

Следовательно

$$\cos 2n\varphi = \cos 2nx \cos 2n\omega + \sin 2nx \sin 2n\omega$$

Подставив в (16), получаем:

$$(18) \quad \frac{4m}{\rho^2} \sin \alpha \cos 2nx \int_{-l}^{+l} x R_{2n} \cos 2n\omega d\mu$$

$$- \frac{4m}{\rho^2} c \cos 2nx \int_{-l}^{+l} R_{2n} \sin 2n\omega d\mu$$

Так как

$$(19) \quad 2 \sin \alpha \cos 2nx = \sin(2n+1)\alpha - \sin(2n-1)\alpha$$

$$2 \cos \alpha \sin 2nx = \sin(2n+1)\alpha + \sin(2n-1)\alpha$$

то вместо (18) имеем:

$$(18') \quad - \frac{2m}{\rho^2} \sin(2n-1)\alpha \int_{-l}^{+l} R_{2n} (x \cos 2n\omega + c \sin 2n\omega) d\mu$$

$$+ \frac{2m}{\rho^2} \sin(2n+1)\alpha \int_{-l}^{+l} R_{2n} (x \cos 2n\omega - c \sin 2n\omega) d\mu$$

или на основании (19):

$$(20) \quad -\frac{2m}{\rho^2} \sin(2n-1) \alpha \int_{-l}^{+l} r R_{2n} \cos(2n-1) \omega d\mu + \frac{2m}{\rho^2} \sin(2n+1) \alpha \int_{-l}^{+l} r R_{2n} \cos(2n+1) \omega d\mu$$

Из этой формулы заключаем, что в разложении возмущающего момента коэффициент при  $\sin(2n+1)\alpha$  есть:

$$(21) \quad \frac{2m}{\rho^2} \int_{-l}^{+l} r (R_{2n} - R_{2n+2}) \cos(2n+1) \omega d\mu$$

Следовательно возмущающий момент представляется такою формулой:

$$(22) \quad M = \frac{2m}{\rho^2} \sum_{n=0}^{n=\infty} \sin(2n+1) \alpha \int_{-l}^{+l} r (R_{2n} - R_{2n+2}) \cos(2n+1) \omega d\mu$$

Напомним, что  $R_{2n}$  есть следующая функция:

$$R_{2n} = \frac{3 \cdot 5 \dots (4n+1)}{2 \cdot 4 \dots 4n} \cdot \frac{r^{2n}}{\rho^{2n}} + \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2p+1)}{1 \cdot 2 \dots p} \cdot \frac{1}{2^p} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (4n+2p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (2n+p)} \cdot \frac{1}{2^{2n+p}} \cdot \frac{r^{2n+2p}}{\rho^{2n+2p}}$$

и следовательно

$$R_{2n} - R_{2n+2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 4n+1}{1 \cdot 2 \dots 2n} \cdot \frac{1}{2^{2n}} \cdot \frac{r^{2n}}{\rho^{2n}} + \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 2p-1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots p} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (4n+2p+1)}{1 \cdot 2 \dots (2n+p+1)} \cdot \frac{2n+1}{2^{2n+2p}} \cdot \frac{r^{2n+2p}}{\rho^{2n+2p}}$$

Из формулы (22) заключаем, что условие, чтобы не было девиации порядка  $2(2n+1)$ , есть:

$$(23) \quad \int_{-l}^{+l} r (R_{2n} - R_{2n+2}) \cos(2n+1) \omega d\mu = 0$$

в случае, если картушка состоит из одной пары стрелок, и сумма подобных выражений — для нескольких пар.

Прежде чем перейти к исследованию общего случая без всяких предположений, примем то, которое принял Арчибалд Смит, чтобы получить первое приближение. Предполагая, что весь магнетизм сосредоточен в оконечностях стрелки и что количество его не зависит от длины ее, значительно упрощаем условие (21), так как тогда  $\omega$

постоянно и равно тому румбу  $\psi$ , на котором укреплен конец стрелки;  $r$  тоже постоянно, интеграл состоит из двух членов, и вместо (23) получаем:

$$(23') \quad 2r(R_{2n} - R_{2n+2}) \mu \cos(2n+1)\psi = 0$$

или

$$(23'') \quad \cos(2n+1)\psi = 0$$

для одной пары стрелок и

$$(23''') \quad \cos(2n+1)\psi + \cos(2n+1)\psi_1 + \dots = 0$$

для нескольких пар.

Полагая  $n=1$ , получаем условие для уничтожения шестерной девиации:

$$\cos 3\psi + \cos 3\psi_1 + \dots = 0$$

К этой формуле и пришел Арчибалльд Смит. Он указал, что принятая в английском флоте картишка Баррова удовлетворяет этому условию. Выводы, посредством которых Арчибалльд Смит пришел к этой формуле, несколько отличаются от наших; он не разбирает общего условия (23'''), а ограничивается исследованием первых членов коэффициента при  $\sin 3\alpha$ , т. е. шестерной девиации. Но на основании формулы (23''') легко видеть, что, имея картинку с четырьмя стрелками (как у Баррова), можно уничтожить не только шестерную девиацию, но и десятерную, для чего необходимо удовлетворить условиям:

$$(24) \quad \begin{aligned} \cos 3\psi + \cos 3\psi_1 &= 0 \\ \cos 5\psi + \cos 5\psi_1 &= 0 \end{aligned}$$

Первое из них дает:

$$\psi + \psi_1 = 60^\circ$$

из второго:

$$\begin{aligned} 2 \cos \frac{5}{2}(\psi + \psi_1) \cos \frac{5}{2}(\psi_1 - \psi) &= 0 \\ \psi_1 - \psi &= 36^\circ \end{aligned}$$

так что

$$(25) \quad \psi_1 = 48^\circ; \quad \psi = 12^\circ$$

Следовательно в магнитном отношении выгоднее четыре стрелки располагать на  $12^\circ$  и  $48^\circ$ , нежели на  $15^\circ$  и  $45^\circ$ , как то сделано у Баррова. Мы вошли в эти подробности потому, что первое приближение весьма важно и служит всегда превосходною проверкою получаемых результатов, и потому, что это условие (23) совершенно строго дает радиальное положение стрелок, которого мы, однако, с теоретической стороны рассматривать не будем, так как на основании условия (23''') легко получить положение любого числа стрелок по радиусам кар-

тушки, а если будем иметь возможность, то исследуем такие картишки опытами; но едва ли они окажутсягодными для практики.

**§ 5.** Переходим к общему исследованию для произвольного числа стрелок, положим  $2q$ . Мы можем их расположить так, чтобы девиации первых  $2(2q+1)$  порядков уничтожились, для чего необходимо удовлетворить условиям:

$$(26) \quad \begin{aligned} & \sum \int_{-l}^{+l} r(R_2 - R_4) \cos 3\omega d\mu = 0 \quad (\text{шестерная}) \\ & \sum \int_{-l}^{+l} r(R_4 - R_6) \cos 5\omega d\mu = 0 \quad (\text{десятчная}) \\ & \cdots \\ & \sum \int_{-l}^{+l} r(R_{2q} - R_{2q+2}) \cos (2q+1)\omega d\mu = 0, \quad \text{порядка } 2(2q+1) \end{aligned}$$

Но так как  $R$  суть функция  $r$ , а эти уравнения должны иметь место при всяком  $r$ , то каждое из них распадается на бесконечное число других уравнений, напр. последнее — на следующие:

$$(27) \quad \begin{aligned} & \frac{k_1}{r^{2q}} \sum \int_{-l}^{+l} r^{2q+1} \cos (2q+1)\omega d\mu = 0 \\ & \frac{k_2}{r^{2q+2}} \sum \int_{-l}^{+l} r^2 r^{2q+1} \cos (2q+1)\omega d\mu = 0 \\ & \frac{k_3}{r^{2q+4}} \sum \int_{-l}^{+l} r^4 r^{2q+1} \cos (2q+1)\omega d\mu = 0 \end{aligned}$$

где  $k_1, k_2, k_3, \dots$  — коэффициенты при соответствующих степенях  $\frac{r}{\rho}$  в выражении  $R_{2q} - R_{2q+2}$ . Но по форме этих уравнений легко видеть, что по удовлетворении первому из них, т. е. уничтожении высшего члена в коэффициенте разбираемой девиации, остальные члены почти сами собою уничтожаются, так как в первом приближении (Арчибальда Смита), которое мы выше разбирали, они тождественно равны нулю. Поэтому из всех уравнений (26) мы берем лишь высшие члены их, по одному из каждого, и тогда для определения положения стрелок имеем уравнения:

$$(28) \quad \begin{aligned} & \sum \int_{-l}^{+l} r^3 \cos 3\omega d\mu = 0 \\ & \sum \int_{-l}^{+l} r^5 \cos 5\omega d\mu = 0 \\ & \sum \int_{-l}^{+l} r^{2q+1} \cos (2q+1)\omega d\mu = 0 \end{aligned}$$

На основании (17) по известной формуле для косинуса кратных углов имеем:

$$(29) \quad r^{q+1} \cos(2q+1)\varphi = x \left\{ x^q - \frac{(2q+1)2q}{1 \cdot 2} x^{q-2} c^2 + \frac{(2q+1)2q(2q-1)(2q-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} x^{q-4} c^4 + \dots (-1)^q \frac{(2q+1)}{1} c^q \right\}$$

На основании этого условия (27) принимают вид:

$$(30) \quad \begin{aligned} & \sum \left\{ \int_{-l}^{+l} x^3 d\mu - 3c^2 \int_{-l}^{+l} x d\mu \right\} = 0 \\ & \sum \left\{ \int_{-l}^{+l} x^5 d\mu - 10c^2 \int_{-l}^{+l} x^3 d\mu + 5c^4 \int_{-l}^{+l} x d\mu \right\} = 0 \\ & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ & \sum \left\{ \int_{-l}^{+l} x^{q+1} d\mu - \frac{(2q+1)2q}{1 \cdot 2} c^2 \int_{-l}^{+l} x^{q-1} d\mu + \dots \right. \\ & \quad \left. + (-1)^q \frac{(2q+1)}{1} c^q \int_{-l}^{+l} x d\mu \right\} = 0 \end{aligned}$$

Интеграл  $\int_{-l}^{+l} x d\mu$  есть магнитный момент стрелки, и каким образом его определять, — известно. Далее мы покажем, как определяются из наблюдений интегралы:  $\int_{-l}^{+l} x^3 d\mu$ ,  $\int_{-l}^{+l} x^5 d\mu$ , ... для каждой из выбранных стрелок, так что в этих уравнениях всё становится известным кроме расстояний с каждой стрелкой до центра картушки. Решение уравнений (30) и дает расположение  $2q$  стрелок картушки, для которой не будет девиации первых  $4q+2$  порядков.

**§ 6.** Приложим теперь эти общие выводы к двум частным случаям, на практике чаще всего встречающимся, именно для картушек с двумя и четырьмя стрелками.

Для двух стрелок мы можем удовлетворить лишь одному из уравнений (30), а именно уничтожить шестерную девиацию:

$$(31) \quad \int_{-l}^{+l} x^3 d\mu - 3c^2 \int_{-l}^{+l} x d\mu = 0$$

Отсюда находим:

$$c = \pm \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{\int_{-l}^{+l} x^3 d\mu}{\int_{-l}^{+l} x d\mu}} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{0}{0}}$$

где  $\theta_1$  и  $\theta$  определяются условиями:

$$\int_{-l}^{+l} x^3 d\mu = 2 \int_0^l x^3 d\mu = 2 (\theta_1 l)^3 \int_0^l d\mu$$

$$\int_{-l}^{+l} x d\mu = 2 \int_0^l x d\mu = 2 (\theta l) \int_0^l d\mu$$

Ниже покажем, как определить отношение этих величин из наблюдений.

Условие (31) можно представить в таком виде:

$$\theta_1^3 l^3 - 3 \theta l c^2 = 0$$

положив

$$\sqrt{\frac{\theta_1^3}{\theta}} l = r \cos \psi \quad \text{и} \quad c = r \sin \psi$$

получаем:

$$\cos^3 \psi - 3 \sin^2 \psi \cos \psi = \cos 3\psi = 0$$

откуда

$$\psi = 30^\circ$$

Это показывает, что в картушке с одною парою стрелок следует их располагать таким образом, чтобы точки, разделяющие полудлину каждой из них в отношении  $\sqrt{\frac{\theta_1^3}{\theta}}$ , лежали на одной окружности в расстоянии  $30^\circ$  от линии NS картушки.

В случае четырех стрелок мы должны удовлетворить условиям:

$$(32) \quad \begin{aligned} \int_0^l x^3 d\mu - 3c^2 \int_0^l x d\mu + \int_0^{l_1} x_1^3 d\mu_1 - 3c_1^2 \int_0^{l_1} x_1 d\mu_1 &= 0 \\ \int_0^l x^5 d\mu - 10c^2 \int_0^l x^3 d\mu + 5c^4 \int_0^l x d\mu + \int_0^{l_1} x^5 d\mu_1 \\ - 10c_1^2 \int_0^{l_1} x_1^3 d\mu_1 + 5c_1^4 \int_0^{l_1} x_1 d\mu_1 &= 0 \end{aligned}$$

Эти уравнения можно представить таким образом:

$$(33) \quad \begin{aligned} al^2 - 3c^2 + \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}} (a_1 l_1^2 - 3c_1^2) &= 0 \\ (bl^4 - 10al^2c^2 + 5c^4) + \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}} (b_1 l_1^4 - 10a_1 l_1^2 c_1^2 + 5c_1^4) &= 0 \end{aligned}$$

где

$$(34) \quad \begin{aligned} a &= \frac{\int_0^l x^3 d\mu}{\int_0^l x d\mu} \cdot \frac{1}{l^2}; \quad b = \frac{\int_0^l x^5 d\mu}{\int_0^l x d\mu} \cdot \frac{1}{l^4} \\ a_1 &= \frac{\int_0^{l_1} x_1^3 d\mu_1}{\int_0^{l_1} x_1 d\mu_1} \cdot \frac{1}{l_1^2}; \quad b_1 = \frac{\int_0^{l_1} x_1^5 d\mu_1}{\int_0^{l_1} x_1 d\mu_1} \cdot \frac{1}{l_1^4} \end{aligned}$$

Все эти величины  $a$ ,  $a_1$ ,  $b$ ,  $b_1$ ,  $\frac{M_1}{M}$  определяются из наблюдений;  $l$  и  $l_1$  — длины стрелок; решение уравнений (33) дает  $c$  и  $c_1$  — положение их.

Исследовать в общем виде корни этих уравнений мы не будем, но укажем, что приближенные их величины суть:

$$c = l \operatorname{tg} 12^\circ; \quad c_1 = l_1 \operatorname{tg} 48^\circ$$

или, несколько точнее:

$$c = \sqrt{al} \operatorname{tg} 12^\circ; \quad c_1 = \sqrt{a_1 l_1} \operatorname{tg} 48^\circ$$

Первое из уравнений (33) может быть представлено в таком виде:

$$M \frac{\cos 3\psi}{\cos \psi} + M_1 \frac{\cos 3\psi_1}{\cos \psi_1} = 0$$

если положить в нем

$$\begin{aligned} \sqrt{al} &= r \cos \psi; \quad c = r \sin \psi \\ \sqrt{a_1 l_1} &= r \cos \psi_1; \quad c_1 = r \sin \psi_1 \end{aligned}$$

Приняв, что магнитные моменты пропорциональны длинам стрелок и что  $a = a_1$ , мы придааем этому уравнению вид:

$$(34') \quad \cos 3\psi + \cos 3\psi_1 = 0$$

т. е. получаем условие Арчибалльда Смита с тою разницей, что не концы стрелок, а некоторые точки, лежащие между полюсом стрелки и ее оконечностью (как это будет показано ниже), располагаются по данному им правилу.

Из этого условия и вытекает то правило расположения стрелок, которое обыкновенно выражают таким образом: стрелки в картишке компаса должно располагать так, чтобы некоторые точки, лежащие между полюсом стрелки и ее оконечностью, были на одной окружности и сумма косинусов тройных дуг, заключенных между этими точками и линией NS картишки, равнялась нулю.

По этому условию расположение стрелок в том случае, когда число их превышает два, совершенно неопределено; но мы в § 4 по-

казали, какие условия нужно присоединить к этому, чтобы получить вполне определенное наивыгоднейшее расположение стрелок.

Предположение, на котором основано условие (34'), произвольно, в особенности же равенство  $a = a_1$ , и те наблюдения, которые необходимы, чтобы расположить стрелки по данным нами условиям, сами собою укажут, насколько оно близко к истине.

§ 7. Все наше решение основано на определении отношений:

$$a = \frac{1}{l^2} \cdot \frac{\int_0^l x^3 d\mu}{\int_0^l x d\mu} \quad \text{и} \quad b = \frac{1}{l^4} \cdot \frac{\int_0^l x^5 d\mu}{\int_0^l x d\mu}$$

Прежде чем показать, как их определить из наблюдений, докажем относительно их величины две общие теоремы, которые послужат для контроля получаемых результатов.

I. Величина  $a > b$ , т. е.

$$\frac{1}{l^2} \cdot \frac{\int_0^l x^3 d\mu}{\int_0^l x d\mu} > \frac{1}{l^4} \cdot \frac{\int_0^l x^5 d\mu}{\int_0^l x d\mu}$$

Мы можем положить вообще:

$$\frac{\int_0^l x^n d\mu}{l^{n-1} \int_0^l x d\mu} = a_n = F(n)$$

и докажем, что функция  $F(n)$  убывает с возрастанием  $n$ , т. е. что ее производная по  $n$  всегда отрицательная.

$$F'(n) = \frac{\int_0^l x^n \log x d\mu - \log l \int_0^l x^n d\mu}{l^{n-1} \int_0^l x d\mu} = \frac{\int_0^l (\log x - \log l) x^n d\mu}{l^{n-1} \int_0^l x d\mu}$$

Так как  $x$  постоянно меньше  $l$ , то все элементы интеграла в числителе отрицательные; следовательно  $F'(n) < 0$ , что и доказывает нашу теорему:

Положив

$$\begin{aligned} \int_0^l x^5 d\mu &= (\theta_2 l)^5 \int_0^l d\mu; & \int_0^l x^3 d\mu &= (\theta_1 l)^3 \int_0^l d\mu \\ \int_0^l x d\mu &= \theta l \int_0^l d\mu \end{aligned}$$

на основании этой теоремы имеем неравенства:

$$\theta > \theta_1^3 > \theta_2^5 > \dots$$

II. Величины  $\theta$  удовлетворяют неравенствам:

$$\theta < \theta_1 < \theta_2 \dots$$

Докажем сперва, что  $\theta_1 > \theta$ .

Обозначив  $\theta_1 l$  через  $x_m$  и  $\theta l$  через  $x_n$ , следует доказать:

$$x_m > x_n$$

Представляя каждый из интегралов в виде суммы его элементов, увидим, что  $x_m$  и  $x_n$  должны удовлетворить уравнениям:

$$\begin{aligned} x_0^3 d\mu_0 + x_1^3 d\mu_1 + \dots + x_q^3 d\mu_q &= x_m^3 (d\mu_0 + d\mu_1 + \dots + d\mu_q) \\ x_0 d\mu_0 + x_1 d\mu_1 + \dots + x_q d\mu_q &= x_n (d\mu_0 + d\mu_1 + \dots + d\mu_q) \end{aligned}$$

Эти уравнения можно представить в таком виде:

$$\begin{aligned} (x_{m+1}^3 - x_m^3) d\mu_{m+1} + (x_{m+2}^3 - x_m^3) d\mu_{m+2} + \dots &= \\ = (x_m^3 - x_0^3) d\mu_0 + (x_m^3 - x_1^3) d\mu_1 + \dots + (x_m^3 - x_{m-1}^3) d\mu_{m-1} & \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} (x_{m+1} - x_m) (x_{m+1}^2 + x_{m+1} x_m + x_m^2) d\mu_{m+1} & \\ + (x_{m+2} - x_m) (x_{m+2}^2 + x_{m+2} x_m + x_m^2) d\mu_{m+2} + \dots & = \\ = (x_m - x_0) (x_m^2 + x_m x_0 + x_0^2) d\mu_0 + \dots & \\ + (x_m - x_{m-1}) (x_m^2 + x_m x_{m-1} + x_{m-1}^2) d\mu_{m-1} & \end{aligned}$$

$x_n$  удовлетворяет уравнению:

$$\begin{aligned} (x_{n+1} - x_n) d\mu_{n+1} + (x_{n+2} - x_n) d\mu_{n+2} + \dots &= \\ = (x_n - x_0) d\mu_0 + \dots + (x_n - x_{n-1}) d\mu_{n-1} & \end{aligned}$$

Функция

$$x_{m+p}^2 + x_{m+p} x_m + x_m^2$$

возрастает с возрастанием  $p$ , а потому неравенство:

$$\begin{aligned} (x_{m+1} - x_m) d\mu_0 + (x_{m+2} - x_m) d\mu_1 + \dots &< (x_m - x_0) d\mu_0 + \dots \\ + (x_m - x_{m-1}) d\mu_{m-1} & \end{aligned}$$

очевидно. Из этого неравенства и предшествующего ему равенства заключаем:

$$x_m > x_n, \text{ или } \theta_1 > \theta$$

Подобным же образом могло бы быть доказано и общее неравенство:

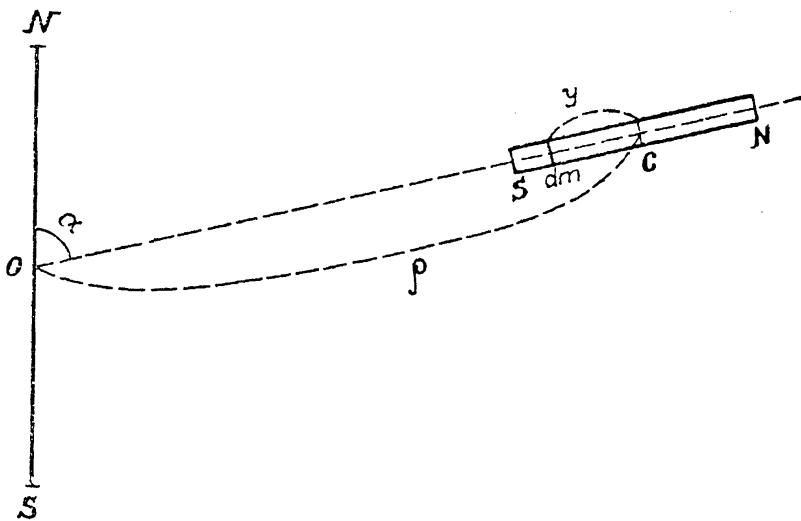
$$\theta_2 > \theta_1 > \theta$$

§ 8. Мы имели следующее выражение возмущающего момента для одной стрелки:

$$(9) \quad M = \frac{m}{\rho^2} \sum_{n=0}^{n=\infty} \sin(2n+1) \alpha \int_{-l}^{+l} (R_{2n} - R_{2n+2}) x \, d\mu$$

Положим теперь, что мы имеем не магнитную массу, а магнит, помещенный S-м концом к компасу, так что продолженная ось его проходит через центр стрелки (фиг. 3).

Для всех частиц такого магнита  $\alpha$  имеет ту же величину. Чтобы вычислить его влияние на стрелку, должно в формуле (9) изменить



Фиг. 3.

$m$  на  $dm$ ,  $\rho$  на  $(r-y)$  и проинтегрировать по длине всего магнита. Таким образом получаем такое выражение возмущающего момента этого магнита:

$$(35) \quad M = \sum_{n=0}^{n=\infty} \sin(2n+1) \alpha \int_{-L}^{+L} \frac{dm}{(r-y)^2} \int_{-l}^{+l} (R_{2n} - R_{2n+2}) x \, d\mu$$

Не входя в подробности исследования общего члена этого ряда, возьмем первые его члены и получим:

$$(36) \quad \begin{aligned} M = & \mathfrak{M}_1 \sin \alpha \left\{ \int_{-L}^{+L} \frac{dm}{(r-y)^2} + \frac{3}{8} al^2 \int_{-L}^{+L} \frac{dm}{(r-y)^4} + \frac{15}{16} bl^4 \int_{-L}^{+L} \frac{dm}{(r-y)^6} + \dots \right\} \\ & + \frac{15}{8} \mathfrak{M}_1 \sin 3\alpha \left\{ al^3 \int_{-L}^{+L} \frac{dm}{(r-y)^4} + \frac{7}{16} bl^4 \int_{-L}^{+L} \frac{dm}{(r-y)^6} + \dots \right\} \\ & + \frac{5 \cdot 7 \cdot 9}{128} \mathfrak{M}_1 \sin 5\alpha \left\{ bl^4 \int_{-L}^{+L} \frac{dm}{(r-y)^6} + \dots \right\} \\ & + \dots \end{aligned}$$

Разлагая в каждом из этих интегралов подинтегральную функцию в ряд и замечая, что все интегралы, содержащие  $y$  в четной степени, уничтожаются, приводим эту формулу к такому виду:

$$(37) \quad M = \frac{2 \mathfrak{M}_1 M_1}{r^3} \sin \alpha \left\{ 1 + k_1 \frac{l^2}{r^2} + k_2 \frac{l^4}{r^4} + \dots \right\} \\ + \frac{15}{2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_1 M_1}{r^3} \cdot \frac{l^2}{r^2} \sin 3\alpha \left\{ a + k'_1 \frac{l^2}{r^2} + k'_2 \frac{l^4}{r^4} + \dots \right\} \\ + 6 \cdot \frac{5 \cdot 7 \cdot 9}{128} \cdot \frac{\mathfrak{M}_1 M_1}{r^3} \cdot \frac{l^4}{r^4} \sin 5\alpha \left\{ b + k''_1 \frac{l^2}{r^2} + k''_2 \frac{l^4}{r^4} + \dots \right\} \\ + \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

где  $M_1 = \int_{-L}^{+L} y dm$  = магнитному моменту возмущающего магнита:

$$a = \frac{\int_0^l x^3 d\mu}{\int_0^l x d\mu}; \quad b = \frac{\int_0^l x^5 d\mu}{\int_0^l x d\mu}.$$

Количества  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k'_1$ ,  $k'_2$  и пр. суть некоторые функции  $a$ ,  $b$  и пр., а также и аналогичных им количеств:

$$\frac{\int_0^L y^3 dm}{\int_0^L y dm}; \quad \frac{\int_0^L y^5 dm}{\int_0^L y dm} \text{ и пр.}$$

Не принимая во внимание индукции магнита на стрелку и обратно, видим, что они не зависят ни от положения стрелки, ни от положения магнита, а лишь от их магнитных свойств, т. е. постоянны для данной системы (стрелки и магнита).

Из выражения (37) заключаем, что магнит, действуя на одну стрелку, вызывает в ней девиацию, выражющуюся рядом:

$$(38) \quad \mathfrak{M}_1 H \sin \delta = 2 \frac{\mathfrak{M}_1 M_1}{r^3} \sin \alpha \left\{ 1 + k_1 \frac{l^2}{r^2} + \dots \right\} \\ + \frac{15}{2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_1 M_1}{r^3} \cdot \frac{l^2}{r^2} \sin 3\alpha \left\{ a + k'_1 \frac{l^2}{r^2} + \dots \right\} \\ + 6 \cdot \frac{5 \cdot 7 \cdot 9}{128} \cdot \frac{\mathfrak{M}_1 M_1}{r^3} \cdot \frac{l^4}{r^4} \sin 5\alpha \left\{ b + k''_1 \frac{l^2}{r^2} + \dots \right\} \\ + \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

или

$$H \sin \delta = B_0 \sin \alpha + C_0 \sin 3\alpha + D_0 \sin 5\alpha + \dots$$

где

$$\alpha = \zeta' + \epsilon$$

Полагая

$$\begin{aligned} B_0 \cos \varepsilon &= B'_0; & B_0 \sin \varepsilon &= C'_0 \\ C_0 \cos 3\varepsilon &= F'_0; & C_0 \sin 3\varepsilon &= G'_0 \\ D_0 \cos 5\varepsilon &= K'_0; & D_0 \sin 5\varepsilon &= L'_0 \end{aligned}$$

. . . . .

получаем:

$$(39) \quad \begin{aligned} H \sin \delta &= B'_0 \sin \zeta' + C'_0 \cos \zeta' \\ &\quad + F'_0 \sin 3\zeta' + G'_0 \cos 3\zeta' \\ &\quad + K'_0 \sin 5\zeta' + L'_0 \cos 5\zeta' \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

Коэффициенты:

$$(40) \quad C_0 = \sqrt{F'_0{}^2 + G'_0{}^2} = \frac{15}{2} \cdot \frac{M_1}{r^3} \cdot \frac{l^2}{r^2} \left\{ a + k'_1 \frac{l^2}{r^2} + k'_2 \frac{l^4}{r^4} + \dots \right\}$$

$$(41) \quad D_0 = \sqrt{K'_0{}^2 + L'_0{}^2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{128} \cdot \frac{M_1}{r^3} \cdot \frac{l^4}{r^4} \left\{ b + k''_1 \frac{l^2}{r^2} + k''_2 \frac{l^4}{r^4} + \dots \right\}$$

Коэффициенты же  $B'_0, C'_0, F'_0, G'_0, \dots$  вычисляются по следующим формулам из наблюдений девиации на 32 румбах:

$$(42) \quad \begin{aligned} B'_0 &= \frac{H}{16} \sum_{n=0}^{n=32} \sin \delta_n \sin \zeta'_n \\ C'_0 &= \frac{H}{16} \sum_{n=0}^{n=32} \sin \delta_n \cos \zeta'_n \\ F'_0 &= \frac{H}{16} \sum_{n=0}^{n=32} \sin \delta_n \sin 3\zeta'_n \\ G'_0 &= \frac{H}{16} \sum_{n=0}^{n=32} \sin \delta_n \cos 3\zeta'_n \end{aligned}$$

Отсюда ясно, что для определения величин  $a, b$  мы можем поступать следующим образом: поставив магнит так, чтобы ось его проходила через центр компаса, картушку которого заменяют исследуемою стрелкою, наблюдаем производимую магнитом девиацию на всех 32 румбах при различных его расстояниях до центра компаса, вычисляем коэффициенты шестерной, десятерной... девиаций, и тогда для определения количества  $a$  получаем системы уравнений такого вида:

$$(43) \quad \begin{aligned} \sqrt{F'_0{}^2 + G'_0{}^2} &= \frac{15}{2} \cdot \frac{M_1}{r^3} \cdot \frac{l^2}{r^2} \left\{ a + k'_1 \frac{l^2}{r^2} + k'_2 \frac{l^4}{r^4} + \dots \right\} \\ \sqrt{F'_{01}{}^2 + G'_{01}{}^2} &= \frac{15}{2} \cdot \frac{M_1}{r_1^3} \cdot \frac{l^2}{r_1^2} \left\{ a + k'_1 \frac{l^2}{r_1^2} + k'_2 \frac{l^4}{r_1^4} + \dots \right\} \\ \sqrt{F'_{02}{}^2 + G'_{02}{}^2} &= \frac{15}{2} \cdot \frac{M_1}{r_2^3} \cdot \frac{l^2}{r_2^2} \left\{ a + k'_1 \frac{l^2}{r_2^2} + k'_2 \frac{l^4}{r_2^4} + \dots \right\} \end{aligned}$$

и совершенно подобную систему для  $b$  и пр.

Решив эти уравнения, находим искомые количества с тою точностью, которой можно достигнуть при наблюдениях девиации в мастерской. Для определения тех же количеств из тех же наблюдений мы могли бы составить и другие две системы уравнений, взяв отношения коэффициентов шестерной девиации к коэффициенту полукруговой.

Итак, мы умеем определить все количества, входящие в уравнения (30), (33), в которых всё будет известно кроме  $c$  и  $c_1$ , которые таким образом сами послужат для определения этих величин, и мы найдем расположение стрелок в картушке, при котором не будет шестерной и десятерной девиаций в случае, если картушка имеет 4 стрелки. При большем числе стрелок расположением их мы можем уничтожить и девиации следующих порядков, как то указано в § 5.

Величины  $a$ ,  $b$  характеризуют распределение магнетизма по стрелке. Следовательно, поступая, как нами указано, мы имеем возможность убедиться, что каждая из выбранных нами парных стрелок одних и тех же размеров действительно тождественна в магнитном отношении соответствующей ей, как того требует теория. Наконец это исследование дает возможность судить и о симметрии распределения магнетизма по стрелке, так как если бы он был распределен несимметрично, то в разложении синуса девиации в ряд встретились бы члены с  $4n \zeta'$ , т. е. девиация четвертная, восьмерная и пр., хотя бы возмущение происходило от постоянного стального магнита.

Таким образом вопрос о расположении стрелок в картушках компаса решается без всяких произвольных предположений.

§ 9. Нами было разобрано влияние магнита на картушку компаса и указан способ, с помощью которого можно найти такое расположение стрелок, при котором не будет происходить шестерной, десятерной и прочих девиаций. Теперь мы покажем, что тех же условий достаточно и для того, чтобы от бруска мягкого железа не происходило восьмерной и прочих девиаций. Для этого разберем влияние бруска мягкого железа на компас, предполагая, что на брусков действует та же сила, что и на стрелку.

Когда бруск близок к компасу и стрелки сильные, то он может намагничиваться и от влияния стрелок. Но до сих пор мы не нашли способа подвести это влияние под какое-либо вычисление, и с этой стороны наше решение неполно, да и вообще все вопросы, касающиеся возбужденного магнетизма, несмотря на их важность, еще далеки от решения.

Нам неизвестно даже, был ли исследован опытным путем вопрос о влиянии на компас бруска, намагничивающегося самыми стрелками; во всяком случае такое исследование желательно.

Известно, что влияние бруска, который намагничивается земной силой (или силой, исходящей из весьма отдаленного источника), тождественно влиянию магнита, которого магнитный момент пропорционален проекции этой силы на направление бруска. Предполагая, что продольенная ось бруска проходит через центр компаса, видим, что влияние

такого бруска тождественно влиянию магнита, которого магнитный момент равен:

$$MH \cos(\alpha + \delta)$$

Подставляя это выражение вместо  $M_1$  в формулу (37), находим для возмущающего момента бруска такое выражение:

$$(44) \quad M = p \mathfrak{M} MH \sin \alpha \cos(\alpha + \delta) + r \mathfrak{M} MH \sin 3\alpha \cos(\alpha + \delta) \\ + s \mathfrak{M} MH \sin 5\alpha \cos(\alpha + \delta) + \dots$$

где  $p, r, s$  суть некоторые количества, не зависящие от курса.

Отсюда заключаем, что бруск производит девиацию, выражаемую формулой:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= M (p \sin \alpha \cos \alpha + r \sin 3\alpha \cos \alpha + s \sin 5\alpha \cos \alpha \dots) \cos \delta \\ &\quad - M (p \sin^2 \alpha + r \sin 3\alpha \sin \alpha + s \sin 5\alpha \sin \alpha \dots) \sin \delta = \\ &= \frac{\frac{1}{2} M}{1 + \frac{1}{2} p} \{ (p + r) \sin(2\alpha + \delta) + r \sin(4\alpha - \delta) \\ &\quad + s \sin(4\alpha + \delta) + s \sin(6\alpha - \delta) + \dots \} \end{aligned}$$

Очевидно, что когда  $r = 0, s = 0$ , то бруск производит девиацию:

$$\sin \delta = \frac{\frac{1}{2} M}{1 + \frac{1}{2} p} p \sin(2\alpha + \delta)$$

того же характера, как и девиация от коэффициентов  $\mathfrak{D}$  и  $\mathfrak{C}$ , т. е. четвертную.

Эти условия—те же самые, что и для уничтожения шестерной, десятерной и прочих девиаций [(30), (33)].

**§ 10.** Формула (37) показывает, какое влияние имеет на величину коэффициента шестерной и прочих девиаций длина стрелки (или, лучше сказать, отношение этой длины к расстоянию до магнита или бруска), и из нее становится ясным преимущество компасов с малыми, короткими стрелками. Но в настоящее время предъявляется требование на компасы с жидкостью, в которых мы вынуждены употреблять длинные, сильные стрелки, чтобы их картушки не застаивались и были чувствительны. При устройстве этих-то компасов и нужно обращать самое строгое внимание как на расположение стрелок, так и на их магнитные свойства (тождественность в магнитном отношении); иначе достигнуть удовлетворительного уничтожения девиации таких компасов невозможно.

Эта заметка заключает в себе теоретическое решение вопроса и как бы программу тех опытов и наблюдений, которые необходимо произвести, чтобы устроить картушку с длинными стрелками, для которой шестерная, восьмерная, десятерная и прочие девиации были бы уничтожены.

Правда, эти опыты могут оказаться продолжительными и изготовление первой такой картушки потребует много труда. но тем самым будет получен шаблон для следующих.

### ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

1. Компасы с жидкостью приходится устраивать с длинными стрелками, иначе они не обладают достаточною чувствительностью.
2. Для компасов с длинными стрелками возможно достичнуть уничтожения девиации лишь в том случае, когда стрелки их попарно тождественны в магнитном отношении и расположены в картушке таким образом, чтобы шестерная, восьмерная, десятерная и прочие девиации были уничтожены самым положением стрелок.
3. Чтобы исследовать стрелки в магнитном отношении, следует наблюдать девиацию, которую производит на нее магнит с различных расстояний на каждом из 32 румбов, вычислить коэффициенты шестерной, десятерной и прочих девиаций; затем решением простых уравнений мы получим количества, характеризующие распределение магнетизма по стрелке.
4. Для каждой из стрелок одной пары эти количества должны быть равны, так же как и магнитные моменты стрелок.
5. Найдя эти количества и выбрав попарно тождественные стрелки как в физическом (длина, толщина), так и в магнитном отношениях, легко найти и то положение, которое должно придать этим стрелкам в картушке.

# О НОВОМ ДРОМОСКОПЕ<sup>1</sup>

## ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Дромоскоп есть прибор, в котором механически воспроизведен закон изменения девиации в зависимости от курса.

Первый прибор такого рода был изобретен офицером австрийского флота Пауггером, и описание его можно найти в изданной морским министерством брошюре «Дромоскоп или исправитель курса Пауггера» (СПб, 1880).

На последней электрической выставке можно было видеть дромоскоп Фурнье, а описание его и исследование дано мною в № 9 «Морского сборника» настоящего года<sup>2</sup>.

Сложность устройства дромоскопов Пауггера и Фурнье, а также неудобства первого для решения различных задач девиации и теоретические недостатки второго побудили меня к устройству такого прибора, который при простой и дешевой конструкции воспроизводил бы точную формулу тангенса девиации и вместе с тем давал бы легкие и удобные способы решения различных задач, могущих встретиться в плавании. Насколько это мне удалось, пусть судит читатель.

Мой прибор уже был почти готов, когда я сообщил о нем в разговоре С. К. Джевецкому на одном из заседаний экспертной комиссии электрической выставки. Джевецкий тогда рассказал мне, что им еще в 1874 г. построен на совершенно том же принципе, как и у меня, дромоскоп для автоматического прокладчика и что этот прибор хранится в недоступном для публики отделении Морского музея. В один из следующих дней я отправился с Джевецким и Duflon'ом осмотреть означенный прибор, но он оказался упакованным в ящиках, как его прислали обратно с Филадельфийской выставки; многие части его поломаны и попорчены. Благодаря заботливости С. К. Джевецкого нам удалось на следующий раз видеть (хотя не вполне собранным) это чудо механического искусства (работы Браузера).

Я не имею возможности вдаваться здесь в подробности описания автоматического прокладчика и скажу лишь, что имеющийся при нем дромоскоп по принципу и сущности механизма одинаков с моим, хотя

<sup>1</sup> «Морской сборник», т. CCXVI, № 10, 1886.

<sup>2</sup> См. в настоящем томе (стр. 99—126).—Ред.

на нем не решаются те задачи, как на моем приборе, чего и не имел в виду его изобретатель.

§ 2. Прежде чем приступить к описанию моего прибора, напомню основные положения теории девиации.

На железном корабле, как известно, на компас действуют следующие шесть сил:

- 1)  $\lambda H$  — по направлению магнитного меридиана;
- 2)  $\lambda \mathfrak{A}H$  — перпендикулярно магнитному меридиану; (+) вправо, т. е. по направлению к Ost'у, и (-) влево;
- 3)  $\lambda \mathfrak{B}H$  — по диаметральной плоскости корабля; (+) к носу, (-) к корме;
- 4)  $\lambda \mathfrak{C}H$  — перпендикулярно диаметральной плоскости; (+) вправо, (-) влево;
- 5)  $\lambda \mathfrak{D}H$  — по направлению зеркального изображения меридиана в диаметральной плоскости (+); обратно зеркальному изображению (-);
- 6)  $\lambda \mathfrak{E}H$  — перпендикулярно предыдущей силе; (+) вправо, (-) влево.

$H$  есть горизонтальная составляющая напряжения земного магнетизма. Прочие величины суть некоторые численные коэффициенты; из них  $\lambda$ ,  $\mathfrak{D}$  и  $\mathfrak{E}$  остаются вообще неизменными,  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$  меняются с переменой магнитной широты. Чтобы судить о действии этих сил на компас, обыкновенно принимают  $\lambda H$  за 1 и в произвольном масштабе графически определяют равнодействующую этих сил для всех румбов компаса, причем конец ее описывает некоторую кривую линию, названную Арчибалдом Смитом дигограммою. На наши суда для выполнения этого чертежа отпускаются бланки.

Не входя в подробности описания различных способов черчения диграмм, я укажу сущность этого чертежа.

Положим, что при данных  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  и  $\mathfrak{E}$  точных коэффициентах девиации требуется найти девиацию на данном магнитном курсе  $\zeta$ . Для простоты допустим, что все коэффициенты имеют знак +.

Пусть на фиг. 1  $O$  есть N-й конец компасной стрелки,  $OM$  — магнитный меридиан; по его направлению откладываю  $OH = 1$ , затем перпендикулярно вправо  $HA = \mathfrak{A}$ , от точки  $A$  под углом магнитного курса откладываю  $AB = \mathfrak{B}$ , перпендикулярно к этой прямой, вправо от нее  $BC = \mathfrak{C}$ , от этой точки под углом  $2\zeta$  к меридиану откладываю  $CD = \mathfrak{D}$  и, наконец, перпендикулярно  $CD$  прямую  $DE = \mathfrak{E}$ . Соединив  $O$  с  $E$ , получаю прямую  $OE$ , которая по величине и направлению представляет силу, действующую на стрелку компаса, когда корабль направляется по магнитному курсу  $\zeta$ ; следовательно угол  $MOE$  есть девиация, а длина  $OE$  представляет силу, выраженную волях  $\lambda H$ .

Очевидно, что можно бы непосредственно от  $A$  отложить под углом  $\zeta + \alpha$  к меридиану величину  $AC = p = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$ , причем  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}}$ , и за-

тем от  $C$  под углом  $2\zeta + \beta$  — величину  $q = \sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}^2} = CE$ , где  $\operatorname{tg} \beta = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}}$ . Геометрическое место точек  $E$ , когда  $\zeta$  изменяется от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , есть диграмма (по нашим бланкам — № 1). Получаемая таким построением кривая известна в геометрии под названием «зевитка Паскаля» (*limacon de Pascal*).

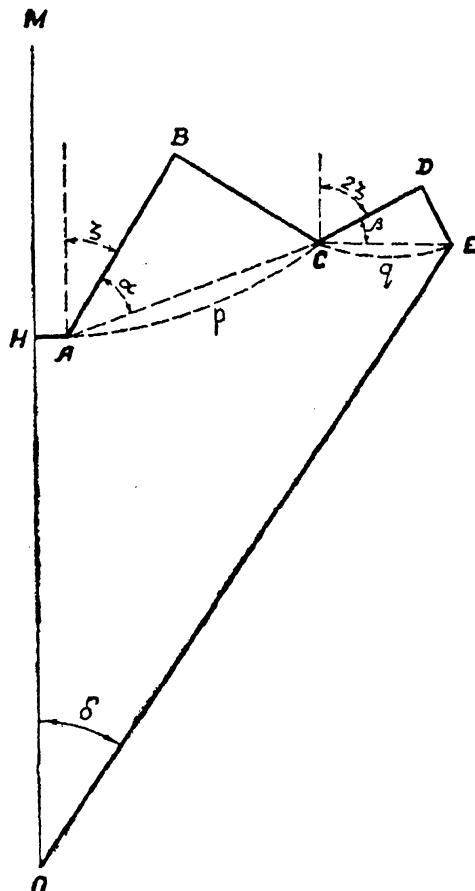
Диграмма № 1 дает возможность находить по данному магнитному курсу соответствующий компасный, но не решает обратного вопроса.

Сущность другого способа построения диграммы состоит в следующем: можно вообразить, что когда корабль совершает оборот, то его диаметральная плоскость не меняет своего направления, но что меридиан отступает от нее с той же угловой скоростью, с какою вращается корабль.

Основываясь на этом, мы имеем такой способ черчения диграммы (фиг. 2): радиусом = 1 описываем круг NOSW, по которому наносим румбы в обратном порядке, и полагаем, что направление диаметральной плоскости остается параллельным линии NS; чтобы начертить силу, действующую на стрелку компаса на магнитном курсе  $\zeta$ , находим это деление по кругу NOSW, проводим радиус  $\zeta H$ , который и представляет направление магнитного меридиана на этом курсе и действующую в его плоскости силу (при  $\lambda H = 1$ ). По NS откладываем  $HB = \mathfrak{B}$  и перпендикулярно  $BC = \mathfrak{C}$ ; от полученной точки  $C$  под углом  $2\zeta$  к меридиану, т. е. к  $\zeta H$ , откладываем  $CD = \mathfrak{D}$ , затем  $DE = \mathfrak{E}$  и, наконец, перпендикулярно к  $\zeta H$  — величину  $EA = \mathfrak{A}$ . Прямая  $\zeta A$  по величине и направлению представляет действующую на стрелку силу, выраженную в долях  $\lambda H$ , угол же  $H\zeta A$  — девиацию. Проведя из центра прямую  $H\zeta'$ , параллельную  $\zeta A$ , в пересечении ее с окружностью получаем отсчет компасного курса  $\zeta'$ , соответствующего магнитному  $\zeta$ .

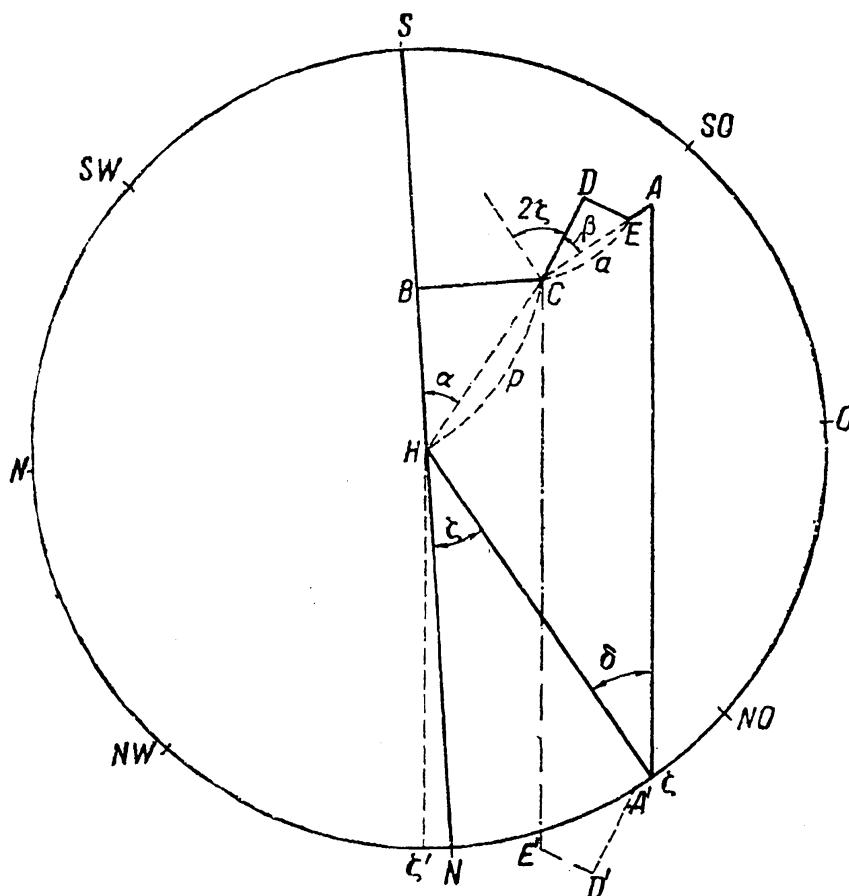
Геометрическое место точек  $A$  при изменении  $\zeta$  от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  есть эллипс, а самый чертеж по нашим бланкам называется диграммой № 2.

Вычерченная таким образом диграмма все-таки не дает решения обратного вопроса, т. е. данному компасному курсу найти соответствующий магнитный или на данном компасном румбе найти величину направляющей силы.



Фиг. 1.

Мы решим вторую часть этого вопроса, если, вместо того чтобы откладывать  $\mathfrak{D}$  и  $\mathfrak{E}$  от точки  $C$ , перенесем их параллельно самим себе в точку  $\zeta$  и присоединим к оконечности  $\zeta$  силы  $\zeta H$ . Очевидно, что получаемая таким образом прямая  $E'C$  равна и параллельна прямой  $\zeta A$ . Следовательно отсчет компасного курса получим, как и в первом случае, проведя прямую  $H\zeta'$ , параллельную  $E'C$ .



Фиг. 2.

Геометрическое место точек  $E'$  есть также эллипс, и если он вычерчен, то второй вопрос решается весьма просто: провести через  $C$  прямую  $CH'$ , параллельную радиусу  $H\zeta'$ , до встречи ее с эллипсом; величина  $CH'$  и служит мерою силы, действующей на стрелку на компасном курсе  $\zeta'$  и выраженной в долях  $\lambda H$ .

Как И. П. де Коллонгом построение эллипса заменено построением четырех прямых линий и как им решен вопрос о диаграмме на компасные румбы,—отсылаем к его статье, помещенной в «Пятом добавлении к сочинению о девиации компасов и диаграммах» И. Белавенца, откуда и заимствовано вышеупомянутое построение, служащее основою моего дромоскопа.

Действительно, из последнего чертежа видно, что при полном обороте корабля прямая  $H\zeta$  вращается около центра  $H$  круга NOSW, причем ее конец указывает магнитный курс корабля; прямая  $A'\zeta$

остается все время перпендикулярно к  $H\zeta$ ; прямая  $A'E' = q = \sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}^2}$  вращается около центра  $A'$  с двойной против  $H\zeta$  скоростью, в обратную от нее сторону, и точка  $C$  определяется координатами  $p = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$  и  $\alpha$ ; тогда величина прямой  $E'C$  служит мерою направляющей силы, а проходящая через центр круга параллель к ней указывает по ее делениям компасный курс  $\zeta'$ , соответствующий магнитному  $\zeta$ , указываемому прямою  $H\zeta$ .

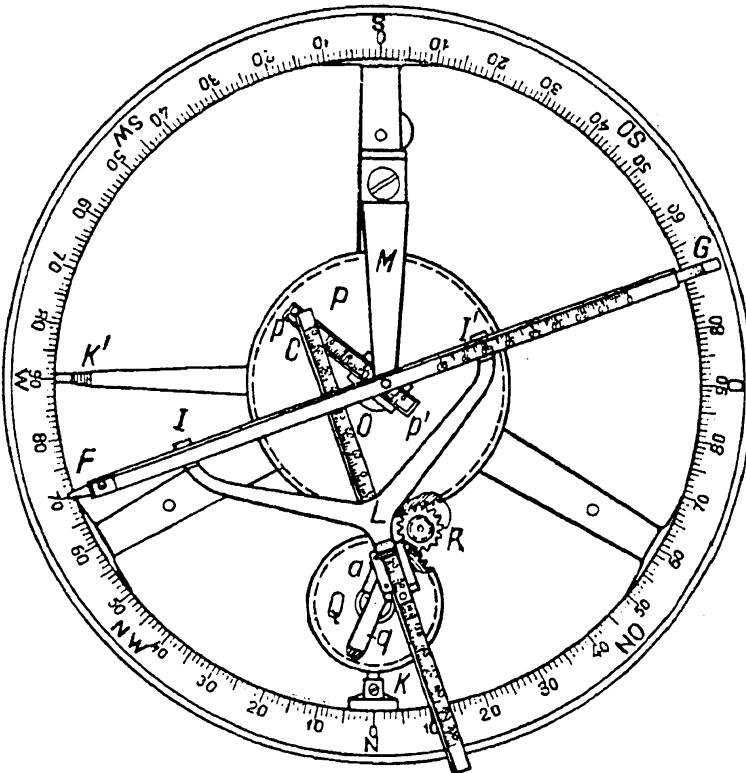
Оставалось выполнить это движение механически.

## I. Описание устройства дромоскопа

**§ 3.** Дромоскоп (фиг. 3 и 4) состоит из разделенного на полуградусы по четвертям круга NOSW, в центре которого укреплена не подвижно большая зубчатка  $P$ . Около центральной оси круга вращается плоская массивная стрелка  $OK$ , несущая в себе малую зубчатку  $O$  и шестеренку  $R$ , служащую для передачи движения малой зубчатке, радиус которой равен половине радиуса большой.

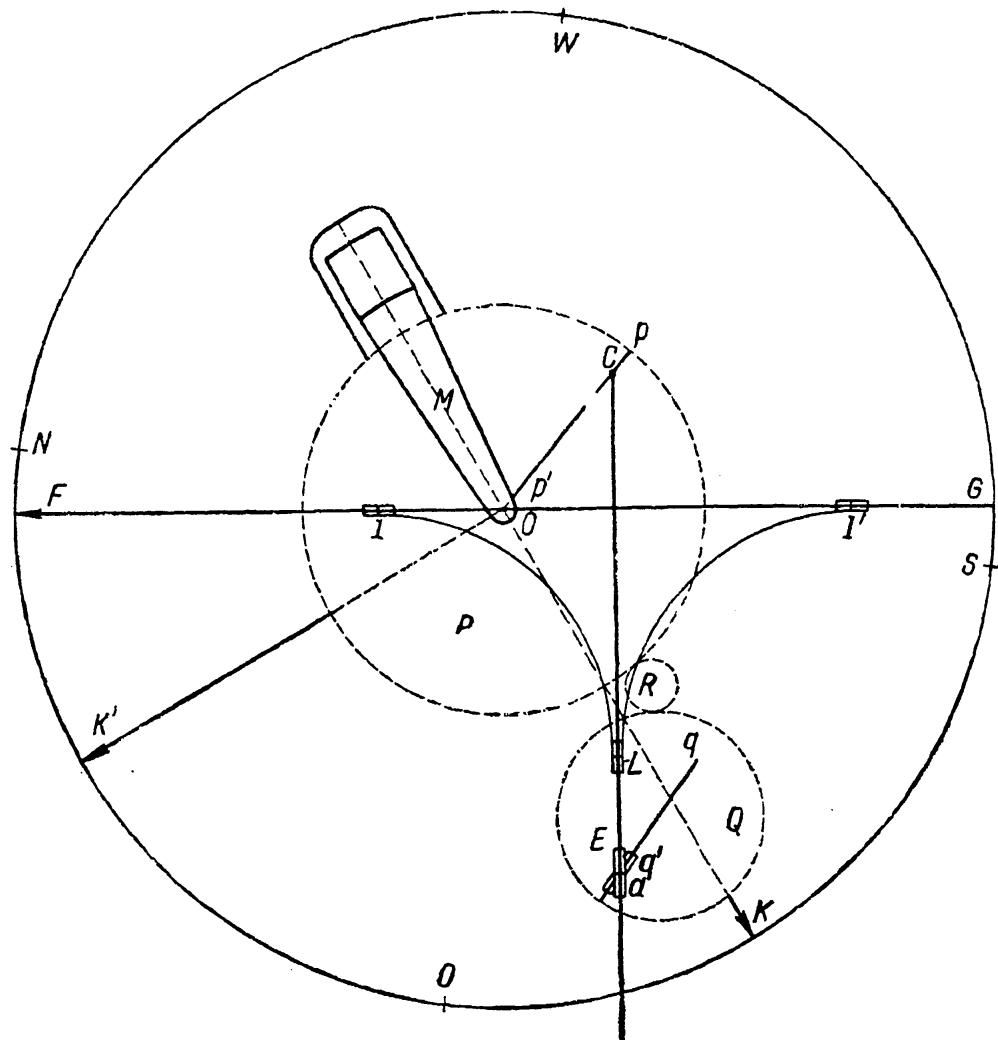
К малой зубчатке прикреплена линеека  $qq'$ , по которой ходит двойной ползун  $a$ , устанавливаемый на величину  $q = \sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}^2}$  от центра зубчатки; надлежащий же начальный угол  $\beta$  придается поворотом зубчатки (об этом подробно см. ниже). По вращающейся около центра линееке  $pp'$  проставляется под надлежащим углом  $\alpha$  величина  $p = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$ , после чего линеека закрепляется в приданном ей положении.

Ось вращения малой зубчатки перемещается бесконечным винтом перпендикулярно оси стрелки  $OK$  на величину  $\mathfrak{A}$ , вправо или влево, смотря по знаку. Вращающаяся около точки  $C$  и скользящая в верхней части ползуна  $a$  линейка указывает направление компасного меридiana, а величина прямой  $CE$  служит мерою направляющей силы.



Фиг. 3.

На верхней грани этой линейки нанесены деления, нуль которых находится в точке  $C$ . К стрелке  $OK$  прикреплены перпендикулярно к ней другая стрелка  $OK'$  с индексом и наугольник  $M$ , несущий на себе стрелку  $GF$  с индексом на конце  $F$ ; эта стрелка вращается около оси, прикрепленной к наугольнику  $M$  и совпадающей с центральною осью  $O$  прибора. Ползун  $ILI'$  удерживает эту стрелку постоянно *пер-*



Фиг. 4.

*пендикулярно к линейке сил  $CE$ .* Индекс  $K'$  указывает магнитный курс, индекс  $F$  — соответствующий ему компасный. В точке  $E$  по имеющемуся на то индексу отсчитаем деление линейки  $CE$ , служащее мерою направляющей силы, выраженной в долях  $\lambda H$ , принятой за единицу.

При  $\mathfrak{H}=0$  расстояние от центра прибора  $O$  до центра малой зубчатки равно единице, за которую избрано 100 мм; в миллиметрах же нанесены и все деления на линейках прибора.

Мы даем ниже чертеж дромоскопа Фурнье, чтобы показать, насколько его устройство сложнее нашего<sup>1</sup>. Чертеж моего дромоскопа

<sup>1</sup> Чертеж приведен на стр. 102 настоящего тома.—Ред.

исполнен по фотографическому снимку, сделанному мичманом В. Д. Менделеевым, которому и считаю долгом выразить здесь мою искреннюю благодарность.

Мой прибор схематически изображен на фиг. 4 (причем все части означенны теми же буквами, как и на фиг. 3). Из этой схемы легко видеть, что в нем механически вполне воспроизведена видоизмененная дигограмма № 2 (см. фиг. 2), с тою лишь разницею, что компасный курс отсчитывается не по стрелке  $O\zeta'$ , параллельной линейке сил  $CE$ , а по стрелке  $OF$ , к ней перпендикулярной. Но и магнитный курс  $\zeta$  отсчитывается не по стрелке  $OK$ , а по стрелке  $OK'$ , к ней перпендикулярной, так как отсчет обоих курсов отнесен вправо (смотря из центра прибора) на  $90^\circ$ , в чем, очевидно, не заключается никакой теоретической неправильности, но на практике это дает многие выгоды, как увидим ниже.

Дав здесь общее понятие о механизмах дромоскопа, перехожу к разбору того, как им пользоваться и что он может дать; при этом выясняются также некоторые детали его устройства.

## II. Установка и употребление дромоскопа

§ 4. Положим, что *даны точные коэффициенты девиации и требуется установить дромоскоп*. Для этого следует:

- 1) Поставить по линейкам  $p$  и  $q$  отсчеты нуль.
- 2) Разобщить малую зубчатку от большой.
- 3) Поставить коэффициент  $\mathfrak{A}$ , для чего действовать винтом  $AA'$  с помощью имеющегося на то ключа и образовать на каком бы то ни было курсе производимую  $\mathfrak{A}$  девиацию в градусах.
- 4) Поставить по линеечке  $q$ , прикрепленной к малой зубчатке, отсчет  $q = \sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}^2}$ .
- 5) Придать линеечке надлежащий начальный угол  $\beta$ , для чего отвести стрелку  $OK'$  на отсчет магнитного курса  $= 360^\circ - \frac{\beta}{2}$  (или, точнее, на отсчет  $360^\circ - \frac{\beta}{2} + \frac{A}{2}$ , где  $A = \arctg \mathfrak{A}^1$ ) и затем повернуть малую зубчатку настолько, чтобы разность отсчетов по стрелкам равнялась постоянной девиации; сцепить зубчатки.

Установку дромоскопа можно произвести и иначе, а именно привести на магнитный курс  $N$  и, поворачивая малую зубчатку, придать ей такое положение, при котором на этом курсе образуется девиация  $\mathfrak{A} + \mathfrak{C}$  в градусах.

<sup>1</sup> При небольших значениях  $\mathfrak{A}$  на практике можно ограничиться углом  $360^\circ - \frac{\beta}{2}$ .

Эта установка для имеющегося прибора не совсем удобна и точна, так как в угле  $\beta$  возможна ошибка на ползубца малой зубчатки, что составляет  $2^\circ$  и отражается ошибкою в  $20'$  на  $10^\circ$  четвертной девиации. Мы считаем такую ошибку несущественною для практики.

6) Привести стрелку  $FG$  на компасный курс  $N$  и, отдав гайку, удерживающую линейку  $r$ , перемещением и вращением этой линейки довести индексы  $L$  и  $I'$  на отсчеты  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$  по соответствующим делениям. Закрепить линейку  $r$ .

Описание этой установки, правда, длинно, но на практике я делаю ее в 2—3 минуты.

Так как схема прибора представлена на фиг. 4, а его теория изложена вкратце выше, то я считаю излишним приводить здесь какие-либо объяснения оснований описанной выше установки, в справедливости которых легко убедиться.

Когда дромоскоп установлен по коэффициентам, то он дает всякому компасному курсу соответствующий магнитный, и обратно, а также и отношение  $\frac{H'}{H}$  для этого курса.

#### РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ

*Задача I. Четвертная и постоянная девиации и коэффициент  $\lambda$  известны; установить дромоскоп по наблюдению силы и девиации на каком-либо курсе.*

- 1) Перевести дефлекторные единицы в единицы  $\lambda H$ .
- 2) Раскрепить линейку  $r$ .

3) Привести стрелку  $OK'$  на магнитный курс, а стрелку  $GF$ —на компасный и, удерживая их в этих положениях, поставить по линейке сил отношение  $\frac{H'}{\lambda H}$  и закрепить линейку  $r$  в найденном положении.

Все эти действия требуют около 1 мин. времени.

*Задача II. При известных четвертной и постоянной девиациях на двух курсах определена девиация; установить дромоскоп.*

1) Отдав линейку  $r$ , привожу стрелку  $OK'$  на первый магнитный курс, на котором определена девиация; стрелку  $FG$  ставлю на соответствующий ему компасный. Закрепляю линейку  $r$  в том положении, которое она приняла.

2) Перевожу стрелку  $OK'$  на второй магнитный курс, и если стрелка  $FG$  не укажет соответствующего ему компасного, то, отдав линейку  $r$ , ставлю  $F$  на надлежащий компасный курс, удерживая  $OK'$  неподвижно. Закрепляю линейку  $r$  в том положении, которое она теперь вновь приняла.

3) Перехожу опять на первый магнитный курс, и если  $F$  не укажет соответствующего компасного, то, отдав линейку  $r$ , довожу  $F$  на надлежащий отсчет и, закрепив линейку  $r$ , перехожу опять на

второй и продолжаю действовать таким образом, пока на обоих курсах не получится наблюдаемых девиаций; установка  $r$ , удовлетворяющая этому, и есть искомая.

Может показаться, что описанное действие будет повторяться неопределенно большое число раз, но на практике оказывается, что искомая установка получается после третьего или четвертого раза и решение требует 3—4 мин. времени.

*Задача III. При известных четвертной и постоянной девиациях и величине  $\lambda H$  в делениях дефлектора установить дромоскоп по наблюдениям силы на двух компасных румбах.*

Эта задача решается, подобно предыдущей, следующим образом:

1) Предполагая, что на первом курсе девиация — нуль, ставлю обе стрелки на отсчет первого компасного курса, предварительно отдав линейку  $r$ .

2) Удерживая обе стрелки, проставляю по линейке сил соответствующее первому курсу отношение  $\frac{H'}{\lambda H}$  и закрепляю линейку  $r$  в найденном положении.

3) Перехожу на второй компасный курс и, удерживая стрелку  $GF$ , освободив линейку  $r$ , проставляю по линейке сил отсчет  $\frac{H'}{\lambda H}$ , соответствующий второму курсу. Закрепляю  $r$  в найденном положении.

Возвращаюсь на первый курс, и если отсчет  $\frac{H'}{\lambda H}$  не равен требуемому, то продолжаю действовать, как описано выше, пока на обоих курсах не получится отсчетов  $\frac{H'}{\lambda H}$ , равных определенным из наблюдений.

Обыкновенно на третий или четвертый раз эта установка удается и требует около 2—3 мин. времени.

Так как в плавании четвертная и постоянная девиации остаются неизменными, то эти три задачи показывают, что, произведя наблюдения девиации и силы на одном курсе или двух девиаций или двух сил на курсах, приблизительно перпендикулярных, устанавливают дромоскоп, и девиация становится известна для всех курсов без всяких вычислений, таблиц и пр. Мне кажется, что на практике наибольшее приложение может найти вторая задача, потому что в решение первых двух входит предположение о неизменяемости силы магнита дефлектора и знание местного напряжения, которое хотя и можно взять с магнитной карты, но за верность его для многих мест трудно ручаться.

Журнальная статья не может и не должна служить инструкцией для употребления прибора, а потому я не буду здесь вдаваться в подробности того, как в море можно определить величину  $\lambda H$  в делениях дефлектора, как решается этот вопрос графически и как он решается на дромоскопе, а закончу статью указанием на применение дромоскопа при уничтожении полукруговой девиации.

Наиболее practicalnyy способ уничтожения полукруговой девиации — это на одном произвольном направлении. Сущность его состоит в том, что (на каком бы ни было направлении) магнитами, помещаемыми в нактоузе компаса, сила и девиация доводятся до тех значений, которые они должны иметь при отсутствии полукруговой девиации, так что если четвертная девиация уже уничтожена, а постоянная равна

нулю, то сила доводится до той же величины, как на берегу, а девиация — до нуля.

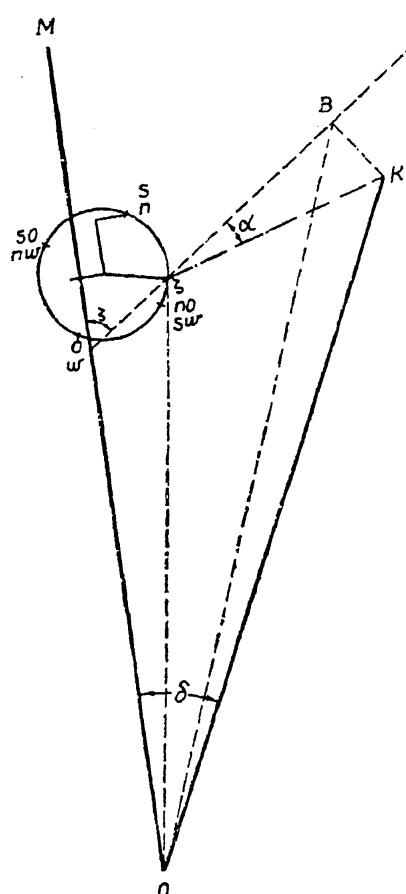
Для выполнения этого на практике у компасов, снабженных приборами системы де Коллонга, поступают так: доведя сперва магнитами-уничтожителями девиацию (пеленг отдаленного предмета) до надлежащей величины, доводят силу, перемещая магниты винтовым движением (для чего служат шкалы логарифмов сил и косекансов), и в найденном положении закрепляют магниты.

Если же компас этими приборами не снабжен, то де Коллонг рекомендует поступать следующим образом. Пусть  $OM$  есть магнитный меридиан (фиг. 5); на нем откладываю величину  $\lambda H$  в дефлекторных единицах<sup>1</sup>, полагая  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{E}$ ,  $\mathfrak{M}$  известными, описываю круг четвертной девиации. Пусть на том курсе  $\zeta$ , на котором корабль находится, наблюдается девиация  $\delta$  и сила  $H'$  (в дефлекторных единицах). Строю эту силу

и, соединив точку  $\zeta$  с точкою  $K$ , получаю

величину и направление силы, производящей полукруговую девиацию, т. е.  $\lambda pH$ . Снимаю угол, составляемый ею с диаметральною плоскостью корабля; это дает мне угол магнитов, поставив которые под этим углом, перемещаю их, пока пеленг не доведется до требуемой величины; величина силы послужит поверкою. Если же имеется продольный и поперечный магниты, то следует построить проекции силы  $\zeta K$  на направление диаметральной плоскости (продольная сила) и перпендикулярно к нему (поперечная) и затем, вложив (в данном случае) поперечный магнит, довести силу до величины  $OB$  и девиацию до  $MOB$ , а затем продольным — силу до  $O\zeta$  и девиацию до  $\zeta OM$ . Полукруговая девиация уничтожена.

<sup>1</sup> Этот способ еще не опубликован, но так как де Коллонг применял его на многих судах и при нас знакомил с ним офицеров, то, с его разрешения, я указываю в этой статье сущность способа.



Фиг. 5.

Шубин для той же цели составил таблицы, помещенные в № 7 «Морского сборника» текущего года, по которым находит величины продольной и поперечной составляющих как береговой, так и судовой силы и доводит их продольным и поперечным магнитами до равенства (если четвертная девиация = 0) или вообще до надлежащего значения, причем влияние четвертной и постоянной девиаций дает соответствующими таблицами. Не вдаваясь в большие подробности по этому поводу и в сравнение способов, видим, что сущность их в том, что по наблюдению на одном курсе силы и девиации определяются продольная и поперечная возмущающие силы, или, что то же (так как  $\lambda H$  полагается известным), коэффициенты полукруговой девиации, и, когда они известны, уничтожение последней уже не представляет затруднений. В задаче I показано, каким образом это определение производится на дромоскопе, а чтобы выяснить, как им воспользоваться для уничтожения девиации, привожу следующий пример.

Пусть  $\mathfrak{A} = 1^\circ = 0.017$ ;  $\mathfrak{D} = 0.087$ ;  $\mathfrak{C} = 0$  и на курсе NO  $54^\circ$  по компасу наблюдалась девиация  $+15^\circ$  и сила 101.9 в делениях дефлектора;  $\lambda H$  в делениях того же дефлектора = 125.

Итак, компасный курс  $\zeta' = \text{NO } 54^\circ$ .

Магнитный курс  $\zeta = \text{NO } 69^\circ$ .

Сила  $\frac{H'}{\lambda H} = 0.815$ .

Поставив по дромоскопу, получаю  $\mathfrak{B} = +0.075$ ,  $\mathfrak{C} = +0.187$ .

Начинаю уничтожение с продольной силы, для чего по дромоскопу проставляю  $\mathfrak{C} = +0.187$ ,  $\mathfrak{B} = 0$  и на курсе корабля довожу девиацию до  $+10^\circ 40'$ . (Эта величина имеет место, когда  $\mathfrak{B}$  будет уничтожена, и получается непосредственным отсчетом по прибору, так как на нем уже поставлено  $\mathfrak{C} = 0$ . Величина силы может при этом служить контролем.)

Затем ставлю  $\mathfrak{B} = 0$  по дромоскопу и довожу поперечным магнитом силу и девиацию до оставшейся величины, даваемой дромоскопом.

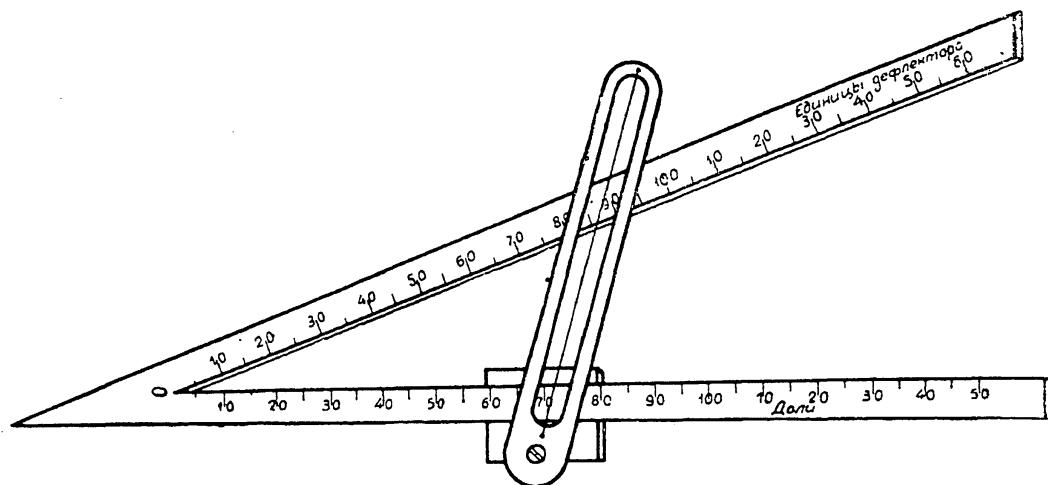
Если же компас снабжен одною системою параллельных магнитов, но без логарифмических делений, то с дромоскопа снимается величина угла  $\alpha$ , магниты ставятся под этим углом, и ими доводят (не меняя угла) девиацию и силу до тех значений, которые дает дромоскоп при  $p = 0$  для того курса, по которому корабль правят.

Этот способ, очевидно, приложим для уничтожения вновь появившейся полукруговой девиации от перемены магнитной широты; впрочем, это доуничтожение может быть совершено и проще, если магниты-уничтожатели своей силы не изменили и их переводные множители известны; но это такие подробности, которым здесь не место.

Из предшествующего легко видеть, каким образом можно воспользоваться задачами II и III для уничтожения девиации, если она была определена на двух направлениях или если на них была наблюдаема сила.

При пользовании дромоскопом для уничтожения девиации или решения задач по силам приходится переводить силы, выраженные в делениях дефлектора, в доли  $\lambda H$ , и обратно. Для этого при дромоскопе имеется пропорциональная линейка, употребление которой столь просто, что кроме прилагаемого здесь рисунка (фиг. 6) никаких пояснений не требует.

Все вышеизложенное можно свести к следующему. Дромоскоп есть род счетной машины, служащей для вычисления девиации по данным точным ее коэффициентам, а в том случае, когда неизменяемая часть девиации известна, то и для определения коэффициентов полукруговой ее части,



Фиг. 6.

*t. e. и самой девиации для всех румбов.* Против употребления прибора могут возразить, что все задачи, которые решаются на дромоскопе, решаются и графически. Это совершенно верно и иначе быть не может, потому что дромоскоп есть не что иное, как механически воспроизведенная диаграмма. Но ведь графическое решение (с тою точностью, как на дромоскопе) потребует гораздо больше времени и довольно сложных построений, в особенности для компасных румбов. Сверх того, если отыскиваются коэффициенты полукруговой девиации, то для определения самой девиации необходимо или вычертить диаграмму или произвести вычисление. Дромоскоп избавляет от этого и тем доставляет сбережение времени и уменьшение труда.

Вдаваться в разбор практического значения дромоскопа я не могу, но решаюсь просить практиков отнестись к этой заметке с возможно строгую критикою, всякое указание которой будет принято с благодарностью.

## ЗАМЕТКА О ТЕОРИИ И УПОТРЕБЛЕНИИ ДРОМОСКОПА ФУРНЬЕ<sup>1</sup>

*Перевод с французского*

Приборы, описание которых помещено в этой заметке, были представлены фирмой Breguet на последнюю электрическую выставку и обратили на себя внимание управляющего морским министерством и многих моряков, почему мы и решились поместить перевод брошюры Фурнье «Notice sur la théorie et l'emploi du dromoscope Fournier» в «Морском сборнике».

Благодаря любезности представителя означенной фирмы г-на Duflon, мы имели возможность под руководством полковника И. П. де Коллонга и при содействии лейтенанта Н. М. Яковлева произвести исследование этих приборов, которое и помещаем вслед за переводом.

### ВВЕДЕНИЕ

Компас Томсона, повидимому, составляет последний шаг на пути прогресса уничтожения девиации магнитами и мягким железом; но этот остроумный прибор, столь удобный для кораблей, мало удаляющихся от магнитной области, где он был установлен, не дает во время длинных переходов всех тех выгод, которых от него ожидали.

На быстроходных судах, где верность пути имеет такое огромное значение для безопасности плавания, должны были отказаться от поверки в море прибора для уничтожения девиации, чтобы избежать изменений курса итраты времени. Вопрос о непосредственном исправлении погрешностей компаса лишь тогда может считаться решенным, когда прибор, которым оно совершается, может быть установлен во время перехода легко, быстро и без отклонения корабля от курса, притом так, чтобы эту установку можно было без всяких неудобств производить столь часто, как того потребуют обстоятельства.

Лишь при этих условиях прибор, уничтожающий девиацию, войдет в употребление у моряков, невольное отвращение которых покидать данный курс возрастает в той же мере, как скорость новых

<sup>1</sup> «Морской сборник», т. CCXVI, № 9, 1886.

кораблей, а следовательно, и необходимость частой поверки прибора, уничтожающего девиацию.

Эти соображения и очевидная невозможность осуществить новые успехи на истощенной, если можно так выразиться, почве магнитного уничтожения девиации привели меня к исследованиям нового рода — изобрести переносный прибор, не магнитный, который показывал бы одновременно компасный курс и соответствующий ему *истинный*.

Такой прибор удовлетворял бы желанию моряков и нуждам быстрого плавания во всем, что касается определения и исправления погрешностей компаса, если бы он в то же время отличался от всех магнитных приборов для уничтожения девиации преимуществом быстрой установки, т. е. в несколько минут, во время перехода, без изменения курса корабля.

Известно, что девиация  $\delta$  главного компаса, если только она не превосходит  $20^\circ$ , весьма точно выражается в функции компасного курса формулой Арчибалда Смита:

$$\delta = A + B \sin \zeta + C \cos \zeta + D \sin 2\zeta + E \cos 2\zeta$$

Нужно было исследовать, подлежит ли это выражение геометрическому толкованию, которое могло бы быть выполнено механическим прибором. Это и было предметом моих исследований, увенчавшихся успехом, так как дромоскоп может моментально и по желанию наблюдателя выполнить вычисления, указанные пятью членами этой формулы. Но еще важнее то, что его механизм легко поддается всем изменениям, необходимым для того, чтобы держать его в постоянном согласии с девиацией компаса при всех изменениях, которым она подвержена во время плавания.

При этих условиях дромоскоп был бы необходимым дополнением превосходного компаса Томсона и заменял бы его во всем, что касается исправления девиации, на всех судах, не имеющих этого компаса.

Вообще дромоскоп, как и секстан, есть мореходный инструмент, который наблюдатель может переносить с собою на всякий корабль, так как его механические поправки безразлично приложимы к показаниям всякого компаса после того, как он установлен по наблюдениям, произведенным этим компасом.

Полезно иметь на корабле два таких прибора, из которых один был бы в распоряжении вахтенного начальника на мостике, а другой — у командинра.

## ГЛАВА I

### Цель и описание дромоскопа Фурнье

**§ 1.** Дромоскоп есть переносный прибор, не содержащий магнитов; механизм его дает возможность исправлять автоматически и моментально курсы главного компаса.

Его цель — избежать употребления магнитных приборов, приспособленных к компасу для уничтожения девиации, и пополнить их недостаточность в обычных обстоятельствах плавания.

§ 2. Как только этот инструмент установлен (что производится в несколько минут, по показаниям одного из компасов корабля, главного по преимуществу), он указывает (для той магнитной области, где установка произведена), по какому курсу по компасу должно править, чтобы корабль шел по данному истинному румбу.

§ 3. В некоторых случаях плавания на кораблях, не имеющих компаса Томсона, установка дромоскопа требует употребления второго прибора, служащего для измерения направляющей силы, действующей на стрелку главного компаса. Это есть переносная буссоль напряжения, устроенная таким образом, что в море ею можно пользоваться для всякого компаса. Одна из важных выгод, представляемых этими приборами, есть та, что они не влекут за собою никаких изменений в материальной части ныне употребляемых компасов. Буссоль напряжения выполняет ту же работу, как и дефлектор Томсона, хотя и иным образом, давая более точные результаты. Наблюдатели, имеющие компасы Томсона, обойдутся и без нее для решения тех задач, которые мы приводим в этой заметке.

#### Описание дромоскопа

§ 4. Дромоскоп (фиг. 1 и 2) состоит из следующих частей:

1) Цилиндрическая медная коробка, открывающаяся снизу и накрытая сверху стеклом.

2) Постоянный круг. Неподвижный круг NESO<sup>1</sup>, прилегающий к внутренней стороне коробки, разделенной на градусы и румбы обратно картушке компаса.

3) Ведущая стрелка. Медная стрелка вращается около оси *o*, совпадающей с осью фигуры коробки, так что конец ее *A* указывает деления лимба.

Рукоятка. Стрелку *oA* называют ведущую стрелкой; ее вращают помощью бесконечного винта, захватывающего зубчатку, укрепленную на вертикальной оси вращения стрелки. Этим винтом управляют рукояткой, помещенной снаружи коробки.

4) Зубчатка для передачи движения. Ведущая стрелка увлекает за собою весь механизм прибора; она несет на себе в точке *o'* вертикальную ось маленькой подвижной зубчатки *αβ*, захватывающей зубцы колеса *ab*, имеющего двойной радиус и неподвижно укрепленного в той же горизонтальной плоскости, concentрично с главною осью *o* прибора. По этому расположению видно, что если повернуть вручную ведущую

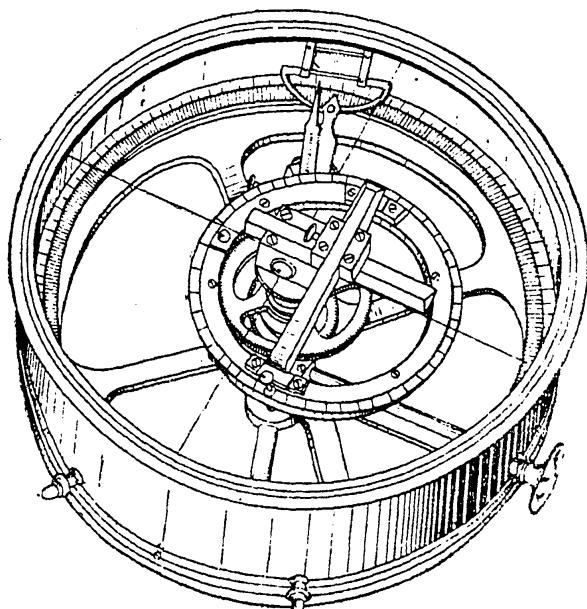
<sup>1</sup> Мы оставляем французское обозначение румбов; так как оно нанесено на приборе. [E(Est)—восток; O(Ouest)—запад.—Ред.]

стрелку на какой-либо угол  $\alpha$ , то малая зубчатка, увлекаемая стрелкою вокруг большой зубчатки поступательно, в то же время повернется около своей оси на двойной угол  $2\alpha$ .

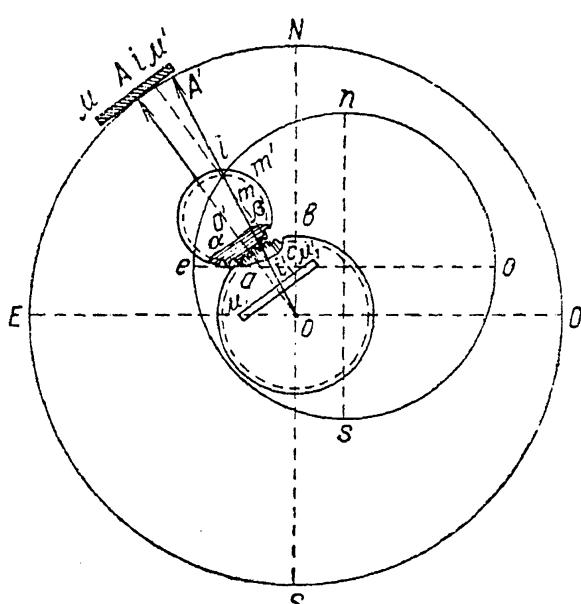
5) *Зеркало.* Ведущая стрелка несет на себе два неизменно скрепленные с нею зеркала, с обращенными друг к другу отражательными поверхностями; основания этих зеркал  $\mu$  и  $\mu_1$ , перпендикулярны к оси фигуры стрелки  $oA$ . Отражательная поверхность внутреннего зеркала обращена наружу, и плоскость его устанавливается перпендикулярно к верхней грани стрелки; внешнее же зеркало обращено к центру прибора и слегка наклонено наружу.

*Показания прибора.* Конец  $A$  ведущей стрелки указывает на неподвижном круге NESO курс по главному компасу (неисправляемый); в то же время во внешнем зеркале читают тот же курс, исправленный всеми его поправками.

6) *Указательная стрелка.* Над плоскостью обоих зубчатых колес находится вторая стрелка  $oA'$ , которую мы назовем *указательной* по ее назначению в приборе. Эта стрелка может свободно вращаться около центральной оси  $o$  прибора. По длине в ней сделана вырезка, по которой скользит кулачок  $m$ , составляющий одно целое с гайкой маленького бесконечного винта, дающего возможность устанавливать его на желаемом расстоянии от центра малой зубчатки. Этот кулачок служит для управления *указательной*



Фиг. 1.



Фиг. 2.

стрелкою; увлекая ее за собою вокруг центральной оси прибора, он в то же время играет роль шейки мотыля  $o'm$ , сообщающего ей качательное движение, подобное движению шатуна, по обе стороны *ведущей стрелки*.

*Четвертные колебания указательной стрелки.* При этих условиях видно, что если, установив ведущую стрелку так, чтобы ее продоль-

ная ось совпадала с таковою же указательной стрелки, заставим первую совершить полный оборот в  $360^\circ$ , то указательная стрелка в то же самое время сделает такой же оборот, совершив по обе стороны своего начального положения четыре разных и симметричных колебания; другими словами, характер колебаний указательной стрелки — четвертной.

7) *Механизм для установки колебательного движения указательной стрелки.* Величина колебаний указательной стрелки зависит от длины  $o'm$  ее мотылька и ее начального положения относительно ведущей стрелки; их приводят к желаемым условиям следующими приспособлениями.

Мы уже видели, что кулачок  $m$  может быть установлен на требуемом расстоянии от центра  $o'$  малой зубчатки помошью маленького бесконечного винта; при этой установке руководствуются делениями, нанесенными по сторонам прорези, в которой скользит кулачок. Обозначим через  $L$  расстояние  $oo'$ ; длина каждого из этих делений должна быть:

$$\frac{\pi L}{180}$$

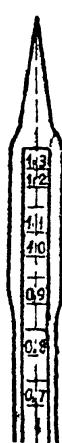
8) *Привод для разобщения обеих зубчаток.* Рамка, в которой укреплена ось вращения малой зубчатки, может быть перемещаема бесконечным винтом, параллельным ведущей стрелке и служащим таким образом для разобщения зубчаток. Это приспособление дает возможность придавать мотыльку зубчатки вручную необходимое начальное положение, руководствуясь градусным делением, нанесенным на внутренней стороне этой зубчатки. Маленький храповик, прикрепленный к рамке, служит для удержания этой зубчатки в приданном ей положении в то время, когда, действуя винтом, снова сообщают ее с большою; как только это сделано, откинув храповик, освобождают малую зубчатку.

9) *Индекс, образующий подвижную курсовую черту.* Указательная стрелка несет на себе в некоторой точке  $i$ , в определенном расстоянии  $oi$  от центральной оси  $o$  маленькую тонкую зачерненную шпильку (индекс), укрепленную перпендикулярно к верхней ее грани; прямое и однажды отраженное от внутреннего зеркала  $\mu_1\mu'_1$  изображения индекса своим совпадением во внешнем зеркале  $\mu\mu'$  образуют подвижную курсовую черту, назначение которой увидим ниже. Наконец верхняя грань указательной стрелки снабжена делениями, основание которых мы впоследствии укажем.

10) Все вышеописанные приспособления находятся под стеклом верхней крышки; над нею помещен разделенный на градусы круг, охватывающий цилиндрическую концентричную с ним медную оправу, лежащую на стекле крышки и направляемую двумя взаимно перпендикулярными кулисами, позволяющими перемещать всю оправу с кругом последовательно по двум взаимно перпендикулярным направлениям, чтобы придать ей надлежащее положение. Подвижной круг по своей внешней грани разделен на градусы и румбы, подобно картишке, в которой точки

*O и E обращены.* Два зажимных винта служат для скрепления круга с его оправою.

На оправе имеется черта, указывающая ось одной из направляющих кулис и совпадающая с плоскостью азимута N неподвижного круга. Этую



Фиг. 3.

кулису назовем продольною, а другую — поперечною. Наблюдатель, нагнув достаточно голову над центром крышки и смотря по направлению общего поля обоих зеркал, видит во внешнем зеркале отражения делений подвижного круга; совпадение их с двойным изображением индекса дает, как ниже увидим, главное показание этого прибора.

11) На внешней поверхности цилиндрической коробки дромоскопа имеется плоское основание, на которое можно ставить прибор на стол, когда нужно открыть дно для установки внутреннего механизма.

*Положение индекса на указательной стрелке.* Расстояние  $oi$  индекса от центральной оси прибора должно равняться внешнему радиусу подвижного круга.

*Деления на указательной стрелке* (фиг. 3). Длина каждого из этих делений должна составлять одну сотую части расстояния  $oi$ , т. е. внешнего радиуса подвижного круга.

Отмечают 1 делений в точке  $i$  на индексе, прочие деления отмечаются в возрастающем порядке к концу  $A'$  стрелки и в убывающем — к центру  $o$  прибора. Эти деления наносятся по продольной оси стрелки.

## ГЛАВА II.

### Буссоль напряжения Фурнье, ее цель, установка и употребление

§ 5. Назначение этой буссоли состоит в том, чтобы давать непосредственным отсчетом по делениям имеющейся на то линеочки с значительной точностью величину *направляющей силы* главного компаса.

#### Описание

Эта буссоль (фиг. 4 и 5) состоит в главном из следующих частей.

*Магнитная стрелка буссоли.* Эта стрелка NS, хорошо уравновешенная на вертикальной шпильке, совершает свои колебания в горизонтальной плоскости под цилиндрическим стеклянным колпаком, покрывающим весь прибор и предохраняющим его механизм от ветра. Через верхнюю часть этого колпака проходит вертикальная ось  $b$  с шестернею для управления двумя секторами  $ii$  и  $ii'$ , совершенно одинаковыми, вращающимися около общей горизонтальной оси, проходящей через их центры. К этим секторам прикреплены рамки  $LL'$  и  $L_1L'_1$ .

*Линейка с делениями.* К концу  $L_1$  рамки  $L_1 L'_1$  помощью горизонтальной оси  $p$  прикреплен конец  $R$  медной линейки  $RR'$  так, что она свободно вращается около этой оси; другой ее конец  $R'$  свободно скользит в качающейся кулисе  $ee'$ , горизонтальная ось которой  $p'$  укреплена в той же точке второй рамки. При этих условиях видно, что при всех симметричных положениях, которые только и могут принимать обе рамки от действия шестеренки и зубчаток, линейка  $RR'$  останется всегда горизонталью.

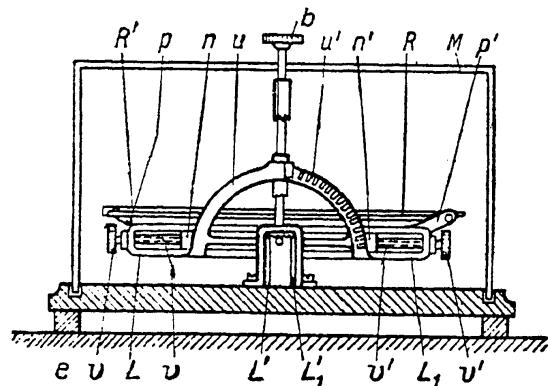
На верхней грани этой линейки, начиная от точки  $p$  к свободному ее концу, нанесены равные деления по нижеизложенному правилу. Каждая из этих рамок снабжена подвижною оправою, в которую вставляются горизонтальные отклоняющие магниты таким образом, чтобы ось их была перпендикулярна к плоскости вращения рамки. Длина каждого магнита равна полудлине стрелки. Северный полюс магнита  $ns$  рамки  $LL'$  обращен к N-му полюсу стрелки; полюсы другого такого же магнита  $n's'$  расположены обратно. Отсюда видно, что от действия этих магнитов стрелка будет

прижиматься к штифтику  $a$  и выйдет из этого положения лишь тогда, когда направляющая пара внешних магнитных сил пересилит отклоняющую пару прибора.

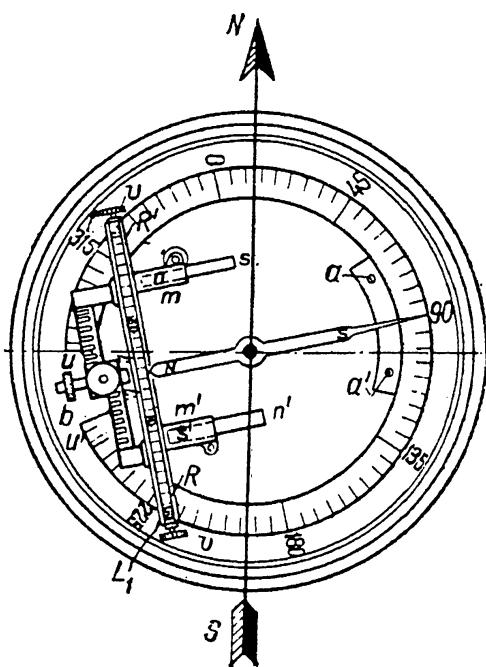
Очевидно, что когда плоскость вращения рамок совпадает с направлением внешней направляющей силы и обе пары взаимно уравновешиваются, то стрелка устанавливается перпендикулярно к плоскости вращения рамок.

*Винт для установки отклоняющих магнитов.* Оправы  $t$  и  $t'$  отклоняющих магнитов могут быть передвигаемы по длине рамок винтами  $vv$  и  $v'v'$ ; таким образом можно приближать и удалять магниты от

стрелок, сохраняя их оси горизонтальными. Эти винты служат лишь для регулировки прибора сообразно силе отклоняющих магнитов; поэтому ими следует пользоваться лишь тогда, когда будет замечено ослабление силы магнитов. В этом случае должно поступать по правилу, данному ниже.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

*Крайние положения рамок.* Крайние положения рамок ограничены следующими углами:

Наименьший угол оси рамок с вертикальною плоскостью . . . . .  $10^\circ$   
Наибольший   »   »   »   »   »   »   . . . . .  $85^\circ$

*Необходимые предосторожности.* Чтобы воспрепятствовать размагничиванию отклоняющих магнитов, необходимо в промежуток между наблюдениями замыкать бруском мягкого железа, отпускаемым при приборе, их свободные концы  $n$  и  $s'$ ,  $n'$  и  $s$ . Также после каждого наблюдения следует снимать стрелку и класть ее в яичек рядом с другою такою же, запасною, замыкая противные полюсы мягким железом. Одно из важных преимуществ этой буссоли напряжения то, что, раз где-либо выверенная способом нижеуказанным, она без всяких изменений может служить во всех частях света, часто посещаемых кораблями, т. е. между параллелями  $60^\circ$  N и S широты; другими словами, с этой буссолью не может случиться, что во время плавания наблюдатель встретит такую силу, которая находилась бы вне поля буссоли и не могла бы быть ею измерена, т. е. такую, для измерения которой было бы недостаточно первоначальной выверки буссоли, а потребовалась бы новая установка последней, что лишило бы возможности пользоваться прежними показаниями прибора. Действительно, так как наклонения рамок к вертикалам заключаются между  $85^\circ$  и  $10^\circ$ , то этот прибор может измерять, как то видно из его теории, после выверки его в каком-либо месте все силы, отношение которых не превосходит отношения крайних его показаний:

$$\frac{R_M}{R_m} = \frac{\sin 85^\circ}{\sin 10^\circ} = 5.74$$

что и определяет его поле.

Но, взглянув на карту горизонтальных составляющих земного магнетизма  $H$ , мы убедимся, что между шестидесятыми параллелями наибольшее и наименьшее значения  $H$  следующие:

В Атлантическом океане . . . . .  $H_M = 1.7$ ;  $H_m = 0.6$   
В Индийском и Тихом океанах, Китайском и  
прочих морях . . . . .  $H_M = 22.2$ ;  $H_m = 1.0$

Следовательно крайние значения направляющей силы, которую может случиться измерить для компаса, девиация которого не превосходит  $20^\circ$ , будет:

Для Атлантического океана:

$$\left. \begin{array}{l} R_M = 1.7 + \frac{1}{3} \cdot 1.7 = 2.3 \\ R_m = 0.6 - \frac{1}{3} \cdot 0.6 = 0.4 \end{array} \right\} \text{Отношение их: } \frac{R_M}{R_m} = 5.71$$

Для других морей земного шара:

$$\left. \begin{array}{l} R_M = 2.2 + \frac{1}{3} \cdot 2.2 = 2.9 \\ R_m = 1 - \frac{1}{3} \cdot 1 = 0.7 \end{array} \right\} \text{Отношение их: } \frac{R_M}{R_m} = 4.1$$

Так как каждое из этих отношений менее отношения 5.74, которое ограничивает поле прибора, то ни одно значение направляющей силы не может ускользнуть от измерения этим прибором, пока корабль не перейдет параллели  $60^{\circ}$ . В случае плавания в полярных странах было бы возможно пользоваться вторыми делениями, нанесенными на внешней боковой грани линейки и распространяющимися в более тесных пределах, соответствующих крайним значениям силы в этих малопосещаемых водах.

### Выверка буссоли напряжения на берегу

§ 6. Буссоль напряжения раз навсегда выверяется на берегу, в таком месте, где точно известна горизонтальная составляющая земного магнетизма, следующим образом.

Устанавливают диаметральную плоскость буссоли, параллельную плоскости вращения рамок в магнитном меридиане места, определенном заранее с точностью, более чем достаточною, обыкновенною буссолю. Действуя шестеренкою, сводят рамки настолько, чтобы деление линеек, соответствующее их расстоянию, равнялось величине местной составляющей  $H$  земного магнетизма. Если при этом расстоянии стрелка буссоли не указывает точно на  $90^{\circ}$ , то это значит, что прибор дурно выверен. В этом случае необходимо приближать к ней или удалять от нее симметрично, не изменяя положения рамок, оба отклоняющих магнита посредством имеющихся для этого винтов до тех пор, пока стрелка не укажет  $90^{\circ}$ , т. е. пока она не будет перпендикулярна к меридиану. Как только этого достигли, то буссоль напряжения выверена для всех мест земного шара в пределах, указанных в предыдущем параграфе, и если бы впоследствии заметили ослабление отклоняющих магнитов, то будет необходимо изменять их положение, повторив вышеописанное действие. Проверяя из предосторожности при всякой остановке в портах, где известна величина  $H$ , показания буссоли, можно быть всегда уверенным в ее показаниях в море, так как ослабление магнитов не может быть заметным в промежуток между двумя такими остановками, если озабочтятся держать их замкнутыми полосками мягкого железа, соединяющими их противоположные полюсы во все время между наблюдениями<sup>1</sup>.

### Способ нанесения делений линейки механиком

§ 7. Чтобы разделить верхнюю линейку, механик должен поступать следующим образом: нуль делений ставится точно над осью вращения линейки; действуя шестеренкою, разводят секторы и рамки до их крайнего положения  $85^{\circ}$  от вертикальной плоскости; когда оно достигнуто,

<sup>1</sup> Что же касается степени намагничивания стрелки, то она не играет никакой роли в показаниях прибора, как это следует из теории, и заботиться о ней нужно лишь с точки зрения чувствительности прибора.

ставят деление 3 против индекса качающейся кулисы, в которой скользит линеека своим свободным концом, затем часть линейки между этими делениями 0 и 3 разделяют на три равные части и каждую из них — еще на 100, отмечая деления через одно. Что же касается делений боковой грани линейки, то они распространяются лишь от 0 до 1. Деление 1 означено против 3, и этот промежуток разделен на 100 равных частей, так что этими делениями можно измерить направляющие силы между 1 и  $1 \frac{\sin 10^\circ}{\sin 85^\circ} = 0.17$ .

### Употребление буссоли напряжения в море

§ 8. Чтобы воспользоваться на корабле выверенною на берегу буссолью напряжения для определения *направляющей силы* главного компаса, поступают таким образом.

Вынимают картушку компаса и удаляют ее, чтобы она не могла влиять на показания стрелки буссоли напряжения.

Ставят буссоль на крышку котелка, приблизительно в его центре, установив ее диаметральную плоскость, параллельную плоскости вращения рамок, в ту плоскость, в которой перед тем находилась стрелка компаса (компасный меридиан). Это свидетельствует о том, что деления буссоли будут ориентированы так же, как и деления картушки.

Наблюдатель, смотря на N-й конец стрелки буссоли и действуя шестеренкой, придает рамкам такое растворение, при котором стрелка отделяется от штифтика и придет в равновесие перпендикулярно к плоскости вращения рамок.

Когда наблюдатель увидит, что стрелка совершает свои неизбежные колебания симметрично по обе стороны от этого положения, не касаясь штифтиков, можно ее считать перпендикулярно *направляющей силе R*, которая действовала на стрелку компаса, временно замененную стрелкою буссоли.

Это положение легко заметить, так как, раздвигая рамки еще более, мы увидим, что стрелка будет продолжать отклонение и упрется в один из штифтиков.

Деления линейки будут точною мерою в единицах и десятичных дробях направляющей силы *R*, которая действует на стрелку компаса, когда она указывает курс  $\zeta'$ .

Очевидно, что направляющая сила *R* компаса измеряется точно лишь в том случае, когда возмущающие магниты корабля, наиболее близкие к наконечнику, достаточно от него удалены, чтобы значение равнодействующей *R* не зависело от небольшой разницы в возвышении стрелки буссоли напряжения, стоящей в крышке котелка, и стрелки картушки компаса. Это условие всегда бывает выполнено для главных компасов, девиация которых не уничтожается, т. е. которые не окружены ни постоянными магнитами, ни мягким железом.

### ГЛАВА III

## Состав и изменения девиации компаса во время плавания. Общие выражения девиации и направляющей силы. Характерные геометрические свойства дромоскопа

§ 9. Чтобы освоиться с действием дромоскопа, разберем состав девиации компаса и ее изменения в зависимости от курса корабля и от перемены места во время плавания, основываясь на теоретических и опытных указаниях.

Все наши точные сведения об этом предмете сводятся к одному алгебраическому выражению, данному одним из величайших геометров—Пуассоном; Арчибалд Смит искусственным преобразованием придал этому выражению удобный для практики вид.

Эта формула выражает, что отклонение северного конца стрелки от магнитного меридiana не имеет одного и того же значения при всяком направлении корабля, что оно меняется с переменой места корабля на земной поверхности и что оно может изменяться от времени и от внешних влияний. Кроме того эта формула показывает, что при направлении корабля, определяемом курсом  $\zeta'$ , полная девиация, которую мы обозначим через  $\delta'$ , образуется из трех различных частей, происходящих от различных причин и изменяющихся по различным законам.

1) *Постоянная часть девиации.* Одна из частей полной девиации сохраняет то же значение при всех курсах корабля и остается неизменною, когда корабль меняет свое место. По своей величине она никогда не превосходит нескольких градусов и вообще сводится к ошибке в курсовой черте компаса. Мы обозначим эту постоянную часть девиации через  $A$  и выразим ее в градусах.

2) *Переменная полукруговая часть девиации.* Обозначим через  $H$  горизонтальную составляющую земного магнетизма и через  $\theta$ —местное наклонение, через  $M$  и  $M'$ —некоторые алгебраические функции координат всех частей твердого железа корабля и количества содержащегося в них магнетизма,  $N$  и  $N'$ —подобные же функции координат всех частей мягкого железа и количества магнетизма, возбужденного в них вертикально составляющую земной силы.

Твердое железо, как и сталь, отличается свойством сохранять магнетизм, возбужденный в нем механическими действиями, которым оно было подвержено во время его выделки и постройки корабля, и влиянием земного магнетизма. Мягкое железо не имеет такой задерживательной способности, и количество возбужденного в нем магнетизма изменяется как от величины магнитящей силы, так и от направления, которое оно занимает относительно последней. Следовательно очевидно, что хотя полное количество возбужденного в мягком железе магнетизма изменяется вместе с курсом корабля, но та часть его, которая появляется от действия

вертикальной составляющей земной силы, остается постоянною при всяком курсе, так же как и магнетизм твердого железа.

Девиация, происходящая от *постоянного магнетизма* и возбужденного вертикальною силою в мягком железе, изменяется с курсом корабля по такому закону:

$$\Delta\zeta' = \frac{180^\circ}{\pi} \left[ \left( M \frac{1}{H} + N \operatorname{tg} \theta \right) \sin \zeta' + \left( M' \frac{1}{H} + N' \operatorname{tg} \theta \right) \cos \zeta' \right]$$

Эта девиация, выраженная в градусах, называется полукруговою, потому что она периодически возрастает и убывает дважды при полном обороте корабля.

3) *Переменная четвертная часть девиации.* Обозначив через  $m$  и  $n$  две функции, аналогичные функциям  $M$ ,  $N$ ,  $M'$  и  $N'$ , но содержащие вместе с геометрическими координатами всех частей мягкого железа корабля и коэффициенты, характеризующие их способность воспринимать магнетизм, имеем для выражения той частной девиации, которая происходит от мягкого железа и которую мы обозначим через  $d\zeta'$ , такую формулу:

$$d\zeta' = \frac{180^\circ}{\pi} (m \sin 2\zeta' + n \cos 2\zeta')$$

Эта девиация, выраженная таким образом в градусах, называется четвертною, потому что она возрастает и убывает периодически четыре раза при полном обороте корабля.

Вообще полная девиация  $\delta\zeta'$  выражается алгебраическою суммою:

$$\delta\zeta' = A + \Delta\zeta' + d\zeta'$$

девиаций постоянной, полукруговой и четвертной, которые происходят от постоянного и возбужденного магнетизма корабля. Положив для сокращения:

$$\begin{aligned} B &= \frac{180^\circ}{\pi} \left( M \frac{1}{H} + N \operatorname{tg} \theta \right) \\ C &= \frac{180^\circ}{\pi} \left( M' \frac{1}{H} + N' \operatorname{tg} \theta \right) \\ D &= \frac{180^\circ}{\pi} m \\ E &= \frac{180^\circ}{\pi} n \end{aligned}$$

имеем общее выражение девиации в градусах:

$$\delta\zeta' = A + B \sin \zeta' + C \cos \zeta' + D \sin 2\zeta' + E \cos 2\zeta'$$

т. е. формулу Арчибалльда Смита, годную для тех случаев, когда девиация не превосходит значительно  $20^\circ$ .

**§ 10.** Вообще во время плавания четвертная девиация остается без изменений, полукруговая же меняется с переменою магнитной широты; на ее же изменения влияет и *остаточный* (*sous permanent*) магнетизм мягкого железа.

§ 11. Направляющая сила выражается в зависимости от курса корабля формулой:

$$\frac{H'}{\lambda H} = \cos \delta_\zeta + \frac{\pi}{180^\circ} (B \cos \zeta' + C \sin \zeta' + D \cos 2\zeta' - E \sin 2\zeta')$$

где  $H'$  — направляющая сила на компасном курсе  $\zeta'$ ;

$H$  — горизонтальная составляющая сила земного магнетизма;

$\lambda$  — постоянный численный коэффициент, вообще мало отличающийся от 1.

### Характерные свойства и теоретические основания дромоскопа

§ 12. Покажем теперь, каким образом механизм дромоскопа воспроизводит изменения девиации главного компаса в зависимости от курса корабля.

**Теорема I. Об исправлении полукруговой девиации.** Мы доказываем в теоретической части<sup>1</sup>, что если установить подвижной круг так, чтобы координаты его центра относительно диаметров, составляющих две взаимно перпендикулярные оси прибора, были:

$$\frac{\pi r}{180^\circ} B \quad \text{и} \quad \frac{\pi r}{180^\circ} C$$

где  $r$  есть внешний радиус подвижного круга, то деление его, совпадающее с вертикальною плоскостью, проходящею через ось ведущей стрелки, указывающей курс  $\zeta'$  по неподвижному кругу, будет:

$$\zeta' + B \sin \zeta' + C \cos \zeta'$$

т. е. курс  $\zeta'$ , исправленный полукруговою девиациею. Итак, если бы постоянная и четвертная девиации были равны нулю, то по средней курсовой черте внешнего зеркала, в направлении ведущей стрелки отсчиталось бы отражение деления подвижного круга, соответствующее магнитному курсу. Но если постоянная и четвертная девиации не равны нулю, то это деление будет отличаться от магнитного курса на число градусов, выражаемое алгебраическою суммою четвертной и постоянной девиаций, т. е.:

$$A + D \sin 2\zeta' + E \cos 2\zeta'$$

Таким образом видно, что если бы служащая для отсчета во внешнем зеркале черта перемещалась от среднего своего положения

<sup>1</sup> Теоретическая часть, о которой здесь говорит Фурнье, еще не появилась в печати, как нам передавал Duflon. Доказательство этих теорем и вывод той формулы, которую воспроизводит дромоскоп, можно найти в «Исследовании приборов» в конце этой статьи (стр. 119—126).

вместе с ведущей стрелкой так, чтобы ее отклонения выражались формулой:

$$\frac{\pi r}{180} (D \sin 2\zeta' + E \cos 2\zeta')$$

то в зеркале отсчиталось бы против нее деление подвижного круга, отличающееся от магнитного курса лишь на величину постоянной девиации  $A$ .

В дромоскопе для этой цели служит укрепленный на указательной стрелке индекс, которого прямое изображение во внешнем зеркале совпадением своим со вторым его изображением, однажды отраженным от внутреннего зеркала, образует эту подвижную черту.

*Теорема II.* Об исправлении четвертной девиации. Легко доказать, что если этот индекс укреплен в расстоянии  $r$ , равном внешнему радиусу подвижного круга, то отклонения его двойного изображения от середины внешнего зеркала выражаются формулой:

$$\frac{\pi r}{180} (D \sin 2\zeta' + E \cos 2\zeta')$$

если кулачку  $m$ , управляющему движением указательной стрелки, придано положение, определяемое координатами

$$\frac{\pi L}{180} D \quad \text{и} \quad \frac{\pi L}{180} E$$

относительно оси фигуры ведущей стрелки и оси, к ней перпендикулярной, проведенной через центр малой зубчатки, при показании  $N$  ведущей стрелки.  $L$  есть расстояние  $oo'$  между центрами обеих зубчаток.

Итак, четвертная девиация исправляется действием внутреннего механизма и особенным положением индекса; полукруговая же — эксцентричным положением, придаваемым подвижному кругу; следовательно компасный курс, указываемый ведущей стрелкой, был бы исправлен девиацией, если бы постоянная девиация  $A$  равнялась нулю.

*Теорема III.* Об исправлении постоянной девиации. Легко видеть, что этим прибором будет воспроизведена и постоянная девиация, если диаметр  $ns$ , служащий началом делений подвижного круга, уклонить на  $A$  от диаметральной плоскости прибора, для чего нужно повернуть подвижной круг около его оправы и затем закрепить нажимным винтом.

*Теорема IV.* Мною доказано, что если обозначить через  $N_{\zeta'}$  отношение  $\frac{H'}{lH}$ , через  $n_{\zeta'}$  — численное значение  $\frac{\pi}{180} d_{\zeta'+45^\circ}$  четвертной девиации на компасном курсе  $\zeta'+45^\circ$ , то алгебраическая разность  $N_{\zeta'} - n_{\zeta'}$  показывает то деление линейки указательной стрелки, вертикальная плоскость которого должна касаться внешней цилиндрической поверх-

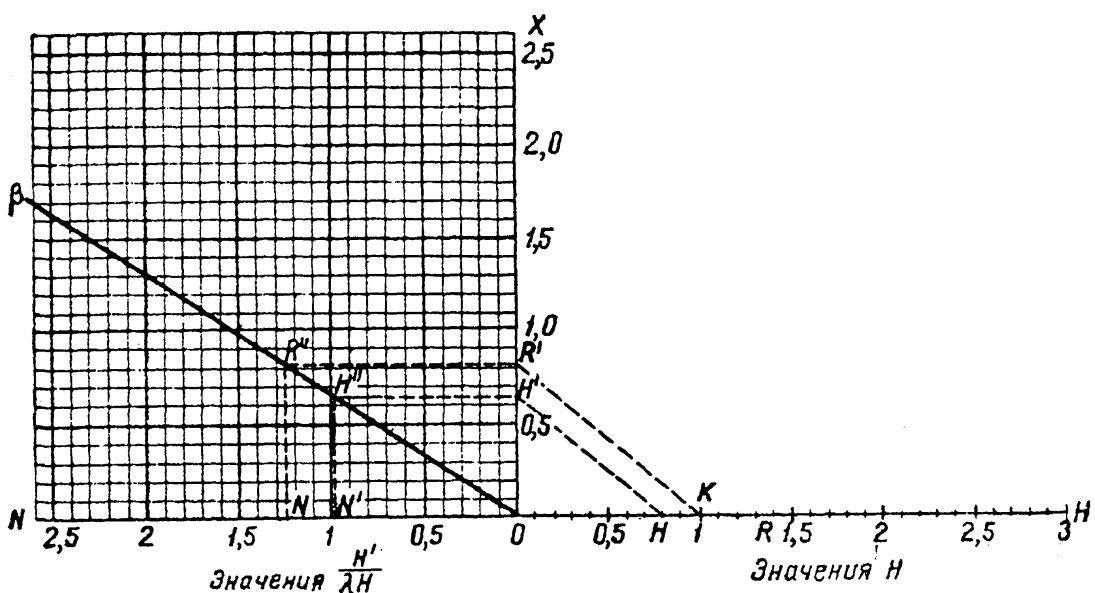
ности подвижного круга, когда ведущая стрелка указывает компасный курс  $\zeta$  по неподвижному кругу и дромоскоп во всех своих частях установлен правильно.

**Построение и цель таблицы A (фиг. 6)**

**§ 13.** Предыдущая теорема показывает необходимость знать величину отношения  $\frac{H'}{\lambda H} = N$ , чтобы установить дромоскоп, измерив направляющую силу  $H'$  буссолю напряжения и сняв  $H$  с магнитной карты.

Табл. A построена для того, чтобы находить величину  $N$  без вычислений, графически. Эта таблица состоит из двух перпендикуляр-

ТАБЛИЦА А



Фиг. 6.

ных осей  $OH$  и  $OX$  с одинаковыми делениями. По правой части горизонтальной оси точка  $H$  нанесена в расстоянии  $OH = 10$  см; левая четверть таблицы разграфлена прямоугольно параллельно осям. Прямая  $OB$  наклонена к оси  $OH$  под углом, тангенс которого равен  $\lambda$ ; эту прямую, наносимую раз навсегда, мы называем *основанием*.

*Графическое построение.* Построение, для которого служит табл. A, следующее: нанести  $OH' = H'$  по вертикальной оси  $OX$  и затем  $OH = H$  по оси  $H$ ; соединить  $H'H$  и через точку  $K$  ( $H = 1$ ) провести параллель  $KR'$  к  $H'H$ , через полученную точку  $R'$  провести горизонтальную прямую  $R'R''$  до встречи с основанием  $OB$  и из полученной точки  $R''$  опустить вертикаль  $R''N'$ ; величина  $ON'$  и будет отсчет по линейке указательной стрелки. Действительно

$$R'R'' = OK \frac{OR'}{OH} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} R''ON'} = ON'$$

следовательно, положив, что  $OK$  представляет радиус  $r$  подвижного круга в масштабе этого чертежа, по построению найдем:

$$\frac{ON}{r} = \frac{H'}{\lambda H}$$

**§ 14.** Так как четвертная девиация главного компаса исправлена внутренним механизмом дромоскопа и остается во время плавания без изменений, то в море не придется касаться этого механизма после того, как он установлен в порту. Следовательно установка дромоскопа сводится к перемещению оправы подвижного круга по ее направляющим настолько, чтобы достигнуть полного согласия его показаний с девиацией или с направляющими силами главного компаса. В этом-то и состоит одна из главных выгод дромоскопа, потому что для этой установки достаточно нескольких минут и нет надобности отклонять корабль от того курса по которому он идет.

#### ГЛАВА IV

### Пользование дромоскопом и установка его в море во время плавания

**§ 15.** Ежедневно утром устанавливают дромоскоп согласно местному склонению компаса, для чего поворачивают подвижной круг около его оправы настолько, чтобы деление, соответствующее алгебраической сумме:

постоянная девиация + склонение компаса

совпадало с чертой, нанесеною на оправе. В этом положении закрепляют круг; при этом точка N делений круга относится *вправо* от черты, если сумма положительная, и *влево* от черты, если сумма отрицательная.

Пример. Постоянная девиация  $A = -1^{\circ}30'$

Склонение компаса  $= +13^{\circ} 0'$

---

Алгебраическая сумма  $= +11^{\circ}30'$

Повернуть круг вправо так, чтобы деление его  $11^{\circ}30'$  (NE) совпадало с чертой оправы.

Не следует пользоваться дромоскопом, не убедившись предварительно, что он установлен по склонению.

**§ 16. Пользование дромоскопом.** Определить курс по главному компасу, по которому должно править, чтобы корабль шел по данному истинному курсу, напр. NE  $35^{\circ}$ .

Поставив дромоскоп на стол, действуют рукояткою винта так, чтобы подвести *указательную* стрелку приблизительно под деление  $35^{\circ}$  подвижного круга. Нагнув голову над центром прибора и смотря по направлению ведущей стрелки на отражение делений подвижного круга во внешнем зеркале, действуют рукояткою винта так, чтобы привести деление NE  $35^{\circ}$  в совпадение с двойным изображением индекса; отсчиты-

вают деление, указываемое концом ведущей стрелки на неподвижном круге. Это и есть требуемый компасный курс.

**§ 17. Установка дромоскопа в море во время плавания.** Дромоскоп, установленный для какого-либо места, очевидно, должен быть впоследствии приводим в согласие с действительностью во время плавания, как только значения напряжения  $H$  или наклонения  $\theta$  изменятся настолько, что повлекут за собою чувствительную перемену полукруговой девиации.

Для этого можно пользоваться следующими приемами.

Если видны Солнце, звезда или приметный пункт, которого истинный азимут известен.

Во время тумана или пасмурности, когда не видно ни светил, ни приметных пунктов.

} *1-й прием.* Отклонив корабль на  $90^\circ$  от курса на несколько минут времени.  
*2-й прием.* Не меняя курса корабля.  
*3-й прием.* Отклонив корабль на несколько румбов от курса в течение немногих минут.

В этом руководстве разберем лишь второй прием, два других рассмотрены в теоретической части.

**§ 18. Установить дромоскоп, когда видно Солнце, или иное светило, или приметный пункт, которого истинный азимут известен, не изменения курса корабля.**

Дромоскоп имеет целью ввести в употребление во время плавания практическое и быстрое решение этого вопроса, чтобы избежать всякого изменения в курсе корабля.

Корабль правят на NO  $28^\circ$  по главному компасу<sup>1</sup>; хотят установить дромоскоп по наблюдению азимута Солнца и направляющей силы в месте, где горизонтальная составляющая земного магнетизма  $H$  по карте есть 0.85.

*Наблюдения.* Взять азимут Солнца по главному компасу и определить поправку компаса по моменту наблюдения; положим, она оказалась равной  $3^\circ$  E.

Вынув картушку компаса и удалив ее, поставить на крышку котелка буссоль напряжения, установив ее градусное деление относительно диаметральной плоскости корабля в то положение, какое занимала картушка. Действуя головкою на оси шестеренки, перемещать отклоняющие магниты так, чтобы стрелка буссоли указала на  $90^\circ$ , и произвести отсчет. Этот отсчет, напр. 1.10, и есть мера направляющей силы  $H'$  на этом курсе.

*Вычисления.* Выполнить следующие вычисления:

1) Компасный курс  $\zeta$  NO  $28^\circ$

Поправка компаса  $E + 3^\circ$   
Истинный курс NO  $25^\circ$

<sup>1</sup> Напоминаем, что в этой статье принято французское обозначение румбов (см. стр. 101). — Ред.

2) Произвести на табл. A указанное выше построение по ординатам:

$$H' = 1.10; \quad H = 0.85$$

так что

$$N_{\zeta'} = 1.27$$

3) Выбрать из табл. 2 четвертных девиаций<sup>1</sup> число  $n_{\zeta'} = +0.06$  соответствующее курсу  $\zeta' + 45^\circ$ , т. е. NE  $17^\circ$ .

4) Взять алгебраическую разность:

$$N_{\zeta'} - n_{\zeta'} = 1.27 - 0.06 = 1.21$$

Это есть деление указательной стрелки, вертикальная плоскость которого должна касаться внешней грани подвижного круга, когда ему будет придано надлежащее положение и ведущая стрелка будет указывать курс NO  $28^\circ$  по неподвижному кругу.

*Установка.* Для установки поступают следующим образом. Действуя рукояткою винта, подводят конец ведущей стрелки на деление NO  $28^\circ$ , перемещают оправу подвижного круга по одной из ее направляющих, пока деление NO  $25^\circ$  этого круга не совпадет с двойным изображением индекса во внешнем зеркале. Можно придать оправе надлежащее положение, делая последовательно малые перемещения по каждой из ее направляющих так, чтобы после каждого двух перемещений тоже деление NO  $25^\circ$  совпадало с двойным изображением индекса. Таким образом действуют до тех пор, пока наружная грань подвижного круга не коснется вертикальной плоскости деления 1.21 линейки указательной стрелки. Закрепляют оправу круга в найденном положении.

(В § 19 описывается, как снять с магнитной карты значения  $H$  горизонтальной составляющей, и я считаю излишним давать перевод этого параграфа.)

## ГЛАВА V

### Начальная установка дромоскопа в порту

§ 20. Мы уже видели, что в море не приходится изменять установки внутреннего механизма дромоскопа; остается показать, как должно поступать для этого вначале.

Определить девиацию главного компаса на 8 главных румбах. Пусть

$$\begin{aligned} \delta_0 &= -3^\circ; \quad \delta_4 = +2^\circ 30'; \quad \delta_8 = +3^\circ; \quad \delta_{12} = -4^\circ \\ \delta_{16} &= -5^\circ; \quad \delta_{20} = +4^\circ; \quad \delta_{24} = +9^\circ; \quad \delta_{28} = +1^\circ \end{aligned}$$

<sup>1</sup> К брошюре Фурнье приложена табл. 1, содержащая длины дуги, выраженной в доле радиуса, и образец табл. 2 четвертных девиаций; поместить их здесь считаем излишним.

В то же время на курсах измерить направляющую силу буссолю напряжения, и пусть

$$H'_N = 0.65; \quad H'_E = 0.62; \quad H'_S = 0.68 \quad \text{и} \quad H'_O = 0.63$$

*Вычисления.* Произвести следующие алгебраические действия, чтобы получить коэффициенты  $A$ ,  $D$  и  $E$ :

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{4} [(\delta_0 + \delta_8) + (\delta_{16} + \delta_{24})] = +1^\circ 0' \\ D &= \frac{1}{4} [(\delta_0 + \delta_{20}) - (\delta_{12} + \delta_{28})] = +2^\circ 20' \\ E &= \frac{1}{4} [(\delta_0 + \delta_{16}) - (\delta_8 + \delta_{24})] = -5^\circ 0' \end{aligned}$$

$A$  послужит для установки градусного деления подвижного круга;  $D$  и  $E$  — для определения длины и начального угла мотылька малой зубчатки, управляющего движением указательной стрелки.

### Установка внутреннего механизма

**§ 21.** Отложить по разделенным осям табл.  $B$  (фиг. 7) значения  $D$  и  $E$  в градусах, сообразуясь со знаками их.

Пусть  $oD = +2^\circ 20'$  и  $oE = -5^\circ$ .

Определить точку  $m$  по этим координатам;  $om$  есть длина, а  $oM'$  — начальный угол мотыля.

### Установка мотыля

Поставить прибор на ребро, снять дно, привести ведущую стрелку на  $N$ , разобщить малую зубчатку, повернуть ее вручную так, чтобы подвести деление  $2.5 SO$  (отсчет  $m'$  с табл.  $B$ ) под индекс на ведущей стрелке, закрепив ее в этом положении зажимом, сообщить с большою, отдать зажим.

*Установка длины мотыля.* Снять длину  $om$  с табл.  $B$  в делениях осей.

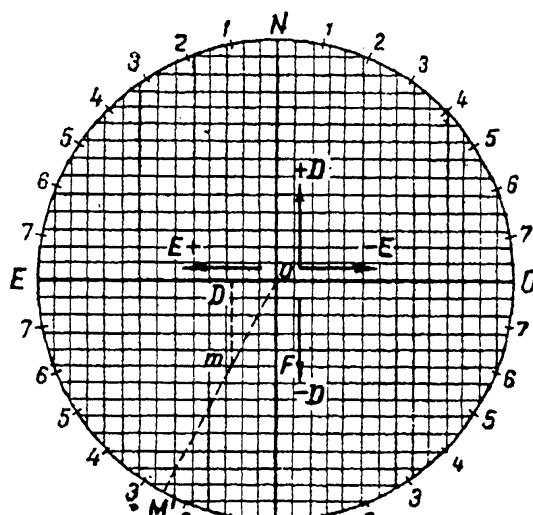
Пусть  $om = 5.7$  деления; действуя винтом, перемещать кулачок мотыля так, чтобы центр его пришел на деление  $5.7$  рамки.

Очевидно, что перед этим ведущую стрелку поставят в такое положение, при котором удобнее действовать винтом.

### Установка наружного подвижного круга

**§ 22.** Коэффициент  $A$  оказался равным  $+1^\circ$ ; поэтому повернуть круг около его оправы так, чтобы деление  $NE 1^\circ$  пришлось против черты на оправе, и закрепить его в этом положении. Таким образом устано-

ТАБЛИЦА В



Фиг. 7.

влены части прибора для исправления курса четвертною и постоянною девиациями; остается придать наружному подвижному кругу надлежащий эксцентрикитет для исправления полукруговой девиации.

Для этого поступают таким образом.

Выбирают из наблюденных девиаций две, соответствующие двум смежным главным румбам. Пусть

$$\delta_0 = -3^\circ \quad \text{и} \quad \delta_8 = +3^\circ$$

девиации на курсах N и E, к которым имеют наибольшее доверие.

*Вычисления.*

1-й курс	$\zeta' = 0$	2-й курс	$\zeta' = 90^\circ$
Девиация	$-3^\circ$	Девиация	$+3^\circ$
1-й магн. курс	$= -3^\circ = NO\ 3^\circ$	2-й магн. курс	$= SE\ 87^\circ$

1) Привести ведущую стрелку на отсчет N по неподвижному кругу и перемещать оправу подвижного круга по ее поперечной направляющей до тех пор, пока во внешнем зеркале отражение деления NO  $3^\circ$  не совпадет с двойным изображением индекса. Закрепить оправу в найденном положении по этой направляющей.

2) Привести ведущую стрелку на отсчет E по неподвижному кругу и перемещать оправу подвижного круга по продольной ее направляющей, пока не получится отсчет SE  $87^\circ$  во внешнем зеркале. Закрепить круг в найденном положении. Чтобы проверить установку, можно проделать то же самое по девиациям  $\delta_{16}$  и  $\delta_{24}$ , и если круг не займет прежнего положения, то установить его на среднем.

**§ 23. Нанесение основания O<sup>3</sup> на таблицу A.** Чтобы нанести основание O<sup>3</sup> на табл. A, пользуются наблюденными величинами направляющей силы на главных курсах:

$$H'_0 = 0.65; \quad H'_8 = 0.62; \quad H'_{16} = 0.68; \quad H'_{24} = 0.63$$

следующим образом.

Так как дромоскоп уже установлен верно во всех своих частях, то, переводя ведущую стрелку последовательно на курсы N, E, S, O неподвижного круга, отчитывают в каждом из этих положений деление  $v_{\zeta'}$  линейки указательной стрелки, приходящееся под внешней гранью подвижного круга. Пусть

$$V_0 = 1.00; \quad V_8 = 0.93; \quad V_{16} = 0.09 \text{ и } V_{24} = 0.26$$

Но известно, что

$$v_{\zeta'} = \frac{H'}{\lambda H} - \frac{n}{180} \cdot d_{\zeta'+45^\circ}$$

где  $d_{\zeta'+45^\circ}$  есть четвертная девиация на курсе  $\zeta' + 45^\circ$ , или

$$v_{\zeta'} = N_{\zeta'} - n_{\zeta'}$$

где  $N_{\zeta'}$  есть деление, получаемое по построению на табл. А;  $n_{\zeta'}$  выбирается из табл. 2 четвертных девиаций. Сумма значений:

$$n_0 + n_8 + n_{16} + n_{24} = 0$$

как это видно из формулы четвертной девиации:

$$d_{\zeta'} = D \sin 2\zeta' + E \cos 2\zeta'$$

следовательно

$$\frac{1}{4} (N_0 + N_8 + N_{16} + N_{24}) = \frac{1}{4} (v_0 + v_8 + v_{16} + v_{24}) = 0.99$$

Вместе с тем из наблюдений:

$$\frac{1}{4} [H'_0 + H'_8 + H'_{16} + H'_{24}] = 0.64$$

Местное напряжение  $H$  положим равным 0.8.

На табл. А выполняем построение по координатам:

$$H' = 0.64 \text{ и } H = 0.8$$

Горизонтальная прямая  $H'H''$ , определяемая этим построением, пересечет вертикальную  $N'H''$ , соответствующую делению:

$$\frac{1}{4} [N_0 + N_8 + N_{16} + N_{24}] = 0.99$$

горизонтальной оси  $ON$  в точке  $H''$ , принадлежащей искомому основанию.

Следовательно, проведя  $OH''$ , получим прямую  $O\beta$ , служащую для всех построений, которые впоследствии придется выполнить на табл. А. Наклонение этой прямой всегда отличается от  $45^\circ$ .

**§ 24. Составление таблицы 2 четвертных девиаций<sup>1</sup>.** Остается составить табл. 2 четвертных девиаций, выраженных в длине дуги.

Для этого последовательно переводим ведущую стрелку по делениям неподвижного круга через  $10^\circ$ , отсчитывая каждый раз угол между этой стрелкой и указательной. Выбрав из табл. 1 соответствующие этим углам числа, вносят их в табл. 2 против соответствующих им курсов главного компаса.

### Исследование приборов

Выше нами дан почти полный перевод брошюры Фурнье. Благодаря любезности представителя фирмы Breguet в Петербурге Duflon'a мы имели возможность исследовать оба прибора Фурнье, которые были на электрической выставке.

**1. Буссоль напряжения.** На выставке этот прибор был несколько иного вида, нежели на чертеже, приложенном к брошюре (см. фиг. 4 и 5);

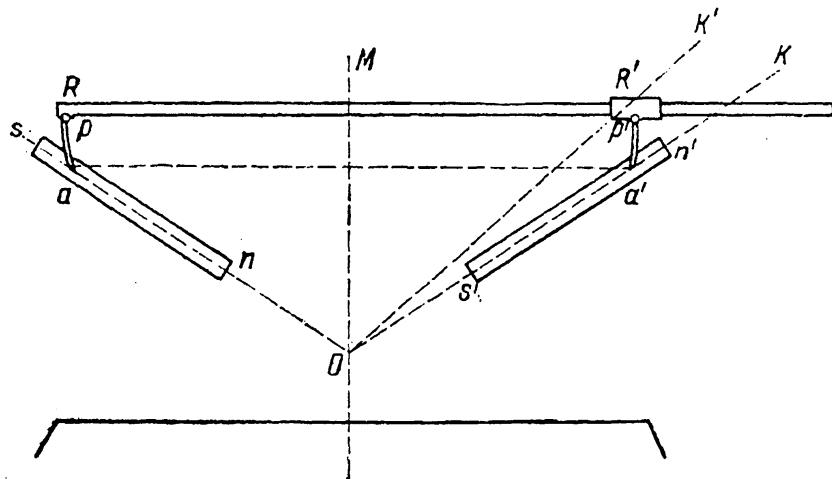
<sup>1</sup> См. сноску на стр. 116.—Ред.

но это изменение несущественно, и как в выставленном, так и описанном в брошюре сделана одна и та же ошибка в построении.

Для проверки этого дефлектора были произведены следующие наблюдения: установили прибор согласно данным Фурнье правилам так, чтобы отсчет горизонтальной составляющей был 1.65 (величина ее в физическом кабинете выставки), и по принципу синусовых отклонений были измерены части этой полной силы, причем получились следующие результаты:

Сила при $H=1$	Вычисленный отсчет	Наблюденный отсчет	Разность
1	165	165	0
0.9	148.5	142.5	6
0.8	132.5	118.5	14
0.7	115.5	95	20
0.6	99.0	72	27
0.5	82.5	50.8	31.5
0.4	66	30.5	35.5

С первого взгляда из этих наблюдений показалось, что магниты при сближении усиливаются, что могло бы произойти от взаимной их друг на друга индукции; но, зная по опыту ничтожность этого влия-



Фиг. 8.

ния и сознавая принципиальную точность прибора, мы стали искать другую причину и, наконец, заметили, что ошибка происходит от неправильной конструкции прибора.

Выставленный прибор схематически изображен на фиг. 8, где  $O$  — центр вращения зубчатых дуг,  $ns$  и  $n's'$  — магниты,  $RR'$  — линейка, по которой производится отсчет сил,  $pp'$  — оси вращения кулисы и линейки. Из этой схемы легко видеть, что горизонтальная составляющая силы, производимой магнитами на стрелку, пропорциональна прямой  $aa'$ , т. е. хорде угла  $a'Ra$  при радиусе  $Ro$ , или двойному синусу угла

*MOK*; на приборе же как на выставленном, так и на описанном в тексте отсчет линейки пропорционален синусу не этого угла, а угла *MOK'*, отличающегося от истинного на постоянную величину *K'OK*, потому что ось вращения линейки и кулисы укреплена не на продолжении того радиуса зубчатых дуг, который идет через центр магнитов.

Эта ошибка легко может быть устранена незначительным изменением в конструкции прибора; в настоящем же виде он негоден для измерений.

Кроме того выставленный прибор не обладал достаточною чувствительностью и не имел гнезда для направляющего магнитика, без которого невозможно на корабле измерить *полную* горизонтальную составляющую, а приходится (как то и предлагает Фурнье) измерять ее проекцию на некоторое направление, составляющее постоянный угол с меридианом.

По исправлении всех этих недостатков прибор может быть признан годным для той цели, для которой он назначен, так как основан на вполне верном принципе.

**2. Дромоскоп.** Теория дромоскопа изложена Фурнье в III главе переведенной нами брошюры без всяких доказательств. Мы даем здесь математическое выражение зависимости воспроизведенной дромоскопом Фурнье девиации от компасного курса.

Пусть на фиг. 9 круг *NESO* изображает неподвижный круг дромоскопа, по которому отчитываются компасные курсы; круг *neso* — подвижной круг, по отраженным в зеркале  $\mu\mu'$  делениям которого отчитывают магнитный курс; *OA* — ведущая, *OA'* — указательная стрелки, *I* — индекс указательной стрелки.

*Теорема I главы III.* Из фиг. 9 легко увидеть, что когда четвертная девиация равна нулю и центр подвижного круга установлен в точке *C*, координаты которой:

$$\mathfrak{B} = \sin B^\circ \quad \text{и} \quad \mathfrak{C} = \sin C^\circ$$

т. е.

$$OC = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} = p; \quad \operatorname{arctg} \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}} = \alpha$$

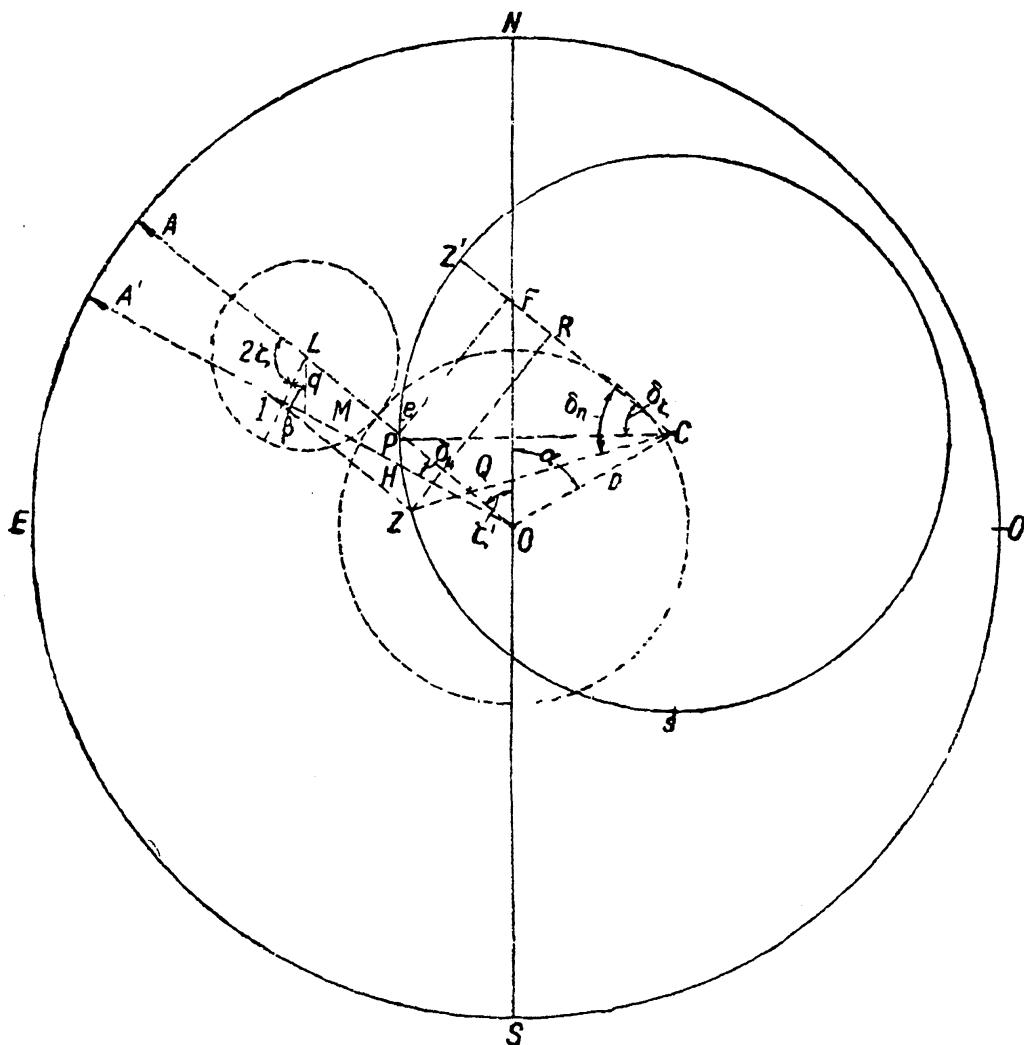
то магнитный курс, соответствующий компасному  $\zeta'$ , измеряемому дугою *nZ'*, равно дуге *NA*, есть *nP*, следовательно дуга *Z'P* есть полукруговая девиация  $= \delta_{\text{п}}$ . Но легко видеть, что в треугольнике *CPO* угол  $P = \delta_{\text{п}}$ , сторона  $CP = r = 1$  и  $OC = p$ ; из него имеем:

$$(1) \quad \sin \delta_{\text{п}} = p \sin (\alpha + \zeta') = \mathfrak{B} \sin \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta'$$

что и доказывает эту теорему и даже несколько более, а именно то, что дромоскоп воспроизводит *точную* формулу полукруговой девиации, и, следовательно, когда четвертная девиация равна нулю, то он годен

для девиации всякой величины, не ограничиваясь формулой Арчикальда Смита.

*Теорема II.* По теории дромоскопа, как она изложена Фурнье, мы знаем, что стрелка  $OA'$  по кругу NESO должна показывать курс, исправленный четвертной девиацией, т. е.  $AA' = \delta_q$  есть четвертная девиация на курсе  $NA = \zeta'$ . Рассмотрим, так ли это.



Фиг. 9.

В треугольнике  $OLM$  имеем:

$$OL = L; \quad LM = qL; \quad \angle OLM = 2\zeta' + \beta$$

где

$$q = \sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}^2} \quad \text{и} \quad \beta = \arctg \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}}$$

Опустив из  $M$  перпендикуляр на  $OL$ , находим:

$$\operatorname{tg} \delta_q = \frac{qL \sin(2\zeta' + \beta)}{L + qL \cos(2\zeta' + \beta)} = \frac{q \sin(2\zeta' + \beta)}{1 + q \cos(2\zeta' + \beta)}$$

откуда

$$(2) \quad \sin \delta_q = q \sin(2\zeta' + \beta - \delta_q)$$

что представляет выражение четвертной девиации, воспроизведенной дромоскопом. В предположении, что полукруговая девиация равна нулю, истинная формула четвертной девиации на компасный курс, как известно, есть:

$$(3) \quad \sin \Delta_q = q \sin (2\zeta' + \beta + \Delta_q)$$

Определим теперь величину ошибки, производимой дромоскопом:

$$(4) \quad \sin \Delta_q - \sin \delta_q = 2q \sin \frac{\Delta_q + \delta_q}{2} \cos \left( 2\zeta' + \beta + \frac{\Delta_q - \delta_q}{2} \right)$$

что по малости величин  $\Delta_q$ ,  $\delta_q$  и  $q$  (не превышающей  $10^\circ$  по устройству дромоскопа) можно написать:

$$\Delta_q - \delta_q = 2q \sin \frac{\Delta_q + \delta_q}{2} \cos (2\zeta' + \beta)$$

или

$$\varepsilon = \Delta_q - \delta_q = q^2 \sin (4\zeta' + 2\beta)$$

Наибольшая ошибка, следовательно, может быть равна:

$$\varepsilon_m = (0.1745)^2$$

или в градусах:

$$\varepsilon_m = 1^\circ 45'$$

Итак, в дромоскопе четвертная девиация воспроизведена ошибочно, и эта ошибка при наибольшей четвертной девиации в  $10^\circ$  доходит до  $1^\circ 45'$ .

То, что постоянная девиация введена приближенным коэффициентом  $A$  вместо точного  $\mathcal{A}$ , дает ошибку третьего порядка, которую можно пренебречь; поэтому такой способ исправления постоянной девиации может быть допущен.

Но этим не ограничивается неточность прибора Фурнье; даже если бы в нем четвертная девиация была воспроизведена правильно, то все-таки его показания были бы ошибочны, потому что части девиации неправильно соединены между собою.

Действительно, обозначая через  $\delta_{II}$  и  $\delta_{IV}$  полукруговую и четвертную девиации, воспроизводимые прибором Фурнье для данного компасного румба  $\zeta'$ , легко найти следующее соотношение между полной девиацией и ее отдельными частями.

По изложенной выше теории прибора ясно, что отсчет в зеркале, соответствующий компасному румбу  $nZ'$ , есть  $nZ$ , где точка  $Z$  определяется пересечением окружности малого круга с прямой, параллельно ведущей стрелке  $OA$ , проведеною через точку  $I$  — индекс, укрепленный на указательной. Тогда по чертежу видно:

### Полная девиация

$$\delta_{\zeta'} = Z' CZ$$

$$\sin \delta_{\zeta'} = ZR = TP + ZQ$$

но

$$TP = \sin \delta_{\pi} = p \sin (\zeta' + z)$$

$$ZQ = r \sin \delta_{\alpha} = q \sin (2\zeta' + \beta - \delta_{\alpha})$$

Следовательно формула, воспроизводимая дромоскопом Фурнье, есть следующая:

$$\sin \delta_{\zeta'} = p \sin (\zeta' + z) + q \sin (2\zeta' + \beta - \delta_{\alpha})$$

Истинная же формула полной девиации на компасном румбе  $\zeta'$  имеет вид:

$$\sin \Delta = p \sin (\zeta' + z) + q \sin (2\zeta' + \beta + \Delta)$$

Следовательно ошибка в девиации, определяемой дромоскопом, определяется формулой:

$$2 \sin \frac{\Delta - \delta}{2} \cos \frac{\Delta + \delta}{2} = 2q \sin \frac{\Delta + \delta_{\alpha}}{2} \cos (2\zeta' + \beta)$$

Можно было бы определить максимум этого выражения, но это было бы слишком длинно, а потому ограничимся приближением, достаточным для нашей цели.

Положим, что  $q = 10^\circ$  (крайняя величина, допускаемая устройством дромоскопа), и положим, что мы находимся на курсе:

$$\zeta' = 22^1/2^\circ - \frac{3}{2}$$

и что полная девиация на нем  $\Delta = 20^\circ$ .

Тогда ошибка определится из уравнения:

$$\sin \varepsilon \cos 15^\circ = 2q \sin 15^\circ \cos 45^\circ$$

откуда

$$\varepsilon = 3^\circ 48'$$

Итак, ошибка в дромоскопе Фурнье может достигать  $4^\circ$  при полной девиации, не превосходящей  $20^\circ$ , и четвертной в  $10^\circ$ , причем эта ошибка пропорциональна наибольшей величине четвертной девиации.

Далее, Фурнье дает IV теорему III главы, в которой выражено правило для отсчета сил. Разберем, насколько она близка к истине. Из того же самого чертежа (фиг. 9) по теории дромоскопа видим, что отсчет силы без абсолютной величины четвертной девиации на курсе  $\zeta' + 45^\circ$  есть  $OH$ .

В треугольнике же  $COP$  имеем:

$$\angle COP = \zeta' + \alpha + \delta_{\alpha}; \quad OH = 1; \quad CO = p$$

и из него находим:

$$\frac{\sin CHO}{\sin (\zeta' + \alpha + \delta_q)} = p$$

и

$$\frac{OH}{l} = \frac{\sin (\zeta' + \alpha + \delta_q + CHO)}{\sin (\zeta' + \alpha + \delta_q)} = \cos CHO + p \cos (\zeta' + \alpha + \delta_q)$$

Это есть отсчет, полученный по линейке; чтобы получить силу на курс  $\zeta'$ , к нему должно прибавить абсолютную величину четвертной девиации на курс  $\zeta' + 45^\circ$ . С дромоскопа же мы получим ее в таком виде:

$$\sin \delta_q = q \cos (2\zeta' + \beta - \delta_q)$$

что и можно принять за абсолютную величину девиации. Следовательно сила с дромоскопа Фурнье отсчитывается по такой формуле:

$$\frac{H'_1}{\lambda H} = \cos CHO + p \cos (\zeta' + \alpha + \delta_q) + q \cos (2\zeta' + \beta - \delta_q)$$

Истинная же формула, как известно, есть:

$$\frac{H'}{\lambda H} = \cos \delta + p \cos (\zeta' + \alpha) + q \cos (2\zeta' + \beta + \delta)$$

где  $\delta$  — девиация на курс  $\zeta'$ .

Ошибка в отсчете силы выражается формулой:

$$\begin{aligned} \frac{H'_1}{\lambda H} - \frac{H'}{\lambda H} &= \cos CHO - \cos \delta + p [\cos (\zeta' + \alpha + \delta_q) - \cos (\zeta' + \alpha)] \\ &\quad + q [(\cos 2\zeta' + \beta - \delta_q) - \cos (2\zeta' + \beta + \delta)] \end{aligned}$$

Не входя в разыскания максимума этой ошибки, покажем, какой большой величины она может достичь при четвертной девиации в  $10^\circ$ , которая допускается дромоскопом. Отбрасывая члены третьего порядка, мы можем представить предыдущую формулу в таком виде:

$$\begin{aligned} \frac{H'_1}{\lambda H} - \frac{H'}{\lambda H} &= \cos CHO - \cos \delta + p [\cos (\zeta' + \alpha) \cos \delta_q \\ &\quad - \sin (\zeta' + \alpha) \sin \delta_q - \cos (\zeta' + \alpha)] + q [\cos (2\zeta' + \beta) \cos \delta_q \\ &\quad + \sin (2\zeta' + \beta) \sin \delta_q - \cos (2\zeta' + \beta) \cos \delta \\ &\quad + \sin (2\zeta' + \beta) \sin \delta] = \cos CHO - \cos \delta + 2q^2 \sin^2 (2\zeta' + \beta) \end{aligned}$$

Положив теперь  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 0$ ,  $p = 15^\circ = 0.2$ ,  $q = 10^\circ = 0.17$  и  $\zeta' = 45^\circ$ , мы находим:

$$CHO = 12^\circ; \quad \delta = 22^\circ$$

$$\frac{H'_1}{\lambda H} - \frac{H'}{\lambda H} = \cos 12^\circ - \cos 22^\circ + 2(0.17)^2 = 0.11$$

Итак, при указанных величинах ошибка в отсчете силы может дойти до 0.11.

При обычной четвертной девиации в  $5^{\circ}$  она все-таки составит около 0.03. Эту точность нельзя признать достаточною, и, устанавливая прибор для полукруговой девиации по наблюдениям девиации и силы, как то рекомендует Фурнье в своей брошюре, мы рискуем сделать большие ошибки в установке, к которым присоединяется еще указанные нами погрешности от самого устройства прибора.

На основании всего вышесказанного мы приходим к заключению, что в дромоскопе Фурнье приближенная формула девиации воспроизведена неправильно, вследствие чего он пригоден лишь к употреблению при незначительной четвертной девиации и поэтому много уступает имеющемуся уже дромоскопу Пауггера.

Считаю долгом выразить искреннюю благодарность полковнику И. П. де Коллонгу, руководившему исследованием приборов, лейтенанту Н. М. Яковлеву, не отказавшему в своей помощи при наблюдениях, и представителю фирмы Breguet Duflon'у, одолжившему свои приборы в наше распоряжение.

---

# ГИРОКОМПАСЫ

---

## О ТЕОРИИ ГИРОКОМПАСА АНШЮТЦА<sup>1</sup>

### ПРЕДИСЛОВИЕ

Статья проф. Геккелера «Kreiselkompass und Schiffsmannöver», помещенная в «Ingenieur Archiv» (B. IV, N. 1, 2, 1933) инженерами, ведущими на одном из наших заводов производство гирокомпасов, справедливо считается основным теоретическим руководством в этом деле и рекомендуется для изучения в тех вузах, где читается гирокопия.

Междуд тем изложение Геккелера, местами весьма сжатое, представляет для инженеров трудности и заключает некоторые существенные недостатки, причем не вполне правильно освещены и не указаны полностью те неизбежные погрешности, которым гирокомпас Аншютца подвержен и которые обнаруживаются при испытаниях этого компаса на быстроходных судах.

Ввиду этого в моей статье теория Геккелера подвергнута полной переработке и настолько подробному изложению, что оно должно быть доступно инженерам с обычной математической подготовкой, даваемой нашими вузами.

Я не касаюсь описания устройства гирокомпаса Аншютца: оно дано со всею подробностью в книге проф. Б. И. Кудревича «Теория и практика гирокопического компаса» (ч. IV, «Гирокопические компасы Аншютца», Военмориздат, 1939), а также в книге проф. Б. В. Булгакова «Прикладная теория гирокопов», к которым и отсылаю.

Статья моя подразделена на две главы. В главе I излагается общая теория гирокомпаса и его колебаний при испытаниях на берегу, когда компас установлен на неподвижном фундаменте.

В главе II рассматриваются колебания гирокомпаса, установленного на корабле, идущем на тихой воде, не имея качки, и подробно разбираются возникающие при этом погрешности, не учтенные в статье проф. Геккелера. Рассмотрение влияния качаний корабля на показания гирокомпаса я предполагаю изложить в отдельной статье.

6 мая 1940 г.

---

<sup>1</sup> «Известия АН СССР», Серия географическая и геофизическая, № 4, 1940 г.

ГЛАВА I

**Свободные колебания гирокомпаса, установленного на неподвижном основании**

§ 1. Геккелер в своей статье «Kreiselkompass und Schiffsmanöver» представляет движение гиросфера и жидкости в успокоителе следующую систему дифференциальных уравнений:

$$(1) \quad \begin{aligned} -S(\beta - \chi_N) - C\vartheta &= B(\alpha' - U \sin \varphi) \\ 0 &= \beta' - \frac{V_N}{R} - \alpha U \cos \varphi \\ \vartheta' &= -F(\beta - \chi_N + \vartheta) \end{aligned}$$

причем им сделаны следующие обозначения:

- $U = \frac{2\pi}{T^*} = 0.72921 \cdot 10^{-4}$  — угловая скорость вращения Земли,
- $R = 6370.3$  км — радиус Земли, принимаемой за шар,
- $* = 86 164$  сек. среднего времени — звездные сутки,
- $\varphi$  — географическая широта места наблюдения,
- $g$  — ускорение силы тяжести,
- $B$  — кинетический момент, в случае нескольких гироскопов — равнодействующий кинетический момент,
- $m$  — масса плавающей системы,
- $a$  — расстояние центра тяжести плавающей системы до центра пловучести ее (центр фигуры),
- $S = mga$  — наибольший восстановливающий момент,
- $\alpha$  — азимут направления равнодействующего кинетического момента,
- $\beta$  — наклонение равнодействующего кинетического момента к истинному горизонту,
- $\vartheta$  — наклонение уровня жидкости в успокоителе к направлению равнодействующего кинетического момента,
- $\beta + \vartheta$  — наклонение уровня жидкости к истинному горизонту,
- $C$  — постоянная успокоителя,
- $F$  — фактор перетекания,
- $\chi_N$  — отнесенная к единице массы слагающая возмущающей силы по меридиану,
- $V_N$  — проекция скорости хода корабля на меридиан.

Изменим обозначения Геккелера на общепринятые у нас:

$$(2) \quad U = \omega; \quad U \cos \varphi = \omega_1; \quad U \sin \varphi = \omega_2$$

Определим положение динамического равновесия гиросфера при покое корабля, иначе при испытании компаса на берегу, положив в уравнениях (1):

$$(3) \quad \begin{aligned} \alpha &= u + \alpha_r; \quad \beta = v + \beta_r; \quad \vartheta = w + \vartheta_r \\ \chi_N &= 0; \quad V_N = 0 \end{aligned}$$

считая  $\alpha_r$ ,  $\beta_r$ ,  $\vartheta_r$  постоянными. Тогда система уравнений (4) будет:

$$(4) \quad \begin{aligned} Bu' + Sv + Cw + S\beta_r + C\vartheta_r &= B\omega_2 \\ v' - \omega_1 u - \omega_1 \alpha_r &= 0 \\ w' + Fu + Fw + F\beta_r + F\vartheta_r &= 0 \end{aligned}$$

Определим  $\alpha_r$ ,  $\beta_r$ ,  $\vartheta_r$  так, чтобы все постоянные члены в системе (4) пропали, т. е. чтобы было:

$$(5) \quad S\beta_r + C\vartheta_r = B\omega_2; \quad \omega_1 \alpha_r = 0; \quad \beta_r + \vartheta_r = 0$$

Отсюда следует:

$$(6) \quad \alpha_r = 0; \quad \beta_r = -\frac{B\omega_2}{S-C}; \quad \vartheta_r = -\frac{B\omega_2}{S-C}$$

Это и есть положение динамического равновесия гиросфера.

При сделанных обозначениях (3) уравнения «свободных колебаний» гиросфера будут:

$$(7) \quad \begin{aligned} u' &= -\frac{S}{B}v - \frac{C}{B}w \\ v' &= \omega_1 u \\ w' &= -Fv - Fw \end{aligned}$$

Будем искать решение системы (7) под видом:

$$(8) \quad u = Ae^{\lambda t}; \quad v = KAe^{\lambda t}; \quad w = LAe^{\lambda t}$$

причем  $A$  — произвольная постоянная,  $K$ ,  $L$ ,  $\lambda$  — некоторые постоянные, пока не известные числа, которые надо определить так, чтобы величины (8) были решениями системы (7).

По подстановке величин (8) в уравнения (7) и по сокращении множителя  $Ae^{\lambda t}$ , который не должен равняться нулю, имеем равенства:

$$(9) \quad \begin{aligned} SK + CL + B\lambda &= 0 \\ \lambda K - \omega_1 &= 0 \\ FK + (\lambda + F)L &= 0 \end{aligned}$$

Второе из этих равенств, рассматриваемых как уравнения, служащие для определения неизвестных  $K$  и  $L$ , дает:

$$(10) \quad K = \frac{\omega_1}{\lambda}$$

тогда из третьего уравнения следует:

$$(11) \quad L = -\frac{F\omega_1}{\lambda(\lambda + F)}$$

Чтобы уравнения (9) были совместны, необходимо и достаточно, чтобы величины (10) и (11) удовлетворяли первому уравнению (9), т. е. чтобы было:

$$(12) \quad \frac{S\omega_1}{\lambda} - \frac{C}{\lambda} \cdot \frac{F\omega_1}{\lambda + F} + B\lambda = 0$$

Мы имеем в своем распоряжении величину  $\lambda$ ; надо ее взять так, чтобы равенство (12) имело место, т. е. чтобы было:

$$(13) \quad S\omega_1(\lambda + F) - CF\omega_1 + B\lambda^2(\lambda + F) = 0$$

а по разделении на  $B$  и раскрытии скобок:

$$(14) \quad \lambda^3 + F\lambda^2 + \frac{S\omega_1}{B}\lambda + \frac{F}{B}(S-C)\omega_1 = 0$$

Это есть так называемое *характеристическое уравнение* системы (7).

Вместо величин  $\frac{S\omega_1}{B}$  и  $\frac{F}{B}(S-C)\omega_1$  Геккелер вводит величины  $\Omega^2$  и  $\kappa$ , полагая

$$(15) \quad \frac{S\omega_1}{B} = \Omega^2; \quad \kappa = \frac{S-C}{S}$$

так что будет:

$$(16) \quad \frac{F}{B}(S-C)\omega_1 = \frac{S\omega_1}{B} \cdot \frac{S-C}{S} F = \kappa \Omega^2 F$$

Заметим, что если успокоитель выключить, то будет  $F=0$  и уравнение (14) примет вид:

$$\lambda^3 + \frac{S\omega_1}{B}\lambda = 0$$

и его корни будут:

$$\lambda_1 = 0; \quad \lambda_2 = -\lambda_3 = \sqrt{\frac{S\omega_1}{B}} i = \Omega i$$

Система (7) примет вид:

$$\begin{aligned} u' &= -\frac{S}{B}v - \frac{C}{B}w \\ v' &= \omega_1 u \\ w' &= 0 \end{aligned}$$

откуда следует:

$$u'' + \Omega^2 u = C_3$$

так что будет:

$$(17) \quad u = C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t + \frac{C_3}{\Omega^2}$$

причем  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  — произвольные постоянные, значения которых будут определены ниже.

Первые два члена представляют периодическое решение с периодом

$$(18) \quad T_0 = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi \sqrt{\frac{B}{S\omega_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{B}{S\omega \cos \varphi}}$$

Отсюда видно, что  $\Omega$  представляет «круговую частоту» периодических колебаний гиросферы при *выключенном* успокоителе и  $T_0$  — период этих колебаний.

В общем же случае характеристическое уравнение будет:

$$(19) \quad \lambda^3 + F\lambda^2 + \Omega^2\lambda + \kappa\Omega^2F = 0$$

Гирокомпасу придают такие значения входящих в него элементов, что уравнение (19) имеет один отрицательный вещественный корень и два мнимых с отрицательной вещественной частью. Обозначим эти корни так:

$$(20) \quad \lambda_1 = -\mu; \quad \lambda_2 = -n + qi; \quad \lambda_3 = -n - qi$$

Между этими корнями и коэффициентами уравнения имеем соотношения:

$$(21) \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = -F; \quad \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3 = \Omega^2; \quad \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = -\kappa\Omega^2F$$

из которых следует:

$$(22) \quad \begin{aligned} \mu + 2n &= F; & n^2 + q^2 + 2\mu n &= \Omega^2; & n^2 + q^2 &= \frac{\kappa\Omega^2F}{\mu} \\ F - \mu &= 2n; & F - n &= \mu + n \end{aligned}$$

Эти соотношения нам понадобятся.

Каждому из корней  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  соответствует свое значение  $K$  и  $L$  и своя система решений; обозначим эти значения  $K$  и  $L$  так:

$$(23) \quad K(\lambda_1), L(\lambda_1); \quad K(\lambda_2), L(\lambda_2); \quad K(\lambda_3), L(\lambda_3)$$

тогда на основании формул (10) и (11) будет:

$$(24) \quad \begin{aligned} K(\lambda_1) &= \frac{\omega_1}{\lambda_1}; & L(\lambda_1) &= -\frac{F\omega_1}{\lambda_1(\lambda_1 + F)} \\ K(\lambda_2) &= \frac{\omega_1}{\lambda_2}; & L(\lambda_2) &= -\frac{F\omega_1}{\lambda_2(\lambda_2 + F)} \\ K(\lambda_3) &= \frac{\omega_1}{\lambda_3}; & L(\lambda_3) &= -\frac{F\omega_1}{\lambda_3(\lambda_3 + F)} \end{aligned}$$

Вместе с тем каждому корню соответствует и свое значение произвольной постоянной  $A$ . Обозначим эти значения через

$$(25) \quad C_1; \quad C_2; \quad C_3$$

тогда получим решения:

$$(26) \quad u = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t}$$

$$(27) \quad v = \frac{\omega_1}{\lambda_1} C_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\omega_1}{\lambda_2} C_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{\omega_1}{\lambda_3} C_3 e^{\lambda_3 t}$$

$$(28) \quad w = -\frac{F\omega_1}{\lambda_1(\lambda_1 + F)} C_1 e^{\lambda_1 t} - \frac{F\omega_1}{\lambda_2(\lambda_2 + F)} C_2 e^{\lambda_2 t} - \frac{F\omega_1}{\lambda_3(\lambda_3 + F)} C_3 e^{\lambda_3 t}$$

Заметив, что имеет место тождество:

$$(29) \quad -\frac{F\omega_1}{\lambda_1(\lambda_1 + F)} = -\omega_1 \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1 + F} \right) = -\frac{\omega_1}{\lambda_1} + \frac{\omega_1}{\lambda_1 + F}$$

и два других подобных для  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$ , видим, что величина  $\omega$  может быть написана следующим образом:

$$(30) \quad \omega = -v + \frac{\omega_1}{\lambda_1+F} C_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\omega_1}{\lambda_2+F} C_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{\omega_1}{\lambda_3+F} C_3 e^{\lambda_3 t}$$

Величины  $u$ ,  $v$ ,  $\omega$  представляют свободные колебания гироферы, но не в окончательном виде, потому что:

- а) найденные величины надо будет освободить от мнимых знаков;
- б) постоянные произвольные  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  надо определить так, чтобы были удовлетворены начальные условия:  
при  $t=0$  должно быть

$$(31) \quad (u)_{t=0} = u_0; \quad (v)_{t=0} = v_0; \quad (\omega)_{t=0} = \omega_0$$

причем  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $\omega_0$  имеют заданные значения.

Кроме того надо:

- в) рассмотреть вынужденные колебания гироферы, определяемые системой уравнений:

$$(32) \quad \begin{aligned} \alpha' &= -\frac{S}{B} \beta - \frac{C}{B} \vartheta + \varphi_1(t) \\ \beta' &= \omega_1 \alpha + \varphi_2(t) \\ \vartheta' &= -F\beta - F\vartheta + \varphi_3(t) \end{aligned}$$

где  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$ ,  $\varphi_3(t)$  — заданные функции времени, представляющие возмущающие силы, действующие на гироферу, когда корабль маневрирует;

г) изучить погрешности гирокомпаса при простейших маневрах.

Исследование этих вопросов можно произвести, пользуясь обычными приемами интегрирования системы неоднородных линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, но тогда приходится иметь дело с довольно громоздкими выкладками, поэтому выгоднее воспользоваться так называемым «символическим способом».

**§ 2.** Известно, насколько символический способ упрощает решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и систем таких уравнений, в особенности неоднородных, т. е. таких, как система (32).

Обозначим знаком  $\Delta$  оператор  $\frac{d}{dt}$ , т. е. положим

$$(33) \quad \Delta x = \frac{d}{dt} x = \frac{dx}{dt}; \quad \Delta^2 x = \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} x \right) = \frac{d^2 x}{dt^2} \text{ и т. д.};$$

тогда система (32) может быть написана так:

$$(34) \quad \begin{aligned} \Delta \alpha + \frac{S}{B} \beta + \frac{C}{B} \vartheta &= \varphi_1(t) \\ -\omega_1 \alpha + \Delta \beta &= \varphi_2(t) \\ F \beta + (F + \Delta) \vartheta &= \varphi_3(t) \end{aligned}$$

Будем эту систему рассматривать как систему трех алгебраических уравнений первой степени с тремя неизвестными  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\vartheta$ .

Рассматриваем сперва коэффициент  $\Delta$  как алгебраическое количество; решим уравнения (34), а затем истолкуем  $\Delta$  как символ действия дифференцирования.

Практически наибольший интерес представляют азимутальные колебания  $\alpha$ , с которых и начнем.

Из уравнений (34) исключаем сперва величину  $\beta$ ; умножив первое уравнение на  $\Delta$ , второе на  $-\frac{S}{B}$  и сложив, имеем на основании формулы (15):

$$(*) \quad (\Delta^2 + \Omega^2)\alpha + \frac{C}{B}\Delta\vartheta = \Delta\varphi_1 - \frac{S}{B}\varphi_2$$

затем, умножив первое уравнение (34) на  $F$ , третье на  $-\frac{S}{B}$  и сложив, имеем:

$$(**) \quad F\Delta\alpha + \left(\frac{CF}{B} - \frac{SF}{B} - \frac{S}{B}\Delta\right)\vartheta = F\varphi_1 - \frac{S}{B}\varphi_2$$

Исключив из уравнений (\*) и (\*\*) величину  $\vartheta$ , имеем сперва:

$$\begin{aligned} & \left\{ (\Delta^2 + \Omega^2) \left( \frac{C-S}{B}F - \frac{S}{B}\Delta \right) - \frac{CF}{B}\Delta^2 \right\} \alpha = \\ & = \left( \frac{CF}{B} - \frac{SF}{B} - \frac{S}{B}\Delta \right) \left( \Delta\varphi_1 - \frac{S}{B}\varphi_2 \right) - \frac{CF}{B}\Delta\varphi_1 + \frac{S}{B} \cdot \frac{C}{B}\Delta\varphi_3 \end{aligned}$$

по упрощении и разделении на  $-\frac{S}{B}$  получим:

$$\begin{aligned} & \left[ \Delta^3 + F\Delta^2 + \Omega^2\Delta + \frac{S-C}{S}\Omega^2F \right] \alpha = \\ & = \Delta^2\varphi_1 + F\Delta\varphi_1 - \frac{S}{B}\Delta\varphi_2 - \frac{S-C}{S}F\varphi_2 - \frac{C}{B}\Delta\varphi_3 \end{aligned}$$

или, заменив  $\frac{S-C}{S}$  через  $\times$  и знак  $\Delta$  и его степени значками производных, получим дифференциальное уравнение:

$$(35) \quad \alpha''' + F\alpha'' + \Omega^2\alpha' + \times\Omega^2F\alpha = \varphi_1'' + F\varphi_1' - \frac{S}{B}\varphi_2' - \times F\varphi_2 - \frac{C}{B}\varphi_3'$$

Правая часть этого равенства при заданных  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  будет известной функцией времени, которую обозначим через  $\psi(t)$  или просто через  $\psi$ , так что будет:

$$(36) \quad \varphi_1'' + F\varphi_1' - \frac{S}{B}\varphi_2' - \times F\varphi_2 - \frac{C}{B}\varphi_3' = \psi$$

тогда уравнение (35) может быть написано так:

$$(37) \quad \alpha''' + F\alpha'' + \Omega^2\alpha' + \times\Omega^2F\alpha = \psi$$

Характеристическое уравнение для этого дифференциального уравнения есть:

$$(38) \quad P(\lambda) = \lambda^3 + F\lambda^2 + \Omega^2\lambda + \chi\Omega^2F = 0$$

которое мы уже имели [см. уравнения (14) или (19)]. Корни этого уравнения были обозначены так:

$$(39) \quad \lambda_1 = -\mu; \quad \lambda_2 = -n + qi; \quad \lambda_3 = -n - qi$$

так что

$$(40) \quad P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) = (\lambda + \mu)[(\lambda + n)^2 + q^2]$$

Символически уравнение (37) напишется так:

$$(41) \quad P(\Delta) \alpha = \psi(t)$$

и его символическое решение:

$$(42) \quad \alpha = [P(\Delta)]^{-1} \psi(t)$$

но алгебраически

$$(43) \quad [P(\Delta)]^{-1} = \frac{1}{(\Delta + \mu)(\Delta - \lambda_2)(\Delta - \lambda_3)}$$

причем символ  $[P(\Delta)]^{-1}$ , рассматриваемый как алгебраическое количество, можно подвергать любому тождественному рациональному преобразованию и затем истолковывать как оператор.

Дробь в правой части равенства (43) может быть разложена на сумму частных дробей:

$$(44) \quad \frac{1}{P(\Delta)} = \frac{M_1}{\Delta + \mu} + \frac{M_2}{\Delta - \lambda_2} + \frac{M_3}{\Delta - \lambda_3}$$

причем коэффициенты  $M_1, M_2, M_3$  определяются формулами:

$$(45) \quad M_1 = \frac{1}{P'(-\mu)}; \quad M_2 = \frac{1}{P'(\lambda_2)}; \quad M_3 = \frac{1}{P'(\lambda_3)}$$

но на основании равенства (40) будет:

$$(46) \quad \begin{aligned} P'(-\mu) &= (-\mu + n - qi)(-\mu + n + qi) = (\mu - n)^2 + q^2 \\ P'(\lambda_2) &= (\mu + \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3) = (\mu - n + qi) \cdot (2qi) \\ P'(\lambda_3) &= (\mu - n - qi) \cdot (-2qi) \end{aligned}$$

так что

$$(47) \quad M_1 = \frac{1}{(\mu - n)^2 + q^2}; \quad M_2 = \frac{1}{2qi} \cdot \frac{1}{(\mu - n) + qi}; \quad M_3 = -\frac{1}{2qi} \cdot \frac{1}{(\mu - n) - qi}$$

Значит на основании равенства (42)

$$\alpha = [P(\Delta)]^{-1} \psi(t) = \frac{1}{P(\Delta)} \psi(t)$$

будет алгебраически:

$$(48) \quad \alpha = \frac{M_1}{\Delta + \mu} \psi + \frac{M_2}{\Delta - \lambda_2} \psi + \frac{M_3}{\Delta - \lambda_3} \psi = M_1 S_1 + M_2 S_2 + M_3 S_3$$

причем величины  $S_1, S_2, S_3$  определяются равенствами:

$$(49) \quad S_1 = \frac{1}{\Delta + \mu} \psi; \quad S_2 = \frac{1}{\Delta - \lambda_2} \psi; \quad S_3 = \frac{1}{\Delta - \lambda_3} \psi$$

из которых следует:

$$(50) \quad \Delta S_1 + \mu S_1 = \psi; \quad \Delta S_2 - \lambda_2 S_2 = \psi; \quad \Delta S_3 - \lambda_3 S_3 = \psi$$

Все эти равенства пока алгебраические; приняв их за символические, получим для определения  $S_1, S_2, S_3$  следующие линейные дифференциальные уравнения *первого* порядка:

$$(51) \quad S'_1 + \mu S_1 = \psi; \quad S'_2 - \lambda_2 S_2 = \psi; \quad S'_3 - \lambda_3 S_3 = \psi$$

Множители этих уравнений соответственно таковы:

$$e^{\mu t}; \quad e^{-\lambda_2 t}; \quad e^{-\lambda_3 t}$$

так что уравнения (50) будут:

$$(52) \quad (e^{\mu t} S_1)' = e^{\mu t} \psi(t); \quad (e^{-\lambda_2 t} S_2)' = e^{-\lambda_2 t} \psi(t); \quad (e^{-\lambda_3 t} S_3)' = e^{-\lambda_3 t} \psi(t)$$

Отсюда, обозначая во избежание путаницы переменную, по которой производится интегрирование, через  $\xi$ , получаем:

$$(53) \quad \begin{aligned} e^{\mu t} S_1 &= C_1 + \int_0^t e^{\mu \xi} \psi(\xi) d\xi, \quad \text{т. е. } S_1 = C_1 e^{-\mu t} + e^{-\mu t} \int_0^t e^{\mu \xi} \psi(\xi) d\xi \\ e^{-\lambda_2 t} S_2 &= C_2 + \int_0^t e^{-\lambda_2 \xi} \psi(\xi) d\xi \quad \Rightarrow \quad S_2 = C_2 e^{\lambda_2 t} + e^{\lambda_2 t} \int_0^t e^{-\lambda_2 \xi} \psi(\xi) d\xi \\ e^{-\lambda_3 t} S_3 &= C_3 + \int_0^t e^{-\lambda_3 \xi} \psi(\xi) d\xi \quad \Rightarrow \quad S_3 = C_3 e^{\lambda_3 t} + e^{\lambda_3 t} \int_0^t e^{-\lambda_3 \xi} \psi(\xi) d\xi \end{aligned}$$

Таким образом получаем общее решение:

$$(54) \quad a = M_1 C_1 e^{-\mu t} + M_2 C_2 e^{\lambda_2 t} + M_3 C_3 e^{\lambda_3 t} + A(t)$$

причем

$$(55) \quad A(t) = M_1 e^{-\mu t} \int_0^t e^{\mu \xi} \psi(\xi) d\xi + M_2 e^{\lambda_2 t} \int_0^t e^{-\lambda_2 \xi} \psi(\xi) d\xi + M_3 e^{\lambda_3 t} \int_0^t e^{-\lambda_3 \xi} \psi(\xi) d\xi$$

Здесь  $C_1, C_2, C_3$  — произвольные постоянные, и так как при  $\varphi_1(t) \equiv 0, \varphi_2(t) \equiv 0, \varphi_3(t) \equiv 0$ , т. е. если эти функции равны нулю тождественно, значит при *всяком* значении  $t$ , то и величина  $A(t) \equiv 0$ ; произведения  $M_1 C_1, M_2 C_2, M_3 C_3$  суть такие же произвольные постоянные, как  $C_1, C_2, C_3$ ,

поэтому члены, их содержащие, представляют *свободные азимутальные колебания*, обозначенные через  $u$ ; значит будет, как и раньше:

$$(56) \quad u = C_1 e^{-\mu t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t}$$

Величина же  $A(t)$  представляет вынужденные азимутальные колебания, напрасно названные «погрешностью» гирокомпаса в статье Геккелера.

Прежде всего надо освободить выражение (56) от мнимых знаков, для этого стоит только положить

$$(57) \quad C_2 = \frac{1}{2} D - \frac{1}{2} Ei \quad \text{и} \quad C_3 = -\frac{1}{2} D + \frac{1}{2} Ei$$

тогда на основании формул Эйлера получим:

$$(58) \quad u = C_1 e^{-\mu t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t} = C_1 e^{-\mu t} + e^{-nt} [D \cos qt + E \sin qt]$$

причем  $D$  и  $E$  суть вещественные произвольные постоянные.

Величина  $A(t)$  представляет, как уже сказано, вынужденные азимутальные колебания гиросфера. Напишем временно:

$$(59) \quad A(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t)$$

и освободим  $A(t)$  от мнимых знаков.

Первый член

$$(60) \quad P_1(t) = M_1 e^{-\mu t} \int_0^t e^{\mu \xi} \psi(\xi) d\xi$$

вещественный и преобразования не требует.

Подставив вместо  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  их значения, имеем:

$$(61) \quad \begin{aligned} P_2(t) + P_3(t) &= M_2 e^{-nt} e^{qti} \int_0^t e^{n\xi} e^{-q\xi i} \psi(\xi) d\xi + M_3 e^{-nt} e^{qti} \int_0^t e^{n\xi} e^{q\xi i} \psi(\xi) d\xi = \\ &= e^{-nt} M_2 \int_0^t e^{n\xi} [\cos q(t-\xi) + i \sin q(t-\xi)] \psi(\xi) d\xi \\ &\quad + e^{-nt} M_3 \int_0^t e^{n\xi} [\cos q(t-\xi) - i \sin q(t-\xi)] \psi(\xi) d\xi \end{aligned}$$

Но мы имели:

$$(62) \quad M_2 = \frac{1}{2qi} \cdot \frac{1}{(\mu-n) + qi} = -\frac{1}{2q} \cdot \frac{q + i(\mu-n)}{(\mu-n)^2 + q^2} = -\frac{1}{2q} \cdot \frac{1}{N} (\cos \varepsilon + i \sin \varepsilon)$$

причем положено:

$$(63) \quad N = \sqrt{(\mu-n)^2 + q^2}; \quad \cos \varepsilon = \frac{q}{N}; \quad \sin \varepsilon = \frac{\mu-n}{N}$$

затем

$$(64) \quad M_3 = -\frac{1}{2qi} \cdot \frac{1}{(\mu-n) - qi} = \frac{1}{2q} \cdot \frac{q - i(\mu-n)}{(\mu-n)^2 + q^2} = -\frac{1}{2q} \cdot \frac{1}{N} (\cos \varepsilon - i \sin \varepsilon)$$

Следовательно будет:

$$(65) \quad P_z(t) + P_s(t) = -\frac{1}{q} \cdot \frac{e^{-nt}}{\sqrt{(\mu - n)^2 + q^2}} \int_0^t e^{n\xi} \cos [q(t - \xi) + \varepsilon] \psi(\xi) d\xi$$

$$(66) \quad A(t) = \frac{e^{-\mu t}}{(\mu - n)^2 + q^2} X(t) \\ - \frac{1}{q} \cdot \frac{e^{-nt}}{\sqrt{(\mu - n)^2 + q^2}} [Y(t) \cos(qt + \varepsilon) + Z(t) \sin(qt + \varepsilon)]$$

причем положено

$$(67) \quad X(t) = \int_0^t e^{\mu\xi} \psi(\xi) d\xi \\ Y(t) = \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \psi(\xi) d\xi; \quad Z(t) = \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \psi(\xi) d\xi$$

Но мы видели, что если вписать аргумент  $\xi$ , то будет:

$$(68) \quad \psi(\xi) = \psi''(\xi) + F\varphi_1(\xi) - \frac{S}{B} \varphi'_1(\xi) - \frac{S-C}{B} F\varphi_2(\xi) - \frac{C}{B} \varphi'_3(\xi)$$

Таким образом вышеприведенные интегралы будут содержать под своим знаком производные  $\varphi''_1$ ,  $\varphi'_1$ ,  $\varphi'_2$ ,  $\varphi'_3$ , тогда как заданы самые функции  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ .

Если эти функции заданы аналитически, то составление их производных затруднений не представляет и интегралы  $X(t)$ ,  $Y(t)$ ,  $Z(t)$  для простых случаев маневрирования находятся в конечном виде, но при сложном маневрировании, в особенности если функции  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$ ,  $\varphi_3(t)$  заданы графически, нахождение их производных затруднительно и необходимо выражения  $X(t)$ ,  $Y(t)$ ,  $Z(t)$  преобразовать «интегрированием по частям» так, чтобы под знаком интеграла остались лишь самые функции, а не их производные. Таким образом получим:

$$(69) \quad X_{11}(t) = \int_0^t e^{\mu\xi} \varphi'_1(\xi) d\xi = e^{\mu t} \varphi_1(t) - \varphi_1(0) - \mu \int_0^t e^{\mu\xi} \varphi_1(\xi) d\xi$$

$$X_{12}(t) = \int_0^t e^{\mu\xi} \varphi''_1(\xi) d\xi = e^{\mu t} [\varphi'_1(t) - \mu \varphi_1(t)] - [\varphi'_1(0) - \mu \varphi_1(0)] \\ (70') \quad + \mu^2 \int_0^t e^{\mu\xi} \varphi_1(\xi) d\xi$$

$$Y_{11}(t) = \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi'_1(\xi) d\xi = e^{nt} \varphi_1(t) \cos qt - \varphi_1(0) \\ (70'') \quad - n \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi_1(\xi) d\xi + q \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_1(\xi) d\xi$$

$$\begin{aligned}
 Y_{12}(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi_1''(\xi) d\xi = \\
 (70''') \quad &= e^{nt} \{ [\varphi_1'(t) - n\varphi_1(t)] \cos qt + q\varphi_1(t) \sin qt - [\varphi_1'(0) - n\varphi_1(0)] \} \\
 &\quad + (n^2 - q^2) \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi_1(\xi) d\xi - 2nq \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_1(\xi) d\xi \\
 Z_{11}(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_1'(\xi) d\xi = \\
 (70^{IV}) \quad &= e^{nt} \varphi_1(t) \sin qt - n \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_1(\xi) d\xi + q \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi_1(\xi) d\xi \\
 Z_{12}(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_1''(\xi) d\xi = e^{nt} \{ [\varphi_1'(t) - n\varphi_1(t) \sin qt \\
 (70^V) \quad &\quad - q\varphi_1(t) \cos qt] + q\varphi_1(0) \} + (n^2 - q^2) \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_1(\xi) d\xi \\
 &\quad + 2nq \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi_1(\xi) d\xi
 \end{aligned}$$

Таким образом все требуемые выражения приведены к вычислению интегралов:

$$\begin{aligned}
 H_j(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi_j(\xi) d\xi; \quad G_j(t) = \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_j(\xi) d\xi \\
 (71) \quad E_j(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \varphi_j(\xi) d\xi \quad (j = 1, 2, 3)
 \end{aligned}$$

Здесь принято следующее систематическое обозначение:

$$\begin{aligned}
 (72) \quad X_{jk}(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \varphi_j^{(k)}(\xi) d\xi; \quad Y_{jk}(t) = \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \varphi_j^{(k)}(\xi) d\xi \\
 Z_{jk}(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \varphi_j^{(k)}(\xi) d\xi
 \end{aligned}$$

т. е. значок  $j$  показывает номер функции, значок  $(k)$  — порядок производной от этой функции, буквой  $X_{jk}(t)$  обозначены интегралы, под знаком которых множителем при  $\varphi_j^{(k)}(\xi)$  стоит показательная  $e^{n\xi}$ ; буквой  $Y_{jk}(t)$  обозначены интегралы, под знаком которых при  $\varphi_j^{(k)}(\xi)$  стоит множителем  $e^{n\xi} \cos q\xi$ ; буквой  $Z_{jk}(t)$  обозначены интегралы, в которых множителем при  $\varphi_j^{(k)}(\xi)$  стоит  $e^{n\xi} \sin q\xi$ .

При таком обозначении и при

$$(73) \quad \psi(\xi) = \varphi_1''(\xi) + F\varphi_1'(\xi) - \frac{S}{B}\varphi_2'(\xi) - \frac{S-C}{B}F\varphi_2(\xi) - \frac{C}{B}\varphi_3'(\xi)$$

имеем следующие формулы:

$$(74) \quad \begin{aligned} X(t) &= \int_0^t e^{\mu\xi} \psi(\xi) d\xi = X_{12} + FX_{11} - \frac{S}{B}X_{21} - \frac{S-C}{B}FE_2 - \frac{C}{B}X_{31} \\ Y(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \psi(\xi) d\xi = Y_{12} + FY_{11} - \frac{S}{B}Y_{21} - \frac{S-C}{B}FH_2 - \frac{C}{B}Y_{31} \\ Z(t) &= \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \psi(\xi) d\xi = Z_{12} + FZ_{11} - \frac{S}{B}Z_{21} - \frac{S-C}{B}FG_2 - \frac{C}{B}Z_{31} \end{aligned}$$

**§ 3.** Кроме азимутальных колебаний, определяемых углом  $\alpha$ , необходимо определить колебания, обозначенные через  $\beta$  и  $\vartheta$ ; хотя они и не могут быть непосредственно наблюдаемы (ибо успокоитель скрыт внутри гиросфера и нет шкал, по которым отсчитывались бы эти углы), но они необходимы, чтобы иметь возможность найти значения постоянных произвольных по начальным условиям и чтобы при разработке конструкции придать достаточную высоту чашкам успокоителя.

Что же касается определения значений  $\beta$  и  $\vartheta$ , то оно может быть выполнено косвенным путем при анализе записи азимутальных колебаний, как о том сказано ниже.

Итак, возьмем опять систему уравнений:

$$(75) \quad \begin{aligned} \Delta\alpha + \frac{S}{B}\beta + \frac{C}{B}\vartheta &= \varphi_1(t) \\ -\omega_1\alpha + \Delta\beta &= \varphi_2(t) \\ F\beta + (F + \Delta)\vartheta &= \varphi_3(t) \end{aligned}$$

из которой, рассматривая  $\Delta$  как алгебраическое количество, найдем:

$$(\Delta^2 + F\Delta^2 + \Omega^2\Delta + z\Omega^2F)\beta = \Delta^2\varphi_2 + F\Delta\varphi_2 + \omega_1\Delta\varphi_1 + F\omega_1\varphi_1 - \frac{C\omega_1}{B}\varphi_3$$

и, положив

$$(76) \quad \sigma(t) = \varphi_2'' + F\varphi_2' + \omega_1\varphi_1' + F\omega_1\varphi_1 - \frac{C\omega_1}{B}\varphi_3$$

подобно предыдущему получим равенство:

$$(77) \quad \beta = [P(\Delta)]^{-1}\sigma(t)$$

Совершенно так же, положив

$$(78) \quad \theta(t) = \varphi_3'' + \Omega^2\varphi_3 - F\omega_1\varphi_1 - F\varphi_2'$$

получим равенство:

$$(79) \quad \vartheta(t) = [P(\Delta)]^{-1}\theta(t)$$

Из выражений (77) и (79) видно, что, заменив в формулах (74) функцию  $\psi(\xi)$  через  $\sigma(\xi)$ , мы получим частное решение для  $\beta$ , которое обозначим через  $B(t)$ ; именно будет:

$$(80) \quad \begin{aligned} B(t) &= \frac{e^{-\mu t}}{(\mu - n)^2 + q^2} \int_0^t e^{\mu \xi} \sigma(\xi) d\xi \\ &- \frac{1}{q} \cdot \frac{e^{-nt}}{\sqrt{(\mu - n)^2 + q^2}} \cos(qt + \varepsilon) \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \sigma(\xi) d\xi \\ &- \frac{1}{q} \cdot \frac{e^{-nt}}{\sqrt{(\mu - n)^2 + q^2}} \sin(qt + \varepsilon) \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \sigma(\xi) d\xi \end{aligned}$$

причем на основании выражения (76) для  $\sigma(t)$ , именно

$$(81) \quad \sigma(\xi) = \varphi''_2(\xi) + F\varphi'_2(\xi) + \omega_1\varphi'_1(\xi) + F\omega_1\varphi_1(\xi) - \frac{C\omega_1}{B}\varphi_3(\xi)$$

при прежних обозначениях будет:

$$(82) \quad \begin{aligned} \int_0^t e^{\mu \xi} \sigma(\xi) d\xi &= X_{22} + FX_{21} + \omega_1 X_{11} + F\omega_1 E_1 - \frac{C\omega_1}{B} E_2 \\ \int_0^t e^{\mu \xi} \cos q\xi \sigma(\xi) d\xi &= Y_{22} + FY_{21} + \omega_1 Y_{11} + F\omega_1 H_1 - \frac{C\omega_1}{B} H_3 \\ \int_0^t e^{\mu \xi} \sin q\xi \sigma(\xi) d\xi &= Z_{22} + FZ_{21} + \omega_1 Z_{11} + F\omega_1 G_1 - \frac{C\omega_1}{B} G_3 \end{aligned}$$

Совершенно так же, обозначая через  $\Theta(t)$  вынужденные колебания  $\vartheta$ , т. е. уровня жидкости в успокоителе, получим:

$$(83) \quad \begin{aligned} \Theta(t) &= \frac{e^{-\mu t}}{(\mu - n)^2 + q^2} \int_0^t e^{\mu \xi} \theta(\xi) d\xi \\ &- \frac{1}{q} \cdot \frac{e^{-nt}}{\sqrt{(\mu - n)^2 + q^2}} \cos(qt + \varepsilon) \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \theta(\xi) d\xi \\ &- \frac{1}{q} \cdot \frac{e^{-nt}}{\sqrt{(\mu - n)^2 + q^2}} \sin(qt + \varepsilon) \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \theta(\xi) d\xi \end{aligned}$$

причем на основании равенства (78)

$$(84) \quad \theta(\xi) = \varphi''_3(\xi) + \Omega^2\varphi_3(\xi) - F\omega_1\varphi_1(\xi) - F\varphi'_2(\xi)$$

будет:

$$(85) \quad \begin{aligned} \int_0^t e^{\mu \xi} \theta(\xi) d\xi &= X_{32} + \Omega^2 E_3 - F\omega_1 E_1 - FX_{21} \\ \int_0^t e^{n\xi} \cos q\xi \theta(\xi) d\xi &= Y_{32} + \Omega^2 H_3 - F\omega_1 H_1 - FY_{21} \\ \int_0^t e^{n\xi} \sin q\xi \theta(\xi) d\xi &= Z_{32} + \Omega^2 G_3 - F\omega_1 G_1 - FZ_{21} \end{aligned}$$

Отсюда видно, что для вычисления  $B(t)$  и  $\Theta(t)$  служат те же формулы (70) и те же определенные интегралы, которые входят в азимутальные колебания  $A(t)$ , только в иных комбинациях, определяемых выражениями  $\sigma(\xi)$  и  $\theta(\xi)$ .

Что касается свободных колебаний, то, воспользовавшись выражениями (26), (27), (28) и формулами (57), получим после простых преобразований равенства:

$$(86) \quad \begin{aligned} u &= C_1 e^{-\mu t} + e^{-nt} (D \cos qt + E \sin qt) \\ v &= -\frac{\omega_1}{\mu} C_1 e^{-\mu t} - \frac{\omega_1 e^{-nt}}{n^2 + q^2} [(nD + qE) \cos qt - (qD - nE) \sin qt] \\ w + v &= \frac{\omega_1}{2n} C_1 e^{-\mu t} - \frac{\omega_1 e^{-nt}}{(F - n)^2 + q^2} [(nD + qE - FD) \cos qt \\ &\quad - (qD - nE + FE) \sin qt] \end{aligned}$$

Таким образом окончательно будет:

$$(87) \quad \begin{aligned} \alpha &= u + A(t) + \delta \\ \beta &= v + B(t) + \beta_r \\ \vartheta + \beta &= w + v + B(t) + \Theta(t) \end{aligned}$$

причем  $\delta$  есть так называемая «курсовая погрешность», о которой см. ниже [формула (132)].

#### § 4. Покажем теперь определение тех значений

$$(88) \quad C_0; \quad D_0; \quad E_0$$

постоянных произвольных, при которых удовлетворяются начальные условия

$$(89) \quad (u)_{t=0} = u_0; \quad (v)_{t=0} = v_0; \quad (w)_{t=0} = w_0$$

Ввиду того что

$$(90) \quad A(0) = 0; \quad B(0) = 0; \quad \Theta(0) = 0$$

мы получим требуемые уравнения, положив  $t = 0$  в уравнениях (86) именно по освобождении от знаменателей будет:

$$C_0 + D_0 + 0 = u_0 \quad (1)$$

$$(91) \quad h^2 C_0 + 0 + \mu X_0 = g_1 \quad (2)$$

$$(h^2 + \mu F) C_0 + 2nFD_0 - 2nX_0 = g_2 \quad (3)$$

причем для сокращения письма положено

$$(92) \quad \begin{aligned} n^2 + q^2 &= h^2, \quad \text{тогда} \quad (F - n)^2 + q^2 = h^2 + \mu F \\ g_1 &= -\mu h^2 \frac{v_0}{\omega_1}; \quad g_2 = 2n (h^2 + \mu F) \frac{w_0 + v_0}{\omega_1} \\ nD_0 + qE_0 &= X_0 \end{aligned}$$

Применим к решению уравнений способ множителей, именно, чтобы найти  $C_0$ , берем множители  $p_1, r_1, s_1$  так, чтобы было:

$$(93) \quad (1) \cdot p_1 + (2) \cdot r_1 + (3) \cdot s_1 = C_0 = p_1 u_0 + r_1 g_1 + s_1 g_2$$

Очевидно, что множители  $p_1, r_1, s_1$  определяются уравнениями:

$$(94) \quad \begin{aligned} p_1 + h^2 r_1 + (h^2 + \mu F) s_1 &= 1 \\ p_1 + 0 + 2nF s_1 &= 0 \\ 0 + \mu r_1 - 2n s_1 &= 0 \end{aligned}$$

откуда следует:

$$(95) \quad p_1 = -2nF s_1; \quad r_1 = \frac{2n}{\mu} s_1$$

Подставив эти значения в первое из уравнений (94) и положив

$$(96) \quad (\mu - n)^2 + q^2 = H^2$$

получим:

$$(97) \quad H^2 s_1 = \frac{\mu}{F}; \quad H^2 r_1 = \frac{2n}{F}; \quad H^2 p_1 = -2n\mu$$

следовательно будет:

$$(98) \quad H^2 C_0 = 2n\mu u_0 + \frac{1}{F} [2n g_1 + \mu g_2]$$

но

$$g_1 = -2n\mu u_0; \quad g_2 = 2n(h^2 + \mu F) \frac{\omega_0 + v_0}{\omega_1}$$

значит на основании соотношений (21), (22)

$$\frac{1}{F} (2n g_1 + \mu g_2) = \frac{2n\mu}{F} \cdot \frac{F}{\mu} (x\Omega^2 + \mu^2) = 2n(x\Omega^2 + \mu^2)$$

Таким образом будет:

$$(99) \quad H^2 C_0 = -2n\mu u_0 + 2n\mu^2 \frac{v_0}{\omega_1} + 2n(x\Omega^2 + \mu^2) \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

Из уравнения

$$C_0 + D_0 = u_0$$

после простых преобразований получаем:

$$(100) \quad H^2 D_0 = \frac{\mu^3 + x\Omega^2 F}{\mu} u_0 - 2n\mu^2 \frac{v_0}{\omega_1} - 2n(x\Omega^2 + \mu^2) \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

Затем из уравнения

$$h^2 C_0 + \mu X_0 = g_1$$

получаем:

$$(101) \quad H^2 X_0 = \frac{2n}{\mu} x\Omega^2 F u_0 - \frac{x\Omega^2 F + \mu^3}{\mu^2} x\Omega^2 F \frac{v_0}{\omega_1} - 2n x\Omega^2 F (x\Omega^2 + \mu^2) \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

Чтобы в дальнейшем иметь симметричное обозначение, положим

$$(102) \quad \begin{aligned} H^2 C_0 &= k_1 u_0 + l_1 \frac{v_0}{\omega_1} + m_1 \frac{\omega_0}{\omega_1} \\ H^2 D_0 &= k_2 u_0 + l_2 \frac{v_0}{\omega_1} + m_2 \frac{\omega_0}{\omega_1} \\ H^2 X_0 &= k_4 u_0 + l_4 \frac{v_0}{\omega_1} + m_4 \frac{\omega_0}{\omega_1} \end{aligned}$$

Тогда из равенства

$$nD_0 + qE_0 = X_0$$

положив

$$(103) \quad H^2 E_0 = k_3 u_0 + l_3 \frac{v_0}{\omega_1} + m_3 \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

получим равенства:

$$(104) \quad k_3 = k_4 - nk_2; \quad l_3 = l_4 - nl_2; \quad m_3 = m_4 - nm_2$$

Сличая формулы (99) и (102), получаем:

$$(104') \quad \begin{aligned} H^2 k_1 &= -2n\mu; \quad H^2 l_1 = 2n\mu^2; \quad H^2 m_1 = 2n(x\Omega^2 + \mu^2) \\ H^2 k_2 &= \frac{\mu^3 + x\Omega^2 F}{\mu}; \quad H^2 l_2 = -2n\mu^2; \quad H^2 m_2 = -2n(x\Omega^2 + \mu^2) \\ H^2 k_3 &= H^2(k_4 - nk_2); \quad H^2 l_3 = H^2(l_4 - nl_2); \quad H^2 m_3 = H^2(m_4 - nm_2) \\ H^2 k_4 &= \frac{2n}{\mu} x\Omega^2 F; \quad H^2 l_4 = -\frac{x\Omega^2 F}{\mu^2} (\mu^3 + x\Omega^2 F) \\ H^2 m_4 &= -\frac{2n}{\mu^2} x\Omega^2 F (x\Omega^2 + \mu^2) \end{aligned}$$

Равенство

$$(104'') \quad H^2(qD_0 - nE_0) = H^2 \left( k_5 u_0 + l_5 \frac{v_0}{\omega_1} + m_5 \frac{\omega_0}{\omega_1} \right)$$

доставляет значения:

$$(105) \quad H^2 k_5 = H^2(qk_2 - nk_3); \quad H^2 l_5 = H^2(ql_2 - nl_3); \quad H^2 m_5 = H^2(qm_2 - nm_3)$$

Затем равенства

$$(104''') \quad \begin{aligned} H^2(X_0 - FD_0) &= H^2 \left( k_6 u_0 + l_6 \frac{v_0}{\omega_1} + m_6 \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \\ H^2(qD_0 - nE_0 + FE_0) &= H^2 \left( k_7 u_0 + l_7 \frac{v_0}{\omega_1} + m_7 \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \end{aligned}$$

доставляют значения:

$$(105') \quad \begin{aligned} H^2 k_6 &= H^2(k_4 - Fk_2); \quad H^2 l_5 = (l_4 - Fl_2); \quad H^2 m_6 = H^2(m_4 - Fm_2) \\ H^2 k_7 &= H^2(k_5 + Fk_3); \quad H^2 l_7 = H^2(l_5 + Fl_3); \quad H^2 m_7 = H^2(m_4 + Fm_3) \end{aligned}$$

Для определения постоянных произвольных по начальным условиям существует еще несколько других приемов, как то: *прием Коша* при помощи интегральных вычетов (см. «О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики») и различные приемы, кото-

рые можно найти в «Динамике» Routh'a (т. II, гл. VIII). Примененный здесь прием «множителей» является наиболее простым и наглядным для системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

На основании полученных значений (105) конечные уравнения свободных колебаний напишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{e^{-\mu t}}{\omega_1} (k_1 \omega_1 u_0 + l_1 v_0 + m_1 w_0) \\
 &\quad + \frac{e^{-nt}}{\omega_1} [(k_2 \omega_1 u_0 + l_2 v_0 + m_2 w_0) \cos qt \\
 &\quad + (k_3 \omega_1 u_0 + l_3 v_0 + m_3 w_0) \sin qt] \\
 v &= -\frac{e^{\mu t}}{\mu} (k_1 \omega_1 u_0 + l_1 v_0 + m_1 w_0) \\
 &\quad - \frac{e^{-nt}}{n^2 + q^2} [(k_4 \omega_1 u_0 + l_4 v_0 + m_4 w_0) \cos qt \\
 &\quad - (k_5 \omega_1 u_0 + l_5 v_0 + m_5 w_0) \sin qt] \\
 w + v &= \frac{e^{-\mu t}}{2n} (k_1 \omega_1 u_0 + l_1 v_0 + m_1 w_0) \\
 &\quad - \frac{e^{-nt}}{(\mu + n)^2 + q^2} [(k_6 \omega_1 u_0 + l_6 v_0 + m_6 w_0) \cos qt \\
 &\quad - (k_7 \omega_1 u_0 + l_7 v_0 + m_7 w_0) \sin qt]
 \end{aligned} \tag{106}$$

Сгруппировав члены этих формул в ином порядке, получим:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{\omega_1} [k_1 \omega_1 e^{-\mu t} + e^{-nt} (k_2 \omega_1 \cos qt + k_3 \omega_1 \sin qt)] u_0 \\
 &\quad + \frac{1}{\omega_1} [l_1 e^{-\mu t} + e^{-nt} (l_2 \cos qt + l_3 \sin qt)] v_0 \\
 &\quad + \frac{1}{\omega_1} [m_1 e^{-\mu t} + e^{-nt} (m_2 \cos qt + m_3 \sin qt)] w_0 \\
 v &= - \left[ \frac{k_1}{\mu} \omega_1 e^{-\mu t} + \frac{e^{-nt}}{n^2 + q^2} (k_4 \omega_1 \cos qt - k_5 \sin qt) \right] u_0 \\
 &\quad - \left[ \frac{l_1}{\mu} e^{-\mu t} + \frac{e^{-nt}}{n^2 + q^2} (l_4 \cos qt - l_5 \sin qt) \right] v_0 \\
 &\quad - \left[ \frac{m_1}{\mu} e^{-\mu t} + \frac{e^{-nt}}{n^2 + q^2} (m_4 \cos qt - m_5 \sin qt) \right] w_0 \\
 w &= -v + \left[ \frac{k \omega_1}{2n} e^{-\mu t} - \frac{e^{-nt}}{(\mu + n)^2 + q^2} (k_6 \omega_1 \cos qt - k_7 \sin qt) \right] u_0 \\
 &\quad + \left[ \frac{l_1}{2n} e^{-\mu t} - \frac{e^{-nt}}{(\mu + n)^2 + q^2} (l_6 \cos qt - l_7 \sin qt) \right] v_0 \\
 &\quad + \left[ \frac{m_1}{2n} e^{-\mu t} - \frac{e^{-nt}}{(\mu + n)^2 + q^2} (m_6 \cos qt - m_7 \sin qt) \right] w_0
 \end{aligned} \tag{107}$$

Из этих формул ясно видно влияние каждого из начальных значений  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0$  на последующее движение гиросяфера, ясно видно погашение этого влияния, а также и связь между движениями гиросяфера и жидкости в успокоителе.

Формулы (106) и (107) представляют *свободные* колебания, к ним надо, как указано выше [формула (87)], присовокупить *вынужденные* ко-

лебания  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $\Theta(t)$ , тогда получатся полные колебания относительно положения динамического равновесия, и, прибавив к ним еще  $\beta_r$  и  $\vartheta_r$ , получим колебания оси гирокомпаса и жидкости относительно горизонта.

Из формулы (107) видно, что, имея запись величины азимутальных колебаний при каком-нибудь простом маневре и задавая ряд значений времени  $t$ , можно найти на основании этой записи углов  $\alpha$  величины  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0$ , относящиеся к любому моменту, и затем по найденным значениям вычислить величины  $\beta$  и  $\vartheta$ . Это есть косвенный путь определения углов  $\beta$  и  $\vartheta$ , непосредственным наблюдениям не доступных, — по наблюдениям азимутальных колебаний  $\alpha$ .

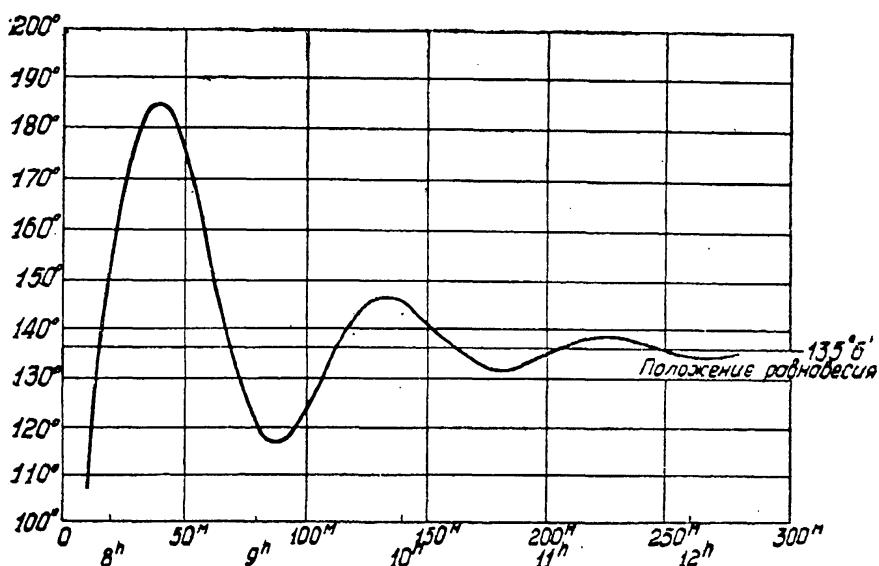
Все формулы в § 2, 3, 4 развиты, несмотря на некоторую длинноту выкладок, на буквах в общем виде, так что, пользуясь ими, можно разобрать влияние на гирокомпас любого маневрирования корабля.

Наконец на основании этих формул по записи азимутальных колебаний  $\alpha$  или, что то же,  $u$ , автоматически доставляемой курсографом, когда компас установлен на неподвижном фундаменте на берегу, можно найти все параметры гиросферы, поступая так, как это показано в следующем параграфе.

**§ 5.** Итак положим, что для величины  $u$

$$(108) \quad u = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t}$$

получена запись курсографа. Эта запись имеет показанный на фиг. 1 вид извилистой кривой, приближающейся асимптотически к оси времен  $t$ ;



Фиг. 1.

требуется по этой записи найти величины  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  корней характеристического уравнения и частные значения постоянных произвольных  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , входящих в формулу (108).

Полное аналитическое решение этого вопроса изложено в моих «Лекциях о приближенных вычислениях» (изд. 3, § 64). Для ясности 10 А. Н. Крылов.

и простоты справок это решение приводится здесь в несколько измененном и дополненном виде.

На полученной записи берется участок, охватывающий приблизительно три полных периода свободных колебаний гироферы, т. е. около  $4-4\frac{1}{2}$  часов.

От начального момента  $t_0$ , принимаемого за нуль отсчетов времени, откладывают по оси времен равнотстоящие абсциссы

$$(109) \quad 0, \tau, 2\tau, 3\tau, \dots k\tau$$

взяв промежуток  $\tau$  равным 5—6 мин., помечают на оси абсцисс соответствующие этим значениям точки и снимают принадлежащие им ординаты

$$(110) \quad \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots \alpha_k$$

скажем, просто в миллиметрах, вводя масштаб в окончательный результат.

Положив

$$(111) \quad e^{\lambda_1 \tau} = z_1; \quad e^{\lambda_2 \tau} = z_2; \quad e^{\lambda_3 \tau} = z_3$$

получим следующую систему уравнений:

$$(112) \quad \begin{aligned} \alpha_0 &= C_1 + C_2 + C_3 & (0) \\ \alpha_1 &= C_1 z_1 + C_2 z_2 + C_3 z_3 & (1) \\ \alpha_2 &= C_1 z_1^2 + C_2 z_2^2 + C_3 z_3^2 & (2) \\ \alpha_3 &= C_1 z_1^3 + C_2 z_2^3 + C_3 z_3^3 & (3) \\ \alpha_4 &= C_1 z_1^4 + C_2 z_2^4 + C_3 z_3^4 & (4) \\ &\vdots & \vdots \\ \alpha_k &= C_1 z_1^k + C_2 z_2^k + C_3 z_3^k & (k) \end{aligned}$$

в которой величины

$$(110) \quad \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots \alpha_k$$

будут известны, неизвестными же являются

$$(113) \quad C_1, C_2, C_3, z_1, z_2, z_3$$

Чтобы решить эти уравнения, положим, что  $z_1, z_2, z_3$  суть корни уравнения

$$(114) \quad z^3 + B_1 z^2 + B_2 z + B_3 = 0$$

коэффициенты которого  $B_1, B_2, B_3$  — пока не известные числа; чтобы их определить, подразделяем уравнения (112) на группы по четыре последовательных уравнения в каждой группе, составляя эти группы следующим образом: берем уравнения (0), (1), (2) и (3), умножаем их соответственно на  $B_3, B_2, B_1, 1$  и складываем. Тогда получится:

$$\begin{aligned} B_3 \alpha_0 + B_2 \alpha_1 + B_1 \alpha_2 + \alpha_3 &= C_1 (B_3 + B_2 z_1 + B_1 z_1^2 + z_1^3) \\ &\quad + C_2 (B_3 + B_2 z_2 + B_1 z_2^2 + z_2^3) \\ &\quad + C_3 (B_3 + B_2 z_3 + B_1 z_3^2 + z_3^3) \end{aligned}$$

и так как, по предположению,  $z_1, z_2, z_3$  суть корни уравнения (114), то будет тождественно:

$$\begin{aligned} B_3 + B_2 z_1 + B_1 z_1^2 + z_1^3 &\equiv 0 \\ B_3 + B_2 z_2 + B_1 z_2^2 + z_2^3 &\equiv 0 \\ B_3 + B_2 z_3 + B_1 z_3^2 + z_3^3 &\equiv 0 \end{aligned}$$

и от первой группы получится равенство:

$$(115') \quad B_3 \alpha_0 + B_2 \alpha_1 + B_1 \alpha_2 + \alpha_3 = 0$$

Это есть первое уравнение той системы, которая послужит для определения чисел  $B_1, B_2, B_3$ .

Совершенно так же, начав с уравнения (1) и поступая по предыдущему, получим:

$$\begin{aligned} B_3 \alpha_1 + B_2 \alpha_2 + B_1 \alpha_3 + \alpha_4 &= C_1 z_1 (B_3 + B_2 z_1 + B_1 z_1^2 + z_1^3) \\ &\quad + C_2 z_2 (B_3 + B_2 z_2 + B_1 z_2^2 + z_2^3) \\ &\quad + C_3 z_3 (B_3 + B_2 z_3 + B_1 z_3^2 + z_3^3) \end{aligned}$$

Отсюда следует уравнение:

$$(115'') \quad B_3 \alpha_1 + B_2 \alpha_2 + B_1 \alpha_3 + \alpha_4 = 0$$

Начав с уравнения (2), совершенно так же получим:

$$(115''') \quad B_3 \alpha_2 + B_2 \alpha_3 + B_1 \alpha_4 + \alpha_5 = 0$$

Таким образом составится система уравнений (115), служащая для определения неизвестных  $B_1, B_2, B_3$ , а именно:

$$\begin{aligned} (115) \quad B_3 \alpha_0 + B_2 \alpha_1 + B_1 \alpha_2 + \alpha_3 &= 0 \\ B_3 \alpha_1 + B_2 \alpha_2 + B_1 \alpha_3 + \alpha_4 &= 0 \\ B_3 \alpha_2 + B_2 \alpha_3 + B_1 \alpha_4 + \alpha_5 &= 0 \\ \dots & \\ B_3 \alpha_{k-3} + B_2 \alpha_{k-2} + B_1 \alpha_{k-1} + \alpha_k &= 0 \end{aligned}$$

Эту систему, в которой  $B_3, B_2, B_1$  суть неизвестные, решаем по методе наименьших квадратов, после чего составляем уравнение:

$$(114) \quad z^3 + B_1 z^2 + B_2 z + B_3 = 0$$

и вычисляем его корни:

$$(116) \quad z_1, z_2, z_3$$

Если бы почему-либо потребовалось (для нашей цели—определения элементов гироферы—этого не надо, но для определения величин  $\beta$  и  $\delta$ —необходимо) вычислить величины  $C_1, C_2, C_3$  по значениям (116), то надо подставить величины  $z_1, z_2, z_3$  в уравнения системы (112), в которой тогда останутся неизвестные  $C_1, C_2, C_3$ , и определить эти неизвестные.

ные по методе наименьших квадратов. Но, повторяем, для нашей цели— определения элементов гиросяфры— нет надобности вычислять  $C_1, C_2, C_3$ .

В самом деле, после того как корни  $z_1, z_2, z_3$  вычислены, имеем равенства:

$$(117) \quad e^{\lambda_1 \tau} = z_1; \quad e^{\lambda_2 \tau} = z_2; \quad e^{\lambda_3 \tau} = z_3$$

причем  $\tau$ — известная и притом положительная величина; эти равенства и послужат во всех случаях для определения неизвестных  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ .

В гироскопической практике один из корней  $\lambda_1 = -\mu$  вещественный и отрицательный, значит одна из величин  $z_1, z_2, z_3$  будет вещественная, положительная и меньше 1; эту величину и примем за  $z_1$ . Пусть будет:

$$z_1 = \frac{1}{a}, \text{ где } a > 1$$

тогда  $\lambda_1 \tau = -\log_e a = -2.3026 \log_{10} a$ , следовательно

$$(118) \quad \lambda_1 = -2.3026 \frac{1}{\tau} \log_{10} a$$

Другие два корня  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$ —комплексные сопряженные. Пусть будет:

$$\lambda_2 = -n + qi; \quad \lambda_3 = -n - qi$$

соответствующие значения  $z_2$  и  $z_3$  будут:

$$\begin{aligned} z_2 &= e^{-n\tau} e^{-q\tau i} = e^{-n\tau} (\cos q\tau + i \sin q\tau) = c + id \\ z_3 &= e^{-n\tau} e^{-q\tau i} = e^{-n\tau} (\cos q\tau - i \sin q\tau) = c - id \end{aligned}$$

Отсюда следует:

$$e^{-n\tau} = \sqrt{c^2 + d^2} = \rho$$

значит

$$-n\tau = \log_e \rho = 2.3026 \log_{10} \rho$$

$$(119) \quad n = -2.3026 \frac{1}{\tau} \log_{10} \rho$$

Затем имеем:

$$\rho \cos q\tau = c; \quad \rho \sin q\tau = d$$

следовательно

$$(120) \quad \cos q\tau = \frac{c}{\rho}; \quad \sin q\tau = \frac{d}{\rho}; \quad |\operatorname{tg} q\tau| = \left| \frac{c}{d} \right|$$

Из равенства  $|\operatorname{tg} q\tau| = \left| \frac{c}{d} \right|$  найдем значение  $q\tau$  в первой четверти, знаки же  $c$  и  $d$  покажут ту четверть, в которой  $q\tau$  лежит. Определив угол  $q\tau$ , находим и величину  $q$ , т. е. значения  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  корней характеристического уравнения:

$$\lambda^3 + F\lambda^2 + \frac{S\omega_1}{B}\lambda + \frac{F}{B}(S-C)\omega_1 = 0$$

Так как значения корней  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  нам теперь известны, а именно:

$$\lambda_1 = -\mu; \quad \lambda_2 = -n + qi; \quad \lambda_3 = -n - qi$$

то по соотношениям (22) между корнями и коэффициентами уравнения имеем:

$$(121) \quad F = \mu + 2n; \quad n^2 + q^2 + 2n\mu = \frac{S\omega_1}{B} = \Omega^2$$

$$(122) \quad \frac{F}{B} (S - C) \omega_1 = \chi \Omega^2 F$$

Из этих соотношений следует:

$$(123) \quad \frac{F}{B} (S - C) \omega_1 \cdot \frac{1}{F} \frac{B\omega_1}{S\omega_1} = 1 - \frac{C}{S}, \text{ отсюда } C;$$

$$\mu (n^2 + q^2) = \chi \Omega^2 F, \text{ отсюда } \chi.$$

Величина статического момента  $S = mga$  находится опытом наклона гироферы в ртутной ванне.

Зная  $q$ , имеем период:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{B}{S\omega_1}} = \frac{2\pi}{\Omega}$$

отсюда найдется  $B$ . Кроме того прокачкою может быть определен момент инерции каждого гироскопа в отдельности. Помощью стробоскопа может быть определена угловая скорость вращения роторов, значит и их кинетический момент  $B$ ; таким образом получается хороший контроль.

## ГЛАВА II

### Гирокомпас на корабле, находящемся на ходу

**§ 6.** Гирокомпасу, установленному на корабле, находящемся на ходу, присущи две погрешности: а) курсовая погрешность, или курсовая девиация, б) баллистическая погрешность, или баллистическая девиация, к рассмотрению которых и перейдем.

Курсовая девиация зависит от скорости хода корабля, его курса и широты места; она происходит вследствие кривизны земной поверхности, имея характер полукруговой девиации магнитного компаса.

В самом деле, положим, что корабль в северном полушарии идет по истинному курсу  $\gamma$  со скоростью  $V$  узлов и что в рассматриваемый момент его географическая широта есть  $\varphi$  и долгота  $\lambda$ .

Скорости хода  $V$  и курсу  $\gamma$  соответствует быстрота изменения широты

$$(124) \quad \frac{d\varphi}{dt} = \varphi' = \frac{V \cos \gamma}{R} \cdot \frac{1850}{3600} = \frac{c \cos \gamma}{6370300} = \frac{c \cos \gamma}{R}$$

и долготы

$$(125) \quad \frac{d\lambda}{dt} = \lambda' = \frac{V \sin \gamma}{R \cos \varphi} \cdot \frac{1850}{3600} = \frac{c \sin \gamma}{6370300 \cos \varphi} = \frac{c \sin \gamma}{R \cos \varphi}$$

где множитель  $\frac{1850}{3600}$  служит для перевода скорости  $V$ , выраженной в узлах, в скорость  $c$ , выраженную в метрах в секунду,  $R = 6370300$  есть радиус Земли в метрах. Земля принимается за шар.

Ясно, что вышеприведенные выражения представляют угловые скорости изменения широты и долготы, выраженные в числовой (а не градусной) мере, т. е. размерность этих величин есть  $\frac{1}{\text{сек.}}$ .

Необходимо условиться о счете углов и знаках угловых скоростей  $\varphi'$  и  $\lambda'$ . Северную широту будем считать положительной, южную — отрицательной; соответственно этому  $\varphi' > 0$ , когда корабль идет к северу, и  $\varphi' < 0$ , когда корабль идет к югу.

Соответственно счету углов, приняв за начальный меридиан, напр., Гринич, будем считать долготу от 0 до  $2\pi$  (от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ ) всегда положительной к западу от Гринича, т. е. по часовой стрелке; поэтому когда корабль идет на запад, то будет  $\lambda' > 0$ , а когда на восток, то  $\lambda' < 0$ .

При представлении угловых скоростей векторами надо считаться с этими условиями относительно знаков и направлений векторов, именно: когда  $\varphi' > 0$ , то вектор, представляющий эту угловую скорость, откладывается перпендикулярно меридиану к  $Ost'y$ ; когда  $\lambda' > 0$ , то вектор, эту угловую скорость представляющий, откладывается по оси мира к северному полюсу, и наоборот, — к южному полюсу, когда  $\lambda' < 0$  (поэтому угловая скорость  $\omega$  вращения Земли будет представляться вектором, откладываемым по оси мира к южному полюсу).

Вообразим координатные оси  $O\xi\eta\zeta$ , неизменно связанные с Землей, начало коих  $O$  в рассматриваемый момент совпадает с центром гирокомпаса, ось  $O\zeta$  направлена вертикально вверх (к зениту), ось  $O\xi$  — горизонтально в плоскости меридиана к  $Nord'y$ , ось  $O\eta$  — горизонтально в плоскости первого вертикала к  $Ost'y$ ; тогда имеем следующие слагающие угловых скоростей (векторов, их изображающих), которыми увлекается гиросфера:

во-первых, угловой скорости Земли  $\omega$

$$(126) \quad \begin{aligned} \text{по оси } O\xi \quad & \omega \cos(\xi\omega) = \omega \cos(\pi - \varphi) = \omega_1 = -\omega \cos \varphi \\ \gg \quad \gg \quad O\eta \quad & \omega \cos(\eta\omega) = \omega \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ \gg \quad \gg \quad O\zeta \quad & \omega \cos(\zeta\omega) = \omega \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \omega_2 = -\omega \sin \varphi \end{aligned}$$

во-вторых, угловой скорости  $\varphi'$  изменения широты

$$(127) \quad \begin{aligned} \text{по оси } O\xi \quad & \varphi' \cos(\xi\varphi') = \varphi' \cos\frac{\pi}{2} = 0 \\ \gg \quad \gg \quad O\eta \quad & \varphi' \cos(\eta\varphi') = \varphi' \cos(0) = \varphi' \\ \gg \quad \gg \quad O\zeta \quad & \varphi' \cos(\zeta\varphi') = \varphi' \cos\frac{\pi}{2} = 0 \end{aligned}$$

в-третьих, угловой скорости  $\lambda'$  изменения долготы

$$(128) \quad \begin{aligned} \text{по оси } O\xi \quad \lambda' \cos (\overset{\wedge}{\xi x'}) &= \lambda' \cos \varphi \\ \Rightarrow \quad \text{»} \quad O\eta \quad \lambda' \cos \left( \frac{\pi}{2} \right) &= 0 \\ \Rightarrow \quad \text{»} \quad O\zeta \quad \lambda' \cos (\overset{\wedge}{\zeta \lambda'}) &= \lambda' \sin \varphi \end{aligned}$$

Силу тяжести, если пренебречь ничтожно малым поворотным (кориолисовым) ускорением, можно считать направленной по оси  $O\zeta$  вертикально вниз; следовательно когда корабль имеет равномерный ход, то гирокомпасный компас переносится в пространстве не с угловой скоростью Земли, а с угловой скоростью  $Q$ , слагающие которой суть:

$$(129) \quad \begin{aligned} \text{по оси } O\xi \quad Q_1 &= Q \cos (Q, \xi) = -(\omega - \lambda') \cos \varphi \\ \text{»} \quad \text{»} \quad O\eta \quad Q_2 &= Q \cos (Q, \eta) = \varphi' \\ \text{»} \quad \text{»} \quad O\zeta \quad Q_3 &= Q \cos (Q, \zeta) = -(\omega - \lambda') \sin \varphi \end{aligned}$$

Следовательно при постоянном ходе корабля положением равновесия гироферы будет служить не плоскость географического меридиана, проходящая через отвесную линию  $O\zeta$  и направление вектора, изображающего угловую скорость вращения Земли  $\omega$ , иначе ось мира, а плоскость, проведенная через отвесную линию  $O\zeta$  и через вектор, представляющий угловую скорость  $Q$ . Очевидно, что эта вертикальная плоскость составляет с меридианом места угол  $\delta$ , определяемый равенством:

$$\lg \delta = \frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{\varphi'}{(\omega - \lambda') \cos \varphi} = -\frac{c \cos \gamma}{R} \cdot \frac{1}{\omega \cos \varphi - \frac{c \sin \gamma}{R}}$$

или, иначе,

$$(130) \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 - \frac{c \sin \gamma}{R\omega \cos \varphi}}$$

П р и м е ч а н и е. При выводе этой формулы предположено, что долгота считается положительной к West'у; если долготу считать положительной к Ost'у, то при  $\lambda'$  надо переменить знак и тогда будет:

$$(130') \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{c \sin \gamma}{R\omega \cos \varphi}}$$

Здесь  $c$  есть скорость корабля, выраженная в метрах в секунду, и  $R = 6\ 370\ 300$  м.

Формула (130) принимает более простой вид, если выразить скорость хода корабля  $V$  в узлах и величины  $\varphi'$  и  $\lambda'$  в минутах дуги в секунду, помня, что узел есть скорость в одну морскую милю в час, т. е. в одну минуту дуги меридиана в час. Тогда будет:

$$(131) \quad \begin{aligned} \frac{\varphi'}{\omega} &= \frac{2\pi}{360} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{V \cos \gamma}{3600} \cdot \frac{24 \cdot 3600}{2\pi} = \frac{1}{900} V \cos \gamma \\ \frac{\lambda'}{\omega} &= \frac{2\pi}{360} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{V \sin \gamma}{3600} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{24 \cdot 3600}{2\pi} = \frac{1}{900} V \frac{\sin \gamma}{\cos \varphi} \end{aligned}$$

Таким образом

$$(132) \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{1}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{900} V \sin \gamma \cdot \sec \varphi}$$

считая долготу от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  к West'у.

Скорость хода морских судов в настоящее время не превышает 45 узлов, поэтому

$$(133) \quad \frac{V}{900} \leq \frac{1}{20}$$

значит можно приближенно написать:

$$(134) \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{1}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

или даже по малости угла  $\delta$ , вне близполярных широт:

$$(135) \quad \delta^\circ = -\frac{57.3}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi} \approx -\frac{1}{15} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

Отсюда видно, что в нашей широте ( $\varphi = 60^\circ$ ) при ходе 45 узлов курсовая девиация при  $\gamma = 0$  (курс N) составит кругло:

$$\delta = -6^\circ$$

Для весьма быстроходного, 75-узлового моторного катера курсовая девиация составила бы при курсе  $\gamma = 0$ :

$$\delta^\circ = -10^\circ$$

и для самолета со скоростью 300 узлов (550 км в час) было бы:

$$\delta^\circ = -\operatorname{arctg} \left( \frac{2}{3} \right) = -33^\circ$$

Ниже будет подробно рассмотрено, какова точность приближенных формул (134) и (135).

Гирокомпасы как Анишутца, так и Сперри снабжаются особым счетным прибором, автоматически исправляющим курсовую девиацию на курсографе, не воздействуя при этом на гиросферу.

**§ 7. Баллистическая девиация, или баллистическая погрешность,** происходит от изменения курса или скорости хода корабля или того и другого вместе.

Наиболее часто встречающийся случай — тот, когда корабль описывает циркуляцию *полную*, т. е., описав полный круг, ложится на первоначальный курс, или *неполную*, когда корабль, описав полукруг, ложится на обратный курс или вообще, описав дугу круга, изменяет свой курс на какой-либо угол.

С рассмотрения этого простейшего случая, т. е. движения по круговой циркуляции, мы и начнем.

Итак примем, что на корабле, идущем прямым курсом, руль, как говорят, «положен на борт» (т. е. крайнее свое положение, обыкновенно около  $35^\circ$ ) или вообще отклонен от своего прямого положения на какой-нибудь угол. Тогда корабль начнет описывать так называемую циркуляцию, которая, после того как корабль отклонится от прямого курса примерно на  $45^\circ$ , весьма близка к кругу, т. е. центр тяжести корабля движется с постоянной по величине скоростью по некоторому кругу, радиус которого называется радиусом циркуляции.

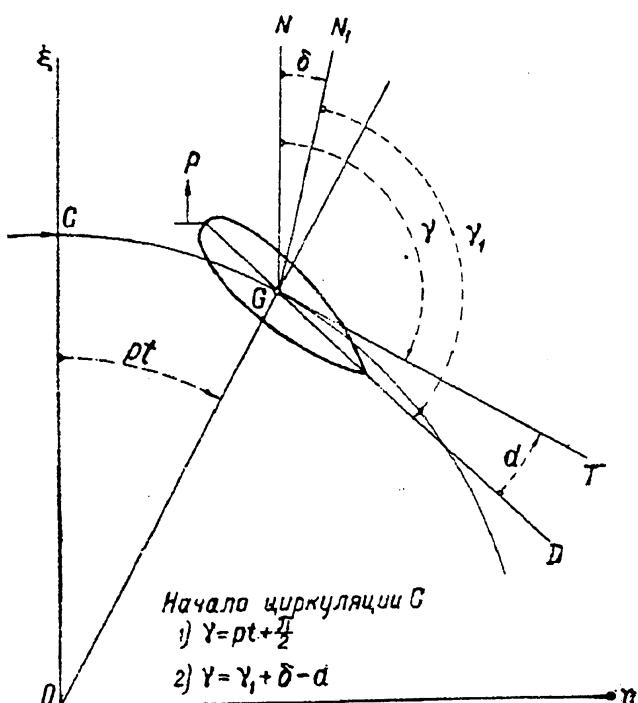
Гирокомпас, который мы предположим установленным так, что центр тяжести гироферы совпадает с центром тяжести корабля, увлекается в это переносное движение и движется с постоянным по величине ускорением, направленным к центру указанного круга; главной причиной этого ускорения помимо давления воды на руль является так называемый угол дрейфа корабля на циркуляции.

Пусть в рассматриваемый момент центр тяжести корабля находится в точке  $G$  (фиг. 2) и скорость этой точки направлена по касательной  $GT$  к кругу циркуляции; под действием давления  $P$  на руль диаметральная плоскость корабля не совпадает с направлением касательной  $GT$ , а носовая ее часть  $GD$  уклонена от касательной внутрь круга на угол  $d$ , который и называется углом дрейфа.

Пусть  $GN$  есть направление географического меридиана места, тогда угол  $NGT = \gamma$  есть истинный курс корабля, т. е. то направление, по которому в данный момент центр тяжести корабля  $G$  перемещается, иными словами, «корабль идет»; угол  $NGD$  есть направление диаметральной плоскости, т. е. показание компаса, если бы у него никакой погрешности не было, а если у компаса есть погрешность  $NGN_1 = \delta$ , то показание его (мгновенный компасный курс) будет:

$$(136) \quad \gamma_1 = \gamma - \delta + d, \quad \text{т. е. } \gamma = \gamma_1 + \delta - d$$

Если в этой формуле все углы считать от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  по часовой стрелке, как считаются курсы, то все углы в формуле (136) будут положительные [на самом деле угол  $\delta$  при  $\gamma < 90^\circ$ , как на нашем чертеже, будет отри-



Фиг. 2.

(Истинный курс  $NGT = \gamma$ . Компасный курс  $NGD = \gamma_1$ . Угол дрейфа  $TGD = d$ . Угол поворота  $COG = pt$ .)

щательный, но он показан положительным, чтобы формула (136) была общей]. Но углы  $\delta$  и  $d$  малые, и такой их счет от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  неудобен. Поэтому принято эти углы считать так: угол  $\delta$  считается от истинного меридиана вправо, т. е. к Ost'y, со знаком + и к West'у со знаком —; угол дрейфа  $DGT$  считается от диаметральной плоскости  $GD$  до направления касательной  $GT$ , причем этому углу приписывается знак +, если касательная лежит вправо от диаметральной плоскости, и знак —, если касательная лежит влево от диаметральной плоскости, как напр., это имеет место на фиг. 2.

При дрейфе формулу курсовой девиации надо писать попрежнему:

$$(137) \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{1}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{900} \cdot \frac{V \sin \gamma}{\cos \varphi}}$$

и за угол  $\gamma$  принимать *истинный курс корабля*, т. е. направление его скорости, а не угол  $\gamma_1$ , по которому направлена диаметральная плоскость.

Формулу (136)  $\gamma = \gamma_1 + \delta - d$  надо разуметь алгебраически, соответственно указанному выше правилу знаков при счете входящих в эту формулу углов; кроме того надо учитывать течение, которым изменяется как скорость  $V$ , так и угол  $\gamma^1$ . Мы будем предполагать, что такая поправка сделана. В руководствах по гирокопии на необходимость этой поправки на течение обыкновенно не обращают внимания, между тем для судов грузовых со скоростью 10—12 узлов она весьма существенна и для угла  $\gamma$  может составить  $\pm 40^\circ$ , вызывая и соответствующую ошибку в курсовой девиации  $\delta$ .

Здесь необходимо обратить внимание на то, что при обычном способе наблюдений, т. е. по створу, пеленгу отдаленного предмета, азимуту Солнца, можно получить из наблюдений углы

$$(138) \quad N_1 GD = \gamma_1 + \delta \quad \text{и} \quad NGD = \gamma$$

откуда найдется  $\delta$ ; угол же дрейфа  $d$  остается неопределенным (наблюдение по лаглинию на циркуляции или невозможно или слишком неточно).

Практически возможный прием — это определять всю циркуляцию по способу «трех компасов», но этот способ малоупотребителен

<sup>1</sup> Примечание. Пусть скорость течения есть  $c_1$  и его направление —  $s_1$ , тогда к скорости  $c$  и углу  $\gamma$  надо присовокупить поправки, приближенные выражения которых суть

$$\Delta c = c_1 \cos(s_1 - \gamma) \quad \text{и} \quad \Delta \gamma = \operatorname{arctg} \left( \frac{c_1 \sin(s_1 - \gamma)}{c + \Delta c} \right)$$

Необходимо заметить, что у южной оконечности Флориды скорость Гольфстрима достигает 5 узлов. Особенno опасны переменные приливные течения Английского канала и Немецкого моря, которые изменяются в пределах от 5 до 6 узлов то в одну, то в противоположную сторону, напр. близ Портланда.

по его сложности, и кажется, что кроме меня, когда я заведывал Опытовым бассейном (1900—1908 гг.), мало кто его применял.

Для современных длинных быстроходных судов угол дрейфа вообще невелик,  $3^\circ$ — $6^\circ$ , поэтому обычно полагают

$$(139) \quad \gamma = \gamma_1 + \delta$$

или просто  $\gamma = \gamma_1$ , считая, что на циркуляции курсовая девиация компенсируется баллистической, как о том будет сказано ниже.

После этих предварительных объяснений положим, что движение корабля установилось, так что его центр тяжести движется равномерно по кругу. Это будет простейший случай, с рассмотрения которого и начнем.

Возьмем начало неизменно связанных с Землею координат в центре  $O$  циркуляции, ось  $O\xi$  направим по географическому меридиану к Nord'у, ось  $O\eta$ —по первому вертикалу горизонтально к Ost'у и будем считать время с того момента, когда корабль пересек меридиан места и его курс был Ost; тогда, пренебрегая движением осей координат вместе с Землею, будем иметь следующие уравнения движения центра тяжести корабля:

$$(140) \quad \xi = a \cos pt; \quad \eta = a \sin pt$$

где  $a$  есть радиус циркуляции и  $p = \frac{2\pi}{\tau}$ , причем  $\tau$  есть период обращения центра тяжести корабля по циркуляции, иначе, время описания полной циркуляции, составляющее для больших судов около 300 секунд.

Уравнения движения гироферы, освобожденные от члена  $\omega_2$ , т. е. отнесенные к положению ее динамического равновесия, приведены в § 1 и суть:

$$(141) \quad \begin{aligned} \alpha' - \frac{S}{B} \beta + \frac{C}{B} \vartheta - \frac{S}{B} \chi_N &= 0 \\ \beta' - \omega_1 \alpha - \frac{V_N}{R} &= 0 \\ \vartheta' + F\beta + F\vartheta - F\chi_N &= 0 \end{aligned}$$

При этих обозначениях будет:

$$(142) \quad \begin{aligned} \chi_N &= -\frac{\xi''}{g} = \frac{ap^2}{g} \cos pt \\ \frac{1}{R} V_N &= -\frac{ap}{R} \sin pt \end{aligned}$$

так что возмущающие силы  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$ ,  $\varphi_3(t)$  будут:

$$(143) \quad \begin{aligned} \varphi_1(t) &= \frac{S}{B} \cdot \frac{ap^2}{g} \cos pt = \frac{S}{B} \gamma_N \\ \varphi_2(t) &= -\frac{ap}{R} \sin pt = \frac{V_N}{R} \\ \varphi_3(t) &= F \frac{ap^2}{g} \cos pt = F \chi_N \end{aligned}$$

Имея эти выражения, можно на основании § 2 составить конечные уравнения движения гиросфера и жидкости в успокоителе, но ввиду простоты выражений (143) применим не общие формулы, а частные приемы.

Из формулы (36), по подстановке и упрощении, следует:

$$(144) \quad \psi(t) = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \left( \frac{g}{R} - p^2 \right) \frac{ap}{g} [p \cos pt + \alpha F \sin pt] = Q [p \cos pt + \alpha F \sin pt]$$

причем временно положено

$$(145) \quad Q = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \left( \frac{g}{R} - p^2 \right) \frac{ap}{g} \approx - \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap^3}{g}$$

ибо  $\frac{g}{R}$  весьма мало по сравнению с  $p^2$ , именно:

$$\frac{g}{R} < \frac{1}{200} p^2$$

Таким образом уравнение, которым определяются азимутальные колебания  $\alpha$  при движении корабля на циркуляции:

$$(146) \quad \alpha''' + F\alpha'' + \Omega^2\alpha' + \alpha\Omega^2 F\alpha = \psi(t) = Q (p \cos pt + \alpha F \sin pt)$$

На основании формулы (66) частное решение этого уравнения, представляющее *вынужденные* азимутальные колебания, есть:

$$(147) \quad \begin{aligned} A_1(t) = & \frac{e^{-\mu t}}{(\mu - n)^2 + q^2} \int_0^t e^{\mu \xi} \psi(\xi) d\xi \\ & - \frac{1}{q} \frac{e^{-nt}}{\sqrt{(\mu - n)^2 + q^2}} \int_0^t e^{n\xi} \cos [q(t - \xi) + \varepsilon] \psi(\xi) d\xi \end{aligned}$$

причем, очевидно,

$$A_1(0) = 0$$

и значит величина (147) может быть приложена к решению  $u$ , даваемому уравнением (107), не изменяя в этом последнем значения постоянных.

Нетрудно видеть, что если сначала не требовать, чтобы было соблюдено условие  $A(0) = 0$ , то легко найти частное решение вида:

$$(148) \quad A(t) = X_1 \cos pt + Y_1 \sin pt$$

где  $X_1$  и  $Y_1$  суть неопределенные коэффициенты, которые находятся из условия, чтобы величина (148) удовлетворяла уравнению (146). Поступая по обычной методе, получаем для определения  $X_1$  и  $Y_1$  уравнения:

$$(149) \quad (\alpha\Omega^2 F - \mu^2 F) X_1 + (\Omega^2 p - p^3) Y_1 = Qp$$

$$(150) \quad -(\Omega^2 p - p^3) X_1 + (\alpha\Omega^2 F - p^2 F) Y_1 = Q\alpha F$$

Отсюда следует:

$$(151) \quad X_1 = \frac{-F p^3 (1 - \kappa)}{F^2 (\kappa \Omega^2 - p^2)^2 + p^2 (\Omega^2 - p^2)^2} Q$$

$$(152) \quad Y_1 = \frac{p^2 (\Omega^2 - p^2) + \kappa F^2 (\kappa \Omega^2 - p^2)}{F^2 (\kappa \Omega^2 - p^2)^2 + p^2 (\Omega^2 - p^2)^2} Q$$

и величина

$$(153) \quad A(t) = X_1 \cos pt + Y_1 \sin pt$$

будет найдена.

Выражения  $X_1$  и  $Y_1$  могут быть упрощены, ибо на практике

$$(154) \quad \Omega^2 < \frac{1}{200} p^2; \quad \kappa \approx \frac{1}{3}$$

поэтому приближенно будет:

$$\Omega^2 - p^2 \approx -p^2; \quad \kappa \Omega^2 - p^2 \approx -p^2; \quad Q \approx -\frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap^3}{g}$$

следовательно

$$(155) \quad X_1 \approx -\frac{F(1-\kappa)}{p(p^2+F^2)} Q; \quad Y_1 = -\frac{p^2+\kappa F^2}{p^2(p^2+F^2)} Q$$

Совершенно подобным же образом найдем для нашего частного случая величины  $B(t)$  и  $\Theta(t)$ , стоит только составить на основании формул (143) выражения  $\sigma(t)$  и  $\theta(t)$  по формулам (76) и (78), именно:

$$(76) \quad \sigma(t) = \varphi''_2 + F\varphi'_2 + \omega_1\varphi'_1 + F\omega_1\varphi_1 - \frac{C\omega_1}{B} \varphi_3$$

$$(78) \quad \theta(t) = \varphi''_3 + \Omega^2\varphi_3 - F\varphi'_2 - F\omega_1\varphi_1$$

Тогда получим:

$$(156) \quad \begin{aligned} \sigma(t) &= \frac{ap^2}{g} F \left( \frac{g}{R} + \kappa \Omega^2 \right) \cos pt + \frac{ap^3}{g} \left( \Omega^2 - \frac{g}{R} \right) \sin pt \\ \theta(t) &= \frac{ap^2}{g} F \left[ \Omega^2 - \frac{g}{R} - \left( p^2 + \frac{g}{R} \right) \right] \cos pt = \frac{ap^2}{g} F (\Omega^2 - p^2) \cos pt \end{aligned}$$

Полагая затем

$$(157) \quad \begin{aligned} B(t) &= X_2 \cos pt + Y_2 \sin pt \\ \Theta(t) &= X_3 \cos pt + Y_3 \sin pt \end{aligned}$$

получим для определения  $X_2$  и  $Y_2$ ,  $X_3$  и  $Y_3$  две системы уравнений, левые части которых будут отличаться от уравнения (151) только тем, что вместо значка 1 будут стоять соответственно значки 2 и 3, т. е. будет:

$$(158) \quad \begin{aligned} F(\kappa \Omega^2 - p^2) X_2 + p(\Omega^2 - p^2) Y_2 &= \frac{ap^3}{g} F \left( \frac{g}{R} + \kappa \Omega^2 \right) \\ - p^2 (\Omega^2 - p^2) X_2 + F(\kappa \Omega^2 - p^2) X_2 &= \frac{ap^3}{g} \left( \Omega^2 - \frac{g}{R} \right) \end{aligned}$$

$$(159) \quad \begin{aligned} F(\kappa \Omega^2 - p^2) X_3 + p(\Omega^2 - p^2) Y_3 &= \frac{ap^2}{g} F (\Omega^2 - p^2) \\ - p(\Omega^2 - p^2) X_3 + F(\kappa \Omega^2 - p^2) Y_3 &= 0 \end{aligned}$$

Отсюда следует:

$$(160) \quad X_2 = \frac{F^2 (\chi \Omega^2 - p^2) \left( \frac{g}{R} + \chi \Omega^2 \right) - p^2 (\Omega^2 - p^2) \left( \Omega^2 - \frac{g}{R} \right)}{F^2 (\chi \Omega^2 - p^2)^2 + p^2 (\Omega^2 - p^2)^2} \cdot \frac{ap^2}{g}$$

$$Y_2 = \frac{(\Omega^2 - p^2) \left( \frac{g}{R} + \chi \Omega^2 \right) + \left( \Omega^2 - \frac{g}{R} \right) (\chi \Omega^2 - p^2)}{F^2 (\chi \Omega^2 - p^2)^2 + p^2 (\Omega^2 - p^2)^2} \cdot \frac{ap^3 F}{g}$$

$$(161) \quad X_3 = \frac{-p (\chi \Omega^2 - p^2)}{F^2 (\chi \Omega^2 - p^2)^2 + p^2 (\Omega^2 - p^2)^2} \cdot \frac{ap^3}{g} F (\Omega^2 - p^2)$$

$$Y_3 = \frac{-(\chi \Omega^2 - p^2) F}{F^2 (\chi \Omega^2 - p^2)^2 + p^2 (\Omega^2 - p^2)^2} \cdot \frac{ap^3}{g} F (\Omega^2 - p^2)$$

Эти формулы, подобно формулам (151) и (152), упрощаются, если в них отбросить малые сравнительно с  $p^2$  члены. Тогда будет:

$$(162) \quad X_2 = \frac{a}{g} \left( \Omega^2 - \frac{g}{R} \right); \quad Y_2 = -\frac{(1-\chi) \Omega^2}{p} \cdot \frac{a}{g} F$$

$$X_3 = \frac{ap}{g} F; \quad Y_3 = -\frac{ap^2}{g} F$$

Вернемся к выражению  $A(t)$ , даваемому формулами (153) и (155), и положим, что успокоитель выключен. Тогда

$$(163) \quad F = 0; \quad X_1 = 0; \quad Y_1 = \frac{1}{p^2} Q; \quad Q = -\frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap^3}{g}$$

$$(164) \quad A(t) = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \sin pt$$

Но из фиг. 2 видно, что курс  $\gamma$

$$\gamma = pt + \frac{\pi}{2}$$

значит

$$\sin pt = \cos \gamma$$

следовательно

$$(165) \quad A(t) = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \cos \gamma = \frac{\Omega^2}{\omega} \cdot \frac{c}{g} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi}$$

ибо

$$ap = c; \quad \omega_1 = \omega \cos \varphi$$

Но при скорости  $c$  и курсе  $\gamma$  курсовая девиация

$$\delta_1 = -\frac{1}{R \omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

если ограничиваться первым членом ее разложения. В таком случае полное отклонение оси гироферы от меридиана будет:

$$(166) \quad A(t) + \delta_1 = \left( \frac{\Omega^2}{g} - \frac{1}{R} \right) \frac{c \cos \gamma}{\omega \cos \varphi}$$

Отсюда видно, что если взять

$$(167) \quad \Omega^2 = \frac{g}{R}$$

то будет:

$$(168) \quad A(t) + \delta_1 = 0$$

т. е. баллистическая девиация  $A(t)$  во всякий момент компенсирует курсовую девиацию гирокомпаса, если ограничиться ее главным членом  $\delta_1$ .

Условие (167) было дано Максом Шуллером в его докторской диссертации, и формула (167) есть одна из немногих формул теоретической механики, применение которой к практике охранялось патентом, выданным на имя Аншютца и М. Шуллера.

Необходимо, однако, обратить внимание, что указанная компенсация имеет место лишь при следующих условиях:  
во-первых,  $F = 0$ , т. е. успокоитель на циркуляции выключен;  
во-вторых,  $A(0) = B(0) = \Theta(0) = 0$ ; т. е. свободные колебания гироферы не зависят от вынужденных и определяются уравнениями (107). Но при  $F = 0$  отсутствует погашение свободных колебаний. Отсюда ясна необходимость исследования того, что происходит, когда:

во-первых,  $F \neq 0$  и  $\Omega^2 - \frac{g}{R} = f \neq 0$

и, во-вторых, вместо приближенного выражения курсовой девиации

$$\delta_1 = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

будет взято полное ее выражение:

$$(130) \quad \delta = -\arctg \left( \frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \sin \gamma}{\cos \varphi}} \right)$$

На необходимость такого исследования в статье Геккелера не обращено достаточного внимания.

При пользовании гирокомпасом обнаруживаются иногда погрешности, которые представляются противоречащими теории, на самом же деле они являются подтверждением ее.

§ 8. Прежде чем приступить к исследованию формулы

$$(153) \quad A(t) = X_1 \cos pt + Y_1 \sin pt$$

в которой положено

$$(153') \quad \begin{aligned} X_1 &= -\frac{F(1-\kappa)}{p(p^2+F^2)} Q; & Y_1 &= -\frac{p^2+\kappa F^2}{p^2(p^2+F^2)} Q \\ p &= \frac{2\pi}{\tau}; & Q &= \frac{\Omega^2}{\omega_1} \left( \frac{g}{R} - p^2 \right) \frac{ap}{g} \approx -\frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap^3}{g} \end{aligned}$$

приведем численные значения параметров гиросфера, указанные в статье Геккелера на основании данных фирмы Аншютца.

Значения, приведенные в «Ingenieur Archiv» (B. IV, Apr. 1933), таковы:

$$\text{стр. 135: } \frac{C}{S} = 0.607; \quad \kappa = \frac{S-C}{S} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{стр. 143: } \frac{C}{S} = \frac{2}{3}; \quad \frac{F}{\Omega} = 1.6 - 0.9; \quad \text{среднее } 1.25; \quad F = 0.001550$$

$$\Omega^2 = \frac{g}{R} = 1.538 \cdot 10^{-6}; \quad T_0 = \frac{2\pi}{\Omega} = 5063 \text{ сек.} = 84 \text{ м. 23 с.}$$

1°. Положим для примера  $\tau = 300$  сек., тогда будет:

$$p = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{6.28}{300} \approx \frac{1}{48} \left( \frac{1}{\text{сек.}} \right)$$

$$\frac{F}{p} = \frac{3}{40}; \quad \frac{F^2}{p^2} = \frac{9}{1600} \approx \frac{1}{180}$$

При вышеприведенных значениях будет приближенно:

$$X_1 = -\frac{2}{3} \cdot \frac{F}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{F^2}{p^2}} \cdot \frac{1}{p^2} \approx -\frac{1}{20} p^2$$

$$Y_1 = -\frac{\frac{F^2}{p^2}}{\frac{1 + \kappa}{p^2} \left( 1 + \frac{F^2}{p^2} \right)} \approx -\frac{1 + 0.002}{1 + 0.006} \cdot \frac{1}{p^2} \approx -0.996 \frac{1}{p^2} \approx -\frac{1}{p^2}$$

Таким образом при

$$\tau = 300 \text{ сек.}; \quad p = \frac{1}{48} \cdot \frac{1}{\text{сек.}}; \quad F = 0.00155 \frac{1}{\text{сек.}}$$

будет:

$$(169) \quad A(t) = 0.996 \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \cos \gamma + X_1 \sin \gamma \approx \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \cos \gamma + \xi, \text{ причем}$$

$$\xi = X_1 \sin \gamma \approx \frac{1}{20} \cdot \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \sin \gamma$$

Коэффициент  $0.996 = 1 - 0.004$  дает в компенсации приближенного значения  $\delta$

$$(170) \quad \delta_1 = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

погрешность  $0.004 \delta_1$ , что при  $\delta = 6^\circ$  составляет  $0^\circ.02$  и практического значения не имеет; поэтому вместо  $0.996 \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \cos \gamma$  можно брать  $\frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \cos \gamma$ , и, значит, главный член курсовой девиации при соотношении

$$\Omega^2 = \frac{g}{R}, \text{ т. е. периоде } T_0 = 5063 \text{ секунд,}$$

компенсируется полностью членом  $Y_1 \sin pt$  баллистической девиации, но член

$$\xi = X_1 \cos pt \approx -\frac{1}{20} \cdot \frac{\Omega^2}{g} ap \sin \gamma$$

вносит соответствующую ему погрешность, пропорциональную синусу курса. Наибольшая абсолютная величина этой погрешности составляет при  $t = 300$  сек. около  $\frac{1}{20} \delta$ , т. е. в нашей широте при скорости 45 узлов около  $0^\circ.3$ , что вполне достаточно для навигационного назначения гирокомпаса, но недостаточно для артиллерийских надобностей.

## 2°. Величина

$$\delta_1 = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

представляет лишь первый член в разложении точного значения курсовой девиации, даваемого формулой:

$$(130) \quad \operatorname{tg} \delta = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{R\omega} c \sin \gamma \sec \varphi}$$

Разложение

$$\delta = \operatorname{tg} \delta - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \delta + \dots$$

показывает, что пока  $\delta \leq 0.10$ , т. е.  $6^\circ$ , абсолютная погрешность приближенного равенства

$$\delta \approx \operatorname{tg} \delta$$

составляет  $\frac{1}{3} (0^\circ.1)^3 \approx \frac{1}{3000}$ , т. е.  $0^\circ.02 = 0^\circ 1'.2$ , что практического значения не имеет.

При  $\delta = 0.20$ , т. е.  $12^\circ$ , указанная погрешность составит 0.003, т. е.  $0^\circ.18 = 0^\circ 10'$ , что для надобностей навигации более чем достаточно, так что можно считать, что замена  $\operatorname{tg} \delta$  через  $\delta$  вполне допустима. Но эта замена дает равенство:

$$\delta = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{R\omega} c \sin \gamma \sec \varphi}$$

и формула

$$\delta = \delta_1 = -\frac{1}{R\omega} c \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi}$$

заключает еще одну замену — именно множителя

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{R_\omega} c \sin \gamma \sec \varphi} \text{ через } 1.$$

Эта замена вносит гораздо более значительную погрешность, которая при  $\varphi = 80^\circ$  (Шпицберген) и  $V = 40$  узлов достигает 25% от  $\delta$ , т. е.  $0.25 \delta$ , что составит около  $3^\circ.75$  — величину, чувствительную даже для навигационных надобностей.

В самом деле, возьмем разложение

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{R_\omega} c \sin \gamma \sec \varphi} = 1 + \frac{1}{R_\omega} c \sin \gamma \sec \varphi + \dots = 1 + \zeta + \dots$$

где  $c$  есть скорость в м/сек., и ограничимся в нем членом  $\zeta$ .

Очевидно, что безразмерный член  $\zeta$

$$(171) \quad \zeta = \frac{1}{R_\omega} c \sin \gamma \sec \varphi$$

представляет относительную погрешность величины  $\delta$ .

Наибольшее значение этого члена есть:

$$(171') \quad \zeta_m = \frac{1}{R_\omega} c \sec \varphi$$

абсолютная погрешность будет:

$$(172) \quad \varepsilon_1 = \zeta \delta_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_\omega} c \sec \varphi \right)^2 \sin 2\gamma$$

Для наглядности здесь приводится табл. 1, показывающая наибольшую относительную ошибку  $\zeta_m$  курсовой девиации, выраженную в процентах, и наибольшую абсолютную ошибку в градусах.

Таблица 1

Значения ошибки в курсовой девиации вследствие удержания только главного члена в ее разложении

γ sec γ		Ошибка относительная $\zeta_m$ (%)						Ошибка абсолютная $\varepsilon_1$			
		$V = 40$ узл.	$V = 30$ узл.	$V = 25$ узл.	$V = 20$ узл.	$V = 15$ узл.	$V = 10$ узл.	$V = 40$ узл.	$V = 30$ узл.	$V = 20$ узл.	$V = 10$ узл.
40°	1.31	5.82	4.36	3.64	2.91	2.18	1.45	0°.19	0°.10	0°.05	0°.01
45°	1.41	6.26	4.70	3.92	3.13	2.35	1.57	0°.23	0°.13	0°.06	0°.01
50°	1.56	6.92	5.20	4.34	3.46	2.60	1.73	0°.27	0°.16	0°.07	0°.02
55°	1.74	7.72	5.80	4.84	3.86	2.90	1.93	0°.30	0°.19	0°.09	0°.02
60°	2.00	8.86	6.67	5.56	4.44	3.33	2.22	0°.45	0°.25	0°.11	0°.03
65°	2.37	10.53	7.90	6.60	5.26	3.95	2.63	0°.63	0°.36	0°.16	0°.04
70°	2.92	12.96	9.75	8.12	6.46	4.87	3.23	1°.01	0°.55	0°.24	0°.06
75°	3.86	17.60	12.88	10.72	8.58	6.44	4.29	1°.74	0°.95	0°.41	0°.10
80°	5.76	25.60	19.20	16.00	12.80	9.60	6.40	3°.73	2°.11	0°.94	0°.23

Из этой таблицы видно, что при широте  $70^\circ$  и скорости  $V = 40$  узлов ошибка приближенного выражения

$$(*) \quad \delta = -\frac{57^\circ \cdot 3}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

достигает  $1^\circ$ , а затем превышает эту величину, но плавание в столь высоких широтах  $70 - 80^\circ$  со скоростью  $30 - 40$  узлов представляется вообще исключительным и если совершается, то в силу чрезвычайных обстоятельств теперешней войны.

Таким образом можно считать, что для навигационных надобностей формула (\*) обладает вполне достаточною точностью, в особенности для коммерческих судов, скорость которых не превышает 20 узлов.

Из пп. 1° и 2° этого параграфа следуют такие заключения:

I. На круговой циркуляции баллистическая девиация выражается формулой (169) и при соотношении

$$(173) \quad \Omega^2 = \frac{g}{R}, \quad \text{или} \quad T_0 = 5063 \text{ сек.} = 84 \text{ м. 23 с.},$$

компенсирует главный член курсовой девиации

$$\delta^\circ = -\frac{57^\circ \cdot 3}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

Член  $X_1 \cos pt = \xi$  в выражении баллистической погрешности остается некомпенсированным, но наибольшее его значение при периоде циркуляции  $\tau = 300$  сек. составляет не более  $\frac{1}{20} \delta$ .

II. Компенсация баллистической погрешностью лишь главного члена курсовой девиации оставляет чувствительную в высоких широтах курсовую погрешность  $\varepsilon_1$ , которая в градусной мере выражается приближенною формулой

$$(172') \quad \varepsilon_1 = \frac{1}{2} \cdot 57^\circ \cdot 3 \left( \frac{c}{R_\omega} \sec \varphi \right)^2 \sin 2\gamma$$

Механический корректор, воспроизводящий точную формулу курсовой девиации, но не воздействующий на гиросферу, не устраняет вынужденных «остаточных» колебаний гиросферы на циркуляции, по окончании которой эти остаточные колебания переходят в свободные затухающие колебания гиросферы, не учитывающиеся затем корректором (о чем см. ниже).

3°. В компасах марки «Курс», не имеющих регулировки периода свободных колебаний соответственно широте места (такая регулировка осуществлена в компасах марки «Полюс»), при изменениях широты получается погрешность показания, которую и исчислим.

Положим сперва, что успокоитель на циркуляции выключен, т. е.

$$F = 0$$

тогда уравнения свободных колебаний будут:

$$(174) \quad \begin{aligned} u' + \frac{S}{B} v + \frac{C}{B} w &= 0 \\ v' - \omega_1 u &= 0 \\ w' &= 0 \end{aligned}$$

Из последнего уравнения следует:

$$w = C_3 = \omega_0$$

где  $C_3$  есть произвольная постоянная, которая равна начальному значению  $\omega_0$  величины  $w$ .

Дифференцируя первое уравнение и заменяя  $v'$  его величиною из второго, имеем:

$$u'' + \frac{S\omega_1}{B} u = 0$$

а так как по формуле (15)

$$\frac{S\omega_1}{B} = \Omega^2$$

то предыдущее уравнение будет:

$$(175) \quad u'' + \Omega^2 u = 0$$

следовательно

$$(176) \quad u = C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t$$

и на основании первого уравнения

$$(177) \quad v = -\frac{S}{C} \omega_0 - \frac{B}{S} u' = -\frac{C}{S} \omega_0 + \frac{\omega_1}{\Omega} (C_1 \sin \Omega t - C_2 \cos \Omega t)$$

а так как

$$\Omega = \frac{2\pi}{T_0}, \text{ т. е. } T_0 = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi \sqrt{\frac{B}{S\omega_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{B}{S\omega \cos \varphi}}$$

то предыдущие формулы напишем так:

$$(178) \quad \begin{aligned} \alpha &= u = C_1 \cos \frac{2\pi t}{T_0} + C_2 \sin \frac{2\pi t}{T_0} \\ \beta &= v + \beta_r = \beta_r - \frac{C}{S} \omega_0 + \frac{\omega_1}{\Omega} \left( C_1 \sin \frac{2\pi t}{T_0} - C_2 \cos \frac{2\pi t}{T_0} \right) \end{aligned}$$

Отсюда видно, что  $T_0$  есть период свободных азимутальных колебаний гиросяфера и вместе с тем период колебаний ее оси в вертикальной плоскости, причем на основании соотношения  $\Omega^2 = \frac{g}{R}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{6370300}{9.810}} = 5063 \text{ сек.} = 84 \text{ м. 23 с.}$$

Таким образом теорема М. Шуллера, которую мы имели выше, может быть выражена так:

При выключенном на циркуляции успокоителе главные члены курсовой и баллистической девиаций взаимно компенсируются, если период свободных колебаний гиросфера равен 84 м. 23 с. Этот период выражается формулами:

$$(179) \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{B}{S\omega_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{B}{S\omega \cos \varphi}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

Указанная компенсация происходит, как показано выше, потому, что при выключенном успокоителе на циркуляции баллистическая девиация выражается формулой:

$$(180) \quad A(t) \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \cos \gamma = \frac{\Omega^2}{\omega} \cdot \frac{c}{g} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi}$$

и главный член  $\delta_1$  курсовой девиации — формулой:

$$(181) \quad \delta_1 = -\frac{c}{R\omega_1} \cos \gamma = -\frac{c}{R\omega} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi}$$

так что погрешность показаний компаса  $D$ , равная сумме курсовой и баллистической девиаций, будет:

$$(182) \quad D = A(t) + \delta_1 = \frac{1}{\omega} \left( \frac{\Omega^2}{g} - \frac{1}{R} \right) \frac{c}{g} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi}$$

Значит если

$$(183) \quad \Omega^2 - \frac{g}{R} = 0$$

то при всяком курсе, скорости и широте места будет:

$$(184) \quad D = 0$$

Если же

$$(185) \quad \Omega^2 - \frac{g}{R} = f \neq 0$$

то компенсация будет неполная и останется «курсовая погрешность»

$$(186) \quad D = \frac{1}{\omega} f \frac{c \cos \gamma}{g \cos \varphi}$$

Это имеет, напр., место, когда компас регулирован для широты  $\varphi_0$ , наблюдение же производится в широте  $\varphi_1$ .

В самом деле, тогда девиация изменится и будет:

$$(187) \quad \delta_1 = -\frac{c}{R\omega} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi_1}$$

баллистическая же девиация будет попрежнему:

$$(188) \quad A(t) = \frac{\Omega^2}{\omega} \cdot \frac{c}{g} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \varphi_0}$$

следовательно компенсация нарушится и останется погрешность:

$$(189) \quad D = \varepsilon_2 = \frac{1}{\omega} \left( \frac{\Omega^2}{g} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_0} - \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_1} \right) c \cos \gamma$$

Очевидно, что будет тождественно

$$(190) \quad -\frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_1} = -\frac{1}{R \cos \varphi_0} - \frac{1}{R} \left( \frac{1}{\cos \varphi_1} - \frac{1}{\cos \varphi_0} \right)$$

следовательно

$$(191) \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{\omega} \left[ \left( \frac{\Omega^2}{g} - \frac{1}{R} \right) \frac{1}{\cos \varphi_0} - \frac{1}{R} \left( \frac{1}{\cos \varphi_1} - \frac{1}{\cos \varphi_0} \right) \right] c \cos \gamma$$

По предположению

$$(192) \quad \frac{\Omega^2}{g} - \frac{1}{R} = 0$$

значит

$$(193) \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{R \omega} \cdot \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0}{\cos \varphi_0} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi_1}$$

но для места наблюдения

$$(194) \quad \frac{1}{R \omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi_1} = -\delta_1$$

следовательно некомпенсированная погрешность будет:

$$(195) \quad \varepsilon_2^* = -\delta_1 \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0}{\cos \varphi_0} = \delta_1 \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1}{\cos \varphi_0}$$

Чтобы иметь наглядное представление об этой погрешности, положим, что компас регулирован для широты  $60^\circ$ , так что  $\cos \varphi_0 = \frac{1}{2}$ , тогда будет:

$$(196) \quad \varepsilon_2 = 2\delta_1 \left( \frac{1}{2} - \cos \varphi_1 \right)$$

или в градусной мере—по (135):

$$(197) \quad \varepsilon_2 = 2 \cdot \frac{57^\circ.3}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi_1} \left( \frac{1}{2} - \cos \varphi_1 \right)$$

где  $V$ —скорость корабля в узлах.

С помощью этой формулы составлена табл. 2 наибольших величин погрешности  $\varepsilon_2$ , предполагая, что компас регулирован для широты  $\varphi_0 = 60^\circ$ .

Таблица 2  
Остаточная курсовая девиация

Данные для расчета				Наибольшие значения $\delta_1$ и $\varepsilon_2$								
$\varphi_1$	$\cos \varphi_1$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{57^\circ.3}{900}$	$\left( \frac{1}{2} - \cos \varphi_1 \right)$	$\varphi_1$	$V = 40$ узл.		$V = 30$ узл.		$V = 20$ узл.		$V = 10$ узл.	
					$\delta_1$	$\varepsilon_2$	$\delta_1$	$\varepsilon_2$	$\delta_1$	$\varepsilon_2$	$\delta_1$	$\varepsilon_2$
40°	0.766	0.0832	-0.266	40°	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)
45°	0.707	0.0901	-0.207	45°	3°.32	+ 1°.76	2°.49	+ 1°.32	1°.66	+ 0°.88	0°.83	+ 0°.44
50°	0.643	0.101	-0.143	50°	3°.60	+ 1°.49	2°.70	+ 1°.12	1°.80	+ 0°.75	0°.90	+ 0°.37
55°	0.5736	0.111	-0.0736	55°	3°.97	+ 1°.14	2°.97	+ 0°.86	1°.98	+ 0°.57	0°.99	+ 0°.29
60°	0.5000	0.127	0.0000	60°	4°.44	+ 0°.66	3°.33	+ 0°.50	2°.22	+ 0°.33	1°.11	+ 0°.17
65°	0.4226	0.151	+ 0.0774	65°	5°.08	0°.00	3°.81	0°.00	2°.54	0°.00	1°.27	0°.00
70°	0.342	0.186	+ 0.158	70°	5°.44	- 2°.37	5°.58	- 1°.78	3°.72	- 1°.19	1°.86	- 0°.59
75°	0.259	0.246	+ 0.241	75°	9°.84	- 4°.75	7°.38	- 3°.06	4°.92	- 2°.38	2°.46	- 1°.23
80°	0.374	0.366	+ 0.326	80°	14°.64	- 9°.50	11°.00	- 7°.20	7°.31	- 4°.71	3°.65	- 2°.32

Показанные в этой таблице величины вычислены по формулам (194) и (197), а именно:

$$(194) \quad \delta_1 = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi_1}$$

$$(197) \quad \varepsilon_2 = 2 \cdot \frac{57^{\circ}.3}{900} \cdot \frac{V \cos \gamma}{\cos \varphi_1} \left( \frac{1}{2} - \cos \varphi_1 \right) = 2\delta_1 \left( \frac{1}{2} - \cos \varphi_1 \right)$$

Повторяем, что все эти выводы относятся к тому случаю, когда на циркуляции успокоитель выключен, т. е.

$$(198) \quad F = 0$$

когда же успокоитель остается включенным, то к величине  $\varepsilon_2$  прибавляется член

$$(199) \quad X_1 \cos pt = \xi \approx \frac{1}{20} \Omega^2 \frac{V}{g} \sin \gamma$$

как о том сказано в заключении I.

Таким образом мы приходим к следующему заключению:

III. В компасах марки «Курс» при изменении широты места наблюдения появляется значительная остаточная погрешность, о величине которой можно судить по приведенной здесь табл. 2. Эта погрешность пропорциональна скорости хода и косинусу курса. При окончании описания циркуляции эта остаточная погрешность, входящая в состав значения угла  $\alpha$ , в момент окончания циркуляции переходит из вынужденных в свободные колебания с того момента, как корабль ляжет на прямой курс или начнет описывать вторую половину «координата».

В учении об эволюциях корабля «координатом» называются две непрерывно следующие одна за другой равные части полной циркуляции, обращенные в противоположные стороны, напр. такие, как показано на фиг. 3.

§ 9. В этом и последующих параграфах мы имеем в виду дать изложение того влияния, которое оказывает неполная компенсация курсовой и баллистической девиаций на последующие колебания гироферы.

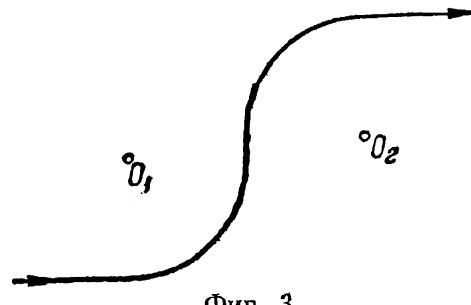
В § 4 составлены выражения (107), представляющие конечные уравнения свободных колебаний гироферы, и определены введенные интегрированием постоянные так, что при  $t=0$  имеют место равенства:

$$(200) \quad (u)_{t=0} = u_0; \quad (v)_{t=0} = v_0; \quad (w)_{t=0} = w_0$$

т. е. начальные условия удовлетворены.

В § 2 составлены выражения частных решений

$$(201) \quad A(t); \quad B(t); \quad \Theta(t)$$



Фиг. 3.

т. е. выражения вынужденных колебаний под видом определенных интегралов, взятых между пределами 0 и  $t$  и заключающих под своим знаком любые возмущающие функции:

$$\varphi_1(\xi); \quad \varphi_2(\xi); \quad \varphi_3(\xi)$$

где  $\xi$  есть переменная, по которой интегрирование производится.

При таком представлении условия

$$(202) \quad A(0) = B(0) = \Theta(0) = 0$$

будут выполнены. Тогда уравнения

$$(203) \quad \begin{aligned} \alpha &= u + A(t) \\ \beta &= \beta_r + v + B(t) \\ \delta &= \delta_r + w + \Theta(t) \end{aligned}$$

в которых  $u$ ,  $v$ ,  $w$  определяются уравнениями (107),  $\beta_r$ ,  $\delta_r$  суть положения динамического равновесия гироферы и  $\delta(t)$  есть курсовая девиация, суть конечные уравнения возмущенного движения гироферы в общем случае, когда фактор перетекания  $F$  не равен нулю<sup>1</sup>.

Затем в § 8, п. 3° дано полное решение для того случая, когда  $F = 0$ .

Кроме того в § 7 показано, каким образом при движении корабля по круговой циркуляции вынужденные колебания находятся под видом

$$(204) \quad \begin{aligned} A(t) &= X_1 \cos pt + Y_1 \sin pt \\ B(t) &= X_2 \cos pt + Y_2 \sin pt \\ \Theta(t) &= X_3 \cos pt + Y_3 \sin pt \end{aligned}$$

применяя методу неопределенных коэффициентов [см. уравнения (157) — (162)].

При применении этой методы условия (202) не соблюдаются, и, значит, нельзя писать решения:

$$(205) \quad \begin{aligned} \alpha &= u + A(t) \\ \beta &= \beta_r + v + B(t) \\ \delta &= \delta_r + w + \Theta(t) \end{aligned}$$

и пользоваться формулами (107), которые выведены в предположении, что условия (202) соблюdenы. Поэтому надо показать, как должны быть изменены величины  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $\Theta(t)$ , найденные по методе неопределенных коэффициентов, чтобы условия (202) соблюдались и чтобы формулы (107) сохранились без изменения.

<sup>1</sup> Чтобы получить полное отклонение оси гироферы от меридиана, надо к исчисленной величине  $\alpha$  присвоить «курсовую девиацию»  $\delta$ , которая является поправкой кинематической и происходит от кривизны земной поверхности, независимо от устройства гирокомпаса.

§ 10. Обозначим новые частные решения, удовлетворяющие условиям (202), через

$$(206) \quad A_1(t); \quad B_1(t); \quad \Theta_1(t)$$

Так как эти новые решения и прежние

$$(207) \quad A(t); \quad B(t); \quad \Theta(t)$$

удовлетворяют уравнениям (4), освобожденным от члена  $\omega_2$ , то имеют место тождества:

$$(208) \quad \begin{aligned} A'(t) + \frac{S}{B} B(t) + \frac{C}{B} \Theta(t) &\equiv \frac{S}{B} \cdot \frac{ap^2}{g} \cos pt \\ -\omega_1 A(t) + B'(t) &\equiv -\frac{ap}{R} \sin pt \\ FB(t) + F \Theta(t) + \Theta'(t) &\equiv F \frac{ap^2}{g} \cos pt \\ A'_1(t) + \frac{S}{B} B_1(t) + \frac{C}{B} \Theta_1(t) &\equiv \frac{S}{B} \cdot \frac{ap^2}{g} \cos pt \\ -\omega_1 A_1(t) + B'_1(t) &\equiv -\frac{ap}{R} \sin pt \\ FB_1(t) + F \Theta_1(t) + \Theta'_1(t) &\equiv F \frac{ap^2}{g} \cos pt \end{aligned}$$

следовательно будет тождественно:

$$(210) \quad \begin{aligned} [A_1(t) - A(t)]' + \frac{S}{B} [B_1(t) - B(t)] + \frac{C}{B} [\Theta_1(t) - \Theta(t)] &\equiv 0 \\ -\omega_1 [A_1(t) - A(t)] + [B_1(t) - B(t)]' &\equiv 0 \\ F [B_1(t) - B(t)] + F [\Theta_1(t) - \Theta(t)] + [\Theta_1(t) - \Theta(t)]' &\equiv 0 \end{aligned}$$

Эти тождества показывают, что функции

$$(211) \quad [A_1(t) - A(t)]; \quad [B_1(t) - B(t)]; \quad [\Theta_1(t) - \Theta(t)]$$

суть решения однородной системы:

$$(212) \quad \begin{aligned} u' + \frac{S}{B} v + \frac{C}{B} w &= 0 \\ -\omega_1 u + v' &= 0 \\ Fv + Fw + w' &= 0 \end{aligned}$$

для которой мы имеем общее решение:

$$(212') \quad \begin{aligned} u &= C_1 e^{-\mu t} + e^{-nt} (D \cos qt + E \sin qt) \\ v &= -\frac{\omega_1}{\mu} C_1 e^{-\mu t} - \frac{\omega_1 e^{-nt}}{n^2 + q^2} [(nD + qE) \cos qt - (qD - nE) \sin qt] \\ w &= \frac{\omega_1}{2n} C_1 e^{-\mu t} - \frac{\omega_1 e^{-nt}}{(F - n)^2 + q^2} [nD + qE - FD) \cos qt \\ &\quad - (qD - nE + FE) \sin qt] \end{aligned}$$

причем  $C_1, D, E$  — произвольные постоянные, придавая которым различные частные значения, можно составить сколько угодно частных решений однородной системы (212).

Положим, что составлена система частных решений:

$$(213) \quad u = u_1; \quad v = v_1; \quad w = w_1$$

линейно независимых между собою, т. е. таких, что между ними нет линейного соотношения вида:

$$(214) \quad au_1 + bv_1 + cw_1 = 0$$

где  $a, b, c$  — постоянные. Тогда всякое решение однородной системы (212) выразится как линейная функция от  $u_1, v_1, w_1$ , так что в нашем случае будет:

$$(215) \quad \begin{aligned} A_1(t) - A(t) &= H_1 u_1 + K_1 v_1 + L_1 w_1 \\ B_1(t) - B(t) &= H_2 u_1 + K_2 v_1 + L_2 w_1 \\ \Theta_1(t) - \Theta(t) &= H_3 u_1 + K_3 v_1 + L_3 w_1 \end{aligned}$$

следовательно надо: 1°) выбрать частные решения  $u_1, v_1, w_1$ ; 2°) определить числа  $H_1, K_1, L_1, \dots, L_3$  так, чтобы было:

$$(216) \quad \begin{aligned} A_1(0) &= A(0) + (H_1 u_1 + K_1 v_1 + L_1 w_1)_{t=0} = 0 \\ B_1(0) &= B(0) + (H_2 u_1 + K_2 v_1 + L_2 w_1)_{t=0} = 0 \\ \Theta_1(0) &= \Theta(0) + (H_3 u_1 + K_3 v_1 + L_3 w_1)_{t=0} = 0 \end{aligned}$$

3°) при выборе функций  $u_1, v_1, w_1$  и чисел  $H_1, K_1, \dots, L_3$  распорядиться так, чтобы выкладки были возможно проще; тогда общее решение неоднородной системы (141) будет:

$$(217) \quad \alpha = u + A_1(t); \quad \beta = \beta_r + v + B_1(t); \quad \vartheta = \vartheta_r + w + \Theta_1(t)$$

и уравнения (107) останутся без перемены.

**§ 11.** Поясним сперва изложенную методу на простейшем примере когда

$$F = 0; \quad \Omega^2 - \frac{g}{R} = f \neq 0$$

В этом случае однородная система есть:

$$(218) \quad u' + \frac{S}{B} v + \frac{C}{B} w = 0; \quad v' - \omega_1 u = 0; \quad w' = 0$$

Общее ее решение:

$$(219) \quad \begin{aligned} u &= \frac{\omega_1}{\Omega} (C_1 \sin \Omega t - C_2 \cos \Omega t) \\ v &= \frac{\omega_1}{\Omega} [C_1 \sin \Omega t - C_2 \cos \Omega t - (1 - z) C_3] \\ w &= C_3 \end{aligned}$$

Здесь  $C_1, C_2, C_3$  — произвольные постоянные, которым можно для составления функций  $u_1, v_1, w_1$  придавать любые частные значения, такие, чтобы  $u_1, v_1, w_1$  были линейно независимы между собою.

Чтобы дальнейшие выкладки были проще, берем

$$(220) \quad C_1 = 0; \quad C_2 = 1; \quad C_3 = \vartheta_0$$

тогда будет:

$$(221) \quad u_1 = \sin \Omega t; \quad v_1 = \frac{\omega_1}{\Omega} \cos \Omega t - (1-z) \vartheta_0; \quad w_1 = \vartheta_0$$

Частные решения неоднородной системы суть:

$$(222) \quad A(t) = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \sin pt; \quad B(t) = \frac{af}{g} \cos pt; \quad \Theta(t) = \vartheta_0$$

Отсюда видно, что

$$(223) \quad A(0) = 0$$

следовательно решение  $A(t)$  преобразования не требует, но

$$(224) \quad B(0) = \frac{af}{g}; \quad \Theta(0) = \vartheta_0$$

Таким образом из системы (216) остаются только второе и третье уравнения. Второе уравнение есть:

$$(225) \quad \frac{af}{g} + H_2 \cdot 0 + K_2 \left[ \frac{\omega_1}{\Omega} - (1-z) \vartheta_0 \right] + L_2 \vartheta_0 = 0$$

Так как между неизвестными  $H_2, K_2, L_2$  имеет место только одно это уравнение, то этому уравнению можно удовлетворить, взяв

$$(226) \quad H_2 \text{ — произвольное; } \quad K_2 = 0; \quad L_2 = -\frac{af}{g} \cdot \frac{1}{\vartheta_0}$$

Третье уравнение системы (216) будет:

$$(227) \quad \vartheta_0 + H_3 \cdot 0 + K_3 \left[ \frac{\omega_1}{\Omega} - (1-z) \vartheta_0 \right] + L_3 \vartheta_0 = 0$$

Очевидно, что это уравнение будет удовлетворено, если взять

$$(228) \quad H_3 \text{ — произвольное; } \quad K_3 = 0; \quad L_3 = -1$$

Проще всего взять

$$(229) \quad H_1 = 0; \quad H_2 = 0; \quad H_3 = 0$$

Затем имеем:

$$(230) \quad \begin{aligned} K_1 &= 0; & K_2 &= 0; & K_3 &= 0 \\ L_1 &= 0; & L_2 &= -\frac{af}{g} \cdot \frac{1}{\vartheta_0}; & L_3 &= -1 \end{aligned}$$

На основании значений (230), выражений (221) и частных решений:

$$(222) \quad A(t) = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \sin pt; \quad B(t) = \frac{af}{g} \cos pt; \quad \Theta(t) = \vartheta_0$$

по формулам (216) имеем:

$$(231) \quad \begin{aligned} A_1(t) &= A(t) = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \sin pt; & B_1(t) &= B(t) - \frac{af}{g} = -\frac{af}{g} (1 - \cos pt) \\ \Theta_1(t) - \vartheta_0 &= \vartheta_0 - \vartheta_0 = 0 \end{aligned}$$

Следовательно окончательно будет:

$$(232) \quad \begin{aligned} z &= u + A_1(t) = C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t + \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \sin pt \\ \beta &= \beta_r + v + B_1(t) = \frac{\omega_1}{\Omega} \sin \Omega t - C_2 \cos \Omega t \\ &\quad - (1-z) \vartheta_0 - \frac{af}{g} (1 - \cos pt) \\ \vartheta &= \vartheta_0 + \Theta(t) = \vartheta_0 \end{aligned}$$

причем

$$(233) \quad \beta_r = \frac{\omega_2 B}{S-C}; \quad \vartheta_r = \vartheta_0$$

По формулам § 1 при  $F \neq 0$  должно быть:

$$(234) \quad \vartheta_r = - \frac{\omega_2 B}{S-C}$$

но при выключенном успокоителе очевидно остается:

$$(235) \quad \vartheta_r = \vartheta_0$$

Если время  $t$  считать не с момента положения руля, т. е. момент начала циркуляции не принимать за нуль, а просто заметить этот момент по хронометру и пусть показание хронометра есть  $t_0$ , то во всех формулах надо вместо буквы  $t$  писать  $t - t_0$ .

Смысл членов формул (232) таков:

- 1°)  $\beta_r$  и  $\vartheta_r$  — положения равновесия гиросфера;
- 2°)  $C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t$ ;  $C_1 \sin \Omega t - C_2 \cos \Omega t - (1-z) \vartheta_0$  — свободные колебания гиросфера, зависящие от начальных значений  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $\omega_0$ , но не зависящие от вынужденных колебаний;
- 3°)  $\frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \sin pt$ ;  $- \frac{af}{g} (1 - \cos pt)$  — баллистическая девиация, не зависящая от начальных значений  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $\omega_0$ .

Все эти выводы относятся к тому случаю, когда

$$F = 0; \quad \Omega^2 - \frac{g}{R} = f \neq 0$$

если же  $\Omega^2 - \frac{g}{R} = 0$ , то во всех предыдущих формулах надо положить  $f = 0$ .

§ 12. Переходим теперь к рассмотрению того случая, когда

$$(236) \quad F \neq 0; \quad \Omega^2 - \frac{g}{R} = f \neq 0$$

В этом случае свободные колебания определяются уравнениями (212'), положение динамического равновесия — равенствами (233) и (234), вынужденные колебания на циркуляции — равенствами:

$$(204) \quad \begin{aligned} A(t) &= X_1 \cos pt + Y_1 \sin pt \\ B(t) &= X_2 \cos pt + Y_2 \sin pt \\ \Theta(t) &= X_3 \cos pt + Y_3 \sin pt \end{aligned}$$

причем  $X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3$  выражаются формулами (151), (152) (160), (161) или, приближенно, (155), (162).

Уравнения (212'), которыми определяются свободные колебания, суть:

$$(212') \quad \begin{aligned} u &= C_1 e^{-\mu t} + e^{-nt} (D \cos qt + E \sin qt) \\ v &= -\frac{\omega_1}{\mu} C_1 e^{-\mu t} - \frac{\omega_1 e^{-nt}}{n^2 + q^2} [(nD + qE) \cos qt - (qD - nE) \sin qt] \\ w + v &= \frac{\omega_1}{2n} C_1 e^{-\mu t} - \frac{\omega_1 e^{-nt}}{(F-n)^2 + q^2} [(nD + qE - FD) \cos qt \\ &\quad - (qD - nE + FE) \sin qt] \end{aligned}$$

Чтобы получить возможно простые выражения для  $u_1, v_1, w_1$ , берем

$$(237) \quad C_1 = 1; \quad D = 0; \quad E_1 = -1$$

тогда будет:

$$(238) \quad \begin{aligned} u_1 &= e^{-\mu t} - e^{-nt} \sin qt \\ v_1 &= -\frac{\omega_1}{\mu} e^{-\mu t} + \frac{\omega_1 e^{-nt}}{n^2 + q^2} [q \cos qt + n \sin qt] \\ w_1 + v_1 &= \frac{\omega_1}{2n} e^{-\mu t} + \frac{\omega_1 e^{-nt}}{(n-F)^2 + q^2} [q \cos qt + (n-F) \sin qt] \end{aligned}$$

Затем имеем:

$$\begin{aligned} A(0) &= X_1; \quad B(0) = X_2; \quad \Theta(0) = X_3 \\ u_1(0) &= 1; \quad v_1(0) = -\frac{\omega_1}{\mu} + \frac{\omega_1 q}{n^2 + q^2}; \quad w_1(0) + v_1(0) = \frac{\omega_1}{2n} + \frac{\omega_1 q}{(n-F)^2 + q^2} \end{aligned}$$

На основании этих значений первое из уравнений (216) будет:

$$(239) \quad X_1 = H_1 + K_1 \left( -\frac{\omega_1}{n} + \frac{\omega_1 q}{n^2 + q^2} \right) + L_1 \left( \frac{\omega_1}{2n} + \frac{\omega_1 q}{(n-F)^2 + q^2} \right) = 0$$

Так как неизвестные  $H_1, K_1, L_1$  должны удовлетворять только одному этому уравнению, то можно взять:

$$K_1 = 0; \quad L_1 = 0$$

тогда будет:

$$H_1 = -X_1$$

Совершенно так же получим:

$$H_2 = -X_2; \quad H_3 = -X_3$$

следовательно будет:

$$(240) \quad \begin{aligned} A_1(t) &= A(t) - X_1 u_1 = X_1 \cos pt + Y_1 \sin pt - (e^{-\mu t} + e^{-nt} \sin qt) X_1 \\ B_1(t) &= B(t) - X_2 u_1 = X_2 \cos pt + Y_2 \sin pt - (e^{-\mu t} + e^{-nt} \sin qt) X_2 \\ \Theta_1(t) &= \Theta(t) - X_3 u_1 = X_3 \cos pt + Y_3 \sin pt - (e^{-\mu t} + e^{-nt} \sin qt) X_3 \end{aligned}$$

Из этих формул очевидно, что

$$A_1(0) = 0; \quad B_1(0) = 0; \quad \Theta_1(0) = 0$$

как это и требуется, чтобы уравнения (107) имели место и свободные колебания удовлетворяли начальным условиям:

$$(u)_{t=0} = u; \quad (v)_{t=0} = v_0; \quad (w)_{t=0} = w_0$$

независимо от вынужденных колебаний.

Положим для ясности дальнейшего изложения, что корабль шел прямым курсом с постоянной скоростью и что в момент по хронометру  $t = t_0$ , для которого значения  $u_0, v_0, w_0$  известны, на корабле положен руль, и до момента  $t = t_1$  корабль описывал циркуляцию, затем в момент  $t = t_1$  одержал, поставил руль прямо и пошел по новому прямому курсу, на котором и лежал до момента  $t = t_2$ ; в этот момент положили руль на какой-нибудь угол, и до момента  $t = t_3$  корабль описывал циркуляцию, затем с момента  $t = t_3$  до момента  $t = t_4$  — прямой курс и т. д. Положим, что маневр записан курсографом или автоматическим прокладчиком. Требуется проанализировать такую запись, чтобы сличить наблюденные результаты с теоретически вычисленными.

Прежде чем объяснить порядок производства такого анализа, необходимо сделать некоторые замечания.

1°. Чтобы пользоваться для свободных колебаний уравнениями (107), нельзя определять только баллистическую погрешность  $A(t)$  по методе неопределенных коэффициентов, а надо определять всю совокупность вынужденных колебаний, т. е.  $A(t)$ ,  $B(t)$  и  $\Theta(t)$ , дополнив их «сопутствующими» свободными колебаниями, т. е. брать  $A_1(t)$ ,  $B_1(t)$ ,  $\Theta_1(t)$ . Без этой поправки простое определение только баллистической погрешности и сохранение формул (107), как это делает Геккелер, неправильно. Обозначим эти поправки для циркуляции так:

$$(241) \quad \begin{aligned} \eta_1(t) &= -(e^{-\mu t} + e^{-nt} \sin qt) X_1 \\ \eta_2(t) &= -(e^{-\mu t} + e^{-nt} \sin qt) X_2 \\ \eta_3(t) &= -(e^{-\mu t} + e^{-nt} \sin qt) X_3 \end{aligned}$$

Если время считать с того момента  $t_0$  по хронометру, когда корабль начал описывать первую циркуляцию, то надо букву  $t$  везде заменить на  $t - t_0$ .

2°. Вычисляя азимутальные колебания, надо обратить внимание на то, что курсовая девиация состоит из следующих членов:

- а) главного члена  $\delta_1$ ,
- б) указанных в § 8 поправок  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ .

Баллистическая девиация состоит из следующих членов:

- а)  $A(t) = Y_1 \sin pt$ ,
- б) к нему поправки  $\xi + \eta_1(t)$ , причем

$$\xi = X_1 \cos pt; \quad \eta_1(t) = -(e^{-\mu t} + e^{-nt} \sin qt) X_1$$

Член  $Y_1 \sin pt$  компенсируется членом  $\delta_1$  курсовой девиации.

Таким образом азимутальные колебания будут:

$$(242) \quad \alpha = u + \delta_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + A(t) + \xi + \eta_1(t)$$

и вследствие компенсации  $\delta_1 + A(t) = 0$ , так что для промежутка времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , написав аргумент  $t - t_0$ , получим:

$$(243) \quad \begin{aligned} \alpha(t) &= u(t - t_0) + \varepsilon_1(t - t_0) + \varepsilon_2(t - t_0) + \xi(t - t_0) + \eta_1(t - t_0) \\ \beta(t) &= \beta_r + v(t - t_0) + B(t - t_0) + \eta_2(t - t_0) \\ \vartheta(t) &= \vartheta_r + \omega(t - t_0) + \Theta(t - t_0) + \eta_3(t - t_0) \end{aligned}$$

Эти уравнения годятся до момента  $t = t_1$ . В этот момент будет:

$$(244) \quad \begin{aligned} \alpha(t_1) &= u(t_1 - t_0) + \varepsilon_1(t_1 - t_0) + \varepsilon_2(t_1 - t_0) + \xi(t_1 - t_0) + \eta_1(t_1 - t_0) = \alpha_1 \\ \beta(t_1) &= \beta_r + v(t_1 - t_0) + B(t_1 - t_0) + \eta_2(t_1 - t_0) = \beta_1 \\ \vartheta(t_1) &= \vartheta_r + \omega(t_1 - t_0) + \Theta(t_1 - t_0) + \eta_3(t_1 - t_0) = \vartheta_1 \end{aligned}$$

а не просто

$$(245) \quad \begin{aligned} \alpha(t_1) &= u(t_1 - t_0) \\ \beta(t_1) &= \beta_r + v(t_1 - t_0) + B(t_1 - t_0) \\ \vartheta(t_1) &= \vartheta_r + \omega(t_1 - t_0) + \Theta(t_1 - t_0) \end{aligned}$$

Из этих равенств найдем величины:

$$(246) \quad u(t_1 - t_0) = u_1; \quad v(t_1 - t_0) = v_1; \quad \omega(t_1 - t_0) = \omega_1$$

которые и представляют *начальные* значения в момент  $t = t_1$  — конец первого галса и начало второго.

Здесь с ясностью видно, что в начальное значение  $v(t_1 - t_0)$  войдет не  $u(t_1 - t_0)$ , а к нему прибавится совокупность всех некомпенсированных поправок, а именно: курсовая и баллистическая девиации, не погашающиеся вынужденные колебания  $B(t)$  и  $\Theta(t)$  и оставшиеся не погасившимися поправки  $\eta_2(t_1 - t_0)$  и  $\eta_3(t_1 - t_0)$ . Все это — на основании формул (107), выраждающих связь между начальными значениями и значениями свободных колебаний в *любой* момент времени.

Вместе с тем для второго галса надо во всех формулах писать вместо  $t$  аргумент  $t - t_1$ , и так как второй галс прямолинейный, то на нем

$$(247) \quad \begin{aligned} \alpha &= u(t - t_1) + \delta_1(t - t_1) + \varepsilon_1(t - t_1) + \varepsilon_2(t - t_1) \\ \beta &= \beta_r + v(t - t_1) \\ \vartheta &= \vartheta_r + \omega(t - t_1) \end{aligned}$$

Необходимо обратить внимание на медленность погашения свободных колебаний. По приведенным в статье Геккелера данным оказывается:

$$\mu \approx \frac{1}{1119} \cdot \frac{1}{\text{сек.}}; \quad n = \frac{1}{3357} \cdot \frac{1}{\text{сек.}}$$

или, округляя, чтобы иметь только порядок этих величин:

$$\mu \approx \frac{1}{1000}; \quad n = \frac{1}{3000}$$

так что погашающие множители будут:

$$e^{-\mu t} = e^{-0.001t}; \quad e^{-nt} = e^{-0.0003t}$$

Значения этих множителей приведены в табл. 3.

Таблица 3

$t$ (сек.)	$e^{-\mu t}$	$t$ (сек.)	$e^{-\mu t}$	$t$ (сек.)	$e^{-nt}$	$t$ (сек.)	$e^{-nt}$
0	1.00	1500	0.22	0	1.00	3000	0.41
300	0.74	2000	0.14	300	0.91	4000	0.30
600	0.55	2500	0.08	600	0.84	5000	0.22
1000	0.37	3000	0.05	1200	0.70	6000	0.17
				2000	0.55	7000	0.12

Эта табличка показывает, насколько медленно погашаются свободные колебания; надо, чтобы продолжительность галса составляла около 25 мин., чтобы первоначальный апериодический член погасился до  $\frac{1}{5}$  своей начальной величины, и надо около 90 мин. (1 ч. 30 м.), чтобы периодический член погасился до  $\frac{1}{5}$  своей начальной амплитуды; если же маневрирование совершается непродолжительными галсами, то влияние начальных условий не исчезнет в течение нескольких галсов, пополняясь при этом при окончании каждого галса переходом некомпенсированных частей баллистической и курсовой девиаций из вынужденных колебаний в свободные. Такое же пополнение происходит и от поправок  $\eta_1(t)$ ,  $\eta_2(t)$ ,  $\eta_3(t)$  [см. (241)], если вынужденные колебания рассчитываются по методе неопределенных коэффициентов.

Это явление может быть названо «наследственностью» колебаний гирросфера. При обработке испытаний гирокомпаса необходимо этому явлению вести учет, иначе можно притти к совершенно ложным выводам. Как видно, этот учет — довольно сложный и по характеру своему напоминает вычисление возмущенного движения планет при составлении таблиц их астрономических координат, помещаемых в «Nautical Almanac» или подобных ему астрономических ежегодниках.

Таким образом гирокомпас при маневрировании корабля проявляет при неполной компенсации своего рода «наследственность»: с одной стороны, начальные значения погашаются показательными множителями  $e^{-\mu t}$  и  $e^{-nt}$  или  $e^{-\mu(t-t_0)}$  и  $e^{-n(t-t_0)}$ ; с другой стороны, они пополняются за счет некомпенсированных частей баллистической и курсовой девиаций, имеющихся в моменты  $t=t_1$ ,  $t=t_2$ ,  $t=t_3$  перекладки руля при маневрах, в предположении, что корабль сохраняет скорость хода неизменной (при изменении скорости хода и радиуса циркуляции это явление сохраняется, но в более сложном виде).

Поясним сказанное здесь аналитически. В § 8 показано, что к первому члену курсовой девиации гиросферы, а не курсографа,

$$\delta_1 = -\frac{1}{R\omega} \cdot \frac{c \cos \gamma}{\cos \varphi}$$

надо присовокупить поправки:

$$(172) \quad \varepsilon_1(t) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R\omega} c \sec \varphi \right)^2 \sin 2\gamma$$

$$(195) \quad \varepsilon_2(t) = \delta_1 \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1}{\cos \varphi_0}$$

Таким образом, опуская аргумент  $t$ , алгебраически будем иметь:

$$\delta = \delta_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

Выше было показано также, что баллистическая девиация выражается формулами (164) и (169):

$$A_1(t) = A(t) + \xi$$

причем

$$A(t) = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \cdot \frac{ap}{g} \cos \gamma$$

$$\xi = QX \cos pt = \frac{1}{20} \Omega^2 \frac{V}{g} \sin \gamma$$

В § 12 доказано, что при несоблюдении условий

$$A(0) = B(0) = \Theta(0) = 0$$

к выражениям баллистической девиации (если ее выражение находится по методе неопределенных коэффициентов) надо присовокупить поправки (241), тогда движение гиросферы и жидкости в успокоителе будет определяться уравнениями (217), которые в развитой форме будут:

$$(248) \quad \begin{aligned} \alpha &= u + A(t) + \delta_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \eta_1 + \xi \\ \beta &= \beta_r + v + B(t) + \eta_2 \\ \psi &= \vartheta_r + \omega + \Theta(t) + \eta_3 \end{aligned}$$

В первой из этих формул сумма:

$$A(t) + \delta_1 = 0$$

ибо эти два члена взаимно компенсируются, но все прочие члены остаются, и выше указано, в какой последовательности изменяются аргументы в этих членах, опущенные для простоты письма.

Если эти аргументы восстановить и считать время  $t$  с моментов перекладки руля, то формулы (248) примут для нижеуказанных промежутков времени следующий вид, причем не выписываются взаимно компенсирующиеся члены, сумма которых равна нулю, т. е.

$$\delta_1 + A(t) = 0$$

### Циркуляция № 1 ( $t_0 \leq t \leq t_1$ )

$$\begin{aligned}\alpha(t-t_0) &= u(t-t_0) + \varepsilon_1(t-t_0) + \varepsilon_2(t-t_0) + \eta_1(t-t_0) + \xi(t-t_0) \\ \beta(t-t_0) &= \beta_r + v(t-t_0) + B(t-t_0) + \eta_2(t-t_0) \\ \vartheta(t-t_0) &= \vartheta_r + \omega(t-t_0) + \Theta(t-t_0) + \eta_3(t-t_0)\end{aligned}$$

Промежуточные маневры:  $t_1 \leq t \leq t_2$ .

### Циркуляция № 2 ( $t_2 \leq t \leq t_3$ )

$$\begin{aligned}\alpha(t-t_2) &= u(t-t_2) + \varepsilon_1(t-t_2) + \varepsilon_2(t-t_2) + \eta_1(t-t_2) + \xi(t-t_2) \\ \beta(t-t_2) &= \beta_r + v(t-t_2) + B(t-t_2) + \eta_2(t-t_2) \\ \vartheta(t-t_2) &= \vartheta_r + \omega(t-t_2) + \Theta(t-t_2) + \eta_3(t-t_2)\end{aligned}$$

и т. д.

Обратим внимание, что  $\alpha(t-t_0)$ ,  $u(t-t_0)$ , ...  $\eta_s(t-t_2)$  суть знаки функциональной зависимости, а не произведения

$$\alpha \cdot (t-t_0); \quad u \cdot (t-t_0)$$

и т. д.

Уравнениями для первого промежутка можно пользоваться до момента  $t=t_1$ , до которого величины  $a$  — радиус циркуляции — и  $p=\frac{2\pi}{\tau}$  остаются постоянными, начальные значения  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $\omega_0$  относятся к моменту  $t=t_0$  и свободные колебания выражаются формулами (107), в которых вместо аргумента  $t$  надо писать  $t-t_0$ .

Затем после момента  $t=t_1$  корабль совершает какие-то промежуточные маневры в течение промежутка времени от  $t=t_1$  до  $t=t_2$ .

В момент  $t=t_2$  корабль начинает вторую циркуляцию, причем начальные для нее значения будут определяться промежуточными маневрами и теми же значениями

$$(u)_{t=t_2} = u_1; \quad (v)_{t=t_1} = v_1; \quad (\omega)_{t=t_1} = \omega_1$$

с которыми эти промежуточные маневры начались. К моменту  $t=t_2$  начальные значения для второй циркуляции будут:

$$(u)_{t=t_1} = u_2; \quad (v)_{t=t_2} = v_2; \quad (\omega)_{t=t_2} = \omega_2$$

За промежуток времени от  $t=t_2$  до  $t=t_3$  надо пользоваться формулами (107), и в зависимости от величины промежутков  $t_1-t_0$ ,  $t_2-t_1$ ,  $t_3-t_2$  и т. д. свободные колебания могут и не погаситься полностью, и к ним добавятся некомпенсированные части вынужденных колебаний. Кроме того каждая циркуляция в зависимости от надобности может быть описана со своим радиусом и своим периодом.

Функция  $\xi(t-t_0)$  — чисто периодическая с периодом  $\tau$ ; остальные функции, входящие в состав свободных колебаний, содержат показательные множители:  $e^{-\mu(t-t_0)}$ ,  $e^{-n(t-t_0)}$ ,  $e^{-\mu(t-t_1)}$ ,  $e^{-n(t-t_1)}$ ,  $e^{-\mu(t-t_2)}$ ,  $e^{-n(t-t_2)}$  и т. д.; поэтому если промежутки времени  $t_1-t_0$ ,  $t_2-t_1$ ,  $t_3-t_0$ ,  $t_2-t_1$ ,  $t_3-t_1$ ,  $t_3-t_2$  и т. д. не настолько велики, что все эти показательные

множители пренебрежимо малы, то через начальные значения  $u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2$  и т. д. для последовательных маневров и циркуляций свободные колебания не будут уничтожаться, а будут поддерживаться некомпенсированными частями баллистической и курсовой девиаций, а также поправками  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ .

В этом и состоит то явление, которое мы назвали «наследственностью» или «накоплением погрешностей», учет которого необходимо делать при изучении данных испытаний гирокомпасов.

Относительно поправок  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  необходимо заметить, что их надо вводить, если вынужденные колебания определяются по методе неопределенных коэффициентов; если же  $A(t), B(t), \Theta(t)$  представляются определенными интегралами, то вообще будет:

$$\int_0^t W(\xi) d\xi = \int_0^{t_1} W_1(\xi) d\xi + \int_{t_1}^{t_2} W_2(\xi) d\xi + \dots + \int_{t_{k-1}}^t W_k(\xi) d\xi$$

и хотя функция  $W(\xi)$  может быть и разрывной, формулы (70) имеют место, и учет поправок произойдет сам собою.

Необходимость учета величин  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  Геккелером из виду упущена, но в превосходном руководстве проф. Б. В. Булгакова «Прикладная гирoscopия» вынужденные колебания представлены определенными интегралами и сказанная поправка учитывается сама собою.

Необходимо еще обратить внимание, что мы здесь ограничились рассмотрением того случая, когда маневрирование состоит в описании круговых циркуляций и прямых курсов с постоянной скоростью, на тихой воде, так что корабль не имеет качки.

Рассмотрение влияния качки, учет изменений скорости, перемен хода с переднего на задний, маневрирования по курсовой локодромии (логарифмическая спираль), при обстреливании береговой цели или в одиночном бою и т. п. потребовало бы еще более обширной статьи, нежели эта.

Обратим еще внимание, что явление «наследственности» колебаний и поддержания свободных колебаний вынужденными при маневрировании дает возможность «раскачать» гирокомпас до углов, гораздо больших, нежели обычные его погрешности. Когда я в шутку сказал об этом Э. Сперри и объяснил, как для этого надо располагать последовательные галсы, то Сперри мне в шутку же ответил: «Я буду просить, чтобы Вас не назначали в комиссию по испытанию гирокомпасов».

Возможность так «раскачивать», распоряжаясь последовательностью и продолжительностью галсов, целиком относится и к компасам Аншютца.

Некоторая сложность и длиниота выкладок в настоящей статье являются вполне естественными, если вспомнить, насколько просто изложение в небесной механике Кеплерова учения о движении планет и насколько сложно рассмотрение их возмущенного движения, а здесь именно рассматривалось возмущенное движение гирокомпаса, чтобы выяснить возмущения или погрешности его.

## СОДЕРЖАНИЕ

Магнитные компасы	Стр.
Основания теории девиации компаса (1940) . . . . .	3
О расположении стрелок в картушке компаса (1886) . . . . .	65
О новом дромоскопе (1886) . . . . .	87
Заметка о теории и употреблении дромоскопа Фурнье (1886) . .	99

Гирокомпасы	
О теории гирокомпаса Аншюцца (1940) . . . . .	127

---