АКАДЕМИЯ НАУК СССР

СОБРАНИЕ ТРУДОВ АКАДЕМИКА А.Н.КРЫЛОВА

IX

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА-ЛЕНИНГРАД

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

СОБРАНИЕ ТРУДОВ

АКАДЕМИКА

А. Н. КРЫЛОВА

IX

ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА 1948 ЛЕНИНГРАД

Ответственный редактор
профессор И. Г. ХАНОВИЧ

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

От Комиссии по изданию полного собрания трудов академика А. Н. Крылова . . 7

Очерк развития теории корабля 9

Основные сведения по теории корабля 21
Глава I. Плавучесть и остойчивость 11
Глава II. Качка корабля 33
Глава III. Ходкость карабля 38
Глава IV. Поворотливость корабля 42

Теория корабля (плавучесть и остойчивость) 45
Введение 45
§ 1. Предмет теории корабля 45
§ 2. Вычисление площади 45
§ 3. Вычисление положения центра тяжести площади 46
§ 4. Вычисление объема 48
§ 5. Вычисление положения центра тяжести объема 50
§ 6. О моментах инерции площадей 50
§ 7. Вычисление моментов инерции площадей 53
§ 8. Вычисление объемов и статических моментов клиновых отсеков . . . 55
§ 9. Приближенные формулы для вычисления определенных интегралов. Формула трапеций 58
§ 10. Формула Симпсона 65
§ 11. Формула Чебышева 70
§ 12. Вычисление интегралов с переменным верхним пределом 71
§ 13. Графический способ построения интегральной кривой 73
§ 14. Графический способ непосредственного построения второй интегральной кривой 76
§ 15. Приближенное вычисление интегралов с бесконечным пределом или с обращающейся в бесконечность подинтегральной функцией 78
§ 16. Приближенное интегрирование дифференциального уравнения колебания 81
§ 17. Общая теория интегрирующих приборов 84
§ 18. Планиметр Амслера 89
§ 19. Интегратор Амслера 95
§ 20. Планиметр-топорик 100
§ 21. Интеграф Абданк-Абакановича 102
§ 22. Общие правила приближенных вычислений 104
§ 23. Влияние на точность результата производства арифметических действий над приближенными числами 106

§ 24. Общие правила действий над приближенными числами 114
§ 25. Составление схемы расчетов 115

Глава I. Плавучесть 116

§ 26. Плавучесть и водоизмещение 116
§ 27. Вычисление водоизмещения корабля 118
§ 28. Сравнение точности вычисления по формулам трапеций, Симпсона и Чебышева 128
§ 29. Изменение углубления корабля от приема и расходования грузов . . . 131
§ 30. Грузовой размер, кривая тонн на дюйм и на сантиметр осадки 135
§ 31. Изменение углубления корабля при переходе из пресной воды в соленую и обратно 138
§ 32. Масштаб Бонжана 139
§ 33. Запас плавучести 141

Глава II. Остойчивость 143

§ 34. Закон Архимеда. Центр величины 143
§ 35. Вычисление положения центра величины корабля 145
§ 36. Вычисление положения центра тяжести корабля 149
§ 37. Общее условие остойчивости корабля 149
§ 38. Поперечная остойчивость для малых наклонений 152
§ 39. Метацентрическая формула остойчивости 159
§ 40. Определение положения центра тяжести корабля из опыта 160
§ 41. Изменение остойчивости от перемещения, приема и расходования груза 170
§ 42. Определение центра тяжести корабля затоплением отделения 173
§ 43. Определение положения центра тяжести броненосца „Бородино“ . . . 185
§ 44. Крен, происходящий от одностороннего приема или расхода груза . . 194
§ 45. Продольная остойчивость корабля 196
§ 46. Изменение дифферента от продольного перемещения грузов 203
§ 47. Изменение дифферента и углубления штевней, происходящие от приема или расходования грузов 205
§ 48. Расчет влияния жидкого груза на остойчивость корабля 208
§ 49. Остойчивость корабля при больших углах наклонения 210
§ 50. Вычисление остойчивости высокобортных судов 219
§ 51. Поверка при вычислении остойчивости 231
§ 52. Диаграмма Рида 233
§ 53. Вычисление остойчивости судов низкобортных 236
§ 54. Способ Dargnies вычисления остойчивости 242
§ 55. Изменение диаграммы Рида при перемещении центра тяжести 242
§ 56. Изменение диаграммы Рида при приеме или расходе грузов 243
§ 57. Изменение остойчивости при открытых пушечных портах 245
§ 58. Динамическая остойчивость 248
§ 59. Действие шквала 254
§ 60. Гибель „Captain“ 256
§ 61. Расчет влияния затопления отделений на крен, дифферент и остойчивость корабля 260
1-й случай. Затопленное отделение сверху закрыто и заполняется целиком 261
§ 62. То же. 2-й случай. а) Отделение сверху открыто, но с забортной водой не сообщается 264
§ 63. То же. 2-й случай. б) Затопленное отделение имеет постоянное сообщение с забортной водой 264

§ 64. Расчет одновременного затопления нескольких отделений 269
§ 65. Таблицы непотопляемости эскадренного броненосца „Петропавловск“ . 271
§ 66. Объяснение таблиц, показывающих влияние затопления отделений броненосца „Петропавловск“, и пользование ими 278
§ 67. Расчет остойчивости броненосца „Петропавловск“ при повреждении от таранного удара 290
§ 68. Таблицы непотопляемости броненосца „Слава“ 304
§ 69. Схема расчета таблиц непотопляемости 304
§ 70. Значение таблиц непотопляемости для предотвращения гибели корабля при повреждениях 306
§ 71. Живучесть корабля 310
§ 72. Гибель кораблей „Рояль Джордж“ в 1798 г., „Виктории“ в 1892 г. и „Гангута“ 312
§ 73. Боевая остойчивость и ее обеспечение 313
§ 74. Остойчивость корабля при вводе в док. Давление на кормовой блок . 317
§ 75. О моментах инерции плоской фигуры 320
§ 76. Наклонения корабля около произвольной оси. Главные метацентры . . 326
§ 77. Катящаяся поверхность 331
§ 78. Определение положения равновесия корабля при больших наклонениях 333
Сокращенная таблица квадратов и кубов чисел 334

Статика судоподъема 337

Введение 337

Глава I. Подъем корабля продутыми понтонами, скрепленными намертво с кораблем; присоса нет 342

Глава II. Корабль подвержен присосу к грунту 368

Определение положения равновесия корабля, имеющего пробоину 382

ОТ КОМИССИИ ПО ИЗДАНИЮ ПОЛНОГО СОБРАНИЯ ТРУДОВ АКАДЕМИКА А. Н. КРЫЛОВА

Труды Алексея Николаевича в области теории корабля охватывают все разделы этой науки. Основная часть их, посвященная учению о плавучести, остойчивости, непотопляемости и ходкости корабля, издается в двух выпусках IX тома полного собрании трудов. Все работы А. Н. Крылова в области качки корабля выделены особо в XI том, который будет состоять также из двух частей.

В настоящей книге наряду с курсом теории корабля, принесенным академиком А. Н. Крыловым в дар Высшему военно-морскому инженерному ордена Ленина училищу имени Дзержинского, публикуются его две научно-популярные работы, а также статьи по статике судоподъема и теории непотопляемости.

Во вторую часть IX тома войдут статьи Алексея Николаевича по ходкости корабля, о равновесии шаровой мины на течении, о постановке кессона моста им. Володарского в Ленинграде, о судах, перевозивших паровозы, перевод статьи „Теория корабля", написанной для немецкой математической энциклопедии, и ряд других.

Настоящий выпуск отредактирован и подготовлен к печати членом комиссии професором доктором технических наук И. Г. Хановичем при участии доцентов кандидатов технических наук С. Н. Благовещенского, А. В. Герасимова и В. В. Семенова-Тян-Шанского.

ОЧЕРК РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ КОРАБЛЯ[1]

§ 1. Начало искусства судостроения восходит до глубочайшей древности и теряется не только в не дошедшей до нас истории исчезнувших культур, исчезнувших цивилизаций таких народов, как предшественники ассирийцев, вавилонян, финикийцев, древних египтян, но оно предшествовало даже самой культуре и цивилизации. У людоедов островов Фиджи и Новой Зеландии, когда их впервые открыли европейские мореплаватели, уже были целые флоты искусно сделанных пирог. Не нужно и ходить столь далеко — близ Новой Ладоги лет 50 тому назад наш знаменитый геолог А. А. Иностранцев нашел при своих раскопках рядом с орудиями каменного века обломки челнока.

Библия сохранила нам описание сказочного Ноева ковчега и даже обстоятельные технические задания на его постройку, к которым мы еще вернемся. Пришлось бы исписать целые тома, как это сделал Чарнок в своей истории кораблестроения, начинающейся от Ноева ковчега и доведенной до 1800 г. и тогдашнего трехдечного 120-пушечного корабля. Но этот корабль по материалу своей постройки, по роду двигателя ближе к Ноеву ковчегу и пироге новозеландца, нежели к современному дредноуту или трансатлантику, такому как „Conte di Savoia“ или „Queen Mary“. Таким образом можно сказать, что за последние сто лет в судостроении совершен больший переворот, сделан больший прогресс, нежели за неисчислимые века от челнока первобытного человека до 100-пушечных кораблей Нельсона.

§ 2. Я не буду пытаться прослеживать последовательность развития изменений боевых судов от трехдечного корабля до современного броненосца, или от чайного клипера, совершавшего в 90 дней переход из Шанхая в Лондон кругом мыса Доброй Надежды всего 70 лет тому назад, до трансатлантика, а остановлюсь на рассмотрении того, что между ними есть общего, что всегда требовалось, требуется и будет требоваться от всякого судна.

Это общее — суть мореходные качества корабля: плавучесть, остойчивость, ходкость, плавность и малость размахов качки, поворотливость.

---

[1] Впервые напечатано в «Трудах ВНИТОСС», 1934, т. I, вып. 1.

Практика всегда предъявляла вопросы о том, что и как надо делать, чтобы корабль был крепок и надежен и обладал надлежащими качествами; вместе с тем практика веками, как бы естественным подбором, подходила и к решению этих вопросов, часто весьма своеобразному, как, например, в катамаранах сингалезов и малайцев.

Исследование мореходных качеств корабля, их зависимость от его размеров и соотношений между ними, от формы обводов, распределения грузов и пр. составляет предмет *теории корабля*; изучение же его крепости, ее обеспечения правильным, без излишней затраты материала, распределением судовых связей составляет предмет *строительной механики корабля*.

В нашем обзоре мы ограничимся лишь теорией корабля.

§ 3. 2200 лет тому назад величайший математик всех времен и народов — *Архимед* — нашел и доказал тот основной закон, который решает все вопросы о плавучести корабля, и в нем же заключаются и основания учения об остойчивости.

Это сочинение Архимеда состоит из двух книг, или глав, первая из которых содержит два основных положения, или постулата, и девять предложений, из которых в семи устанавливается общее учение о плавающих телах и в последних двух прилагается к определению положений равновесия сферического сегмента.

Книга вторая заключает учение об определении положений равновесия сегмента параболоида вращения и заключает десять предложений. Чтобы дать понятие об этом труднейшем для изучения из всех сочинений Архимеда, я приведу некоторые из этих предложений.

Постулат 1-й. Предполагается, что природа жидкости такова, что при равномерном и непрерывном расположении частей ее та часть, которая подвергается меньшему давлению, гонится тою, где давление больше. Всякая часть жидкости подвержена давлению жидкости, над нею находящейся по отвесному направлению, хотя бы жидкость где-либо опускалась или гналась из одного места в другое.

Предложение 1-е. Если сечение поверхности любою плоскостью, проведенной через данную точку, есть круг, то эта поверхность есть шар.

Предложение 2-е. Поверхность всякой покоящейся жидкости сферическая, центр которой совпадает с центром земли.

Предложение 3-е. Если тело при равных объемах весит столько же, как и данная жидкость, то, будучи в эту жидкость помещено, оно погрузится в нее настолько, что над поверхностью жидкости ничего от тела не останется, но оно не опустится глубже.

Предложение 4-е. Если более легкое, нежели жидкость, тело будет в нее помещено, то часть тела останется над поверхностью жидкости.

Предложение 5-е. Если более легкое, нежели жидкость, тело будет в нее помещено, то оно погрузится настолько, что объем жидкости

равный объему погруженной части, весит столько же, как и все тело.

Предложение 6-е. Если более легкое, нежели жидкость, тело будет в нее погружено, то оно с тем большей силою будет всплывать, чем больше вес жидкости при равном с телом объеме.

Предложение 7-е. Если более тяжелое, нежели жидкость, тело будет в нее помещено, то оно опустится на дно, и его вес в жидкости уменьшится настолько, сколько весит жидкость в объеме, равном объему тела.

Постулат 2-й. Мы предполагаем, что сила, которою плавающее в жидкости тело поддерживается, направлена вертикально вверх и проходит через его центр тяжести.

Предложение 8-е. Если более легкое, нежели жидкость, твердое тело имеет форму сегмента шара и погружено в жидкость так, что основание сегмента не касается жидкости, то этот сегмент займет такое положение, при котором его ось вертикальна. Если сегмент наклонить так, что его основание коснется жидкости, то, будучи предоставлен самому себе, этот сегмент займет такое положение, при котором его ось вертикальна.

Предложение 9-е. Если более легкий, нежели жидкость, шаровой сегмент погружен в жидкость так, что все его основание находится в жидкости, то, будучи предоставлен самому себе, он примет такое положение, при котором его ось вертикальна и основание внизу.

Во второй книге одиннадцать предложений, в которых показываются возможные положения устойчивого равновесия такого сегмента параболоида вращения, у которого основание перпендикулярно к оси параболоида, при разных отношениях как плотности параболоида к плотности жидкости, так и высоты его к периметру производящей параболы.

При этом рассмотрение Архимеда исчерпывающее, т. е. он устанавливает точные границы для сказанных отношений, при которых параболоид будет плавать, находясь в равновесии, имея свою ось вертикальной, основанием вверх или вниз, и точные границы для тех случаев, когда параболоид плавает не в прямом, а в наклонном положении на некоторый угол и на какой именно.

Надо помнить, что все геометрические понятия, начиная от площади круга, площади параболы, объема цилиндра, шара, шарового сегмента, учения о центре тяжести тел, о их равновесии, — все это создано самим Архимедом, тогда явится лишь малое представление о необыкновенной мощи его гения и о нелепости повторяемой историками, с легких слов Плутарха, басни, что Архимед, сидя в ванне в общественных банях, нашел свой закон и, выскочив из ванны голый, побежал домой по улицам сиракузским с криком „эврика, эврика“ — „я нашел, я нашел“.

§ 4. Несмотря на всю простоту и общность, закон Архимеда долго не находил применения в практике судостроения — именно протекло

1900 лет до того времени, когда в 1666 г. английский судостроитель Антоний Дин к удивлению короля и его свиты при постройке корабля «Ruppert» предсказал его углубление ранее спуска на воду и прорезал пушечные порта, когда корабль был еще на стапеле. Став в 1684 г. сервиером английского флота, т. е. инспектором кораблестроения, он сделал распоряжение для всех типов тогдашних кораблей о взвешивании всех частей их корпуса, а также и всех грузов, входящих в их оснастку, снабжение, боевое вооружение и пр.

Надо вспомнить, что в последнюю четверть XVII в. произошло необыкновенное развитие математических наук. В Англии это было время самого расцвета гения Исаака Ньютона, почитаемого равным Архимеду, — как раз в мае 1686 г. появилось в свет его сочинение „Математические начала натуральной философии", которое знаменитым математиком Лагранжем названо „величайшим произведением человеческого ума". На континенте в это же время работал Лейбниц и его ученики братья Бернулли, развивая изобретенное, независимо один от другого, Ньютоном и Лейбницем исчисление бесконечно-малых, дававшее возможность по общим простым правилам решать аналитически те задачи, которые с величайшим трудом поддавались синтезу древних. Сколь это ни странно, жители гористой Швейцарии Ив. Бернулли и его ученик Леонард Эйлер первые начали прилагать „новую математику" к решению вопросов, касающихся корабля.

В 1727 г. тогда двадцатилетний Эйлер стал членом нашей Академии Наук и оставался им до своей смерти в 1783 г. Одно время (в 1733 г.) возникло опасение, что Петербургская Академия будет упразднена, тогда Эйлер по предложению графа Сиверса, в то время главного начальника русского флота, имел в виду поступить во флот лейтенантом. Почти в то же время из Парижа астрономы Бугер, Кондамин и Годен были командированы французским правительством в тогдашнее Перу, ныне Эквадор, произвести измерение длины одного градуса дуги меридиана. Бугер пробыл в Перу почти 10 лет. Дальнее плавание на тогдашних парусных судах дало ему возможность ознакомиться с морем и с кораблем.

Ясное дело, что и Эйлер, едва не попавший на службу во флот, интересовался кораблем и его постройкою и, так как все судостроение тогда сосредоточивалось в Петербурге, имел к тому полную возможность. Как бы то ни было, в 1746 г. появилось в Париже сочинение Бугера „Théorie du Navire", а в 1749 г. вышло в Петербурге присланное Эйлером из Берлина за несколько лет перед тем сочинение «Scientia Navalis» в двух громадных томах in 4°.

Оба сочинения, написанные одновременно, одно в Перу, другое в Берлине, оказались по методу изучения вопросов и по результатам весьма близкими между собою. В них вполне устанавливается в применении именно к кораблю учение о плавучести, остойчивости и ее

измерении, вводится понятие о метацентре, развивается данное еще Ньютоном учение о сопротивлении жидкостей в применении к кораблю и к действию ветра на паруса и решается целый ряд других вопросов, относящихся к кораблю и его мореходным качествам.

§ 5. Сочинения Эйлера и Бугера показали, что исследование корабля доставляет обширный материал для приложений математики и новых ее методов, которые тогда разрабатывались.

С 1753 г. Парижская Академия Наук предлагает на премии целый ряд тем по теории корабля. В конкурсах принимают участие Эйлер, братья Бернулли, Бугер, аббат Боссю и другие математики того времени. Ими вырабатываются приемы вычисления по чертежу элементов корабля и его остойчивости, указывается способ практического определения положения центра тяжести, излагается учение о качке корабля на волнении, к сожалению основанное на ложном допущении о свойствах самой волны, сделанное еще в 1714 г. Ив. Бернулли, разбираются вопросы о нагрузке и распределении грузов на корабле, намечается и дается общая теория напряжений связей корабля как на тихой воде, так и при качке на волнении.

Для изучения плавучести и остойчивости корабля приходилось применять лишь учение о равновесии плавающего тела, так сказать, обобщать и развивать сделанное Архимедом; не то было относительно качки, а в особенности относительно ходкости корабля, здесь уже требовалась не статика, а динамика и гидродинамика.

Особенно велики трудности в исследовании ходкости, — здесь надо знать законы сопротивления воды на движущиеся в ней тела. Вывод этих законов не поддается анализу, и лишь в последние годы и в наше время кое-что сделано в этом направлении, но вопрос далеко еще не исчерпан. Не имея строгого и общего вывода, приходилось делать разного рода гипотезы, следствия которых надо было затем проверить опытом или же прямо, производя ряд испытаний, обобщать полученные результаты, стремясь свести их в одну формулу или вывести из них общий закон.

Так поступил еще Ньютон в своих „Началах“, где он показал, что при определенных допущениях сопротивление жидкости движущемуся в ней телу должно быть пропорционально квадрату скорости движения и площади наибольшего поперечного сечения, перпендикулярного к направлению движения, завися при этом от обводов передней части движущегося тела. Он произвел вместе с тем и ряд опытов для проверки своего закона в применении к простейшему из тел — шару.

Кроме этих общих выводов, Ньютон главу о сопротивлении жидкостей начал с установления так называемого закона механического подобия, который через 184 года после издания Ньютонова труда послужил основанием для опытов над моделями судов в специальных бассейнах, чтобы по таким моделям определять сопротивление воды на самый корабль.

§ 6. Исследования сопротивления воды даже на небольшие тела требуют значительных затрат и могли быть осуществляемы или при содействии правительства или людьми, обладавшими весьма большими средствами.

Первые обширные испытания были произведены во Франции в 1770 г. по следующему поводу: предполагалось соорудить целую сеть внутренних водных сообщений, и, наряду со шлюзованными каналами, было предположено устройство судоходного туннеля, подобного тому, который построен между марсельским портом и лиманом р. Роны (так называемым „прудом Бэр“) и закончен в 1922 г. Правительство предложило Парижской Академии Наук исследовать зависимость сопротивления воды как от скорости движения судна по туннелю, так и от отношения площади поперечных сечений судна и канала. Была образована комиссия, в которую вошли математики Даламбер, Кондорсе и аббат Боссю: ими были произведены в Париже в обширном мелководном бассейне Военной школы подробные, хорошо обставленные и точно описанные опыты. Этими опытами было обнаружено значительное увеличение сопротивления в тесном для судна канале, после чего проект туннеля был отвергнут.

Затем, в 1795 — 1798 гг. в Англии производил опыты над сопротивлением воды полковник Марк-Грегор Бофуа. Эти опыты были обставлены весьма тщательно, производились они в Гринокском доке, стоили свыше 50 000 фунтов стерлингов и образцово изданы. Бофуа приводит все подлинные, непосредственно наблюденные величины. Главный результат, обнаруженный этими опытами, был тот, что при одинаковой площади поперечного сечения и одинаковых обводах передней части движущегося тела, скажем доски, поставленной на ребро, сопротивление зависит от длины доски, т. е. здесь обнаружено существование трения воды о поверхности движущегося в ней тела.

После ряда робких попыток, продолжавшихся около 30 лет, с 40-х годов прошлого столетия появляется морской паровой флот. К теории корабля предъявляются новые требования: явилась возможность распоряжаться ходом и курсом корабля независимо от ветра; при самом составлении проекта корабля стали назначать желаемую скорость хода и пространство, проходимое с этой скоростью; потребовали определения надлежащей мощности паровой машины, обеспечивающей эту скорость хода.

Вместе с тем явилась возможность производить испытания судов и определять мощность, потребную на их движение, что на парусных судах было совершенно невозможно. Испытание каждого корабля доставляло материал для суждения о следующем, явился ряд эмпирических формул, воспроизводящих результаты таких опытов. Из множества таких формул следует отметить данную в 1892 г. формулу В. И. Афанасьева, замечательную по своей простоте и хорошей точности для громадного числа случаев обычной практики.

В 40-х же годах шотландский битюг сделал по отношению к движению судов по каналам то открытие, которое ускользнуло от внимания французских академиков. Его впрягали в бечеву, которой по каналу тянули трешкоут, и заметили, что он проходил свою станцию ровной рысью быстрее других и приходил совершенно свежий, тогда как другие лошади тот же путь пробегали значительно медленнее, а приходили в мыле. Об этом узнал знаменитый корабельный инженер Скот-Россель и обратил внимание, что битюг вначале наддавал ходу, затем ход несколько сбавлял, и трешкоут шел с едва натянутой бечевой, — одним словом, было открыто явление так называемой переносной волны, получившее впоследствии столь важное значение.

§ 7. В 1870 г. В. Фруд предложил воспользоваться для суждения о сопротивлении воды на корабль испытанием его модели, применяя Ньютонов закон механического подобия. Английское адмиралтейство поддержало начинание Фруда, в Торкей был построен специальный бассейн, послуживший затем образцом как для нашего, так и для других бассейнов. По закону Ньютона модель надо испытывать при скорости, составляющей от скорости корабля такую же долю, как корень квадратный из масштаба модели составляет от единицы. Так, например, если модель в $^1/_{25}$ натуры, то ее надо испытывать при скорости в $^1/_5$ от скорости корабля, тогда сопротивление, ею претерпеваемое, составит такую долю от сопротивления корабля при его скорости, какую куб масштаба модели составляет от единицы, в нашем примере это будет $\left(\frac{1}{25}\right)^3 = \frac{1}{15625}$. Зная же сопротивление и скорость, сейчас же получим и потребную мощность.

Однако на практике дело оказалось далеко не столь простым, — закон механического подобия, данный Ньютоном, столь же точен и неоспорим, как и всякий закон теоретической механики, но корабль и его модель при движении в воде не представляют собою двух подобных в механическом смысле систем, т. е. в смысле Ньютонова закона. Сопротивление воды состоит из двух частей — одной, зависящей от размеров и обводов корабля или его модели, другой, зависящей только от величины его смоченной поверхности и от длины ее. Эта вторая часть есть как раз обнаруженное еще при опытах Бофуа трение, оно-то и не следует закону подобия. Фруд подробно изучил законы трения в воде и указал, как надо производить расчет в отдельности для каждой из составных частей сопротивления, чтобы от результатов испытания модели перейти к кораблю.

§ 8. В тесной связи с сопротивлением воды находятся расчет и теория гребного винта. Хотя в последние годы в этой области сделано весьма многое покойным Н. Е. Жуковским и его учениками, начиная с академика С. А. Чаплыгина, но вопрос еще не получил окончатель-

ного разрешения. Все расчеты основаны на разного рода допущениях, более или менее соответствующих действительности.

Здесь во всяком случае надо иметь в виду воззрения Ранкина на все движители как на реактивные, — движитель отбрасывает воду назад и сообщает кораблю такое же количество движения вперед, какое сообщено воде назад. Значит работа или мощность, затрачиваемая на вращение винта, частично идет на сообщение движения кораблю, преодолевая сопротивление воды, частично же идет на сообщение скорости отбрасываемой назад воде. Эта последняя часть составляет чистую потерю. Эта потеря будет тем *меньше*, чем *больше* отбрасываемое количество воды и чем меньше скорость, с которою это количество воды отброшено. Отсюда видно, что надо получить струю, отбрасываемую винтом или вообще движителем, возможно большей площади поперечного сечения. Всякое нарушение этого принципа приводит к невыгодным движителям, обладающим большими потерями и малым полезным действием.

Таким образом, водометные движители, где струя сравнительно малой площади сечения отбрасывалась с большою скоростью, оказались весьма невыгодными. Наперед можно было предвидеть невыгоду устройства на одном из наших больших крейсеров, построенном лет 40 тому назад, среднего винта малых размеров для экономического хода, — такой винт по самому принципу его работы не мог быть экономичным, что и подтвердилось на практике.

§ 9. Перед самой Крымской войной во Франции и отчасти в Англии некоторые парусные линейные корабли были снабжены паровыми машинами и винтовым движителем. Они принесли большую пользу союзникам, но тогда же обнаружилась слабость деревянных судов в борьбе с бомбическими орудиями, незадолго перед Крымской войной введенными на вооружение судов и береговых батарей. Явилась необходимость в судах броненосных, и уже к концу войны под Кинбурном действовали французские плавучие броненосные батареи, принудившие крепость к сдаче, так как ее круглые ядра и бомбы не наносили никакого вреда, разбиваясь о броню. Это было начало строения броненосцев и продолжающейся и поныне борьбы между артиллериею и бронею.

Паровые машины того времени, а в особенности котлы, были мало экономичны, и расход в $2^1/_2$ килограмма в час на силу почитался малым, поэтому на первых броненосцах сохраняли и полный корабельный рангоут; вскоре с увеличением размеров судов, утолщением брони, переходом от бортовой артиллерии к башенной от рангоута пришлось отказаться, и появились чисто паровые броненосцы. Первые же их сравнительные испытания на море показали, что, вопреки удержавшимся полтораста лет воззрениям Ив. Бернулли, основанным на ошибочном допущении о строении волны, наиболее остойчивые суда обладали и наиболее стремительной, больших размахов, качкою, даже на срав-

нительно небольшой волне, стрельба с них была невозможна или не обладала никакой меткостью.

Здесь надо вспомнить того же В. Фруда, изложившего в 1861 г. в только что основанном Лондонском обществе корабельных инженеров теорию боковой качки корабля. Последняя была основана на данной еще в 1803 г. Герстнером, а затем вновь открытой Ранкиным, самим Фрудом и Бертеном теории так называемых трохоидальных волн, близко подходящей к действительности для правильной океанской зыби. Практика вскоре подтвердила справедливость теории Фруда в ее существенных чертах.

§ 10. Боевые выгоды низкобортных башенных судов дали капитану Кользу идею соединить в одном корабле низкий борт, толстую броню, башни и корабельный рангоут. Это был несчастный «Captain».

Рид указал, что для полного суждения об остойчивости корабля, в особенности низкобортного, недостаточно знать метацентрическую высоту при прямом положении корабля, а надо исследовать ее изменения при крене, так как лишь только верхняя палуба начинает уходить под воду, метацентр понижается, и остойчивость начинает уменьшаться.

Вместе с тем он обратил внимание на то, как принимать в расчет действие шквала, и указал его особенную опасность для судов низкобортных на ходу под парусами. Короче говоря, он указал, что на «Captain» рангоута ставить нельзя. Рид был в это время главным кораблестроителем английского флота. Отказавшись утвердить хотя бы один чертеж этого корабля, он весною 1869 г. сделал в Обществе корабельных инженеров свой знаменитый доклад «Об остойчивости мониторов под парусами».

Несмотря на предостережения Рида, корабль по приказанию лордов Адмиралтейства был построен и снабжен громадным рангоутом с железными трехногими мачтами.

7 сентября 1870 г. вблизи мыса Финистер во время пробного плавания «Captain» был опрокинут налетевшим шквалом, который не нанес никакого вреда остальным десяти броненосным судам эскадры адмирала Мильна, в составе которой «Captain» плавал. Из 550 человек спаслось 17 на полубарказе, сорвавшемся с ростр.

Замечательно, что ни на «Captain» ни на эскадре не придавали ни малейшего значения исследованиям Рида. «Captain» опрокинулся в полночь, а утром того же дня адмирал устроил гонку под парусами между одиннадцатью кораблями своей эскадры, перенеся свой флаг на «Captain» и находясь сам на этом корабле. Он допустил форсировку парусами, так что кромка верхней палубы касалась воды, и было бы достаточно не то что шквала, а легкого порыва ветра, чтобы опрокинуть «Captain».

В память погибших на этом корабле в Лондоне в соборе Св. Павла вделана в стену бронзовая доска, на которой крупными буквами вы-

Военно-технический [illegible]

гравирован приговор суда, выражающий порицание „невежественному упрямству“ тогдашних лордов Адмиралтейства.

Гибель «Captain» заставила обратить серьезное внимание на исследование остойчивости не только при малых, но и при больших углах крена и послужила к развитию приемов этого исследования и упрощению вычислений, сюда относящихся.

§ 11. На железных судах, в особенности военных, стали с самого их возникновения заботиться об обеспечении их непотопляемости подразделением на отсеки системою переборок поперечных и продольных.

Но и здесь не обошлось без крупных недостатков и ошибок, хотя вопрос о подразделении корабля восходит еще к сказочному Ноеву ковчегу, о котором в библии сказано, что самим богом было Ною указано: „Отделения сделай в ковчеге и осмоли его изнутри и снаружи; три жилья сделай в ковчеге: верхнее, среднее и нижнее жилье и сделай его из дерев гоффер и нимотриклин“.

Конечно, не дух святой, диктовавший библию, был умный голубь, а подобно тому, как Жюль Верн в своих фантастических романах предвидел то, что было осуществлено через 50 лет, так и Моисей в этих словах опередил свой век на 3000 лет.

Но здесь мало было целых тысячелетий, мало было гибели в бою корабля «Re d'Italia» от таранного удара, мало было гибели «Vanguard», протараненного «Iron Duke», мало было гибели «Grosser Kurfürst», протараненного «Kaiser», — нужна была крупная катастрофа с броненосцем «Victoria», протараненным «Camperdown», чтобы начали подвергать расчету подразделения трюма, но и то задним числом. Недаром в 1898 г. на общем собрании членов английского Общества корабельных инженеров, при обсуждении доклада сэра В. Уайта, бывшего тогда главным строителем флота, о вновь построенных кораблях типа «Majestic» адмирал лорд Чарльс Бересфорд, морским глазом оценив недостатки в расположении переборок, сказал: «Мы будем тонуть на этих кораблях, а сэр В. Уайт будет объяснять, почему мы потонули». Действительно, в первом же бою при попытке прорыва через Дарданеллы «Majestic», получив пробоину, потонул и опрокинулся.

Главный недостаток в подразделении кораблей на отсеки состоял в том, что трюм подразделялся на множество мелких отсеков, а надводная часть корабля имела лишь весьма малое число переборок; не обращалось достаточного внимания на водонепроницаемость палуб, прорезанных люками, оставляемыми часто открытыми для выхода людей; наконец, заботились о водоотливной системе, забывая, что через пробоину в 0.1 м^2, погруженную на 5 м вливается в 1 час около 3200 т воды, т. е. больше, чем могут брать самые мощные водоотливные установки одного отсека на корабле. Забывали, что многие корабли после повреждения оставались на воде часами и гибли лишь потому,

что нельзя было их выравнивать, затопляя другие неповрежденные отсеки, так как не было соответствующей системы труб и клапанов.

За три года до Цусимы в подробных докладах я писал об этом в тогдашний Морской технический комитет, но нужна была Цусима, чтобы на это было обращено внимание.

В теснейшей связи с этим стоит основной принцип, что *плавучесть и остойчивость корабля обеспечиваются целостью и водонепроницаемостью его надводного борта.* Нельзя и перечислить даже малой доли судов, которые гибли от несоблюдения этого принципа, и не только десятки и сотни лет тому назад, а, можно сказать, на наших глазах, подобно тому, как было с «Народовольцем».

Сознание этого принципа, в связи с развитием артиллерии фугасных снарядов, повело к коренному изменению системы бронирования судов, заставив отказаться от прикрытия 45-см плитами весьма малой части борта, а перейти к прикрытию большей его части сравнительно тонкою бронею, чтобы обеспечить его боевую плавучесть и боевую остойчивость.

§ **12.** Стремление достигать больших скоростей хода заставляет увеличивать длину судов, уменьшая вместе с тем отношение ширины к длине, заботясь одновременно об обеспечении крепости корабля без излишней затраты материала. Таким образом является необходимость расчета корабля как целого сооружения, причем теория корабля должна доставить строительной механике корабля величины тех усилий, которым корабль может подвергаться на волнении.

Общие приемы такого исследования были даны еще в 1759 г. Эйлером в его премированном мемуаре, представленном на конкурсе Парижской Академии Наук. Лишь в 1820 г. строители английского флота Сеппингс и после него Саймондс разработали рациональную систему постройки деревянных судов, сообразуясь с данным Эйлером представлением о действующих на корабль усилиях.

Затем в 1870 г. Рид, развив заново идеи Эйлера и придав им инженерную форму, указал, каким способом при разного рода упрощающих допущениях изучать напряжения связей в железных судах и рационально распределять материал.

Рид рассматривал вопрос статически, не учитывая качки корабля, но затем нетрудно было обобщить его метод и принимать в расчет как качку корабля, так и те усилия, которые вызываются силами инерции при колебательном движении его.

С этим вопросом тесно связан и вопрос об изучении действительных напряжений, претерпеваемых связями корабля, измеряя их специальными приборами. Работы такого рода в последнее время производятся, но далеко еще не доведены до конца, несмотря на громадную их важность для кораблестроения.

Наконец, надо привести еще один вопрос, который возник в связи с увеличением длины судов и мощности устанавливаемых в них механизмов, в особенности поршневых, — это вопрос о вибрации или сотрясениях корабля, вызываемых работою машины.

Здесь теория корабля, можно сказать, еще теснее сплетается со строительной механикой корабля, с математической физикой и теорией звука.

Корабль можно уподобить громадному упругому стержню или гигантской ножке камертона. Известно, что для поддержания колебаний камертона надо их возбуждать такою силою, которая сама постоянно меняет свою величину и направление столько же раз, сколько колебаний в секунду делает камертон, когда он колеблется свободно без возбудителя. Это есть так называемое явление резонанса.

Совершенно подобно и корабль имеет определенные периоды свободных собственных упругих колебаний — это его тоны и обертоны. Возбуждающие же силы суть неуравновешенные силы инерции движущихся частей машины, частота изменяемости которых пропорциональна числу оборотов ее, т. е. или равна этому числу, или равна удвоенному числу оборотов, или утроенному и т. д. Всякий раз, когда период этой изменяемости или частота ее будет близка к одному из периодов или частот свободных колебаний корабля, имеет место резонанс и возникает вибрация корабля.

Зная причину этого явления, имеется возможность его предвычислить и или устранить или же низвести до допустимых пределов.

Из этого беглого очерка видно, что развитие теории корабля шло не чисто умозрительным, отвлеченным путем. Вопросы теории корабля ставились практикою, обыкновенно какою-нибудь крупною катастрофою с кораблем, на котором не были соблюдены принципы теории, но и теория должна руководствоваться указаниями практики, согласовать свои допущения с действительностью, проверять свои выводы опытом и наблюдениями, доставляемыми практикой, работая и развиваясь с нею в полном единении. В этом единении лежит залог правильного развития как теории, так и практики, и залог совершенствования корабля, что особенно важно теперь, когда идет столь деятельное создание мощного Военно-морского флота для нашего Союза ССР.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ТЕОРИИ КОРАБЛЯ[1]

ГЛАВА I

Плавучесть и остойчивость

§ 1. Теория корабля изучает мореходные его качества, т. е. *плавучесть, остойчивость, плавность качки* на волнении, *ходкость* и *поворотливость*.

Предмет этот в полном своем развитии весьма обширен, требует постоянного применения высшей математики и механики. В таком полном виде познания теории корабля необходимы корабельным инженерам для того, чтобы при составлении проекта корабля придать ему такие обводы и так расположить на нем грузы, чтобы он обладал всеми требуемыми по роду своей службы качествами. Это требует производства ряда сложных вычислений и расчетов; способы их исполнения и указываются в теории корабля.

Краткие основные понятия из теории корабля необходимы для всякого моряка. Всякий моряк должен знать, чем и как обеспечиваются хорошие качества корабля, чем обеспечивается его безопасность в плавании при разных условиях, какие меры надо принимать, чтобы предотвратить гибель корабля при разного рода повреждениях, полученных от несчастных ли случайностей или в бою и т. п. Вот эти-то главнейшие выводы теории корабля, не прибегая к математическому их обоснованию, мы и постараемся изложить.

§ 2. **Плавучесть.** Первым и основным качеством корабля является его *плавучесть*, т. е. способность плавать на воде, неся все предназначенные по роду его службы грузы, имея при этом заданную осадку носом и кормою.

Наряду с плавучестью корабля необходимо рассматривать еще и *запас плавучести корабля*, и это последнее качество даже важнее для моряка. Запасом плавучести называют то количество груза, которое может быть

---

[1] Издано отдельной брошюрой в „Библиотеке Комсофлотца“, изд. „Молодая Гвардия“, 1931 г.

принято кораблем, пока он не погрузится под воду и не затонет. Этим грузом может быть и вода, вливающаяся, например, через пробоину.

Корабли, конечно не такие совершенные, как теперь, строились еще в глубочайшей древности; у самых диких народов, населяющих дебри центральной Африки, не имеющих письменности, умеющих считать лишь до 10 или 20, есть, однако, лодки, которыми они умеют пользоваться с большим искусством, но, конечно, они не задают и не могут задать себе вопроса, почему они поступают в разных случаях так или иначе.

Так и весь мир пользовался лодками и всякого рода судами, и, конечно, всякий судохозяин знал, какое наибольшее количество груза может принять его судно, пока получит наибольшую осадку. Но лишь за 250 лет до нашей эры грек *Архимед*, считающийся по роду своих открытий величайшим из математиков, живший в Сицилии, указал тот основной закон, которому следуют все явления, связанные с плаванием всякого тела.

Архимед доказал, что когда тело плавает, его вес равен весу вытесненной им жидкости. Например, если мы имеем понтон или шаланду прямоугольной формы длиною 30 м, шириною 7 м и видим, что ее углубление 2 м, то значит объем вытесненной ею воды будет $30 \times 7 \times 2 = 420$ куб. м, а так как каждый кубический метр воды весит тонну, то полный вес шаланды со всем в ней находящимся составляет 420 т.

Так и для всякого корабля полный вес равен всегда весу вытесненной им воды, т. е. весу такого количества ее, как объем погруженной (подводной) части корабля. Для прямоугольной шаланды, как видно, этот объем легко рассчитать, перемножив числа, показывающие главные ее размерения в принятой мере, т. е. метрах, но для корабля, обводы которого не представляют прямоугольника, это вычисление несколько сложнее и делается при самом составлении проекта корабля.

Вес вытесненной кораблем воды, равный, как уже сказано, весу корабля, называется его *водоизмещением*.

Водоизмещение судов принято выражать в *тоннах*.

В узаконенных у нас метрических мерах тонна есть мера веса, равная 1000 кг, поэтому, когда говорят, что водоизмещение такого-то корабля в полном грузу 10 000 т, то это значит, что вес корабля со всем в нем находящимся равен 10 000 т.

Заметим еще раз, что один кубический метр пресной воды весит 1000 кг, т. е. 1 т. Океанская соленая вода тяжелее — один кубический метр ее весит 1025 кг.

Воду Балтийского моря можно считать почти пресной. Понятно теперь, что если на корабль принять добавочный груз, то корабль сядет настолько глубже, пока погрузившийся объем не изместит такое количество воды, вес которой равен весу принятого груза. Так положим, что на нашу шаланду принято еще 100 т груза, — она должна сесть настолько глубже, пока подводный объем не увеличится на 100 куб. м, а так как при погру-

жении на 1 м объем увеличивается на 210 куб. м, то, чтобы изместить 100 куб. м, надо шаланду погрузить на 100:210, т. е. на 0.48 м, или 48 см. Этот расчет можно сделать и несколько иначе, вычислив сперва, сколько надо груза, чтобы погрузить шаланду на 1 м. В нашем случае это будет 210 т, стоит теперь только разделить заданный добавленный груз на это число 210, и мы узнаем, насколько глубже сядет шаланда; в нашем примере это будет $\frac{100}{210}=0.48$ м.

При составлении проекта корабля вычисляют водоизмещение его при нескольких углублениях и по этим данным составляют таблицу, в которой по любому заданному углублению находится водоизмещение, и наоборот. Точно так же для каждого корабля вычисляется число тонн добавочного груза, от приема коего корабль погрузится глубже на 1 м. Зная это число, легко рассчитывать, насколько глубже сядет корабль от приема данного груза или насколько уменьшится его углубление от расходования данного груза.

Заметим, что этот расчет даст изменение среднего углубления корабля, т. е. углубления его по середине, изменение же углублений носом и кормою зависит не только от количества принятого груза, но и от места, куда этот груз принят.

Теперь понятно, что запас плавучести корабля измеряется объемом *надводной* его водонепроницаемой части, т. е. если в борту отверстий нет, то объемом всей надводной части по самую верхнюю из палуб, если же в борту есть отверстия, то объемом по нижнюю кромку этих отверстий.

Ясно, что чем больше запас плавучести корабля, тем в большей мере обеспечена и его плавучесть или безопасность, ибо тем большее количество воды может принять в себя корабль при повреждении, ранее нежели он затонет, утратив свою плавучесть.

Мы еще вернемся к этому вопросу, пояснив сперва второе основное качество корабля — его *остойчивость*.

§ 3. Остойчивость. Остойчивостью корабля называется его способность плавать *в своем прямом* положении, когда на него не действует никакое внешнее усилие, под действием же последнего принимать наклонное положение, а не опрокидываться, и по прекращении внешнего усилия вновь возвращаться к своему прямому положению.

Всякий знает, что, например, когда шлюпка идет под парусами при боковом ветре, то она обыкновенно не находится в прямом положении, а несколько наклонена на бок, или, как говорится, имеет *крен*; стоит только убрать паруса — шлюпка станет прямо. Здесь боковое давление ветра на паруса и есть то усилие, действием которого шлюпка наклоняется. Совершенно так же всякому приходилось видеть, что когда на корабль примут груз на один борт, корабль наклонится на ту сторону, где принят груз. Здесь причиною крена является одностороннее положение

груза; стоит груз перенести на середину корабля — корабль станет прямо. Вот это-то свойство и называется остойчивостью корабля.

Но если корабль не остойчив или остойчивость свою утратил, то он в прямом положении плавать не может, а либо плавает наклонившись на бок, либо же опрокидывается. И то и другое, в особенности последнее, недопустимо.

Рассмотрение условий остойчивости корабля гораздо сложнее, нежели его плавучести, ибо на остойчивость корабля влияют не только его обводы, но и размещение на нем грузов.

Корабль тем остойчивее, т. е. принимает под действием того же самого усилия тем меньший крен, чем грузы расположены ниже; вот почему на шлюпке, идя под парусами, садятся не на банки, а на дно шлюпки, и часто берут еще вдобавок баласт. На коммерческих судах при перевозке легких громоздких грузов принимают баласт, для чего на них и устраиваются особые баластные отделения между наружным и внутренним дном. На военных судах, имеющих также двойное дно, междонное пространство подразделяется на несколько отделений, каждое из которых может быть залито водою, что и равносильно приему баласта (водяной баласт) и делается, когда надо увеличить остойчивость корабля.

Влияние на остойчивость обводов корабля, в особенности высоты его водонепроницаемого надводного борта, можно видеть из следующего рассуждения. Всякий, вероятно, замечал, что когда корабль наклоняется или, как говорят, кренится например на правую сторону, то насколько правый его борт уходит под воду, настолько левый борт выходит из воды, — значит, при этом погруженный объем с левой стороны уменьшается, с правой увеличивается, и вследствие этого образуется усилие, противодействующее крену и стремящееся вернуть корабль к прямому его положению.

Составим для ясности чертеж (см. чертеж стр. 25), представляющий среднее поперечное сечение корабля в прямом и в наклонном положении его.

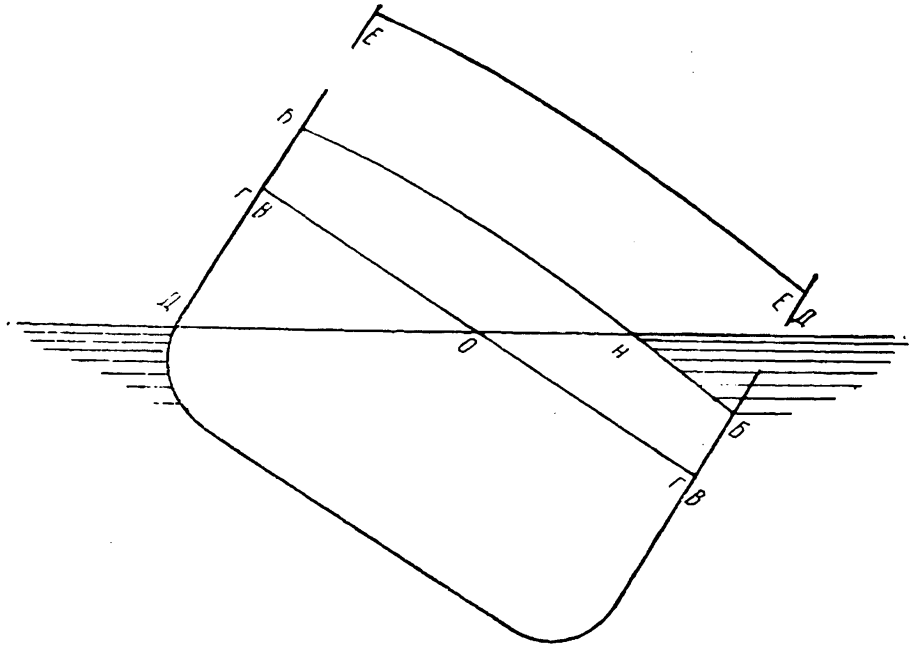
В прямом положении корабля накрашенная на нем ватерлиния *ГГ* совпадает с уровнем воды *ВВ*. При наклонном положении корабля середина ватерлинии *О* остается попрежнему на месте на уровне воды, правый борт погрузится, скажем, на величину *ГД*, левый борт оголится на такую же величину *ГД*, и, значит, с правой стороны получится добавочный объем, сечение которого есть *ГОД*.

Представим себе, что борт корабля между палубами *ЕЕ* и *ББ* имел бы незакрытые отверстия; очевидно, что тогда пространство *ДНБ* было бы залито водою и корабль был бы в тех же условиях, как будто его верхнею палубою служила *ББ*, и значит с правой стороны добавочный погрузившийся объем имел бы лишь меньшее сечение *ГОНБ*, и противодействие кренящему усилию было бы меньше, т. е. то же самое усилие вызвало бы у этого низкобортного корабля *больший* крен, нежели у высокобортного, и могло бы быть и так, что и совсем бы его опрокинуло.

Таким образом мы видим, что целость и водонепроницаемость *надводного* борта обеспечивают как запас плавучести корабля, так и запас его остойчивости.

Недостаточно ясное понимание этой простой истины служило причиною гибели или крупной аварии множества судов, причем некоторые из этих случаев настолько поучительны, что их полезно вкратце описать.

§ 4. В 1782 г. в Англии на рейде главного военного порта Портсмута стоял под адмиральским флагом только что построенный 84-пушечный корабль „Рояль Джорж", совершенно готовый к уходу в плавание. Была замечена незначительная неисправность одного из кингстонов (забортных



клапанов), для устранения которой корабль накренили, придвинув все пушки одной стороны, скажем правой, к борту, а другой стороны — взяв внутрь от борта. Корабль при этом накренился настолько, что косяки пушечных портов правого борта отстояли от воды всего на несколько сантиметров.

Пока перебирали кингстон, от бывшего на рейде ничтожного волнения вода заплескивала в порта и, скопляясь у борта, постепенно и медленно все увеличивала крен. Кингстон вскоре был исправлен, о чем и доложили старшему офицеру, указав вместе с тем на необходимость спрямить корабль, ибо воды по борту на нижней палубе накопилось столько, что косяки портов были сантиметров на 5 или на 8 выше забортной воды. Старший офицер, взглянув на часы, сказал: „Ничего, теперь без четверти восемь, спрямим корабль вместе с подъемом флага и брам-реев. Прикажите расставить команду по орудиям". Но не поспели еще этого приказания привести в исполнение, а может быть и вследствие его, так как очевидно большая часть невольно бежала к своему месту по пониженному борту, тем увеличивая крен корабля, — косяки портов ушли под воду, вода хлынула в порта нижнего дека, корабль

лег на бок и, имея открытые порта, почти моментально затонул, причем погибли адмирал, командир, большая часть офицеров и до 800 человек матросов.

Ясно, что старший офицер не отдавал себе отчета об опасном положении корабля и забыл, что весь его запас плавучести и остойчивости обеспечивался теми пятью сантиметрами борта, на которые косяки портов были выше воды, а не восемью метрами полной высоты надводного борта при задраенных портах, когда такой корабль выдерживает всякие шквалы и штормы.

§ 5. В мае 1904 г. во время войны с Японией в Кронштадте готовилась к уходу вторая Тихоокеанская эскадра, в состав которой входил заканчивавший работы по достройке броненосец „Орел" — на нем ставилась бортовая броня. Броненосец стоял в военной гавани, ошвартовавшись правым бортом к стенке. В ночь на 7 мая вдруг швартовы лопнули, броненосец стал быстро крениться на левую сторону, черпнул некоторыми открытыми иллюминаторами, портами 75-мм орудий, горловинами для погрузки угля и быстро затонул на глубине 10 м., не опрокинувшись лишь потому, что его ширина более 21 м, и, значит, он на такой малой глубине опрокинуться не мог, а ранее того лег на дно.

В чем же была причина такой крупной аварии? Левый борт был подготовлен для постановки броневых плит, а некоторые плиты были уже и поставлены, для нескольких же плит ближайшей очереди, пробки, забитые в дыры для броневых болтов, были выколочены и дыры открыты; дыры же эти приходились весьма близко к воде. С вечера после окончания работы вода понемногу заплескивала в эти дыры и скоплялась в бортовых отсеках, крен же корабля увеличился весьма мало, так как швартовы не давали ему крениться. Никто и не замечал, что в бортовых отсеках вода скопляется все больше и больше. Наконец швартовы лопнули, корабль сразу получил большой крен, под воду ушло множество разных открытых отверстий борта, и корабль затонул.

§ 6. В июле того же 1904 г. произошел еще более редкий случай: корабль затонул и едва не опрокинулся в доке, при выводе из него.

Это случилось с крейсером „Кубань" в Либаве. Вспомогательный крейсер „Кубань" был первоначально коммерческим пассажирским пароходом, и на нем для погрузки угля были сделаны особые лац-порты (отверстия в борту, закрывавшиеся крышками), нижняя кромка которых возвышалась всего на 80 см над водой. Стоянкою в доке воспользовались для окраски угольных ям, и лац-порты были оставлены открытыми для лучшей просушки ям.

За время стоянки крейсера в доке на нем расходовались для судовых надобностей (поддержки пара в одном из котлов) уголь и пресная вода и, само собою понятно, что несколько неодинаково с обоих бортов. При выводе из дока, в момент всплытия, крейсер получил крен около 5° и черпнул открытыми лац-портами, да вдобавок еще одну из боковых

подпор, которая свободно скользила по борту, когда крейсер кренился, зажало между бортом и стеною дока, и она не давала крейсеру спрямляться. Вода через лац-порты залила угольные ямы, крен возрос до 20—25°, крейсер соскользнул с блоков и затонул, лежа с креном свыше 20°, упираясь боковым килем на дно дока.

Если бы лац-порты были закрыты, то при всплытии крейсер просто получил бы незначительный крен, около 3°, который и прошел бы без всякого вреда, хотя первый розмах и был бы вдвое больше, т. е. около 5—6°, открытые же порта повели к крупной аварии.

Вообще, когда судно стоит в сухом доке и с него приходится или снимать или на него погружать разные грузы, расходовать на нем воду и уголь, то необходимо тщательно следить, чтобы эти грузы располагались одинаково по обоим бортам, уголь и вода тоже расходовались равномерно с обоих бортов, иначе при всплытии корабля, при выводе из дока, он может получить неожиданный крен, причем первый розмах может достичь и значительной величины. Во всяком случае перед выводом из дока необходимо тщательно задраить все иллюминаторы и прочие отверстия надводного борта нижнего дека, иначе корабль в случае неожиданного крена может или черпнуть или вообще потерпеть аварию, подобно „Кубани".

§ 7. Можно сказать, что авария „Кубани" произошла от невнимания или упущения инженера, заведывавшего постановкою и выводом судов из дока; он должен был ясно сознавать опасность, представляемую открытыми лац-портами, расположенными вблизи грузовой ватерлинии корабля. Но гораздо легче впоследствии уяснить причины аварии, нежели своевременно предвидеть возможность ее и во-время эти причины устранить, — вот почему и полезно привести еще несколько поучительных случаев гибели судов, чтобы, памятуя о них, не впадать в подобные же ошибки.

В 1870 г. в Англии был закончен постройкою броненосец „Кептен". Составителем его проекта был инженер Кольз, изобретатель усовершенствованных башенных орудийных установок, явившихся как бы прототипом современных систем. Кольз захотел соединить на этом корабле целый ряд достоинств: сильную артиллерию во вращающихся башнях, толстую бортовую броню, малую цель для неприятельских выстрелов, т. е. низкий надводный борт, и наконец полную корабельную парусность, чтобы его корабль мог под парусами долгое время крейсировать в море.

Требования эти взаимно несовместны: для парусного корабля необходимо иметь или высокий надводный борт, обеспечивающий запас остойчивости его, или весьма низко расположенные тяжелые грузы, служащие как бы баластом. Здесь же самые тяжелые грузы, броня и башни с орудиями, были и самыми верхними, борт же корабля был ниже 2 м, тогда как у других парусных судов подобных размеров высота надводного борта была около 7 м.

Главным корабельным инженером английского флота был Рид, который протестовал против постройки „Кептена“ и отказался утверждать его чертежи, — более того, он сделал в 1869 г. в Обществе корабельных инженеров в Англии доклад, в котором указывал на опасность корабля „Кептен“ при плавании под парусами вследствие малого запаса его остойчивости, ибо достаточно небольшого шквала или порыва ветра, чтобы опрокинуть этот корабль.

Одновременно с „Кептеном“ по проекту Рида был построен одинаковый с ним по размерам броненосец „Монарх“, также с полною парусностью, но имевший лишь пояс брони по ватерлинии и высокий надводный борт.

В 1870 г. оба корабля находились в составе броненосной эскадры из одиннадцати судов в плавании в Атлантическом океане, причем командующий эскадрой адмирал производил и сравнительные испытания качеств обоих новых кораблей своей эскадры.

6 сентября 1870 г. эскадра находилась вблизи северно-западной оконечности Испании (мыс Финистер), адмирал с утра перешел на „Кептен“ и устроил гонку под парусами между одиннадцатью кораблями своей эскадры. К вечеру он вернулся на свой флагманский корабль. После захода солнца начало свежеть. Эскадра шла под парусами в крутой бейдевинд левым галсом. Ветер постепенно усиливался, так что к полночи был взят третий риф у марселей.

Около 1 часа 30 мин. налетел сильный шквал с дождем, к 2 час. 15 мин. ветер несколько стих и изменил направление. Адмирал сделал сигнал „показать свои места“. „Кептена“ не было.

Наутро эскадра собралась к назначенному месту, пришло лишь десять судов из одиннадцати. Адмирал разослал их по всем направлениям искать „Кептена“ или следов его. Один из кораблей поднял с моря брамрею, другой разбитую шлюпку. Стало ясно, что „Кептен“ погиб. Адмирал отправил одно из бывших при эскадре посыльных судов в ближайший порт, чтобы донести Адмиралтейству о гибели корабля. В этом порту оказалась пришедшей шлюпка с „Кептена“ с восемнадцатью человеками его команды, в числе которых был и старший артиллерийский офицер.

Вот что рассказали эти люди: „Корабль шел все время, имея настолько значительный крен, что кромка его палубы была вровень с водою. Командир корабля, капитан Бургоин, был сам на мостике. Когда налетел шквал, то корабль стал быстро крениться еще больше; некоторые из них слышали команду „марса шкоты отдать“, но этого не поспели исполнить, как корабль лег совсем на бок, так что его палуба стала вертикально, затем опрокинулся килем вверх и быстро затонул. Из шлюпок, находившихся на корабле, барказ с полубарказом в нем и верейкою в полубарказе сорвался с блоков и очутился в воде; кроме того на башню ставился паровой катер, он также сорвался со своих блоков и плавал

на воде вверх килем. На барказ выбрались из воды четырнадцать человек, на катер забрались шесть человек, в том числе капитан Бургоин и старший атриллерист, которые все и сидели верхом на днище катера, держась за киль. Вскоре мимо них проносило барказ с полубарказом и верейкою. Люди с катера стали прыгать на барказ, но капитан при этом оборвался и утонул, остальные же очутились в полубарказе. Барказ вскоре наполнился водою совсем и затонул, так что полубарказ из него освободился; люди, бывшие в нем, тогда выкинули верейку и разобрали весла, которых из шестнадцати оказалось девять. Всего в полубарказе, наполовину залитом водою, оказалось девятнадцать человек. Но в это время один из гребцов сказал: „счастливо же мы отделались". Не успел он произнести эти слова, как у него волною захлестнуло весло и выкинуло его за борт, и он утонул ранее нежели поспели оказать ему какую-либо помощь. В числе этих людей оказался один старослужащий матрос, служивший ранее на спасательном боту и умевший хорошо править веслом, при крупном волнении.

Хотя на полубарказе было таким образом полное число гребцов и рулевой, но весел было всего восемь вместо шестнадцати, и лишь благодаря искусству рулевого полубарказ к утру добрался до испанского берега и вошел в укрытую бухту, откуда эти люди пешком отправились в ближайший портовый город, куда и пришло как раз посыльное судно, упомянутое выше.

В гибели корабля „Кептен" особенно поучительно то обстоятельство, что ни адмирал, об опытности которого можно судить уже по тому, что ему была вверена броненосная эскадра, составлявшая главную силу английского флота, ни капитан Бургоин, считавшийся одним из лучших командиров во флоте, несмотря на статьи и разъяснения Рида, не сознавали опасности, в которой находился корабль „Кептен" при плавании под парусами, в особенности имея значительный крен.

§ 8. Современные боевые военные корабли совсем не имеют парусов, и значит в них устранена одна из причин, могущих вызвать крен. Но на современном корабле по необходимости приходится сохранять такие устройства, которые могут дать кораблю значительный крен. Нет надобности и говорить о том, какое значение для современного корабля имеет его машина, — порча или затопление через пробоину водою машинного отделения лишает корабль способности и двигаться и управляться. Поэтому на современных военных судах имеется по крайней мере две вполне независимых одна от другой главных машины.

Ясно, что необходимо их поставить так, чтобы их не заливало водою одновременно, т. е. в двух разных отсеках, разделенных один от другого продольной переборкой.

Понятно, что затопление одного отсека непременно вызывает крен.

Кроме машинных отделений, на корабле по необходимости приходится устраивать ряд других отсеков, прилегающих к одному борту и не идущих

от борта до борта, так что их затопление вызывает крен. Такими отсеками являются: бортовые коридоры, бортовые угольные ямы и т. п.

Одною из мер к тому, чтобы предотвратить образование крена при затоплении такого отсека есть соединение его водопротоком через междудонное пространство корабля с соответствующим отсеком другого борта, так что при повреждении одного такого отсека сам собою затопляется водою и другой, ему соответствующий. Но ясно, что по отношению к машинным отделениям такого способа применить нельзя, хотя необходимо в продольной переборке, их разделяющей, иметь водонепроницаемую дверь, которую и можно было бы открыть, если других мер к спасению корабля уже принять нельзя.

С первого взгляда представляется, что наиболее действительным средством к предотвращению гибели корабля является откачивание воды, проникающей через повреждение. Но оказывается, что это далеко не так: через пробоину площадью в $\frac{1}{10}$ кв. м при погружении ее на 5 м вливается в час около 2000 т воды, т. е. более того, что может откачивать наиболее сильная судовая помпа или турбина. Пробоина, например, от подводного разрыва снаряда или мины может достигать не только нескольких кв. метров, но даже нескольких десятков кв. метров, — так минные пробоины имеют площадь до 60 кв. м, и значит то отделение, которое пробито, будет тотчас затоплено и откачивать из него воду бесполезно. Из этого однако не следует, что на корабле совсем не надо иметь водоотливных средств, — напротив, они необходимы, но ими надо пользоваться для откачивания воды не из того отделения, которое получило громадную пробоину, а из смежных с ним, если переборки, разделяющие их от затопленного через пробоину отсека также получили небольшие повреждения, например осколками, или дали течь от сотрясения, вызванного взрывом.

Пробоина может прийтись как раз на главную переборку; тогда в корабле будет затоплено два смежных главных отсека. Забота инженера, составляющего проект корабля, и должна быть направлена к тому, чтобы расположить поперечные переборки так, чтобы такое затопление не вызывало гибели корабля. На больших современных боевых судах это вполне достижимо. Но при таком затоплении поврежденных отсеков корабль может принять или весьма значительный дифферент, если отсеки придутся в оконечностях, или значительный крен, если будет затоплен какой-либо односторонний отсек. При большом крене и дифференте управлять кораблем невозможно, поэтому, чтобы, несмотря на повреждение, сделать корабль вновь управляемым, необходимо его „*спрямить*“, затопив другие неповрежденные отсеки.

Это затопление должно быть производимо с надлежащею осторожностью, и отсеки должны быть избраны не наугад, а по определенному расчету, для облегчения которого для наших судов составляются особые

таблицы, умелое пользование которыми входит в непременную обязанность трюмного механика. Но само собою понятно, что такое выравнивание корабля возможно лишь при полной исправности всех его переборок, кроме поврежденной при аварии, при своевременной задрайке всех дверей и горловин в трюме, люков на нижних палубах и платформах и пр. При неисправности же переборок, дверей, горловин, плохо задраенных люках вода будет заполнять не только то отделение, которое действительно требуется затопить, а будет переливаться в другие, и корабль потонет. И можно привести множество примеров такой гибели судов из-за неисправности их переборок.

§ 9. Броненосец „Гангут" вышел на стрельбу близ Транзундского рейда и, коснувшись камня, повредил себе *наружную* обшивку днища в одном из кочегарных отделений. Одна из горловин во внутреннем дне не была задраена, вода стала быстро затоплять кочегарку; один из кочегаров, стоя по пояс в воде, постарался задраить горловину, но повидимому он поставил крышку неправильно и хотя и притянул ее, но горловина осталась наполовину открытой. Вода медленно затопляла кочегарное отделение, и так как в кочегарных отделениях была также продольная переборка, то корабль стал крениться. Для противодействия этому крену стали затоплять бортовые отсеки и бортовые угольные ямы противоположного борта, но, не имея заранее заготовленных таблиц и расчетов, напустили воды в них слишком много, да и переборки были не вполне исправны, вода проникла и в другие отсеки, кроме избранных для затопления; наконец вследствие неправильного устройства переборок, разделявших кочегарки, имевшие общую дымовую трубу, внутри которой переборки далеко не доходили до уровня жилой палубы, вода через дымоходы залила все четыре котельных отсека, и корабль через *шесть* часов после получения им повреждения затонул, причем лег на дно поврежденным бортом вверх.

§ 10. В 1893 г. английский броненосец „Виктория", бывший флагманским кораблем адмирала Трайона в Средиземном море, при мертвом штиле, днем во время маневра столкнулся с броненосцем „Кампердоун", ударившим его в носовую часть впереди носовой башни.

Получив повреждение, корабль почти сразу сел носом, так как через громадную пробоину все поврежденные отсеки заполнились почти моментально. Адмирал послал командира лично убедиться, что все двери и горловины задраены, и после доклада об этом направил корабль к берегу и дал машине малый ход. Но видимо многие переборки в носовой части не были исправны, ибо корабль продолжал медленно садиться носом, так что и верхняя палуба в носовой части стала уходить под воду.

Адмирал не сознавал возникающей отсюда опасности для корабля, именно постепенной утраты им остойчивости, и продолжал вести корабль, идя малым ходом; наконец корабль от погружения носом совершенно

утратил остойчивость, быстро начал крениться и, опрокинувшись вверх килем, пошел ко дну, причем погиб как адмирал Трайон, так и около 500 человек команды. Здесь важнейшею мерою для спасения корабля было бы затопление кормовых отсеков, чтобы не давать кораблю, погружаясь носом больше чем по верхнюю палубу, утрачивать остойчивость, что и показал на модели этого броненосца адмирал С. О. Макаров, много работавший над вопросом о непотопляемости судов.

§ 11. В начале мировой войны, еще осенью 1914 г. вновь построенный английский линейный корабль „Одашиус" (Смелый) вышел на испытание стрельбою своих башен и, попав на поставленное германцами минное заграждение, получил пробоину в отсеке позади машины. Повреждение ограничилось одним отсеком и не затронуло главных переборок, но из-за неисправности люков, неправильного устройства дверей в надводной части, недостаточно плотно задраиваемых, неправильного устройства сточных труб в бане для кочегаров и т. п., вода постепенно проникала из поврежденного отсека в другие, неповрежденные, и корабль, продержавшись *десять* часов на воде, затонул.

Эти примеры показывают, с каким вниманием каждый должен относиться к исправности переборок, крышек, люков, горловин, дверей, трубопроводов и т. п. на корабле. Бывает, что при производимых на корабле ремонтных или дополнительных работах прорубают в переборках или палубах дыры, проводят через них трубы или проводники и забывают ставить надлежащие сальники, обеспечивающие водонепроницаемость; на дверях, горловинах, крышках люков часто резина бывает или изношена или неисправна; в особенности в надводной части корабля таких неисправностей не должно терпеть: в минуту опасности то, что было над водою, погружается под воду, и именно целостью и водонепроницаемостью *надводных* частей корабля обеспечивается запас его плавучести и остойчивости, лишившись которого он тонет или опрокидывается. Обязанность каждого не скрывать замеченной неисправности, а своевременно обратить на нее внимание специалиста, ведающего соответствующею частью, чтобы ее устранили; лишь при таком дружном и общем стремлении корабль, во всей многосложности своих устройств, может быть поддерживаем не в показной, а в истинной исправности.

Необходимо помнить, что все правила внутренней службы на корабле выработаны вековою практикою и почти любое из них можно подтвердить примером повреждения, а иногда и гибели корабля, к которым приводило нарушение правил службы; поэтому точное и строгое соблюдение этих правил столь же необходимо, как и умелое управление кораблем и как надежная его постройка.

§ 12. В 6 час 20 мин. утра 7 октября 1916 г. на стоявшем на Севастопольском рейде броненосце „Императрица Мария" возник пожар в носовой крюйт-камере (пороховом погребе) для 12-дюймовых зарядов. Через $1\frac{1}{2}$ мин. после начала пожара погреб взорвался, причем столб

дыма и пламени взметнуло на высоту, превышающую раз в шесть высоту рангоута, т е. примерно 30 м. Взрывом выбросило за борт носовую башню и носовую боевую рубку, убило, обожгло, и выбросило за борт свыше 250 матросов; на месте носовой башни образовался как бы провал, откуда било пламя и валил дым, прекратившие всякое сообщение с носовой частью корабля. Из места пожара через каждые $1^1/_2$—2 мин. раздавались частые взрывы от патронов и снарядов 130 мм артиллерии, погреба коих были там расположены; затем в 7 час 2 мин. произошел вновь более сильный взрыв, после которого корабль стал быстро садиться носом, слегка кренясь, и когда его палуба в носовой части ушла под воду, то он почти сразу опрокинулся вверх килем и затонул.

Наряженная для производства следствия по этому делу комиссия не могла установить с точностью причины возникновения пожара, но и не могла не обратить внимания на целый ряд отступлений от установленных морским уставом правил службы на корабле. Так на нем было два комплекта ключей от пороховых погребов: один хранился согласно уставу в шкафике под надзором часового у денежного сундука, другой же, расходный, раздавался по утрам старшинам башен и оставался у них до вечера во все время работ на корабле.

Но кроме этого было еще более существенное нарушение — в пороховой погреб можно было войти во всякое время без всяких ключей, ибо в кожухе, окружающем основание боевого штыра башни, была вырублена горловина в пороховой погреб и на ней крышка не только не запиралась на замок, но такой крышки совсем не было. Таким образом через башню можно было свободно проникать в зарядный погреб ее.

Доступ на корабль лиц, не входящих в состав его команды, не был обставлен должными предосторожностями, так что злоумышленник или шпион мог всегда под видом мастерового или рабочего с одного из заводов, производивших работы на корабле, на него проникнуть, а свободный доступ в пороховой погреб облегчал ему возможность приведения в исполнение своего злого умысла.

ГЛАВА II

Качка корабля

§ **13.** На взволнованном море корабль совершает качания трех родов: 1) около своей продольной оси, 2) около своей поперечной оси и 3) около вертикальной оси. Первые называются *боковою* качкою корабля, вторые — *килевою*, третьи составляют *рыскание* на курсе.

Мы ограничимся рассмотрением боковой и килевой качки корабля, как имеющих наиболее существенное влияние на мореходные его качества. Боковая качка корабля на волнении зависит от характера его кача-

ний на тихой воде, которые можно вызвать искусственно, например перебеганием команды с борта на борт.

Если корабль раскачать таким образом на тихой воде, то окажется, что он, подобно маятнику, совершает свои розмахи в одинаковое время, независимо от величины их, т. е. как большие розмахи, так и малые. Время одного полного двойного розмаха, т. е., например, с правого борта на левый и вновь с левого на правый, называется *периодом его свободных качаний.* Если на том же самом корабле менять расположение грузов, перенося их вверх или вниз, то при переносе грузов вниз увеличивается остойчивость корабля, при переносе их вверх — остойчивость уменьшаетея. При увеличении остойчивости период свободных качаний уменьшается, при умеиьшении остойчивости период свободных качаний увеличивается. Чем период свободных качаний корабля больше, тем следовательно медленнее совершает он свой розмах и тем плавнее его качания; вместе с тем оказывается, что корабль, обладающий большим периодом, не только имеет более плавную качку, но и менее восприимчив к качке, т. е. реже встречает на море такое волнение, которое способно его раскачать.

Крупное правильное волнение на море, в особенности при отсутствии ветра (зыбь), следует определенным законам, из которых мы и упомянем наиболее для нас важные. У правильной зыби можно с ясностью различить *гребни*, т. е. наиболее высокие места каждой волны, и *подошвы*, т. е. наиболее низкие места. Все волны такой зыби бегут по направлению, перпендикулярному их гребням и подошвам, причем время пробега двух последовательных гребней через ту же точку одно и то же, вместе с тем и расстояние между последовательными гребнями также одинаковое. Это расстояние называется *длиною* волны, время же пробега волною пути, равного ее длине, иными словами время между проходом двух последовательных гребней через то же самое место, называют *периодом* волны.

Длина волн и их период находятся в определенной взаимной зависимости, так что, зная длину, можно рассчитать период волны, и наоборот.

Так оказывается, что длина такой волны, период коей 9 сек., равна 120 м. Для всякого же другого периода, например 7 сек., соответствующая длина в метрах найдется так: надо 120 умножить два раза на 7, иными словами на 49, и разделить два раза на 9, иными словами на 81; таким образом эта длина будет $\frac{120 \times 49}{81}$, т. е. около 72 м.

Третий элемент, которым определяется характер зыби, есть *высота* волн; так называют возвышение гребня над подошвою, — обыкновенно для крупной зыби высота волн составляет около $\frac{1}{25}$ их длины.

§ 14. Исследование качаний корабля на данной зыби показывает, что если только период свободных качаний корабля превышает период

волн раза в два или более, то такие волны почти не могут раскачать этого корабля, и его боковая качка будет весьма малая.

Современные громадные океанские пассажирские пароходы имеют такие размеры, и им придают такое расположение грузов, что период их достигает почти 20 сек., а так как даже в океане редко встречается зыбь с периодом более 10 сек., то они почти и не испытывают боковой качки.

На военных судах, даже и весьма больших, достигать такого периода не представляется возможным, ибо тогда их остойчивость не была бы достаточно обеспечена при поврежденном состоянии борта, но и на них достижим период 16—18 сек., при котором лишь самая крупная зыбь может им сообщить размахи в 8° или 10° на сторону, причем каждый розмах с борта на борт будет происходить в 8—9 сек., т. е. качка будет не только малой величины розмахов, но и весьма плавная.

Но здесь необходимо иметь в виду еще одно обстоятельство — именно ход корабля. Когда корабль идет косвенным к волне курсом, уходя от волны (как говорят — волна в раковину), то видимый период волны становится больше истинного ее периода, — так, например, при ходе корабля в 15 узлов видимый период волны вместо истинного 10 сек. будет около 16 сек. при волне в раковину, и тогда розмахи качки корабля могут достичь значительной величины. Если же этот корабль будет итти на той же волне тем же ходом, но навстречу валов (волна в скулу), то видимый период будет около 7 сек., и корабль почти не будет иметь боковой качки.

Розмахи качки корабля достигают своей наибольшей величины, когда период волны и период корабля между собою равны; если при этом корабль имеет и закругленное образование подводной части со срезанными дейдвудами и без боковых килей, как, например, ледоколы, то качка может достигнуть опасных размеров, и, чтобы ее избежать, корабль вынужден будет изменить курс так, чтобы не итти боком (лагом) к волне, и вместе с тем изменить и скорость своего хода так, чтобы не было совпадения между периодом его свободных качаний и видимым периодом волн.

К такой мере приходится прибегать особенно часто на малых судах, период которых также невелик (5—6 секунд) и которые часто встречают волну такого же периода.

§ 15. Килевая качка корабля на волнении существенно отличается от боковой его качки тем, что она происходит всегда с тем периодом, как видимый, т. е. наблюдаемый с корабля, имеющего свой ход, период волн; величина розмахов килевой качки зависит от сравнительной длины корабля и волны; так, если корабль перекрывает две или более волны, то его килевая качка ничтожна. Но кроме величины розмахов, характер килевой качки зависит от того, происходит ли она, так сказать, в согласии с волной или нет. Дело в том, что корабль может совершать свои

килевые розмахи так, что когда гребень волны подходит к форштевню корабля, то носовая оконечность его находится в крайнем верхнем своем положении; когда гребень подходит к миделю, то корабль переходит через прямое положение; когда подошва волны подходит к форштевню, то нос находится в крайнем нижнем положении, — в этом случае качания корабля происходят в согласии с волной, корабль не зарывается в волну, не принимает воды на палубу, его винты не оголяются, и он свободно может итти этим ходом. В совершенно иных условиях будет находиться корабль, когда килевая его качка, хотя бы и такой же величины розмахов и на такой же волне, но будет происходить не в согласии с волной, так что, когда гребень волны подошел к форштевню, корабль еще не достиг своего верхнего положения при розмахе, — ясно, что в этом случае корабль носом глубже войдет в волну, нежели в первом случае; всего хуже, когда это опаздывание настолько значительно, что, когда к носу подошел уже гребень волны или ее подошва, корабль еще только переходит через прямое свое положение. В этом случае он настолько будет зарываться в волну и винты его настолько будут оголяться при проходе подошвы под кормою, что держать такой ход и курс корабль будет не в состоянии и вынужден будет их изменить.

Этот характер килевой качки зависит от обводов корабля, в особенности надводных обводов его оконечностей, и одна из задач корабельного инженера и состоит в том, чтобы придать кораблю надлежащие обводы, обеспечивающие его мореходность; но кроме того, этот характер качки зависит и от распределения грузов по длине корабля, и достаточно сравнительно небольшого изменения дифферента, чтобы чувствительно изменить характер качки; обыкновенно приходится придавать кораблю дифферент на корму или принимая баласт в кормовые отсеки, или выкачивая воду из носовых баластных цистерн, чтобы корабль не зарывался в волну. Значительно также влияет изменение хода и курса, в особенности когда корабль идет навстречу волне: его килевая качка становится благоприятной, если он идет не прямо в разрез волн, а несколько наискосок, встречая их скулою.

§ **16.** Качка корабля, как показывает опыт, имеет громадное влияние на меткость стрельбы. Систематические исследования этого вопроса, произведенные в 1907 и 1908 гг. в Черном море, показали, например, что весьма опытные комендоры при стрельбе из 120-мм пушки на дистанцию всего 10 кабельтовых, т. е. почти прямого выстрела, во время штиля клали все снаряды в щит высотою около 2.4 м, шириною около 1.8 м, при качке же всего в 4° на сторону, с периодом около 7 сек., разбрасывание снарядов достигало почти 18 м по высоте и до 9 м по ширине щита. Опыты эти производились стрельбою в отвесные скалы мыса Айя близ Балаклавы; каждый снаряд оставлял на скале ясно заметную выбоину, которая выходила и на фотографических снимках, по которым затем и производились точные обмеры расположения попаданий.

Меткость стрельбы на качке может быть достигнута лишь прилежным и систематическим упражнением, для чего у нас на флоте и принят устроенный мною прибор „отмечатель“, на котором наводчики и обучаются следить пушкою за видимым движением цели и правильно производить выстрел.

Для больших орудий для этой цели разработаны системы центральной наводки, муфты Дженни и целый ряд других приспособлений, и необходимо прилагать всемерную заботу к постоянной их исправности, ибо в противном случае о меткой стрельбе, даже на небольшой качке, не может быть и речи.

§ 17. С давних пор изыскивались способы для уменьшения розмахов качки корабля, но лишь лет двадцать тому назад здесь достигнуты удовлетворительные результаты при помощи 1) *успокоительных цистерн Фрама* и 2) гироскопических успокоителей качки Шлика и Спири.

Сущность устройства цистерн Фрама состоит в том, что два бортовых отсека корабля, например две бортовых угольных ямы, соединяются внизу водопротоком через междудонное пространство корабля и вверху воздушною трубою, снабженной регуляторной заслонкой. Эти отсеки заполняются водою до половины своей высоты. Когда корабль будет, находясь на волнении, совершать розмахи боковой качки, то вода будет переливаться из одного отсека в другой, и при помощи названной заслонки, открывая ее более или менее, можно так пригнать это переливание, что переливающаяся вода будет всегда действовать в обратную сторону против волны и таким образом умерять качку корабля.

В 1913 г. для исследования цистерн Фрама, перед тем как применять их на наших вновь строимых судах, был зафрахтован германский пароход „Метеор“, и под моим председательством послана комиссия для плавания в Атлантическом океане на этом пароходе. Произведенные нами испытания при самых разнообразных условиях состояния моря, начиная от легкой зыби до громадного волнения при шторме, оцененном в вахтенном журнале парохода 12 баллами, когда волны достигали длины до 270 и 300 м и высоты до 12 и 13.5 м, показали, что на этом пароходе действием цистерн розмахи качки уменьшаются приблизительно *вдвое*.

Емкость цистерн составляла около $1^1/_2\,\%$ от водоизмещения (4000 т) парохода.

Гироскопические приспособления Шлика и Спири состоят в том, что на корабле устанавливается особый, быстро вращающийся весьма тяжелый маховик в раме, которая может качаться в средне-продольной плоскости корабля (у Шлика), причем при покое ось маховика вертикальна. У Шлика движения рамы тормозятся или ленточным тормозом (подобно тому, как у грузо-подъемных лебедок) или гидравлическим компрессором, подобно тому как у пушек противодействуют откату. Спири пошел еще дальше: он при помощи особой паровой машины с автоматическим

регулятором не только тормозит раму, но сообщает ей движение в сторону противную той, куда она стремится.

При качании корабля и быстром вращении маховика оказывается, что рама, несущая его ось, также начинает качаться около своей оси. Препятствуя свободе этих качаний рамы, мы заставляем раму неодинаково давить на свои подшипники, неизменно скрепленные с кораблем, и этим как бы сообщать ему крен, всегда обратный тому, куда в это мгновение наклоняется корабль, и таким образом, противодействуя его качке, уменьшать ее розмахи.

Приспособлениям Шлика и в особенности Спири могут быть приданы такие размеры и такая мощность, что они вполне уничтожают боковую качку корабля; но тогда требуются маховики громадных размеров, так что вес маховика составляет около $^1/_{100}$ веса корабля, и маховику придается то наибольшее число оборотов, которое может выдержать стальной его обод. Эта громоздкость и составляет главное препятствие для применения этих приспособлений на больших военных судах, но для малых судов и миноносцев приспособление Спири может оказаться и достаточно удобным и практичным.

ГЛАВА III

Ходкость корабля

§ 18. Прежде, чем рассматривать ходкость корабля, необходимо пояснить понятие о *мощности* машины, с которой нам постоянно придется иметь дело.

Паровая машина с отдельным паровым котлом, отдельным холодильником, с золотником, действующим от вала машины так, что машина, пущенная в ход, продолжает итти автоматически, была изобретена Ползуновым в 1763 г. Первые машины были устроены для подъема угля из шахт и для выкачивания из них воды; ранее эта работа исполнялась лошадьми, поэтому естественно, что при заказе машины указывалось, работу скольких лошадей она должна заменить. Само собою понятно, что если надо поднять 100 кг на высоту двух метров, то надо произвести работу в два раза большую чем для того, чтобы поднять 100 кг на высоту одного метра; точно так же, чтобы поднять груз в 100 кг на высоту одного метра, надо произвести работу в 10 раз большую нежели на подъем 10 кг на высоту одного метра. За единицу для измерения работы принята та работа, которая производится при подъеме одного килограмма на высоту одного метра; такая работа называется килограммо-метр (кгм). Можно показать, что лошадь в среднем за дневную работу свою поднимает 75 кг на высоту одного метра в одну секунду, или, как говорят, производит работу в 75 кгм в секунду. Такая работоспособность или мощность и принята за единицу при измерении мощности или силы

машины и называется *лошадиной силой*. Таким образом, если сказать что машина развивает 1000 сил, то это значит, что эта машина может производить работу в 75 000 кгм в 1 секунду. Понятие о работе, мощности и лошадиной силе установлено выше на простейшем примере подъема тяжести, но оно сейчас же обобщается на другие случаи, когда приходится вообще преодолевать какое-либо сопротивление или усилие и перемещать то тело, на которое это сопротивление действует; в этом случае работа, производимая в одну секунду, получится, перемножив число килограммов, выражающих величину усилия, на число метров, проходимых в одну секунду точкою его приложения по его направлению. Стоит только полученное число килограммо-метров разделить на 75, и мы найдем число лошадиных сил мощности той машины, которая такую работу способна произвести. Так, например, если известно, что сила тяги буксира равна 5 т и ход его — 8 узлам, т. е. 4 м в секунду, то работа, производимая в одну секунду, будет $5000 \times 4 = 20\,000$ кгм и мощность буксира $\frac{20\,000}{75}$, т. е. около 270 л. с. Совершенно так же, если, например, на корабле давление гребного вала на упорный подшипник равно 50 т, или 50 000 кг и ход корабля 20 узлов, т. е. 10 м в секунду, то секундная работа этого упорного давления будет соответствовать $\frac{50\,000 \times 10}{75}$, т. е. около 6600 л. с. Работа упорного давления составляет так называемую *полезную* работу машины, но необходимо заметить, что полная работа машины, называемая ее *индикаторною* работою, приблизительно в два раза больше полезной работы, ибо наряду с полезною работою машине приходится преодолевать целый ряд так называемых *вредных сопротивлений*, а именно: трение в различных местах самой машины, производить работу воздушного и других насосов, наконец самый винт или гребные колеса сообщают не только движение кораблю, преодолевая сопротивление воды и совершая вышеуказанную полезную работу, но сообщают и движение воде, и вся работа, затраченная на это движение, тратится хотя и напрасно, но неизбежно.

Таким образом в этом примере машина на корабле, что развивает полезную или *эффективную* мощность 6600 сил, должна развивать индикаторную мощность в 13 000 сил. Расход пара, а значит, и угля для данной машины тем больше, чем большую индикаторную мощность она развивает, и составляет для теперешних машин и котлов около 0.75 кг в час на одну силу, или кругло — около 1 т в час на 1200 индикаторных сил.

§ 19. По отношению к ходкости корабля приходится решать два главных вопроса: 1) Какова должна быть мощность машины, чтобы корабль развивал заданную скорость хода, и какой нужно ему иметь запас угля, чтобы поддержать эту скорость в продолжении данного числа

часов. 2) На корабле имеется данный запас угля, спрашивается, каким ходом он должен итти, чтобы пройти наибольшее расстояние?

Первый вопрос приходится главным образом решать инженеру при составлении проекта корабля. Здесь необходимо обратить внимание, что число сил машины зависит не только от величины и назначенной скорости хода корабля, но и от должного сочетания главных его размерений, т. е. длины, ширины и углубления и от обводов его подводной части. Вопрос этот весьма трудный и не получил еще окончательного теоретического разрешения, а решается опытным путем, т. е. испытанием в специально устроенном бассейне модели корабля.

Сущность этого испытания состоит в следующем: положим, что желательно определить мощность машины для корабля, скорость которого, например, 23 узла; тогда делают модель этого корабля, скажем, в $^1/_{25}$ натуральной величины и, прицепив эту модель к пружинным весам подвижной тележки, буксируют эту модель и определяют силу тяги, по которой затем и рассчитывают упорное давление для корабля. Понятно, что здесь первым является вопрос: какова должна быть скорость, с которою надо буксировать модель и каково будет отношение силы тяги и упорного давления? Оказывается, что если модель в $^1/_{25}$, т. е. ее длина и все прочие размерения в 25 раз меньше соответственных размерений корабля, то скорость модели должна быть взята в 5 раз меньше скорости корабля, именно в такое число раз, которое будучи помножено само на себя, дало бы масштаб модели, т. е. то число, во сколько раз длина модели меньше длины корабля, в нашем случае $5 \times 5 = 25$. Если бы масштаб модели был $^1/_{16}$, надо бы взять 4, ибо $4 \times 4 = 16$. Если бы масштаб модели был $^1/_{36}$, надо взять 6, ибо $6 \times 6 = 36$. Итак положим, что масштаб модели $^1/_{25}$, тогда скорость надо взять в 5 раз меньше скорости корабля; в нашем случае это будет $^{23}/_5 = 4.6$ узла. Такая скорость модели называется соответствующей скорости корабля. Оказывается что при соответственных скоростях сопротивление будет больше сопротивления модели в такое число раз, которое получится, умножив ее „масштаб“ дважды на самого себя, т. е. в нашем случае надо число 25 умножить два раза на 25, получится после первого умножения $25 \times 25 = 625$, а после второго $625 \times 25 = 15\,625$. Так, если бы сопротивление модели при скорости 4.6 узла оказалось 4 кг, то сопротивление корабля при скорости 23 узла было бы $4 \times 15\,625 = 62\,500$ кг. Таково должно было бы быть давление гребного вала на упорный подшипник. Так как скорость 23 узла составляет $23 \times 0.5 = 11.5$ м в секунду, то полезная работа составляет $62\,500 \times 11.5$ и эффективная мощность машины $\frac{62\,500 \times 11.5}{75}$ т. е. кругло,— 9500 л. с., и, значит, индикаторная ее мощность 19 000 сил.

Испытывая модель, обращают внимание на волну, которую она производит; если эта волна велика, то это служит признаком, что прини-

тые обводы и размерения корабля не выгодны и надо их изменить. Сделав эти изменения в чертеже корабля, делают новую модель и испытывают ее, и продолжают поступать таким образом, пока не получат удовлетворительный результат. Само собой разумеется, что это дело требует большого навыка и опытности и довольно продолжительной работы; так, например, при выработке чертежа наших линейных кораблей типа „Севастополь" было испытано последовательно около двадцати моделей, причем за исходную была принята модель броненосца „Андрей Первозванный". Оказалось, что если бы корабли типа „Севастополь" построить по тому же чертежу как „Андрей", то для 23 узлов на них надо было бы поставить машины в *два* раза большей мощности нежели для того чертежа, по которому эти корабли построены.

Этот пример показывает, насколько важно тщательное испытание моделей в бассейне и какую громадную экономию оно может доставить, способствуя выработке надлежащих размерений и обводов корабля.

§ 20. Ответ на второй вопрос, который приходится весьма часто решать при службе корабля, получается на основании следующих соображений. Как испытание моделей, так и самих судов показывает, что для практических соображений можно принять, что мощность, которую машина должна развивать, чтобы сообщать кораблю различную скорость хода, возрастает гораздо быстрее нежели эта скорость, а именно: если надо скорость увеличить вдвое, надо увеличить мощность машины не в два, а в восемь раз; чтобы увеличить скорость в три раза, надо мощность машины увеличить не в три, а в 27 раз и т. д., т. е. надо эти числа 2 или 3 множить два раза сами на себя, или, как говорят, брать кубы этих чисел. На основании этого закона, по известному числу индикаторных сил машины, развиваемых для сообщения кораблю полного хода, можно легко рассчитать число индикаторных сил, которые должна его машина развивать при неполном ходе. Так, например, пусть полный ход корабля 25 узлов и число сил его машины 18 000; требуется узнать, какое число сил надо при 15 узлах хода. Это число получится, умножив данное число (18000) трижды на 15 и разделив трижды на 25, т. е. оно будет $\frac{18000 \times 15 \times 15 \times 15}{25 \times 25 \times 25} = 3888$, или кругло — 4000 сил.

При ходе в 25 узлов, развивая 18 000 сил, корабль расходовал бы в час 15 т угля, а при ходе в 15 узлов — всего 3 т, т. е. в пять раз меньше. Положим, что полный запас угля на нем составлял бы 720 т, тогда при 25-узловом ходе корабль прошел бы $\frac{720}{15}$, т. е. 48 часов, покрыв расстояние в 25×48, т. е. 1200 миль; при 15-узловом же ходе он прошел бы $\frac{720}{3}$, т. е. 240 часов, покрыв расстояние в $15 \times 240 =$ 3 600 миль.

Расчет этот только приблизительный, ибо при нем не принят во внимание расход угля на электрическое освещение, на камбуз, опреснение

воды и прочие судовые надобности, но во всяком случае он достаточно близок к истине, чтобы служить примером того, как сокращается величина проходимого пути при увеличении хода корабля, иными словами на сколько большее количество угля тратится, если тот же переход делать большим, а не средним ходом.

Чтобы получить данные для точного расчета, необходимо на корабле произвести два рода испытаний: 1) прогрессивные, состоящие в том, что, делая пробеги по мерной миле, определяют, какое число сил должна развивать машина для сообщения кораблю заданной скорости хода, начиная от наибольшей и примерно до половинной, и при трех или четырех промежуточных, и 2) определить на длинных переходах, совершаемых с постоянною скоростью, действительный часовой расход угля как для котлов, так и для судовых надобностей.

По этим данным нетрудно уже рассчитать и истинный часовой расход угля для любой скорости хода, зная который можно составить таблицу, показывающую число миль, проходимых с данным запасом угля при разных скоростях, а также и таблицу, показывающую расход угля на прохождение одной мили с разными скоростями.

Такие таблицы обыкновенно и составляются для всякого корабля и дают непосредственный ответ на поставленный выше вопрос.

ГЛАВА IV

Поворотливость корабля

§ 21. Поворотливость является одним из самых важных качеств корабля, ибо в это понятие мы включаем все, что относится к действию руля на корабль и к тому, как корабль слушается руля.

Всякий знает, что если на корабле, идущем прямым курсом, положить руля, то корабль уже не пойдет прямо, а начнет вращаться, продолжая вместе с тем итти вперед довольно близко к кругу.

Кривая, описываемая кораблем при повороте, называется *циркуляцией*; отсюда понятно, что разумеют под словом „диаметр циркуляции".

Корабль считается тем поворотливее, чем меньшую циркуляцию он описывает, иными словами — чем меньше диаметр ее при руле, положенном на борт.

Диаметр циркуляции, описываемой кораблем, зависит от угла, на который положен руль, и от хода корабля, и так как при маневрировании в составе эскадры необходимо, чтобы все корабли описывали циркуляцию одного диаметра, иначе они после поворота не будут сохранять строй, то для каждого корабля определяют при разных ходах диаметры циркуляции через каждые 5° рулевого угла. Результаты этих наблюдений заносятся в тактический формуляр корабля, и, имея эти данные, устанавливают эскадренный диаметр циркуляции по кораблю,

обладающему наихудшей поворотливостью, — именно, чтобы этот корабль клал руль на борт, тогда остальным кораблям, обладающим лучшей поворотливостью, придется класть руль меньше нежели на борт, а на сколько градусов или шлагов, найдется по их тактическому формуляру.

При полном ходе и руле, положенном на борт, диаметр циркуляции составляет для судов, обладающих хорошей поворотливостью, около трех длин корабля.

Корабль должен быть не только поворотлив, т. е. описывать циркуляцию возможно малого диаметра, но он должен быть *устойчив* на курсе, т. е. итти по прямому курсу при руле, положенном прямо, а не рыскать вправо и влево, требуя постоянной перекладки руля, чтобы удерживаться на назначенном курсе, ибо, когда он рыскнет, его обыкновенно и трудно „одержать“ и приходится много класть руля, прежде чем корабль „покатится“ в требуемую сторону, а когда корабль покатился, то опять-таки его трудно „одержать“, чтобы привести на нужный курс, и он перекатится на другую сторону, и таким образом править таким кораблем весьма трудно!

Корабль бывает рысклив, если он слишком загружен носом или если у него слишком сильно срезаны кормовые дейдвуды; поэтому, чтобы сделать корабль устойчивым на курсе, надо ему сообщить дифферент на корму, а если и это не помогает, то приходится наделать дейдвуды или заделать вырезы в них, как, например, это пришлось сделать с кораблями типа „Бородино“, не обладавшими устойчивостью на курсе.

Необходимо еще обратить внимание на одно обстоятельство, сопровождающее описание кораблем своей циркуляции, — именно крен его и притом всегда внаружу описываемого кораблем круга. Этот крен для данного корабля тем более, чем меньше диаметр циркуляции его, так что если диаметр циркуляции уменьшится вдвое, то крен при том же ходе *увеличится* вдвое, и т. д. При том же диаметре циркуляции крен увеличится с увеличением хода корабля и притом так, что если ход увеличить *вдвое*, то крен увеличится в *четыре* раза, и т. д.

Обыкновенно при увеличении хода диаметр циркуляции, при сохранении величины рулевого угла, практически не меняется, поэтому, чтобы при полном ходе не подвергнуть корабль чрезмерному крену, надо сперва на малом или среднем ходу положить руль на борт и, описывая циркуляцию, наметить крен; по этому результату не трудно рассчитать примерный угол крена при полном ходе и том же диаметре циркуляции. Пусть например ход корабля 15 узлов и наблюденный крен 8°, спрашивается, какой будет крен при ходе в 22 узла. Этот крен получится, умножив наблюденный крен 8° два раза на 22 и разделив два раза на 15, т. е. будет $\frac{8 \times 22 \times 22}{15 \times 15}$, или около 17°, а так как надо ожидать,

что и диаметр циркуляции при 22 узлах будет немногим больше нежели при 15, то крен будет практически равен 17°, значит описывать на этом корабле при ходе в 22 узла циркуляции надо с осторожностью и лучше сперва не класть руль на борт, а предварительно описать циркуляцую при меньшем рулевом угле, чтобы не подвергнуть корабль чрезмерному крену. Понятно, что, приступая к этому маневру, необходимо задраить иллюминаторы в нижней палубе, пушечные порта и пр., чтобы не подвергать корабль опасности, пока он не будет изучен на повороте. Так, при первом испытании броненосца „Александр III", положили сразу много руля при большом ходе корабля; он очень быстро покатился и стал описывать циркуляцию, диаметр который был немногим более двух длин корабля; корабль при этом неожиданно для всех накренился почти на 15°, так что в палубах все неукрепленные по-штормовому вещи посыпались вниз. К счастью, был мертвый штиль, и хотя порта 75-мм орудий были открыты, но вода на несколько сантиметров не дошла до нижняго косяка портов, иначе, черпнув портами, корабль мог бы опрокинуться.

ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ[1]

(Плавучесть и остойчивость)

Введение

§ 1. Теория корабля имеет предметом изучения мореходные его качества, т. е. плавучесть, остойчивость, ходкость, плавность качки на волнении и поворотливость. Это изучение должно состоять прежде всего в установлении тех элементов, которыми эти качества определяются и которые служат для них мерою. Установление такой меры даст не только возможность выражать соответствующее качество корабля числом, но и искать его зависимость от размеров корабля, формы его обводов, распределения на нем грузов и т. п., а, значит, и распоряжаться при составлении проекта корабля этими размерами, формою и распределением грузов так, чтобы обеспечить кораблю надлежащие по роду его назначения мореходные качества.

При таком изучении будет постоянно встречаться надобность вычислять: площади, ограниченные кривыми линиями, координаты центра тяжести таких площадей, объемы, ограниченные кривыми поверхностями, положение центра тяжести таких объемов, моменты инерции и т. д., поэтому сперва надо ознакомиться с общими способами таких вычислений, что и составляет введение к нашему курсу.

§ 2. Вычисление площадей, объемов, положения их центра тяжести и проч. сводится к нахождению некоторых определенных интегралов, которые мы сперва и приведем, а затем покажем общие приемы вычисления численной величины любого такого определенного интеграла независимо от того, что он собою представляет.

Вычисление площади, ограниченной какой угодно сомкнутой кривой, приводится к вычислению так называемых простых площадей. Простою площадью называется площадь (фиг. 1), ограниченная двумя ординатами AB и CD, частью оси абсцисс AD и кривою BC.

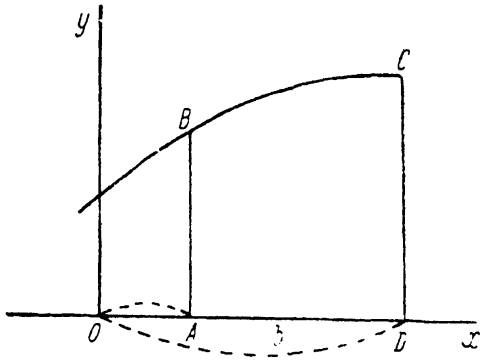
---

[1] Издано в 1933 г. в виде курса Кораблестроительного сектора Высшего военно-морского инженерного училища им. Дзержинского. Рукопись этого издания академиком А. Н. Крыловым была принесена в дар Училищу.

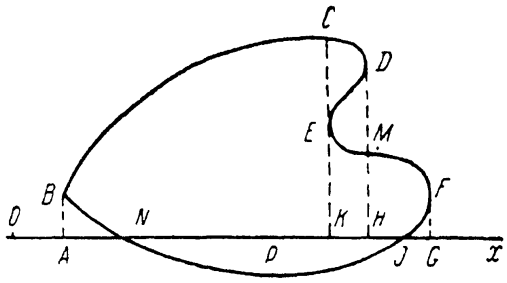
Длину AD называют основанием этой площади. В частном случае одна из крайних ординат AB или CD или даже обе могут быть равны и нулю, площадь от этого не перестает быть простою.

Если дана какая-нибудь кривая, то, чтобы привести вычисление площади, ею ограниченной, к вычислению простых площадей, поступают так: проводят прямую ox (фиг. 2), которую принимают за ось абсцисс, затем проводят к кривой касательные, перпендикулярные к ox; пусть эти касательные будут AB, DH, EK, FG, тогда легко видеть, что предложенная площадь, ограниченная кривою $BCDEFJN$, может быть представлена в виде следующей алгебраической суммы простых площадей:

$$\text{площ. } BCDFJN = \text{площ. } ABCK - \text{площ. } ABN + \text{площ. } KCDH - \text{площ. } KEDH + \text{площ. } KEMH + \text{площ. } HMFG - \text{площ. } JFG + \text{площ. } JPN$$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Остается показать, каким образом вычисляется простая площадь. Пусть данная площадь есть $ABCD$ (фиг. 1) и уравнение кривой BC есть $y=f(x)$, то, как известно, площадь $ABCD$ выражается следующим определенным интегралом:

$$\text{площ. } ABCD = S = \int_a^b y\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \qquad (1)$$

где a есть абсцисса точки B и b — абсцисса точки C.

Во многих случаях практики функция $f(x)$ не задается аналитически, т. е. уравнение кривой BC не будет известно, а эта кривая будет задана на чертеже, с которого и можно снять ординату, соответствующую любой данной абсциссе, что и выражают тогда знакоположением $y=f(x)$.

§ 3. **Вычисление положения центра тяжести** простой площади сводится также к нахождению простых определенных интегралов.

Как известно, абсцисса X_0 центра тяжести площади $ABCD$ получится, если момент этой площади относительно оси oy разделить на самую

площадь. Разбив основание площади AD на бесконечно-малые части, такие, как PQ, и проведя через точки деления ординаты, мы разобьем самую площадь на бесконечно-малые площадки, такие, как $PMKQ$, которые отличаются лишь на бесконечно-малые величины высших порядков от соответствующего каждой из них прямоугольника, такого, как $PMNQ$. Площадь $ABCD = S$ есть предел суммы площадей сказанных бесконечно-малых прямоугольников, момент этой площади есть предел суммы моментов площадей всех этих прямоугольников. Момент же площади прямоугольника $PMNQ$ при сделанных на фиг. 3 обозначениях выражается так:

$$\text{Момент площ. } PMNQ = \text{площ. } PMNQ \cdot \left(x + \frac{1}{2}dx\right) =$$

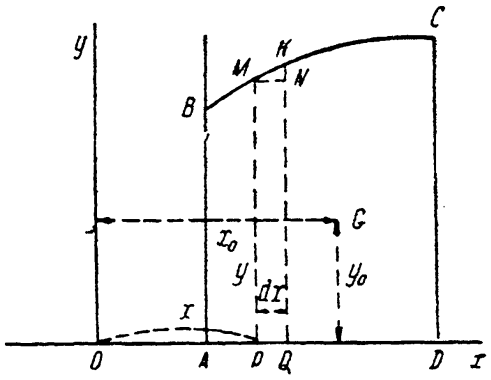
$$= y \cdot dx \cdot \left(x + \frac{1}{2}dx\right) = yx\,dx + \frac{1}{2}ydxdx$$

Последний член представляет собою бесконечно-малую величину второго порядка по отношению к dx и, следовательно, при разыскании предела суммы, не изменяя этого предела, может быть отброшен, и мы таким образом получим:

$$\text{Момент площ. } ABCD = S \cdot X_0 = \int_a^b yx\,dx$$

откуда

$$X_0 = \frac{1}{S}\int_a^b yx\,dx \qquad (2)$$



Фиг. 3.

Чтобы найти ординату центра тяжести Y_0, надо взять момент данной площади относительно оси ox и разделить на самую площадь.

Совершенно так же, как и выше, этот момент будет представлять собою предел суммы моментов таких бесконечно малых площадей, как $PMNQ$, который, очевидно, выражается так:

$$\text{Момент площ. } PMNQ = y\,dx \cdot \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}y^2\,dx$$

следовательно,

$$\text{момент площ. } ABCD = S \cdot Y_0 = \frac{1}{2}\int_a^b y^2\,dx$$

откуда

$$Y_0 = \frac{1}{2S} \cdot \int_a^b y^2\,dx \qquad (3)$$

Когда предложенная площадь не простая, то, разбив ее на простые и вычислив в отдельности координаты центра тяжести каждой из этих последних, найдем по следующим формулам и координаты центра тяжести заданной площади. Пусть s_1, s_2, s_3, ... s_k суть те простые площади, на алгебраическую сумму которых данная площадь S разбита, и пусть x_1, y_1, x_2, y_2, ... x_k, y_k суть координаты их центров тяжести, и X_0, Y_0 координаты центра тяжести площади S, и положим, что S представляется следующей алгебраической суммой:

$$S = s_1 + s_2 - s_3 + \ldots + s_k$$

Чтобы получить координаты X_0 и Y_0 центра тяжести площади S, стоит только воспользоваться известной из механики теоремой моментов, согласно которой момент всей площади S равен алгебраической сумме моментов отдельных площадей, ее составляющих. Для получения X_0 берем моменты относительно координатной плоскости ZY или, что в нашем случае то же, относительно оси OY, тогда будет:

$$SX_0 = s_1 x_1 + s_2 x_2 - s_3 x_3 + \ldots + s_k x_k$$

откуда следует:

$$X_0 = \frac{s_1 x_1 + s_2 x_2 - s_3 x_3 + \ldots + s_k x_k}{S} \qquad (4)$$

Точно так же, взяв для получения Y_0 моменты относительно оси OX, получим:

$$Y_0 = \frac{s_1 y_1 + s_2 y_2 - s_3 y_3 + \ldots + s_k y_k}{S} \qquad (5)$$

При вычислении по этим формулам надо обращать внимание на знаки координат, поступая по правилам алгебры.

§ **4. Вычисление объема**, ограниченного кривою поверхностью, может быть также приведено к вычислению простых определенных интегралов.

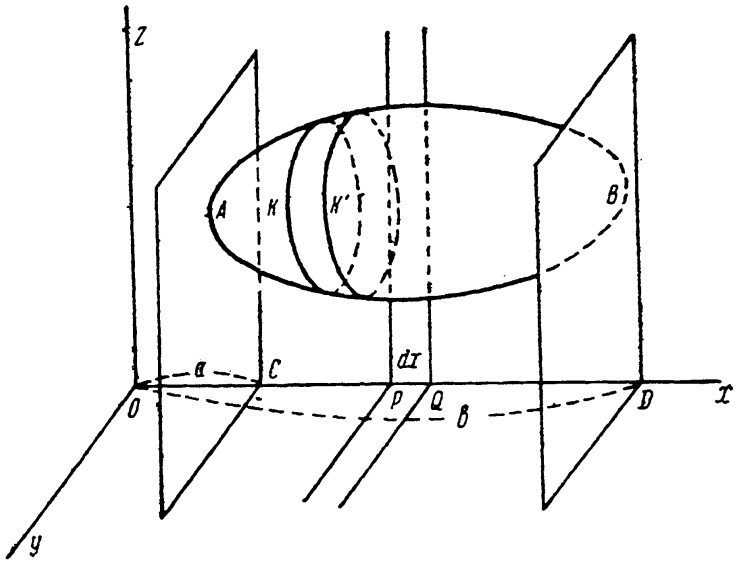
Пусть дан объем V, ограниченный какою-нибудь замкнутою поверхностью (фиг. 4).

Проведя к этой поверхности касательные плоскости, параллельные плоскости zoy, мы получим абсциссы a и b крайних точек этой поверхности; разделив отрезок CD на бесконечно-малые части и проведя через точки деления плоскости, параллельные zoy, мы рассечем данный объем на бесконечно-тонкие слои, такие, как указанный на фиг. 4. Каждый из этих слоев ограничен двумя плоскостями и заключенною между ними частью поверхности. Эта поверхность пересекается со сказанными плоскостями по кривым K и K'.

Вообразим, что из всех точек кривой K проведены прямые, параллельные оси X, до пересечения их с плоскостью Q; тогда получится прямой цилиндр с основанием K и высотою PQ, и в сечении этого цилиндра с плоскостью Q получится кривая, равная K. Совершенно

так же, взяв, кривую K' и построив соответственно ей цилиндр до пересечения с плоскостью P, мы и на этой плоскости получим ту же фигуру, что и на плоскости Q. Таким образом, на каждой из этих плоскостей получаются две кривые: K и K' (фиг. 5).

Очевидно, что рассматриваемый слой будет заключаться внутри цилиндра, основание которого есть кривая $NK'MK'$, цилиндр же с основанием $KHKG$ будет весь заключаться внутри слоя. В пределе, когда расстояние PQ обращается в нуль, обе кривые K и K' сливаются в одну, значит, заштрихованная на фиг. 5 площадь обращается в пределе в нуль и, следовательно, есть бесконечно малая. Так как высота PQ рассматриваемых цилиндров и слоя есть также бесконечно-малая, то объем



Фиг. 4.

слоя отличается от объема каждого из этих цилиндров, а, значит и от объема цилиндра с основанием K, на бесконечно-малые величины высших порядков, и при разыскании предела суммы можно эти бесконечно-малые высших порядков отбрасывать и рассматривать заданный объем как предел суммы объемов цилиндров с основанием K.

Обозначим через ω площадь кривой K, соответствующей плоскости P, абсцисса которой есть x; очевидно, что ω будет некоторой функцией от x. Пусть

$$\omega = F(x)$$

тогда объем сказанного цилиндра с основанием ω будет: $\omega\,dx$, и предел суммы таких объемов будет выражаться интегралом

$$\int_a^b \omega\,dx$$

и мы получим формулу:

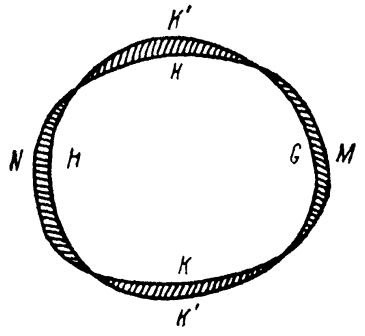
$$V = \int_a^b \omega\,dx = \int_a^b F(x)\,dx \qquad (6)$$

где $\omega = F(x)$ есть площадь сечения, соответствующего абсциссе x. Таким образом, вычисление объема приводится к вычислению площадей сечения и затем определенного интеграла (6).

§ 5. **Вычисление положения центра тяжести объема.** Чтобы найти абсциссу X_0 центра тяжести объема V, стоит только рассуждать подобно тому, как было сделано для площадей, беря моменты относительно плоскости zoy; тогда получится следующая формула:

$$X_0 = \frac{1}{V} \int_a^b \omega x \, dx \tag{7}$$

Чтобы вычислить координату Y_0 центра тяжести рассматриваемого объема, надо рассекать его плоскостями, параллельными плоскости zox, совершенно подобно тому, как мы сделали выше. Обозначая через σ площадь сечения, соответствующую расстоянию y от плоскости zox, и через c и d расстояния до нее касательных плоскостей к данной поверхности, параллельных плоскости zox, и взяв момент относительно этой плоскости, получим:



Фиг. 5.

$$V \cdot Y_0 = \int_c^d \sigma y \, dy$$

Отсюда следует:

$$Y_0 = \frac{1}{V} \cdot \int_c^d \sigma y \, dy \tag{8}$$

Совершенно так же, чтобы вычислить координату Z_0, надо проводить секущие плоскости параллельно плоскости yox и брать сумму моментов полученных бесконечно-малых цилиндров, на которые таким образом разобьется объем V, относительно плоскости yox. Обозначая через τ площадь сечения поверхности, ограничивающей объем V, плоскостью, проведенной в расстоянии z от xoy, и через g и h расстояния до нее касательных плоскостей, ей параллельных, получим:

$$V \cdot Z_0 = \int_g^h \tau z \, dz$$

откуда

$$Z_0 = \frac{1}{V} \int_g^h \tau z \, dz \tag{9}$$

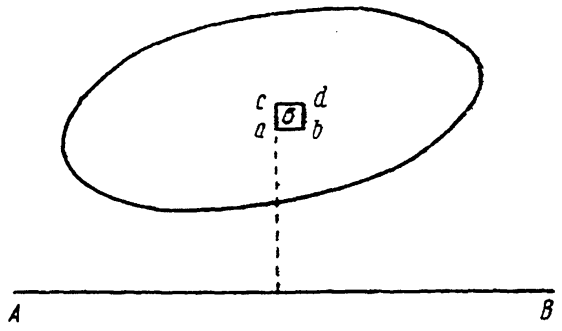
§ 6. **О моментах инерции площадей.** Моментом инерции тела относительно какой-либо оси называется сумма произведений масс всех частиц этого тела на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси.

Совершенно подобно тому, как рассуждают о центре тяжести объемов, переходя к ним от однородных тел, затем от объемов переходят к центрам тяжести площадей и линий, так можно говорить и о моментах инерции объемов, площадей и линий. Таким образом, под моментом инерции объема разумеют предел суммы произведений элементарно-малых объемов, на которые разбит данный, на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси.

Точно так же под моментом инерции площади надо разуметь предел суммы произведений элементарно-малых площадок, на которые разбита данная площадь, на квадраты их расстояний до оси.

Нам придется иметь дело с моментами инерции площадей, поэтому покажем некоторые простейшие их свойства.

Пусть дана площадь S и ось AB (фиг. 6); разобьем нашу площадь на элементы, такие, как σ, и положим, что мы будем увеличивать неопределенное число этих элементов, уменьшая в то же время их величину; тогда будет площадь $S = \Sigma\sigma$, разумея под знаком Σ сумму всех элементов,под этим знаком стоящих.



Фиг. 6.

Момент инерции площади получится, взяв сумму произведений $\sigma \cdot r^2$, где r — расстояние от σ до оси. Здесь является сомнение, что разуметь под словами „расстояние элемента σ до оси AB.“ Расстояние всегда меряется от какой-либо точки, элемент же площади σ будет заключать в себе бесчисленное множество точек; но эти точки будут все между собою сколь угодно близки при уменьшении элемента σ. Покажем, во-первых, что безразлично, которую из них ни взять. Очевидно, что, если взять какую-нибудь точку на ближайшей к оси стороне элемента ab и обозначить это расстояние через ρ и затем взять точку на стороне cd элемента, то расстояние до нее будет $\rho + \varepsilon$, где $\varepsilon = ac$; расстояние же r от всякой промежуточной точки будет заключаться между этими двумя ρ и $(\rho + \varepsilon)$.

Следовательно, будет:

$$\Sigma\sigma\rho^2 < \Sigma\sigma r^2 < \Sigma\sigma(\rho + \varepsilon)^2$$

причем эти неравенства будут иметь место при всяком числе и всякой величине элементов σ. Из предыдущего неравенства, очевидно, следует такое:

$$\Sigma\sigma r^2 - \Sigma\sigma\rho^2 < \Sigma\sigma(\rho + \varepsilon)^2 - \Sigma\sigma\rho^2 \qquad (*)$$

Но

$$\Sigma\sigma(\rho + \varepsilon)^2 = \Sigma\sigma(\rho^2 + 2\rho\varepsilon + \varepsilon^2) = \Sigma\sigma\rho^2 + 2\varepsilon \cdot \Sigma\sigma\rho + \varepsilon^2 \Sigma\sigma$$

и, следовательно:

$$\Sigma\sigma(\rho+\varepsilon)^2-\Sigma\sigma\rho^2=2\varepsilon\Sigma\sigma\rho+\varepsilon^2\Sigma\sigma$$

Величина $\Sigma\sigma$ представляет собою самую площадь S; величина $\Sigma\sigma\rho$ при неопределенном увеличении числа элементов, представляющая собою сумму моментов площадок σ относительно AB, равна моменту всей площади относительно этой оси, т. е. произведению из S на величину k— расстояние от центра тяжести площади до оси. Итак, в пределе, когда величина площадок σ будет неопределенно убывать, а число их неопределенно увеличиваться, величина ε обращается в нуль; значит, будет:

$$\lim\Sigma\sigma(\rho+\varepsilon)^2-\lim\Sigma\sigma\rho^2=0$$

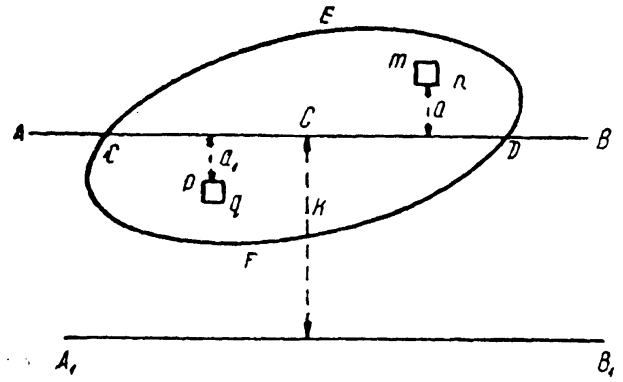
в силу же формулы (*) отсюда следует, что

$$\lim\Sigma\sigma r^2-\lim\Sigma\sigma\rho^2=0$$

иначе

$$\lim\Sigma\sigma r^2=\lim\Sigma\sigma\rho^2=\lim\Sigma\sigma(\rho+\varepsilon)^2$$

Таким образом, мы видим, что при составлении того предела суммы, которым представляется момент инерции площади, безразлично, до которой точки элемента считать расстояние, лишь бы величина этого элемента неопределенно уменьшалась; мы будем всегда брать расстояние до ближайшей к оси точки.



Фиг. 7.

Покажем теперь соотношение между моментами инерции относительно двух параллельных осей, из которых одна проведена через центр тяжести площади. Пусть AB — такая ось и k — расстояние между осями; обозначим через J_0 момент инерции относительно оси AB и через J_1 — момент инерции относительно A_1B_1.

Осью AB площадь F разделяется на две части: CED и CFD (фиг. 7).

Расстояние элементов площади CED до оси AB будем обозначать через a, расстояние элементов площади CFD — через a_1; расстояния же до оси A_1B_1 будем обозначать через r. Тогда, очевидно, будет:

$$\text{Для } CED \ldots\ldots\ldots\ r=a+k$$

$$\text{Для } CFD \ldots\ldots\ldots\ r=k-a_1$$

Условимся также обозначать через Σ_1 сумму, относящуюся до всех элементов площади CED, и через Σ_2 — сумму, относящуюся до всех элементов площади CFD.

Тогда будем иметь следующее выражение момента инерции J_1 всей площади $CEDF$ относительно оси A_1B_1:

$$J_1 = \Sigma\sigma r^2 = \Sigma_1 \sigma r^2 + \Sigma_2 \sigma r^2 = \Sigma_1 \sigma (a+k)^2 + \Sigma_2 \sigma (k-a_1)^2 =$$

$$= \Sigma_1 \sigma (a^2 + 2ak + k^2) + \Sigma_2 \sigma (k^2 - 2a_1 k - a_1^2)$$

Так как величина k постоянная, то предыдущее равенство мы можем написать так:

$$J_1 = k^2 (\Sigma_1 \sigma + \Sigma_2 \sigma) + 2k (\Sigma_1 a\sigma - \Sigma_2 a_1 \sigma) + (\Sigma_1 \sigma a^2 + \Sigma_2 \sigma a_1^2)$$

Очевидно, что $\Sigma_1 \sigma + \Sigma_2 \sigma$ есть не что иное, как вся площадь S; $\Sigma_1 a\sigma$ представляет собою статический момент площади CED относительно оси AB, сумма $\Sigma_2 a_1 \sigma$ — момент площади CFD относительно той же оси AB, а так как эта ось проходит через центр тяжести всей площади $CEDF$, то $\Sigma_1 a\sigma - \Sigma_2 a_1 \sigma = 0$; наконец, $\Sigma_1 \sigma a^2 + \Sigma_2 \sigma a_1^2$ представляет собою момент инерции площади $CEDF$ относительно оси AB, который мы обозначили через J_0. Таким образом, имеем формулу:

$$J_1 = J_0 + k^2 S \qquad (10)$$

т. е. *момент инерции площади S относительно оси A_1B_1 равен моменту инерции той же площади относительно оси AB, параллельной данной и проходящей через центр тяжести площади, плюс произведение из величины площади на квадрат расстояния между осями.*

Отсюда видно, что для данной площади и данного направления оси тот момент инерции будет наименьший, для которого ось проходит через центр тяжести площади. Вместе с тем эта теорема приводит вычисление момента инерции площади относительно какой-либо оси к вычислению момента инерции той же площади относительно оси, параллельной первой и проходящей через центр тяжести площади.

Соотношение между моментами инерции относительно осей, проведенных через центр тажести площади под разными углами, будет показано в § 75.

§ 7. Вычисление моментов инерции площадей. Для вычисления момента инерции какой-либо площади следует поступать так: приняв заданную ось за одну из осей координат, например, за ось x, разбить данную площадь на алгебраическую сумму простых площадей и для каждой из них вычислить момент инерции относительно рассматриваемой оси. Момент инерции всей площади будет, очевидно, равен алгебраической сумме моментов инерции тех простых площадей, на которые разбита данная площадь.

Остается показать, как выражается момент инерции простой площади относительно оси x.

Пусть $ABCD$ (фиг. 8) есть одна из простых площадей, и пусть J_x есть момент инерции этой площади относительно оси x.

Обозначая через σ элементарную площадку, по определению имеем:

$$J_x = \lim \Sigma u^2 \sigma$$

где через u обозначено расстояние площадки σ до оси x.

Чтобы вычислить J_x, разбиваю сперва заданную площадь на элементарные полосы, такие, как $MPQN$ (фиг. 8), ширина каждой из которых равна dx, а затем каждую полосу на элементарные площадки, такие, как заштрихованная на чертеже.

Площадь каждой такой площадки равна $dx\,du$. Момент инерции полосы равен пределу суммы моментов инерции площадок, ее составляющих, момент же инерции J_x всей площади равен пределу суммы моментов инерции элементарных полос, ее составляющих.

Итак, имеем:

$$\text{момент инерции } MPQN = \lim \Sigma u^2\,dx\,du$$

Во всех членах суммы множитель dx общий, поэтому его можно вынести как за знак суммы, так и за знак предела, ибо при разыскании этого предела изменяется лишь u. Таким образом, будет:

$$\lim \Sigma u^2\,dx\,du = dx \cdot \lim \Sigma u^2\,du$$

при чем u изменяется от 0 до $u = MP = y$, следовательно,

$$\lim \Sigma u^2\,du = \int_0^y u^2\,du = \frac{1}{3}y^3$$

Итак имеем:

$$\text{момент инерции } MPQN = \frac{1}{3}y^3\,dx$$

Чтобы получить момент инерции всей площади $ABCD$, надо взять сумму моментов инерции всех элементарных полос, таких, как $MPQN$, на которые данная площадь $ABCD$ разбита, и мы получим формулу:

$$J_x = \frac{1}{3}\int_a^b y^3\,dx \qquad (11)$$

Иногда бывает нужно знать не только момент инерции относительно оси x, но и относительно оси y.

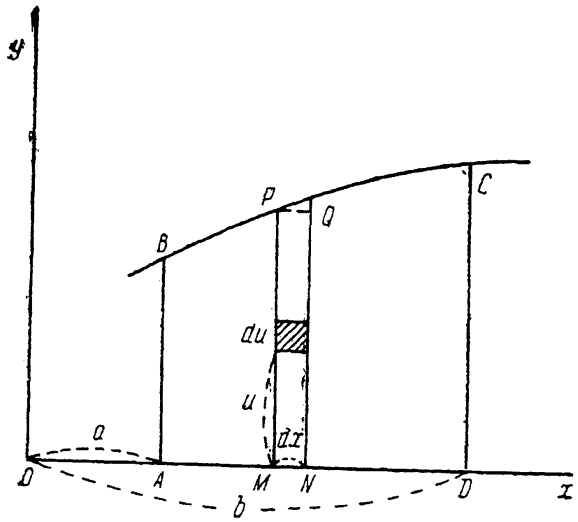
С первого взгляда кажется, что стоит только переставить буквы x и y, и мы получим требуемое выражение. Но это не так, ибо та площадь, которая была *простою* при первоначально избранном направлении этих осей, уже не будет простою, когда мы переменим их; следовательно,

изменив названия осей, нам пришлось бы и вновь разбить заданную площадь на простые и уже после того применять выведенную выше формулу.

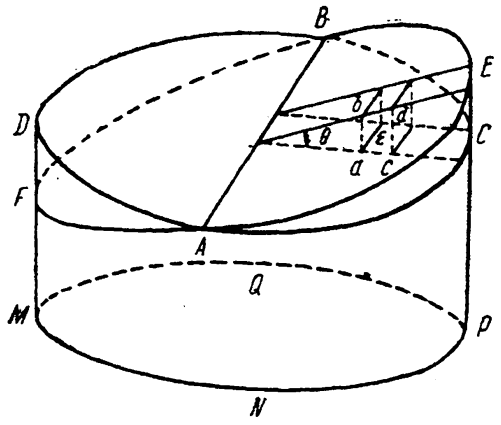
Чтобы этого избегнуть и воспользоваться уже готовым разделением площадей на простые, следует поступать так: по определению момента инерции относительно оси oy, который мы обозначим через J_y, имеем

$$J_y = \lim \Sigma x^2 \sigma$$

где через x обозначено расстояние площадки σ до оси y.



Фиг. 8.



Фиг. 9.

Значит будет:

$$\text{момент инерции полосы } MPQN = \lim \Sigma x^2\, dx\, du =$$

$$= x^2\, dx \lim \Sigma du = x^2\, dx \cdot \int_0^y du = yx^2\, dx$$

и, следовательно,

$$J_y = \int_a^b yx^2\, dx \qquad (12)$$

§ 8. Вычисление объемов и статических моментов клиновых отсеков. Пусть дан прямой цилиндр с каким угодно основанием. Проведем плоскость, наклонную к этому основанию и пересекающую его по прямой AB; требуется определить объем тела $MNPQFAEB$ (фиг. 9).

Очевидно, что полученный объем отличается от первоначального объема $MNPQDACB$ на разность объемов:

$$\text{объем } ACEB - \text{объем } DBAF$$

Эту разность и надо вычислить. Для этого разобьем основание $DACB$ на элементы σ и проведем через стороны их плоскости, перпендикулярные к основанию, тогда наш объем разобьется на усеченные призмы, такие, как ad; проведя через точку b плоскость, параллельную плоскости основания $DACB$, мы получим элементарную прямую призму, которую по отношению к объему $ACEB$ можно назвать входящею; проведя такую же плоскость через точку d, получим прямую же призму, которая по отношению к объему $ACEB$ будет выходящею.

Нетрудно убедиться, что объем $ACEB$ есть предел суммы объемов как входящих призм, так и выходящих.

В самом деле, обозначая через θ угол наклонения секущей плоскости и через h_1 и h_2 высоты ab и cd вышеупомянутых призм, имеем равенства:

$$\text{объем элементарн. входящ. призмы} = \sigma h_1 = \sigma \cdot r \operatorname{tg} \theta$$

$$\text{объем элементарн. выходящ. призмы} = \sigma h_2 = \sigma \cdot (r + \varepsilon) \operatorname{tg} \theta$$

при чем $\varepsilon = ac$.

Итак, будет:

$$\Sigma \sigma r \operatorname{tg} \theta < \text{объема } ACEB < \Sigma \sigma (r + \varepsilon) \operatorname{tg} \theta$$

Отсюда следуют такие неравенства:

$$\text{объем } ACEB - \Sigma \sigma\, r \operatorname{tg} \theta < \Sigma \sigma (r + \varepsilon) \operatorname{tg} \theta - \Sigma \sigma r \operatorname{tg} \theta$$

$$\Sigma \sigma (r + \varepsilon) \operatorname{tg} \theta - \text{объем } ACEB < \Sigma \sigma (r + \varepsilon) \operatorname{tg} \theta - \Sigma \sigma r \operatorname{tg} \theta$$

Но, очевидно, что сумма

$$\Sigma \sigma (r + \varepsilon) \operatorname{tg} \theta - \Sigma \sigma r \operatorname{tg} \theta = \Sigma \sigma \varepsilon \operatorname{tg} \theta$$

Положим для простоты, что, разбивая площадь ACB на элементы, мы их все будем брать одинаковой ширины ε, тогда эта величина войдет общим множителем во все члены последней суммы, как и $\operatorname{tg} \theta$, и может быть вынесена за знак суммы, так что будет:

$$\Sigma \sigma \varepsilon \operatorname{tg} \theta = \varepsilon \operatorname{tg} \theta \cdot \Sigma \sigma$$

но

$$\Sigma \sigma = \text{площ. } ACB = S_1,$$

следовательно, будет:

$$\Sigma \sigma (r + \varepsilon) \operatorname{tg} \theta - \Sigma \sigma\, r \operatorname{tg} \theta = \varepsilon S_1 \cdot \operatorname{tg} \theta$$

При неопределенном увеличении числа элементов σ, на которые подразделяется площадь S_1, ширина их ε может быть сделана сколь

угодно малою, значит, и произведение $\varepsilon S_1 \operatorname{tg}\theta$ может быть сделано меньше любой наперед назначенной величины; иными словами:

$$\text{объем } ACEB = \lim \Sigma \sigma r \operatorname{tg}\theta$$

$$\text{„ } ACEB = \lim \Sigma \sigma (r + \varepsilon) \operatorname{tg}\theta$$

Взяв общий множитель $\operatorname{tg}\theta$, который входит во все члены нашей суммы, за знак суммы, видим, что:

$$\text{объем } ACEB = \operatorname{tg}\theta \cdot \lim \Sigma \sigma r$$

Произведение σr, стоящее под знаком последней суммы, представляет собою произведение из элементарной площадки σ на расстояние ее до оси AB, т. е. это есть статический момент этой площадки относительно оси AB, а следовательно, $\Sigma \sigma r$ есть статический момент всей площади ACB относительно оси AB, который равен произведению этой площади ACB на расстояние ее центра тяжести до оси; обозначая это последнее через ρ_1, имеем:

$$\text{объем } ACEB = v_1 = S_1 \cdot \rho_1 \operatorname{tg}\theta$$

Совершенно так же, обозначая площадь ADB через S_2 и растояние ее центра тяжести до оси AB через ρ_2, мы будем иметь:

$$\text{объем } AFDB = v_2 = S_2 \cdot \rho_2 \operatorname{tg}\theta$$

Отсюда следует, что разность объемов

$$v_1 - v_2 = (S_1 \rho_1 - S_2 \rho_2) \operatorname{tg}\theta$$

Но очевидно, что величина $S_1 \rho_1 - S_2 \rho_2$ представляет собою статический момент всей площади $S = S_1 + S_2$ относительно оси AB; обозначая через ρ расстояние центра тяжести этой площади до оси, будем иметь:

$$S_1 \rho_1 - S_2 \rho_2 = (S_1 + S_2) \rho = S \rho$$

Итак, имеем следующую формулу, выражающую разность рассматриваемых клиновых объемов:

$$v_1 - v_2 = S \cdot \rho \operatorname{tg}\theta \qquad (13)$$

Когда секущая плоскость проведена через центр тяжести площади $DACB$, то $\rho = 0$, значит, и $v_1 - v_2 = 0$, т. е. объем, ограниченный секущей плоскостью и первоначальным цилиндром, не изменился.

Отсюда следует, *что, если прямой цилиндр с каким угодно основанием пересечен плоскостью так, что она проходит через центр тяжести площади его основания, то объем полученного усеченного цилиндра равен объему первоначального прямого.*

Найдем теперь расстояние от центра тяжести клинового отсека $ACEB$ до плоскости, перпендикулярной к основанию и проходящей через ось AB.

Пусть это расстояние будет x_1, тогда, рассматривая объем v_1 как предел суммы входящих призм и применяя теорему моментов, имеем:

$$v_1 \cdot x_1 = \lim \text{ суммы моментов призм } (ab)$$

Но момент призмы $(ab) = \sigma h_1 \cdot r = \sigma \cdot r \operatorname{tg}\theta \cdot r = \sigma \cdot r^2 \cdot \operatorname{tg}\theta$

Итак,

$$v_1 x_1 = \lim \Sigma \sigma r^2 \operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}\theta \lim \Sigma \sigma r^2$$

Но $\lim. \Sigma \sigma r^2$ представляет собою момент инерции площади S_1 относительно оси AB, который мы обозначим через J_1, следовательно, будет:

$$v_1 \cdot x_1 = J_1 \cdot \operatorname{tg}\theta \qquad (14)$$

Этою формулою нам придется пользоваться при изучении остойчивости корабля.

§ 9. Приближенные формулы для вычисления определенных интегралов. В предыдущих параграфах показано, каким образом вычисление площадей, объемов, координат центра тяжести площадей и объемов, а также моментов инерции площадей приводится к вычислению некоторых определенных интегралов.

Остается показать, каким образом может быть вычислена величина всякого такого интеграла и притом не только тогда, когда стоящая под его знаком функция задана аналитически, но и в том случае, когда она задана графически, т. е. чертежом.

Вычисление определенного интеграла

$$S = \int_a^b f(x) \cdot dx$$

когда функция $f(x)$ задана аналитически и когда может быть найден неопределенный интеграл

$$\int f(x)\, dx = F(x) + C$$

производится по формуле:

$$\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$$

В тех же случаях, когда неопределенный интеграл найден быть не может, приходится для вычисления определенного интеграла пользоваться приближенными формулами.

Точность этих формул может быть сделана сколь угодно большою; но для практики обыкновенно нет надобности в большой точности, так как самые данные, служащие для вычисления, могут быть получены не абсолютно точно, а лишь приближенно. В самом деле, эти данные получаются измерением некоторых длин на чертеже, всякое же измерение непременно заключает некоторую неизбежную погрешность. Наконец, для целей практики результат требуется лишь приближенный, и понятно, что надо сообразовать точность формулы с точностью данных, а эти последние с точностью требуемого результата. Это мы и будем постоянно делать, указывая в каждом частном случае, как для этого нужно поступать здесь же приведем общие приемы вычисления определенных интегралов.

Итак, положим, что надо найти величину определенного интеграла:

$$S=\int_a^b f(x)\,dx \qquad (*)$$

Чтобы этот интеграл собою ни представлял, всегда можно вообразить такую кривую, уравнение которой было бы

$$y=f(x)$$

Тогда интеграл будет представлять собою площадь $ABCD$, ограниченную частью оси x, двумя ординатами и кривою, значит, численно эта площадь и будет равна интегралу S.

Для нахождения площади $ABCD$ (фиг. 10) один из простейших приемов состоит в том, что основание AD разделяется на несколько равных частей, через точки деления проводят ординаты, концы их соединяют прямыми линиями и получают таким образом ломаную, вписанную в данную кривую, как показано на фиг. 10. Вместо площади $ABCD$ берут площадь, ограниченную этой ломаной $BM_1M_2\ldots M_{k-1}C$. Эта последняя площадь, представляя собою сумму площадей трапеций, таких, как $N_1M_1M_2N_2$, легко вычисляется, когда измерены или вычислены ординаты $y_0, y_1, y_2, \ldots y_k$, именно будет:

$$\text{площ. } ABM_1N_1=\frac{1}{2}(y_0+y_1)\,h$$

$$\text{площ. } N_1M_1M_2N_2=\frac{1}{2}(y_1+y_2)\,h$$

$$\text{площ. } N_2M_2M_3N_3=\frac{1}{2}(y_2+y_3)\,h$$

. . . . . .

$$\text{площ. } N_{k-1}M_{k-1}CD=\frac{1}{2}(y_{k-1}+y_k)\,h$$

Сложив эти равенства, получим:

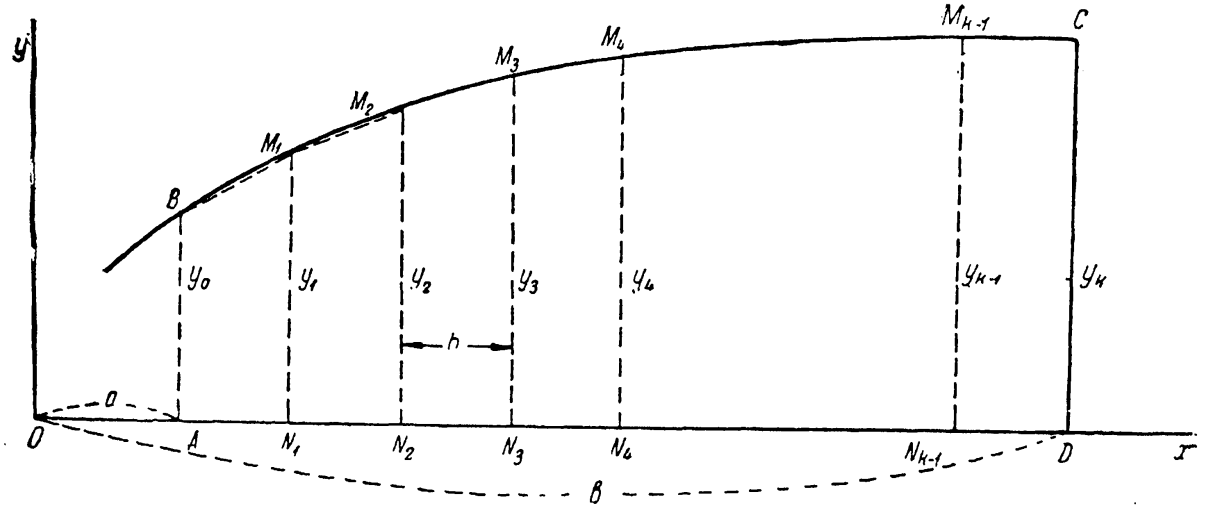
$$\text{площ. } ABCD = \frac{1}{2}(y_0 + y_1)h + \frac{1}{2}(y_1 + y_2)h + \frac{1}{2}(y_2 + y_3)h +$$

$$+ \ldots + \frac{1}{2}(y_{k-2} + y_{k-1})h + \frac{1}{2}(y_{k-1} + y_k)h =$$

$$= \left(\frac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{k-1} + \frac{1}{2}y_k\right)h$$

где h есть расстояние между двумя смежными ординатами, равное $\frac{b-a}{k}$.

Приняв эту сумму площадей трапеций за площадь самой кривой, которая, как мы видели, выражается определенным интегралом (*), мы



Фиг. 10.

получим для вычисления такого определенного интеграла следующую приближенную формулу:

$$\int_a^b y\,dx = \frac{b-a}{k}\left(\frac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{k-1} + \frac{1}{2}y_k\right) \qquad (1)$$

Так как $y = f(x)$, то, полагая:

$$x_0 = a; \quad x_1 = a + h; \quad x_2 = a + 2h \ldots$$

$$x_{k-1} = a + (k-1)h; \quad x_k = a + kh = b$$

получим:

$$y_0 = f(x_0); \quad y_1 = f(x_1); \quad y_2 = f(x_2); \ldots y_k = f(x_k)$$

предыдущая формула напишется так:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{k}\left[\frac{1}{2}f(x_0) + f(x_1) + \ldots + \frac{1}{2}f(x_k)\right] \qquad (1')$$

Для удобства вычислений формулы (1) и (1′) пишут обыкновенно так:

$$\int_a^b y\,dx = \frac{b-a}{k}\left[y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_k - \frac{1}{2}(y_0 + y_k)\right] \qquad (1'')$$

и

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{k}\left[f(x_0) + f(x_1) + \ldots + f(x_k) - \frac{1}{2}\left(f(x_0) + f(x_k)\right)\right] \qquad (1''')$$

т. е., взяв сумму *всех* ординат, вычитают из этой суммы полусумму крайних ординат и полученный результат умножают на промежуток между ординатами. Такое преобразование особенно выгодно в тех случаях, когда крайние ординаты малы.

Для краткости речи мы будем называть величину $\frac{1}{2}(y_0 + y_k)$ или $\frac{1}{2}\left(f(x_0) + f(x_k)\right)$, *поправкою*, всю же величину, стоящую в [] — *исправленною суммою.*

Эта формула называется *формулою трапеций* и может служить для вычисления любого определенного интеграла по частным значениям подинтегральной функции.

Нетрудно видеть, что чем число ординат k будет больше, тем точнее будет результат, даваемый этою формулой. Мы не будем выводить общего выражения погрешности этой формулы, а укажем впоследствии, сколько надо брать ординат в тех частных случаях, где нам придется этою формулой пользоваться.

№ ординат n	Ординаты y_n
0	0.85
1	27.95
2	32.35
3	34.20
4	34.95
5	35.45
6	35.70
7	35.75
8	35.75
Сумма	272.95
Поправка $\frac{1}{2}(y_0 + y_8)$	—18.30
Исправленная сумма	254.65

Пример 1. Вычислить площадь кривой, имея снятые с чертежа равноотстоящие ординаты в сантиметрах и зная, что основание площади равно 25.40 см.

Площадь S на чертеже $= \frac{25.40}{8} \cdot 254.65 = 809$ кв. см.

Положим, что эта кривая представляет половину площади миделя

корабля, начерченной в масштабе $\frac{1}{25}$ натуры; тогда, обозначая эту площадь через $\frac{1}{2}Q$, имеем:

$$\frac{1}{2}Q=\frac{(25)^2\cdot S}{10\,000}=\frac{625\cdot 809}{10\,000}=50.56 \text{ кв. м}$$

Пример 2. Вычислить положение центра тяжести той же площади S, представляющей половину миделя некоторого корабля.

Из формул § 3 следует, что координаты Z и Y центра тяжести площади S выражаются так:

$$Z=\frac{1}{S}\int_0^H zy\,dz;\quad Y=\frac{1}{2S}\int_0^H y^2\,dz$$

где H есть углубление корабля. Таким образом, все дело свелось к вычислению входящих в эти две формулы интегралов, что и произведем по правилу трапеций.

Обозначим через h промежуток между ординатами на чертеже, в нашем случае $h=\frac{H}{8}=\frac{25.40}{8}=3.175$ см, тогда последовательные значения z будут:

$$0,\ h,\ 2h,\ 3h,\ \ldots\ kh$$

и, следовательно:

$$\int_0^H zy\,dz=h\left[\frac{1}{2}\cdot 0\cdot y_0+h\cdot y_1+2h\cdot y_2+\ldots+(k-1)h\cdot y_{k-1}+\frac{1}{2}khy_k\right]=$$

$$=h^2\left[0+y_1\cdot 1+y_2\cdot 2+\ldots+y_{k-1}\cdot(k-1)+\frac{1}{2}y_k\cdot k\right]$$

С другой стороны

$$S=\int_0^H y\,dz=h\left[\frac{1}{2}y_0+y_1+y_2+\ldots+\frac{1}{2}y_k\right]$$

следовательно, будет:

$$Z=\frac{0+y_1\cdot 1+y_2\cdot 2+y_3\cdot 3+\ldots+y_{k-1}(k-1)+\frac{1}{2}y_k\cdot k}{\frac{1}{2}y_0+y_1+y_2+\ldots+\frac{1}{2}y_k}\cdot h$$

Совершенно так же увидим, что будет

$$Y=\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{2}y_0^2+y_1^2+y_2^2+\ldots+y_{k-1}^2+\frac{1}{2}y_k^2}{\frac{1}{2}y_0+y_1+y_2+\ldots+\frac{1}{2}y_k}$$

Вычисление Z и Y

I	II	III	IV
№№ k	Ординаты y_k	Произведения ky_k	$\frac{1}{100}y_k^2$
0	0.85	0.0	0.00
1	27.95	27.95	7.81
2	32.35	64.70	10.46
3	34.20	102.60	11.70
4	34.95	139.80	12.21
5	35.45	177.25	12.56
6	35.70	214.20	12.74
7	35.75	250.25	12.78
8	35.75	286.00	12.78
Суммы	272.95	1262.75	93.04
Поправки . . .	—18.80	—143.00	—6.39
Исправленные суммы . . .	254.15	1119.75	86.65

и вычисление расположится так:

$$\left.\begin{aligned} Z &= \frac{1119.75}{254.15} \cdot 3.175 = 13.96 \text{ см над килем} \\ Y &= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \frac{86.65}{254.15} = 17.02 \text{ см от диам. плоск.} \end{aligned}\right\} \text{ на чертеже.}$$

Следовательно, при масштабе в $\frac{1}{25}$, в натуре будет:

$$Z = 25 \cdot 13.96 = 349 \text{ см} = 3.49 \text{ м}$$

$$Y = 25 \cdot 17.02 = 425 \text{ см} = 4.25 \text{ м}$$

Чтобы не иметь дела с большими числами, вместо величин y_k^2 выписаны округленные до 4-значащих цифр величины $\frac{1}{100}y_k^2$ из приложенной к этому курсу сокращенной таблицы квадратов и кубов чисел, а затем в окончательный результат вновь введен множитель 100.

Весьма часто приходится при вычислениях, если только чертеж не составляется вновь, пользоваться световою копией (синькой).

Обыкновенно такая копия имеет усадку и притом различную в направлении продольном и поперечном. Кроме того, продажные масштабные линейки не всегда точны. Чтобы исключить происходящие от этого

погрешности, надо поступать следующим образом. Взять обыкновенную деревянную хорошую линейку с делениями на полумиллиметры; на такой линейке деления между собою равны, но полная длина линейки, например, 500 мм может быть и несколько (часто до 1 или 1.5 мм), при сличении с выверенным металлическим метром, не верна.

Этою линейкою надо снять с чертежа *ординаты* в сантиметрах, не обращая внимания на масштаб чертежа, длины же основания площади, в данном случае углубления корабля, с чертежа не снимать, а принять то истинное, которое на чертеже написано; ясно, что этим устраняется влияние усадок и разницы в обмерах по углублению.

Так, пусть в предыдущем примере истинное углубление, показанное на чертеже, есть

$$H = 6.40 \text{ м}$$

Значит

$$h = \frac{H}{8} = 0.80 \text{ м}$$

Положим также, что на чертеже написано, что ширина корабля 18.00 м, следовательно, наибольшая ордината на чертеже должна бы быть

$$\frac{1}{25} \cdot 900 = 36 \text{ см}$$

а она вследствие усадки оказалась

$$35.75 \text{ см}$$

тогда истинная величина площади будет

$$Q = \frac{6.40}{8} \cdot 254.65 \cdot \frac{36.00}{35.75} \cdot 25 = 51.29 \text{ кв. м}$$

Точно так же, чтобы исключить усадку по углублению, надо при вычислении положения центра тяжести промежуток h брать не тот который получается по измерению на чертеже, а следует из расчета по теоретическому углублению, т. е. в нашем случае не

$$25 \cdot \frac{25.40}{8} = 25 \cdot 3.175 = 0.794 \text{ м}$$

а

$$\frac{6.40}{8} = 0.80 \text{ м}$$

так что будет:

$$Z = \frac{1119.25}{254.65} \cdot 0.80 = 3.52 \text{ м}$$

и

$$Y = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 25 \cdot \frac{85.65}{254.65} \cdot \frac{36.00}{35.75} = 4.28 \text{ м}$$

При пользовании синьками, с указанным обстоятельством необходимо всегда считаться, так как усадка бывает и *больше* приведенной в примере.

§ 10. Формула Симпсона. Другой прием вычисления площади S основан на замене частей данной кривой не прямыми, как в правиле трапеций, а дугами парабол, оси которых параллельны оси y. Получаемая таким путем приближенная формула называется *формулою Симпсона.*

Чтобы вывести эту формулу, перенесем начало координат в точку A (фиг. 10), сохраняя направление осей, и возьмем участок BM_2 нашей кривой (фиг. 11).

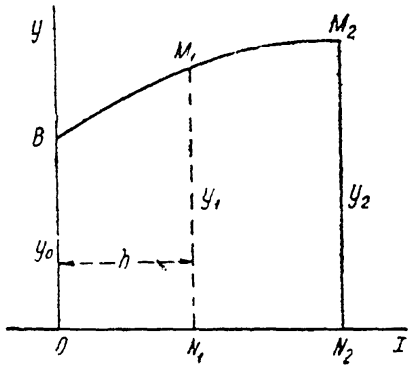
Уравнение всякой параболы второй степени, ось которой параллельна оси y, есть

$$y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 \qquad (*)$$

Проведем эту параболу так, чтобы она проходила через точки B, M_1 и M_2, ею и заменим часть BM_2 данной кривой.

Чтобы парабола (*) проходила через точки B, M_1, M_2, надо определить коэффициенты A_0, A_1, A_2 так, чтобы координаты данных точек удовлетворяли уравнению (*), что доставит следующие уравнения для определения неизвестных A_0, A_1, A_2:

$$\left.\begin{aligned} y_0 &= A_0 \\ y_1 &= A_0 + A_1 h + A_2 h^2 \\ y_2 &= A_0 + 2A_1 h + 4A_2 h^2 \end{aligned}\right\} \qquad (**)$$



Фиг. 11.

Площадь, заключенная между параболой (*), осью x и ординатами OB и N_2M_2, выражается интегралом:

$$\int_0^{2h} y\,dx = \int_0^{2h} (A_0 + A_1 x + A_2 x^2)\,dx = 2A_0 h + 2A_1 h^2 + \frac{8A_2 h^3}{3} =$$

$$= \frac{h}{3}(6A_0 + 6A_1 h + 8A_2 h^2)$$

В силу же уравнений (**) величина, стоящая в скобках, равна $y_0 + 4y_1 + y_2$, в чем убеждаемся, умножив второе из этих уравнений на 4 и приложив к двум остальным.

Таким образом, получаем приближенную формулу:

$$\text{площ. } OBM_2N_2 = (y_0 + 4y_1 + y_2)\cdot\frac{h}{3} \qquad (***)$$

Положим, что число делений k четное, $k = 2n$, тогда совершенно так же, заменив дугу $M_2M_3M_4$ данной кривой параболой, проходящей через точки M_2, M_3 и M_4, получим:

$$\text{площ. } N_2M_2M_4N_4 = (y_2 + 4y_3 + y_4)\cdot\frac{h}{3}$$

Точно так же

$$\text{площ. } N_4 M_4 M_6 N_6 = (y_4 + 4y_5 + y_6) \cdot \frac{h}{3}$$

и т. д.

Сложив эти формулы, получим:

$$\text{площ. } ABCD = \frac{h}{3}[y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \cdots + 4y_{2n-1} + y_{2n}]$$

из которой следуют для вычисления определенного интеграла следующие *формулы Симпсона:*

$$\int_a^b y\,dx = \frac{1}{3}\frac{b-a}{2n}[y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \cdots + 2y_{2n-2} + 4y_{2n-1} + y_{2n}] \tag{2}$$

и

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{1}{3}\cdot\frac{b-a}{2n}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{2n-2}) + 4f(x_{2n-1}) + f(x_{2n})] \tag{2a}$$

Формулы (2) и (2а) удобнее, дабы избежать умножений на 4, писать так:

$$\int_a^b y\,dx = \frac{2}{3}\cdot\frac{b-a}{2n}\left[\frac{1}{2}y_0 + 2y_1 + y_2 + 2y_3 + \cdots + y_{2n-2} + 2y_{2n-1} + \frac{1}{2}y_{2n}\right] \tag{2'}$$

и

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{2}{3}\cdot\frac{b-a}{2n}\left[\frac{1}{2}f(x_0) + 2f(x_1) + f(x_2) + 2f(x_3) + \ldots + f(x_{2n-2}) + 2f(x_{2n-1}) + \frac{1}{2}f(x_{2n})\right] \tag{2'а}$$

Пример 1. Вычислить заданную в предыдущем примере площадь миделя по правилу Симпсона:

№№	Ординаты y_n	Множители	Произведения
0	0.85	$\frac{1}{2}$	0.43
1	27.95	2	55.90
2	32.35	1	32.35
3	34.20	2	68.40
4	34.95	1	34.95
5	35.45	2	70.90
6	35.70	1	35.70
7	35.75	2	71.50
8	35.75	$\frac{1}{2}$	17.87
Сумма . .	—	—	388.00

Площадь $S=\frac{2}{3}\cdot\frac{25.25}{8}\cdot 388.0=816$ кв. см.

При вычислении по правилу Симпсона можно не писать множителей $\frac{1}{2}$ и 2 и произведений ординат на эти множители, представив формулу (2′ а) так:

$$\int_a^b f(x)dx=\frac{2}{3}h\cdot\Sigma$$

причем

$$h=\frac{b-a}{2n}$$

$$\Sigma=S_0+2S_1-\frac{1}{2}[f(x_0)+f(x_{2n})]$$

$$S_0=f(x_0)+f(x_2)+f(x_4)+\ldots+f(x_{2n})$$

$$S_1=f(x_1)+f(x_3)+f(x_5)+\ldots+f(x_{2n-1})$$

тогда вычисление для предыдущего примера расположится так:

№№ n	Орд. y_n
0	0.85
1	27.95
2	32.35
3	34.20
4	34.95
5	35.45
6	35.70
7	35.75
8	35.75
S_0	140.60
$2S_1$	266.70
$-\frac{1}{2}(y_0+y_8)$	—18.30
Σ	388.00

Площадь $S=\frac{2}{3}\cdot\frac{25.25}{8}\cdot 388=816$ кв. см.

Располагать вычисление таким образом особенно удобно, когда сложение производится на счетах.

Если почему-либо вычисление производится не на счетах, и является опасение, что при сложении ошибочно будет взята ордината не из надлежащей строки, то можно для устранения этого располагать ординаты в два столбца — в одном из них с четными номерами, в другом с нечетными, тогда схема будет такая:

№№ n	y_{2k}	y_{2k+1}
0	0.85	—
1	—	27.95
2	32.35	—
3	—	34.20
4	34.95	—
5	—	35.45
6	35.70	—
7	—	35.75
8	35.75	—
Суммы . . .	139.60	133.35
	266.70	
	— 18.30	
	$\Sigma = 388.00$	

Площадь $S = \frac{2}{3} \cdot \frac{25.25}{8} \cdot 388 = 816$ кв. см.

При таком расположении, вычисление столь же удобно, как и выполнив умножения на множители, и столь же просто, как по правилу трапеций.

Площадь миделя Q с поправкой на усадку по приведении к натуре будет:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot 0.80 \cdot 388.0 \cdot \frac{36.00}{35.75} \cdot 25 \cdot 2 = 104.2 \text{ кв. м}$$

Обвод миделя везде выпуклый внаружу, поэтому понятно, что площадь, определенная по правилу трапеций, будет меньше, нежели по правилу Симпсона, что и имеет место в рассматриваемом примере.

Пример 2. Определить координаты Z и Y центра тяжести площади S, вычисляя интегралы по правилу Симпсона.

Вычисление будет совершенно подобно тому, как в § 9, с тою разницею, что прежде, чем суммировать, надо будет числа столбцов II III и IV умножить на множители.

Таким образом, будет:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
№№ k	Ординаты y_k	Произведения ky_k	$\frac{1}{100}y_k^2$	Множители	II·V	III·V	IV·V
0	0.85	0.0	0.00	$\frac{1}{2}$	0.43	0.0	0.00
1	27.95	27.95	7.81	2	55.90	55.90	15.62
2	32.35	64.70	10.46	1	32.35	64.70	10.46
3	34.20	102.60	11.70	2	68.40	205.20	23.40
4	34.95	139.80	12.21	1	34.95	139.80	12.21
5	35.45	177.25	12.56	2	70.90	354.50	25.12
6	35.70	214.20	12.74	1	35.70	214.20	12.74
7	35.75	250.25	12.78	2	71.50	500.50	25.56
8	35.75	286.00	12.78	$\frac{1}{2}$	17.87	143.00	6.39
Суммы . .	—	—	—	—	383.00	1677.80	131.50

$Z = \frac{1677.80}{383.00} \cdot 3.175 = 13.87$ см над основной линией.

$Y = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \frac{131.50}{388.00} = 16.95$ см от диам. плоск.

Применяя для этого вычисления нашу вторую схему, расположим вычисление так:

№№ k	Ординаты y		Произведения ky		$\frac{1}{100}y^2$	
	четные	нечетные	четные	нечетные	четные	нечетные
0	0.85	—	0.00	—	0.00	—
1	—	27.95	—	27.95	—	7.81
2	32.35	—	64.70	—	10.46	—
3	—	34.20	—	102.60	—	11.70
4	34.95	—	139.80	—	12.21	—
5	—	34.45	—	177.25	—	12.56
6	35.70	—	214.20	—	12.74	—
7	—	35.75	—	250.25	—	12.78
8	35.75	—	286.00	—	12.78	—
	139.60	133.35	704.70	558.05	48.19	44.85
	266.70		1116.10		89.70	
	— 18.30		— 143.00		— 6.39	
	388.00		1677.80		131.50	

$Z = \frac{1677.80}{388.00} \cdot 3.175 = 13.87$ см над килем.

$Y = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot \frac{131.50}{388.00} = 16.95$ см от диам. плоск.

Сличение этих результатов с найденными по правилу трапеций показывает, какую степень точности можно ожидать при производстве подобного рода вычислений при небольшом числе ординат для таких кривых, с которыми нам придется иметь дело.

§ 11. Формула Чебышева. Для приближенного вычисления определенных интегралов, кроме правила трапеций и Симпсона, существует множество других правил. Мы не будем их выводить, а приведем без доказательства лишь одно из них, данное знаменитым математиком П. Л. Чебышевым.

Это правило замечательно как по точности доставляемых им результатов, так и по удобству его для вычислений.

Правило Чебышева состоит в следующем: *для вычисления интеграла*

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

надо среднее арифметическое из значений подинтегральной функции, соответствующих вычисленным согласно приложенной таблице абсциссам, умножить на разность пределов интеграла.

Обозначая упомянутые абсциссы через $X_1, X_2, \ldots X_n$, имеем, следовательно, такую формулу:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{n} \cdot [f(X_1) + f(X_2) + \cdots + f(X_n)]$$

Абсциссы $X_1, X_2, \ldots X_n$ вычисляются по следующим формулам:

$$X_1 = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cdot x_1$$

$$X_2 = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cdot x_2$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$X_n = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cdot x_n$$

числа же $x_1, x_2, \ldots x_n$ в зависимости от избранного числа ординат n показаны в следующей таблице:

Число ординат n	Значение абсцисс x
2	$x_1 = -x_2 = 0.577350$
3	$x_1 = -x_3 = 0.707107$
	$x_2 = 0$
4	$x_1 = -x_4 = 0.794654$
	$x_2 = -x_3 = 0.187592$
5	$x_1 = -x_5 = 0.832498$
	$x_2 = -x_4 = 0.374541$
	$x_3 = 0$
6	$x_1 = -x_6 = 0.866247$
	$x_2 = -x_5 = 0.422519$
	$x_3 = -x_4 = 0.266635$
7	$x_1 = -x_7 = 0.883862$
	$x_2 = -x_6 = 0.529657$
	$x_3 = -x_5 = 0.323912$
	$x_4 = 0$
9	$x_1 = -x_9 = 0.911589$
	$x_2 = -x_8 = 0.601019$
	$x_3 = -x_7 = 0.528762$
	$x_4 = -x_6 = 0.167906$
	$x_5 = 0$

Задача. По вышеприведенным ординатам вычертить обвод миделя в масштабе $\frac{1}{25}$, на полученный чертеж нанести Чебышевские ординаты: сперва 5, и вычислить по ним площадь; потом 7, и вычислить по ним площадь; затем 9, и вычислить по ним площадь. Сличить полученные результаты с предыдущими.

§ 12. Вычисление интегралов с переменным верхним пределом. В некоторых вопросах теории корабля встречается надобность вычислять значения определенного интеграла

$$F(X) = \int_a^X f(x)\,dx$$

с переменным верхним пределом X, при чем функция $f(x)$ задается графически.

Значения интеграла $F(X)$ надо представить или в виде таблицы, аргументом в которой будет X, или также графически.

Это вычисление производят следующим образом.

Пусть BC (фиг. 12) есть заданная кривая

$$y = f(x)$$

Отложив начальную абсциссу $OA = a$, строим ординату $AB = y_0$, затем откладываем по оси x от точки A длины

$$Ax_1 = x_1 x_2 = \ldots = x_9 x_{10} = \ldots = h$$

выбрав h так, чтобы каждая из площадей между двумя смежными ординатами могла быть принята за трапецию, при той точности, с которою чертеж составлен.

По формуле трапеций, положив

$$X = Ox_k = a + kh = X_k$$

имеем:

$$F(X_k) = \int_a^{a+hk} ydx = h\left[\frac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_{k-1} + \frac{1}{2}y_k\right]$$

Точно так же при

$$X = X_{k+1} = Ox_{k+1} = a + (k+1)h$$

будет:

$$F(X_{k+1}) = \int_a^{a+(k+1)h} ydx = h\left[\frac{1}{2}y_0 + y_1 + \cdots + y_{k-1} + y_k + \frac{1}{2}y_{k+1}\right] =$$

$$= F(X_k) + \frac{1}{2}h(y_k + y_{k+1})$$

Итак:

$$F(X_{k+1}) = F(X_k) + \frac{1}{2}h(y_k + y_{k+1})$$

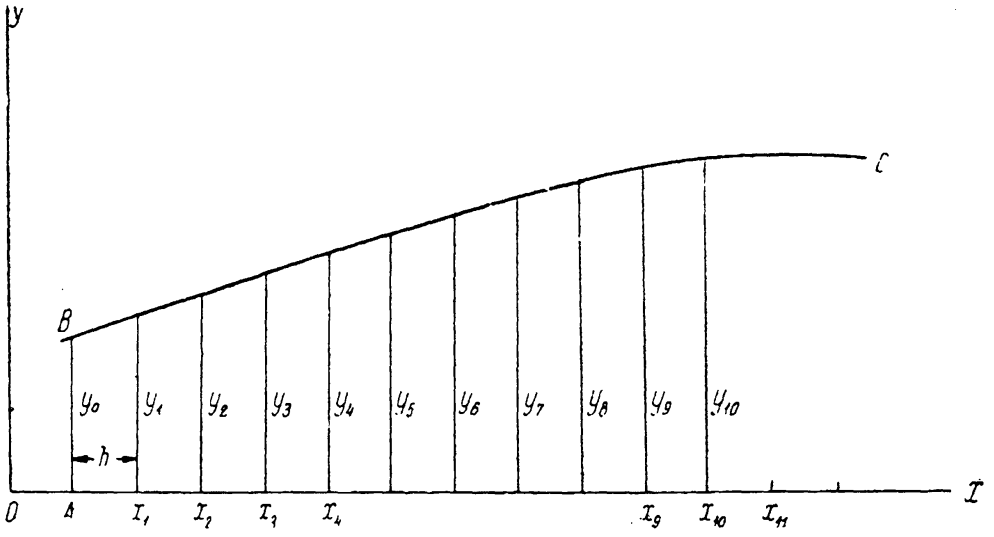
Эта формула показывает, как от одного значения функции $F(X)$ переходить к следующему $F(X+h)$.

Вычисление это располагается в такой схеме:

Вычисление $F(X) = \int_a^X ydx$

k	X	y_k	$Y_k = y_{k-1} + y_k$	$\sum_{n=1}^{n=k} Y_n$	$F(X) = \frac{1}{2}h \sum_{n=1}^{n=k} Y_n$
0	a	y_0		0	0
			$Y_1 = y_0 + y_1$		
1	$a+h$	y_1		Y_1	$\frac{1}{2}h \cdot Y_1$
			$Y_2 = y_1 + y_2$		
2	$a+2h$	y_2		$Y_1 + Y_2$	$\frac{1}{2}(Y_1 + Y_2)$
			$Y_3 = y_2 + y_3$		
3	$a+3h$	y_3		$Y_1 + Y_2 + Y_3$	. . . . .
			$Y_4 = y_3 + y_4$		
4	$a+4h$	y_4		$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$	. . . . .
			$Y_5 = y_4 + y_5$		
5	$a+5h$	y_5		. . . . .	
			$Y_6 = y_5 + y_6$		
6	$a+6h$	y_6		. . . . .	
			$Y_7 = y_6 + y_7$		
7	$a+7h$	y_7			
			$Y_8 = y_7 + y_8$		
8	$a+8h$	y_8			

Пример. Функция $y=f(x)$ представляет ординату миделя, заданного в примере § 9, промежуток между ординатами $h=\frac{25.25}{8}=3.156$, вычислить интеграл $\int_0^{kh} f(x)\,dx$ для значений $k=1, 2, 3, \ldots 8$.



Фиг. 12.

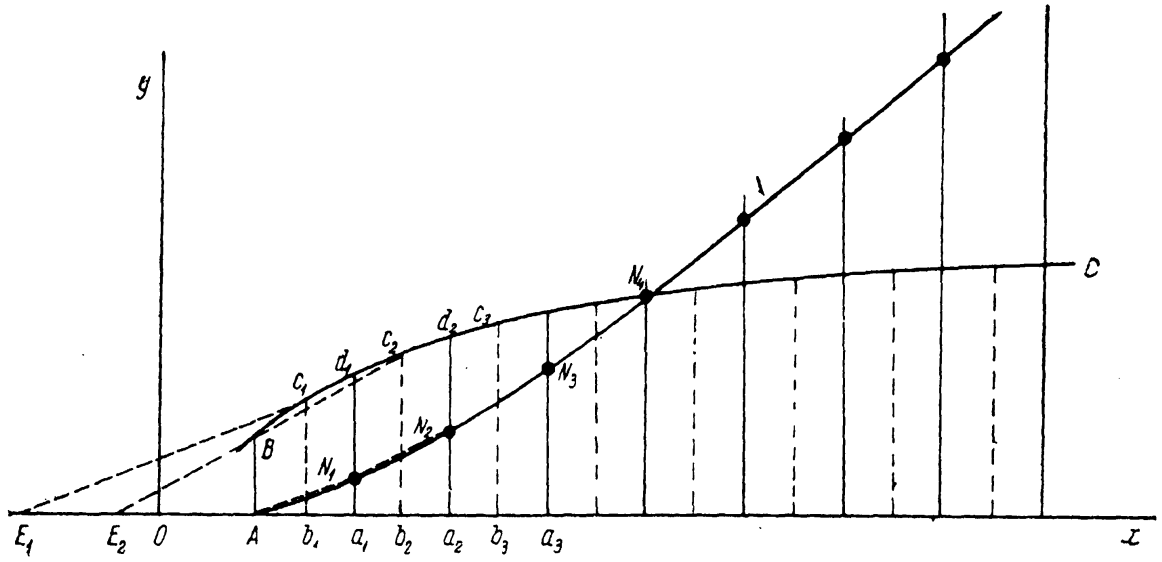
На основании вышеприведенной схемы составляем такую таблицу:

I	II	III	IV	V	VI
k	$kh=X$	Ординаты y	Суммы чисел столбца III попарно	Суммы чисел столбца IV сверху	$F(X)$ Произведения чисел столбца V на $\frac{1}{2}h$
0	0	0.85		0	0
			23.80		
1	h	27.95		28.80	45.5
			60.30		
2	$2h$	32.35		89.10	140.6
			66.55		
3	$3h$	34.20		155.65	245.7
			69.15		
4	$4h$	34.95		224.80	355.0
			70.40		
5	$5h$	35.45		295.20	466.5
			71.15		
6	$6h$	35.70		366.35	578.5
			71.45		
7	$7h$	35.75		437.80	693.5
			71.50		
8	$8h$	35.75		509.30	804.0

§ 13. Предыдущее вычисление может быть выполнено и графически следующим образом: пусть BC (фиг. 13) есть заданная кривая; построив ординаты, соответствующие абсциссам: a, $a+h$, $a+2h$ . . . , подразде-

ляем промежутки между ними пополам и строим вторую серию ординат, которые в отличие от первых проводим пунктиром. Отложив затем от точки b_1 — основания первой пунктирной ординаты — длину $b_1 E_1 = l$, которая принята за единицу масштаба для площадей, соединяем точку E_1 с точкою c_1 — концом первой пунктирной ординаты и через точку A проводим прямую AN_1, параллельную $E_1 c_1$; точка N_1 будет принадлежать искомой кривой $F(X)$, т. е. длина $a_1 N_1$ изобразит в принятом масштабе площадь первой трапеции $ABd_1 a_1$. Действительно,

$$\text{площ. } ABd_1 a_1 = b_1 c_1 \cdot Aa_1$$



Фиг. 13.

а так как за масштаб принята длина $b_1 E_1 = l$ (т. е. площадь квадрата, сторона которого равна $b_1 E_1$, должна изображаться длиною l), то в этом масштабе площадь $ABd_1 a_1$ должна изобразиться длиною

$$a_1 N_1 = \frac{b_1 c_1 \cdot Aa_1}{l}$$

Из подобия же треугольников $b_1 E_1 c_1$ и $Aa_1 N_1$ следует:

$$a_1 N_1 : b_1 c_1 = Aa_1 : b_1 E_1$$

откуда

$$a_1 N_1 = \frac{b_1 c_1 \cdot Aa_1}{b_1 E_1}$$

т. е. $a_1 N_1$ имеет как раз требуемую величину. Отложив от точки b_2 длину $b_2 E_2 = l$, соединив точку E_2 с точкою c_2 — концом второй пунктирной ординаты и проведя через точку a_1 прямую параллельно $E_2 c_2$, получим длину, изображающую в принятом масштабе площадь второй трапеции $a_1 d_1 d_2 a_2$; чтобы получить сумму площадей обеих трапеций, надо к этой длине придать $a_1 N_1$, а для этого стоит только провести прямую $N_1 N_2$ параллельно $c_2 E_2$ не через точку a_1, а через точку N_1,

тогда и получится сразу точка N_2 такая, что ордината $a_2 N_2$ представит в принятом масштабе площадь $ABd_2 a_2$.

Продолжая это построение, совершенно также получаем точки N_3, N_4 . . . , проведя через которые кривую, получим графическое изображение функции:

$$F(X)=\int_a^X y\,dx$$

в принятом масштабе, иными словами получим графическую функцию $F(X)$ такую, что

$$F(X)=\frac{1}{l}\int_a^X f(x)\,dx$$

при чем l есть заданная длина, принимаемая за единицу масштаба площадей.

Кривая, уравнение которой есть

$$Y=F(X)=\frac{1}{l}\int_a^X f(x)\,dx$$

называется *интегральною* по отношению к данной кривой $y=f(x)$.

При построении точек N_1, N_2 . . . , очевидно, нет надобности проводить таких прямых, как $E_1 c_1$, $E_2 c_2$, AN_1, $N_1 N_2$ и т. д., а достаточно только, приложив по этим линиям чертежный треугольник, делать надлежащие засечки на сплошных ординатах.

За длину l удобно брать целое кратное длины h — промежутка между ординатами той же серии, тогда точки E будут совпадать с точками b. Так, например, на фиг. 13 взято $l=3h$ и тогда E_4 совпадает с b_1, E_5 с b_2 и т. д.

Мы определили выше, что длина l, принимаемая за единицу масштаба для площадей, есть длина стороны такого квадрата, площадь которого будет изображаться на нашем чертеже этою самою длиною. Можно этой длине дать и другое определение, равносильное предыдущему: всякую площадь S можно изобразить в виде прямоугольника, основание которого есть l и высота есть Y, определяемая равенством $l \cdot Y=S$, избрав длину l, и будем получать длины Y, пропорциональные S, значит, могущие служить для изображения этой величины S.

Наконец, часто задают масштаб чертежа для графического изображения площадей, указывая, какою длиною должна изобразиться заданная площадь, например, чтобы длиною в 1 сантиметр изображалась площадь в 25 кв. сантиметров. Ясно, что в этом случае длина l определится из равенства

$$l \cdot 1=25$$

т. е.

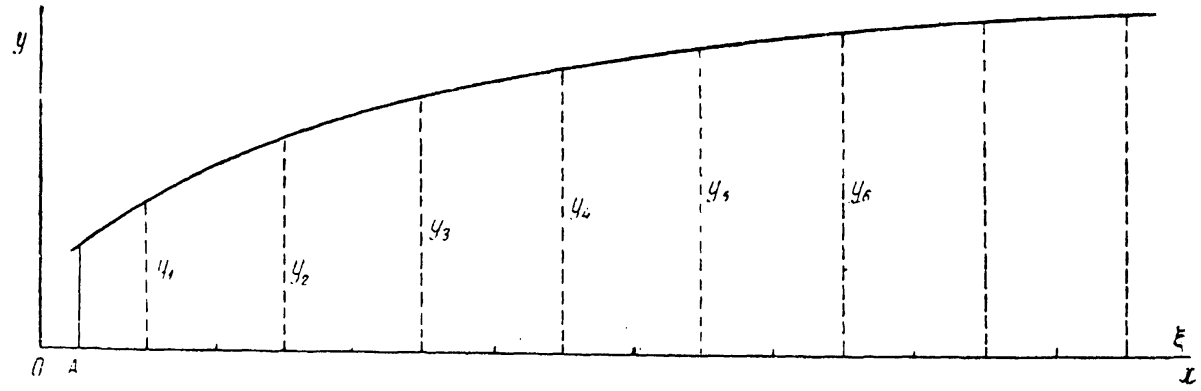
$$l = 25 \text{ см}$$

При составлении предыдущего чертежа необходимо помнить смысл величины l и уметь от одного способа выражения масштаба переходить ко всякому другому.

Для вычисления площадей существует много разного рода механических приборов, называемых планиметрами; описание и теория наиболее употребительных из них даны ниже.

§ 14. Существует также весьма удобный графический прием для непосредственного получения функции:

$$F(x) = \int_a^x d\xi \cdot \int_a^\xi f(\xi)\, d\xi \qquad (1)$$



Фиг. 14.

т. е. результата дважды повторенного интегрирования заданной функции $f(\xi)$.

Пусть кривая (фиг. 14) представляет заданную функцию $f(\xi)$.

На чертеже проводим средние ординаты $y_1, y_2, y_3, \ldots$

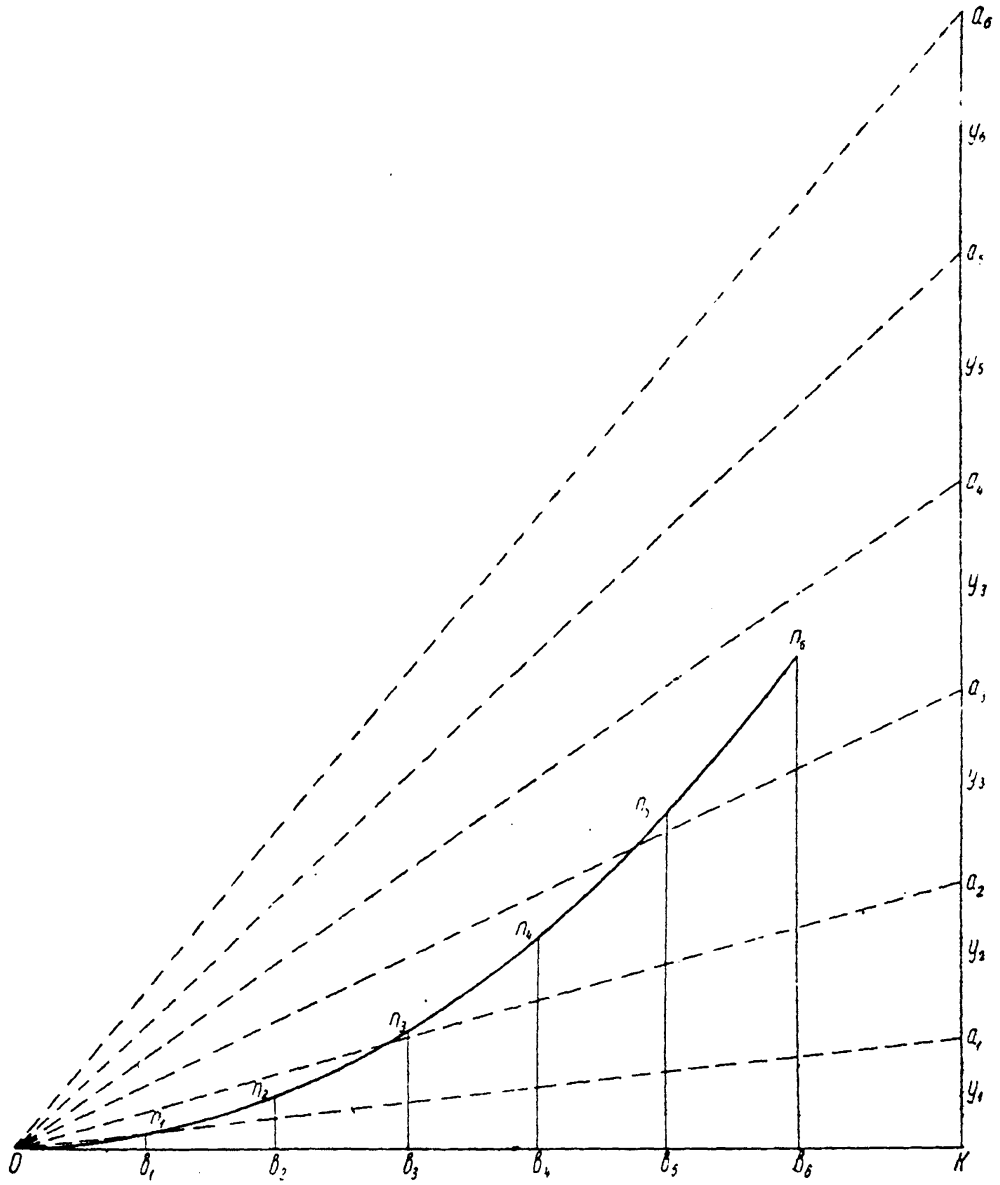
Сделав описанное выше построение ординат, принимаем какую-нибудь длину OK за 1 для построения кривой $F(x)$ и поступаем так: проводим прямую OK (фиг. 15) и к ней в точке K перпендикуляр, по которому откладываем затем длины $Ka_1 = y_1$, $a_1 a_2 = y_2$, $a_2 a_3 = y_3 \ldots$ и т. д. и проводим лучи Oa_1, Oa_2, $Oa_3 \ldots$ и т. д. Взяв затем на прямой OK точку O, соответствующую абсциссе $OA = a$ (фиг. 14), откладываем абсциссы Ob_1, $Ob_2 \ldots$ и проводим ординаты, им соответствующие.

Затем через точку O проводим прямую On_1 параллельно первому лучу Oa_1 до пересечения в точке n_1 с первой ординатой, через полученную точку n_1 параллельно второму лучу Oa_2 до пересечения со второю ординатою в точке n_2 и т. д.

Кривая $On_1 n_2 \ldots$ и будет искомою, представляющею функцию $F(x)$ в избранном масштабе.

Заметим, что интеграл (1) представляет кривую моментов для свободной балки под действием распределенной нагрузки $f(\xi)$ на погонную единицу длины. В самом деле, этот момент выражается так:

$$M(x) = \int_x^a (\xi - x) f(\xi)\, d\xi = -x \int_x^a f(\xi)\, d\xi + \int_x^a \xi f(\xi)\, d\xi$$



Фиг. 15.

С другой стороны, положим:

$$S(\xi) = \int_a^\xi f(\xi)\, d\xi \qquad (2)$$

Тогда будет:

$$F(x) = \int_a^x S(\xi)\, d\xi$$

Выполним интегрирование по частям, получим:

$$F(x)=[\xi\cdot S(\xi)]_a^x-\int_a^x \xi\cdot S'(\xi)\,d\xi=x\cdot S(x)-\int_a^x \xi f(\xi)\,d\xi$$

ибо $S(a)=0$ и $S'(\xi)=f(\xi)$ на основании формулы (2). Но

$$S(x)=\int_a^x f(\xi)\,d\xi=-\int_x^a f(\xi)\,d\xi \quad \text{и} \quad \int_a^x \xi f(\xi)\,d\xi=-\int_x^a \xi f(\xi)\,d\xi$$

следовательно,

$$F(x)=M(x)$$

§ 15. Кроме простейших интегралов, представляющих площади, объемы, статические моменты и пр., в некоторых вопросах теории корабля приходится вычислять и другие интегралы от заданных функций, что и выполняется вообще по изложенным выше приближенным формулам, когда точное вычисление невозможно.

При вычислении интегралов по приближенным формулам некоторую особенность представляют те случаи, когда или пределы интеграла бесконечные, или когда подинтегральная функция обращается в бесконечность для какого-либо частного значения переменной независимой между пределами интегрирования.

Пусть например, надо вычислить интеграл

$$S=\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$

по правилу трапеций, взяв 10 ординат, и сличить полученный результат с точным значением этого интеграла, которое, как нетрудно найти, равно числу π.

В этом интеграле заключаются обе указанные особенности.

Чтобы избавиться от бесконечного предела, подразделяем заданный интеграл на два, а именно:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}=\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}+\int_1^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$

и во втором из этих двух интегралов полагаем

$$x=\frac{1}{z}$$

так что будет:

$$dx=-\frac{1}{z^2}\,dz$$

и пределы для z будут:

$$\text{когда } x=\infty, \text{ то } z=0$$

$$\text{когда } x=1, \text{ то } z=1$$

Таким образом, имеем:

$$\int_0^{\infty}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}=\int_0^{1}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}-\int_1^{0}\frac{dz}{(1+z)\sqrt{z}}=2\int_0^{1}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$

ибо определенный интеграл не зависит от буквы, стоящей под его знаком.

В полученном интеграле при $x=0$ подинтегральная функция обращается в бесконечность. Чтобы избавиться от этого обстоятельства, стоит только выполнить интегрирование по частям, и у нас будет:

$$\int_0^{1}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}=\left[2\sqrt{x}\cdot\frac{1}{1+x}\right]_0^1+2\int_0^{1}\frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}\,dx=1+2\int_0^{1}\frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}\,dx$$

Последний интеграл уже никаких особенностей не представляет, и вычисление его расположим следующим образом:

I	II	III	IV	V
x	$\log\sqrt{x}$	$\log(1+x)^2$	(II—III)	$\frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}$
0.0	—	—	—	0.00000
0.1	$\bar{1}.50000$	0.08279	$\bar{1}.41721$	0.26134
0.2	$\bar{1}.65052$	0.15836	$\bar{1}.49216$	0.31057
0.3	$\bar{1}.73856$	0.22789	$\bar{1}.51067$	0.32410
0.4	$\bar{1}.80103$	0.29226	$\bar{1}.50877$	0.32269
0.5	$\bar{1}.84948$	0.35218	$\bar{1}.49730$	0.31427
0.6	$\bar{1}.88907$	0.40824	$\bar{1}.48083$	0.30257
0.7	$\bar{1}.92255$	0.46090	$\bar{1}.46165$	0.28950
0.8	$\bar{1}.95154$	0.51055	$\bar{1}.44099$	0.27605
0.9	$\bar{1}.97712$	0.55751	$\bar{1}.41961$	0.26279
1.0	0.00000	0.60206	$\bar{1}.39794$	0.25000
			Сумма . . .	2.91388
			Поправка . . .	0.12500
				2.78888

Следовательно

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}\,dx = 0.278888$$

и

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} = 2 + 4\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}\,dx = 3.116\ldots$$

Вычислим для примера тот же интеграл по правилу Чебышева:

I	II	III	IV	V
x	$\log\sqrt{x}$	$\log(1+x)^2$	(II—III)	$\frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}$
0.04421	1.32276	0.03758	1.28518	0.19283
0.19949	1.64996	0.15800	1.49196	0.31043
0.23562	1.68610	1.18376	1.50234	0.31794
0.41605	1.80957	0.30214	1.50743	0.32168
0.50000	1.84948	0.35218	1.49730	0.31427
0.58395	1.88618	0.39948	1.48670	0.30669
0.76438	1.94165	0.49320	1.44845	0.28033
0.80051	1.95168	0.51056	1.44112	0.27613
0.95579	1.99018	0.58266	1.40752	0.25557
			Сумма . . .	2.57637

Значит:

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}\,dx = \frac{1}{9}\cdot 2.57637 = 0.28626$$

и

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} = 2 + 4\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}\,dx = 3.14504$$

истинное же значение $\pi = 3.14159$. Отсюда видно, что в этом примере относительная погрешность при вычислении по правилу трапеций составляет около $1^0/_0$, по правилу Чебышева — около $0.1^0/_0$.

Мы еще вернемся к вопросу о сравнительной точности различных правил квадратур в применении к вычислениям, встречающимся в теории корабля.

§ 16. Часто приходится исследовать движение материальной точки или центра тяжести тела под действием силы, зависящей только от расстояния до начала, т. е. надо интегрировать уравнение вида:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f(x) \tag{1}$$

при условиях: когда $t=0$, то должно быть

$$x = a; \quad \frac{dx}{dt} = 0 \tag{2}$$

Функция $f(x)$ при этом задается во многих случаях не аналитически, а таблично или чертежом (например, когда надо определить период размахов корабля, имеющего данную диаграмму остойчивости).

Из уравнения (1), помножив его почленно на равенство

$$2\frac{dx}{dt}\cdot dt = 2dx$$

следует:

$$2\frac{dx}{dt}\cdot\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cdot dt\right) = 2f(x)\,dx$$

Откуда, интегрируя, имеем:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = 2\int f(x)\,dx + C$$

Пусть будет:

$$\int f(x)\,dx = F(x) \tag{*}$$

Тогда, в виду того, что при $x=a$ должно быть

$$\frac{dx}{dt} = 0$$

имеем:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = 2\int_a^x f(x)\,dx = F(x) - F(a) \tag{3}$$

Отсюда следует:

$$\frac{dx}{\sqrt{F(x)-F(a)}} = dt$$

Значит:

$$t = \int_a^x \frac{dx}{\sqrt{F(x)-F(a)}} \tag{4}$$

В том случае, когда функция $f(x)$ задана таблично или графически, вычисление функции $F(x)$ может быть выполнено лишь по приближению, например, как показано в § 12.

Вычисление функции $F(x)$ затруднений не представляет, но вычисление величины t представляет ту особенность, что подинтегральная функция при $x=a$ обращается в бесконечность.

Не входя в подробное рассмотрение этого вопроса, ограничимся тем обычным случаем, когда $f(a)$ не равно нулю, и все производные $f'(a), f''(a)\ldots$ имеют конечные значения.

В этом случае имеем по ряду Тейлора:

$$F(x)-F(a)=(x-a)F'(a)+\frac{(x-a)^2}{1\cdot 2}\cdot F''(a)+\ldots$$

но

$$F(x)-F(a)=\int_a^x f(x)\,dx$$

следовательно,

$$F'(x)=f(x)$$
$$F''(x)=f'(x)$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

и, значит, при $x=a$ будет:

$$F'(a)=f(a)$$
$$F''(a)=f'(a)$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

Таким образом, будет:

$$F(x)-F(a)=(x-a)\left[f(a)+\frac{x-a}{2}\cdot f'(a)+\ldots\right]$$

Обозначив для краткости стоящую в скобках величину через $\varphi(x)$ имеем:

$$F(x)-F(a)=(x-a)\cdot\varphi(x) \tag{5}$$

и предложенный интеграл будет:

$$\int_a^x \frac{dx}{\sqrt{F(x)-F(a)}}=\int_a^x \frac{1}{\sqrt{\varphi(x)}}\cdot\frac{dx}{\sqrt{x-a}} \tag{6}$$

Интегрируя по частям, имеем:

$$\int_a^x \frac{dx}{\sqrt{F(x)-F(a)}}=2\left[\sqrt{x-a}\cdot\frac{1}{\sqrt{\varphi(x)}}\right]_a^x+\int_a^x \sqrt{x-a}\cdot\frac{\varphi'(x)\cdot dx}{[\varphi(x)]^{3/2}}=$$

$$=2\sqrt{(x-a)}\cdot\frac{1}{\sqrt{\varphi(x)}}+\int_a^x \sqrt{(x-a)}\cdot\frac{\varphi'(x)}{[\varphi(x)]^{3/2}}\cdot dx \tag{6'}$$

Из формулы

$$\varphi(x)=f(a)+\frac{(x-a)}{2}f'(a)+\ldots$$

следует, что

$$\varphi'(a)=\frac{1}{2}f'(a)+\ldots \qquad (7)$$

Значит, в последнем интеграле подинтегральная функция при $x=a$, остается конечной, и вычисление его не представит затруднений.

Заметив, что

$$\varphi(x)=\frac{F(x)-F(a)}{x-a}$$

имеем:

$$\varphi'(x)=\frac{F'(x)(x-a)-[F(x)-F(a)]}{(x-a)^2}=\frac{f(x)-\varphi(x)}{x-a}$$

По этой формуле мы вычислим значение $\varphi'(x)$ при всяком x не равном a, когда же $x=a$, то, как мы видели,

$$\varphi'(a)=\frac{1}{2}f'(a)$$

и

$$\varphi(a)=f(a)$$

Таким образом, задавая ряд значений для переменной x, вычислим соответствующие значения функции

$$\sqrt{x-a}\cdot\frac{\varphi'(x)}{[\varphi(x)]^{3/2}}$$

и по ним значение интеграла

$$\int_a^x \sqrt{x-a}\cdot\frac{\varphi'(x)}{[\varphi(x)]^{3/2}}\cdot dx$$

по правилу, изложенному в § 15.

Пример. Пусть $f(x)=\frac{1}{2}x^2$, так что уравнение движения есть

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{1}{2}x^2$$

и начальные условия при $t=0$ должны быть:

$$x=-a;\quad \frac{dx}{dt}=0$$

Поступая как указано, получим:

$$x'^2=\frac{1}{3}(x^3+a^3)$$

так что

$$\frac{t}{\sqrt{3}} = \int_{-a}^{x} \frac{dx}{\sqrt{a^3 + x^3}} = \int_{-a}^{x} \frac{dx}{\sqrt{a+x} \cdot \sqrt{a^2 - ax + x^2}}$$

Затем имеем, интегрируя по частям:

$$\int_{-a}^{x} \frac{dx}{\sqrt{a+x}\sqrt{a^2 - ax + x^2}} = \left[\frac{2\sqrt{a+x}}{\sqrt{a^2 - ax + x^2}}\right]_{-a}^{x} + \int_{-a}^{x} \frac{\sqrt{a+x} \cdot (2x - a)\, dx}{(a^2 - ax + x^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{2 \cdot \sqrt{a+x}}{\sqrt{a^2 - ax + x^2}} + \int_{-a}^{x} \frac{\sqrt{a+x} \cdot (2x - a) \cdot dx}{(a^2 - ax + x^2)^{3/2}}$$

Положим, что надо знать значение t, соответствующее $x = 0$; пусть это значение есть T, тогда имеем:

$$\frac{T}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{a}} + \int_{-a}^{0} \frac{\sqrt{a+x} \cdot (2x - a) \cdot dx}{(a^2 - ax + x^2)^{3/2}}$$

Положим в интеграле правой части

$$x = -az$$

тогда будет:

$$\frac{T}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \int_{0}^{1} \frac{\sqrt{1-z} \cdot (1+2z)\, dz}{(1 + z + z^2)^{3/2}}$$

Вычисление этого интеграла затруднений не представляет и, применяя, например, правило трапеций, располагается следующим образом (см. стр. 85).

Значит:

$$T = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a}} [2 - 0.59831] = 2.4168 \cdot \frac{1}{\sqrt{a}}$$

§ 17. Для вычисления определенных интегралов имеется множество разного рода механических приборов. В этом параграфе мы дадим общую теорию их, пользуясь которой, уже не трудно для прибора любого устройства составить соответствующие ему формулы и разобрать смысл его показаний.

Эта теория принадлежит французскому корабельному инженеру Андраду (Andrades) и помещена в Mémorial du Génie Maritime за 1874 г. Так как это издание считается во Франции секретным, то, несмотря на свою простоту и общность, теория Андрада не нашла себе места в обычных руководствах.

Теория Андрада основана на рассмотрении площади, описываемой прямой линией определенной длины при движении ее по плоскости.

Вычисление интеграла $\int_0^1 \frac{\sqrt{1-z\cdot(1+2z)}\,dz}{(1+z+z^2)^{3/2}}$

I	II	III	IV	V	VI	VII
z	$1+z+z^2$	$(1+z+z^2)^3$	$1-z$	(IV) : (III)	$\sqrt{V}$	$(1+2z)\cdot$(VI)
0.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.0000
0.1	1.11	1.368	0.90	0.6578	0.8110	0.9732
0.2	1.24	1.907	0.80	0.4195	0.6477	0.9068
0.3	1.39	2.686	0.70	0.2606	0.5105	0.8168
0.4	1.56	3.796	0.60	0.1581	0.3976	0·7157
0.5	1.75	5.359	0.50	0.0933	0.3055	0.6110
0.6	1.96	7.530	0.40	0.0531	0.2304	0.5069
0.7	2.19	10.503	0.30	0.0286	0.1691	0.4058
0.8	2.44	14.527	0.20	0.0138	0.1175	0.3290
0.9	2.71	19.902	0.10	0.005025	0.07089	1.1985
0.95	2.807	22.12	0.05	0.002260	0.04754	0.1379
1.00	3.000	27.00	0.00	0.00	0.00	0.0000
				Сумма (0—9): S'_1 . .		6.4637
				Поправка . .		0.5992
				S_1 . .		5.8645
				Сумма (9—10) S'_2 . .		0.3364
				Поправка . .		0.0992
				S_2 . .		0.2372

$$S = S_1 + \frac{1}{2} S_2 = 5.9831$$

$$\int = 0.59831$$

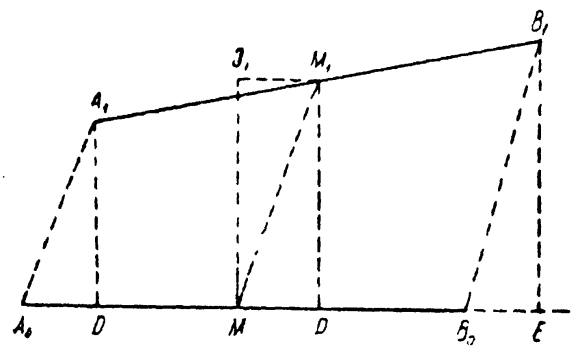
Если прямая линия AB скользит по плоскости, то каждый элемент этой линии оставляет след на плоскости; мы будем рассматривать площадь этого следа как положительную, когда, смотря по направлению от A к B, площадь, описываемая элементом, будет оставаться налево от AB, и как отрицательную, когда площадь будет направо. Полная площадь, описываемая линией AB, будет алгебраическая сумма всех элементарных следов, взятых с принадлежащими им знаками. Таким образом, если оставить неподвижной середину линии AB и повернуть ее на некоторый угол, то полная площадь, описываемая линией AB,

будет равна нулю, так как сумма отрицательных следов равна сумме положительных.

Сделав вышеуказанные положения, будем иметь следующую теорему.

Теорема: *Бесконечно-малая площадь, описываемая прямой линией AB при бесконечно-малом перемещении от первоначального положения A_0B_0 до второго положения A_1B_1, равна площади прямоугольника одна сторона которого AB, а другая — проекция пути, пройденного среднею точкою M, на перпендикуляр к направлению линии AB.*

Положим, что A_0B_0 и A_1B_1 (фиг. 16) представляют два последовательных положения линии AB; описанная ею площадь есть $A_0A_1B_1B_0$. Проводя перпендикуляры A_1D и B_1E, мы получаем трапецию A_1DB_1E, площадь которой отличается от $A_0B_0A_1B_1$ алгебраической суммой площадей A_0A_1D и B_0B_1E. Эти две площади в общем случае будут каждая второго порядка малости, когда площадь $A_0B_0A_1B_1$ будет первого порядка; предельное отношение $A_0B_0A_1B_1$ к A_1DB_1E равно единице, и эти две площади эквивалентны.



Фиг. 16.

Очевидно, площадь

$$A_1DB_1E = DE \cdot M_1P = AB \cdot M_1P = \Delta Q$$

с точностью до бесконечно-малых второго порядка, так как длина DE отличается от AB на бесконечно-малые величины, и M_1P есть также величина бесконечно-малая.

Всякая конечная площадь Q, описываемая линией AB, есть предел суммы таких элементарных площадок, как $A_0B_0A_1B_1$; согласно основной теореме теории пределов, при разыскании предела суммы, каждый элемент суммы может быть заменен ему эквивалентным без изменения предела суммы.

Таким образом, будет:

$$Q = \lim \Sigma A_0B_0A_1B_1 = \lim \Sigma A_1DB_1E = \lim \Sigma AB \cdot M_1P = AB \lim \Sigma M_1P$$

Последний предел $\lim \Sigma M_1P$ представляет длину дуги, на которую повернулся бы острый край колесика, ось которого есть прямая AB и плоскость которого проходит через точку M.

Таким образом, мы имеем следующее следствие: *площадь, описываемая прямой линией AB данной длины l, измеряется произведением этой длины l на длину дуги, на которую повернется вышеуказанное колесико, расположенное в средней точке M линии AB.*

Рассмотрим теперь, какая разница получится в длине дуг, на которые повернутся колесики, расположенные одно в M и другое в N, причем расстояние MN равно длине a.

Всякое бесконечно-малое перемещение линии AB может быть заменено вращением на угол $d\varphi$ около соответствующего мгновенного центра D. Элементарные дуги, описываемые колесиками M и N, будут соответственно ME и NF (фиг. 17), но

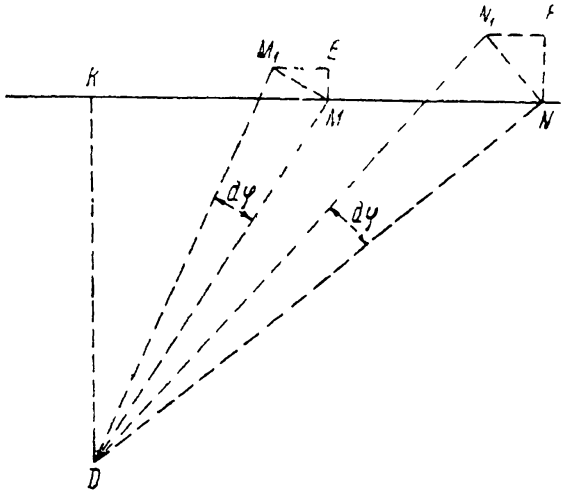
$$ME = MM_1 \cdot \cos(M_1 ME) = DMd\varphi \cdot \cos M_1 ME = KM \cdot d\varphi$$

$$NF = NN_1 \cdot \cos(N_1 NF) = DNd\varphi \cdot \cos N_1 NF = KN \cdot d\varphi$$

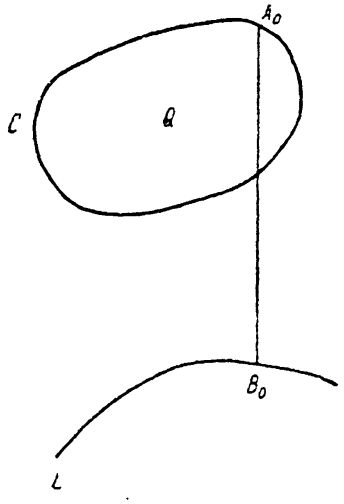
откуда

$$NF - ME = [KN - KM] \cdot d\varphi = MN \cdot d\varphi = a \cdot d\varphi$$

Этот результат показывает, что при конечном перемещении линии AB разность полных дуг поворота колесиков в M и в N равна $a\varphi$, где φ есть угол, образуемый двумя крайними положениями прямой AB. Если



Фиг. 17.



Фиг. 18.

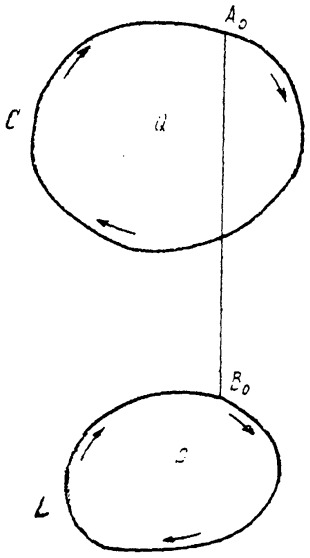
конечное положение этой прямой совпадает с начальным и если в продолжение перемещения линия AB не описала полного оборота, то угол φ равен нулю, и тогда местоположение мерительного колесика совершенно безразлично, так как дуга поворота остается одна и та же, где бы колесико ни помещалось. Если прямая AB сделала полный оборот, то угол $\varphi = 2\pi$, и, если мерительное колесико помещено в N, в расстоянии a от середины, то к длине дуги поворота s должна быть прибавлена длина $2\pi a$, или, иначе, величина $2\pi al$ должна быть прибавлена к площади sl, вычисленной по показанию колесика.

Положим, что точка A линии AB описала замкнутую кривую C, причем точка B двигалась по данной кривой L, и положим, что колесико находится в какой-либо точке N между A и B (фиг. 18). Тогда, если линия AB, выйдя из первоначального положения A_0B_0, придет снова в это положение, причем точка A опишет всю кривую C, то полная площадь, описанная линией AB, равна площади Q, ограниченной этой кривой C, так как части плоскости, заключенные между C и L, будут пройдены линией AB дважды, притом в двух противоположных

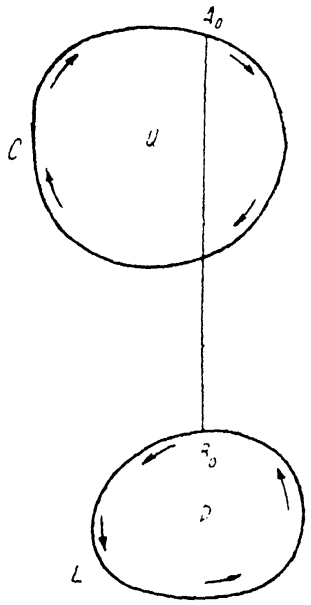
направлениях и в сумме сократятся. В этом случае площадь измеряется произведением $l \cdot s$, где s есть длина дуги, на которую повернулось мерительное колесико N.

Мы предположили ведущую линию L разомкнутой и не имеющей петель; но если ведущая линия L будет также замкнутая, как и обводимая кривая C, то площадь, описываемая (фиг. 19) прямою AB при ее перемещении от начального положения A_0B_0 до того же самого конечного положения, будет равна алгебраической разности площади Q кривой C и площади P кривой L, которая описана точкой B.

Для того, чтобы определить относительные знаки площадей P и Q, достаточно принять, согласно указанному выше, площадь, ограниченную



Фиг. 19.



Фиг. 20.

кривой, описываемой точками A или B, за положительную, когда соответствующая кривая будет обойдена движущейся по ней точкою A или B по направлению часовой стрелки, и за отрицательную — обходимую в обратном направлении.

Таким образом, на фиг. 19 обе площади P и Q — положительные, а на фиг. 20 Q площадь положительная, а площадь P — отрицательная, В первом случае (фиг. 19), если s есть дуга поворота мерительного колесика N, то будет:

$$Q - P = ls$$

откуда

$$Q = ls + P$$

Во втором случае (фиг. 20):

$$Q - [-P] = Q + P = ls$$

откуда

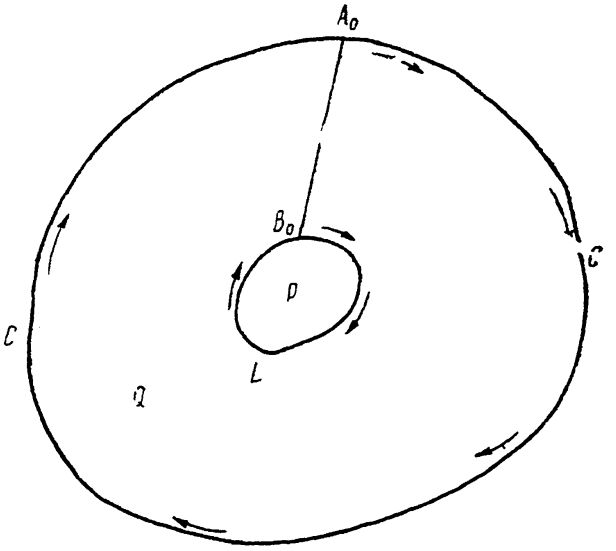
$$Q = ls - P$$

Если замкнутая кривая C, площадь которой желают измерить, вполне объемлет собою ведущую кривую L (фиг. 21), то AB сделает полный оборот в то время, когда точка A опишет кривую C, и площадь Q будет:

$$Q = ls + P + 2\pi la$$

Эта теория показывает, что ведущая кривая L может быть взята произвольно. В общеупотребительных *полярных* планиметрах Амслера эта кривая есть окружность; в его интеграторе и линейном планиметре ведущая линия есть прямая.

§ **18.** Устройство *планиметра Амслера* в общих чертах следующее: два стержня AK и BO (фиг. 22) соединены в точке B шарниром. В конце O стержня BO имеется острый штифт, которым этот конец укрепляется неподвижно к чертежу. На конце A стержня AK укреплено острие, которым обводят по контуру обмеряемой площади; на конце K того же стержня насажено колесико с острым ободом, причем плоскость этого колесика перпендикулярна к линии AK. К этому колесику прикреплен второй обод с делениями, по которым по установленному на стержне индексу можно отсчитывать угол поворота колесика.



Фиг. 21.

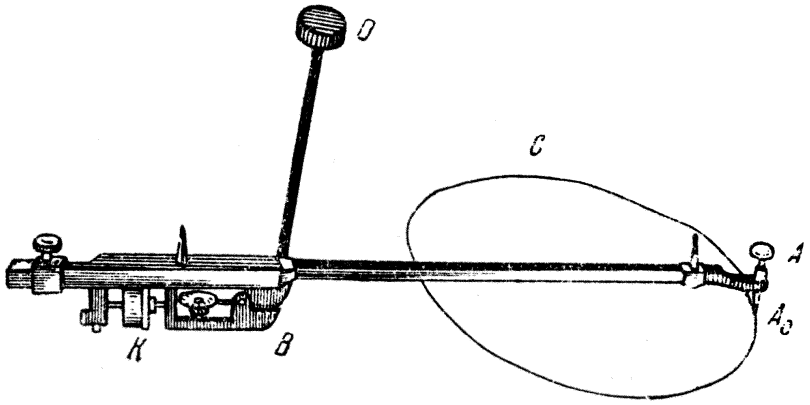
Употребление прибора весьма просто. Чтобы измерить площадь, заключенную внутри заданного контура C, укрепляют точку O к чертежу, ставят острие A в какую угодно точку A_0 на контуре C, производят отсчет положения колесика по индексу (пусть этот отсчет будет θ_0), затем обводят острием A по контуру C, например в направлении стрелки, и, когда острие, после полного обхода контура, снова придет в A_0, производят второй отсчет положения колесика; пусть этот отсчет будет θ_1, тогда разность отсчетов $\theta_1 - \theta_0$ будет пропорциональна площади Q, заключенной внутри контура C, так, что

$$Q = k(\theta_1 - \theta_0)$$

Из предыдущего видно, что величина k выражается так: $k = l \cdot r$, где l есть длина стержня AB и r радиус колесика. Обыкновенно, чтобы определить коэффициент пропорциональности k, обводят острием A такой контур, заключенная внутри которого площадь легко вычисляется, например, прямоугольник данных сторон, квадрат или круг заданного

радиуса; очевидно, что этот коэффициент k может быть определен для данного прибора раз навсегда. В большинстве случаев прибором пользуются так, что точка O располагается вне обмеряемой площади.

Из формулы $k = rl$ видно, что постоянная прибора пропорциональна длине стержня AB, заключенной между шарниром и острием. Этим свойством пользуются для устройства планиметров, назначенных для обмера индикаторных диаграмм, где надо знать не самую площадь, а среднюю ординату, т. е. отношение величины площади к длине основания ее. В этом случае стержень планиметра делается так, что его легко продвигать в муфте шарнира; тогда, устанавливая длину AB равной основанию площади, по отсчетам колесика будем получать величины, пропорциональные средней ординате. На фиг. 22 и изображен такой планиметр, при чем в нем длина AB равна расстоянию между двумя верхними остриями.



Фиг. 22.

В том случае, когда точка O взята внутри обмеряемой площади, то как видно, из фиг. 23, описанная длиною AB площадь есть та кольцевая площадь, которая заключается между ведущим кругом, т. е. кругом, описанным точкою B, и обмеряемым контуром Q. Кроме того, при переходе от своего начального до конечного положения прямая AB совершила полный оборот, а так как мерительное колесико находится не по середине длины AB, а отстоит от середины на длину a, то, на основании теоремы 2-й, к длине дуги, описанной колесиком, надо прибавить величину $2\pi al$.

Таким образом, будет:

$$Q - \pi R^2 = (s + 2\pi a)\, l$$

где

$$s = r(\theta_1 - \theta_0)$$

или

$$Q = s \cdot l + 2\pi al + \pi R^2 = k(\theta_1 - \theta_0) + \pi(R^2 + 2al)$$

Величина $R^2 + 2al$ имеет весьма простое геометрическое значение.

В самом деле, вообразим себе, что прибор поставлен так, что плоскость колесика проходит через точку O (фиг. 24), тогда будет:

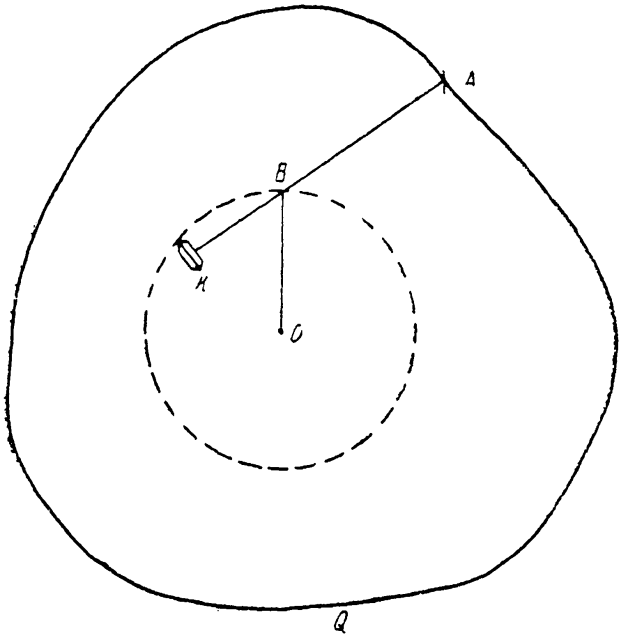
$$\overline{OA}^2 = \overline{AK}^2 + \overline{OK}^2$$

$$\overline{AK}^2 = \left(a + \frac{l}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{l^2}{4} + al$$

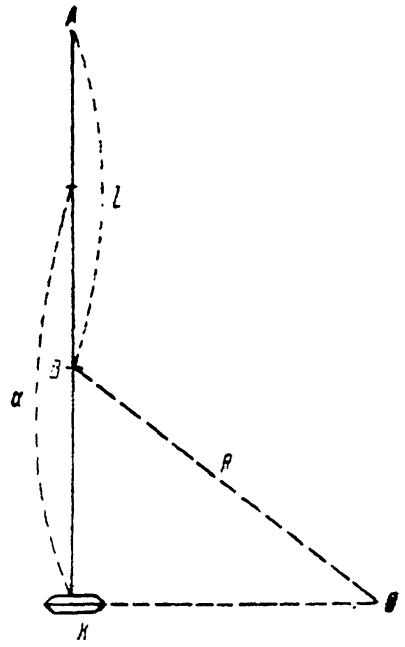
$$\overline{OK}^2 = R^2 - \left(a - \frac{l}{2}\right)^2 = R^2 - a^2 - \frac{l^2}{4} + al$$

Значит:

$$OA^2 = R^2 + 2al$$



Фиг. 23.



Фиг. 24.

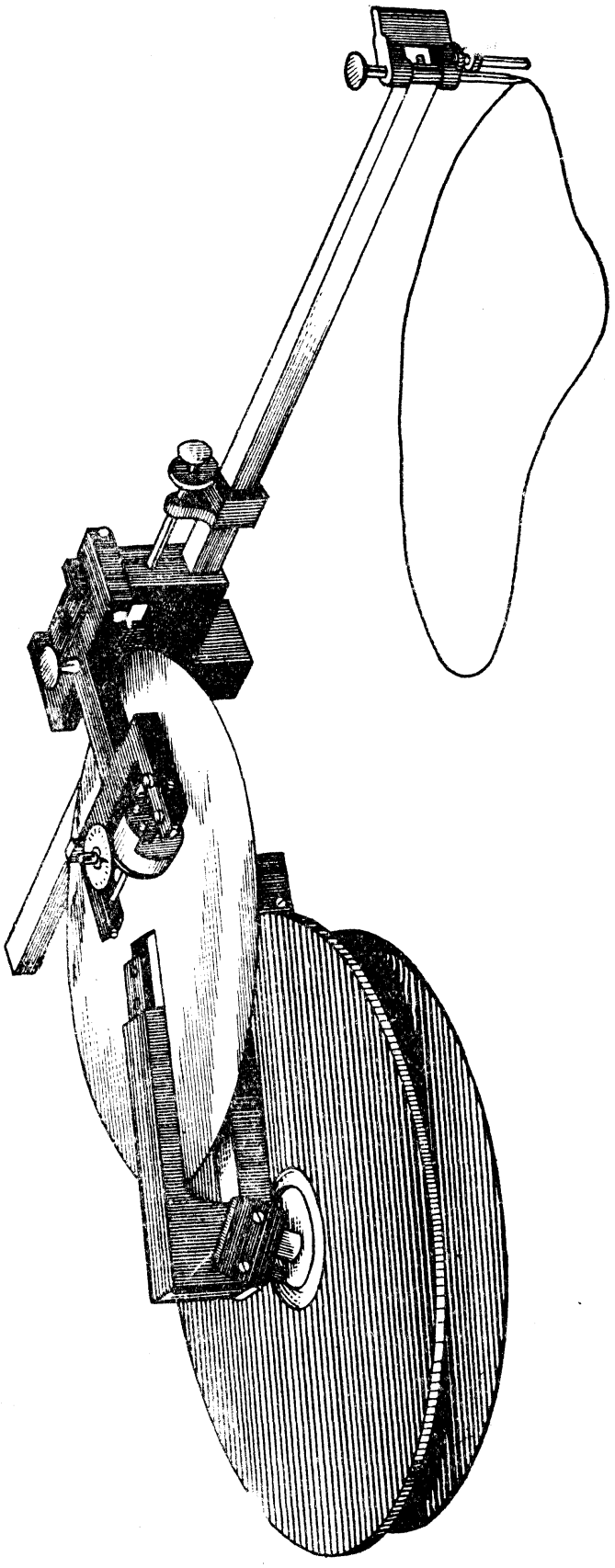
Таким образом, полагая $\overline{OA}^2 = R_1^2$, получим:

$$S = k(\theta_1 - \theta_0) + \pi R_1^2$$

Амслер, кроме описанного планиметра, строит другой, основанный на том же принципе, но в котором колесико K катится не по чертежу, а по особому диску, вращающемуся пропорционально повороту стержня BO, благодаря чему увеличивается поворот колесика в большое число раз и, значит, увеличивается точность отсчета угла $\theta_1 - \theta_0$; кроме того, самые показания прибора точнее, так как устранена возможность скольжения колесика, когда, например, чертеж на очень гладкой бумаге или коленкоре. Вместе с тем таким планиметром с диском можно обмерять и чертеж, на котором остались следы складок (см. фиг. 25).

Схема устройства этого планиметра такая: цилиндр E (фиг. 26) имеет выступающий обод, на котором насечены весьма мелкие зубцы.

Радиус OB, вращающийся свободно около центральной оси O цилиндра, несет на себе шестеренку D, ось которой параллельна оси O и которая



Фиг. 25.

катится по ободу цилиндра C. Эта шестеренка неизменно соединена с диском G, делающим, следовательно, такой же поворот, как и шестеренка. На конце B радиуса OB укреплена вторая ось, параллельная первой, и около нее может свободно вращаться коленчатый стержень ABK, оканчивающийся острием A и вилкою, несущей мерительное колесико K, плоскость которого перпендикулярна к AB и которое катается по диску G.

Само собою разумеется, что острием A обводят контур измеряемой площади и делают отсчеты по колесику K.

Понятно, что в существенных чертах это есть тот же полярный планиметр, у которого ведущею кривой служит круг, описываемый точкою B; все прочие части служат лишь для увеличения показаний мерительного колесика.

Чтобы составить формулы, относящиеся к этому планиметру, стоит только найти соотношение между углами поворота мерительного колесика K, имеющегося действительно и катающегося по диску, с таковым же K_1, которое было бы насажено где-нибудь на самом стержне AB и каталось бы по плоскости чертежа.

Для этого составим в линиях схему прибора и вообразим, что колесико K_1 помещено в точке B (фиг. 26).

Пусть острие A описало элемент AA' дуги контура, площадь

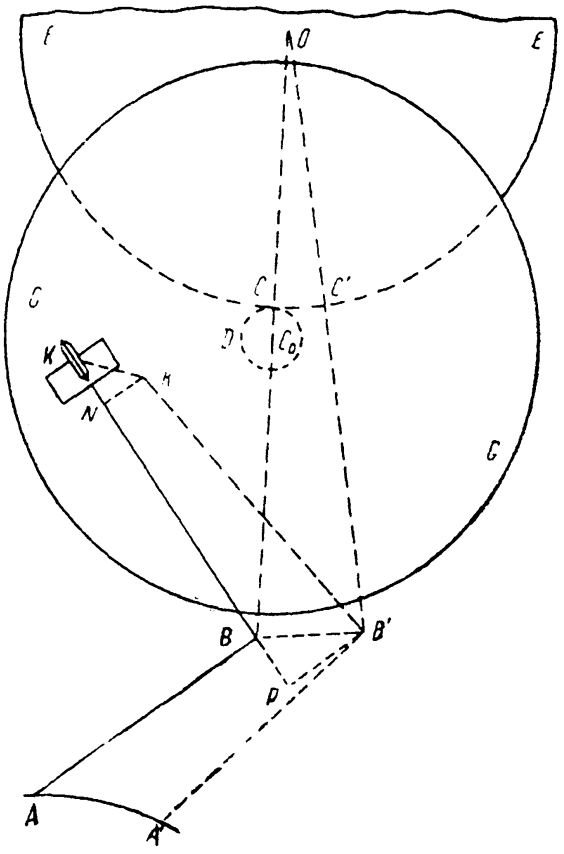
которого обмеряется, прямая AB описала при этом площадь $ABB'A'$, тогда колесико K_1 прошло бы путь BB', и угол его поворота будет

$$d\varphi = \frac{BP}{r}$$

где точка P есть проекция B' на направление плоскости колесика K_1.

Плоскость колесика совпадает с плоскостью K_1; если бы диск был неподвижен, то дуга, пройденная точкою K, была бы KK', и поворот $d\psi$ колесика K определился бы из формулы:

$$d\psi = \frac{KN}{r}$$



Фиг. 26.

Так как угол между направлениями AB и $A'B'$ бесконечно-малый, то и угол между перпендикулярными направлениями BK и $B'K'$ бесконечно-малый, и, следовательно, длина NP проекции прямой $B'K'$ разнится лишь на бесконечно-малые величины высших порядков от длины самой прямой, т. е.

$K'B' = KB = NP +$ бесконечно-малые высшего порядка,

откуда следует:

$$KN = BP$$

или иначе:

$$d\varphi = d\psi$$

т. е. углы поворота колесиков K и K_1 были бы одинаковы, если бы диск оставался неподвижным.

Остается, следовательно, рассмотреть, на какой угол повернется колесико K от поворота диска.

Пусть будет:

$$OB = R; \quad OC_0 = R_1$$

и пусть радиус шестеренки есть ρ.

Тогда поворот радиуса OB будет:

$$d\sigma = \frac{BB'}{R}$$

Угол поворота шестеренки, а значит, и диска по отношению к радиусу OB

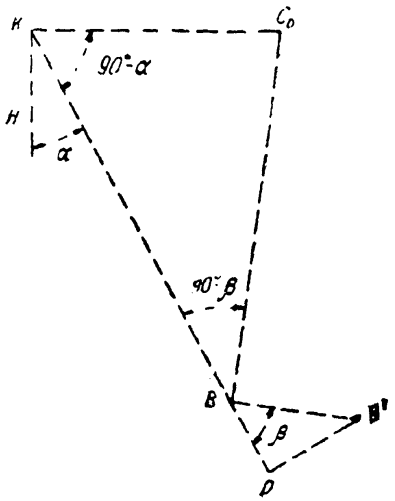
$$d\sigma_1 = \frac{OC}{\rho} \cdot d\sigma = \frac{R_1}{\rho} d\sigma = \frac{R_1}{R} \cdot \frac{BB'}{\rho}$$

Следовательно, диск пройдет под колесиком K путь KH (фиг. 27), длина которого есть

$$HK = \overline{KC_0} \cdot d\sigma_1 = ds_1$$

и заставит колесико K повернуться на угол $d\omega$, определяемый формулой:

$$d\omega = \frac{ds_1 \cdot \cos\alpha}{r} = \frac{1}{r} KC_0 \cdot \cos\alpha \cdot d\sigma_1$$



Фиг. 27.

Но из треугольника KC_0B имеем:

$$\frac{KC_0}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{BC_0}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

откуда

$$K\,C_0 \cdot \cos\alpha = BC_0 \cdot \cos\beta = (R - R_1)\cos\beta$$

Итак, будет:

$$d\omega = \frac{R - R_1}{r} \cdot \cos\beta \cdot d\sigma_1$$

подставляя вместо $d\sigma_1$ его величину, имеем

$$d\omega = \frac{R - R_1}{r} \cdot \frac{R_1}{R} \cdot \frac{BB' \cdot \cos\beta}{\rho}$$

но

$$BB' \cdot \cos\beta = BP = r \cdot d\varphi$$

Значит будет:

$$d\omega = \frac{R - R_1}{R} \cdot \frac{R_1}{\rho} \cdot d\varphi$$

Этот угол $d\omega$ приложится к углу $d\varphi$, на который повернулось бы колесико K при неподвижном диске; значит, полный угол его поворота будет:

$$d\omega + d\varphi = \left(\frac{R - R_1}{R} \cdot \frac{R_1}{\rho} + 1\right) d\varphi$$

т. е. пропорционален тому углу поворота $d\varphi$, который имело бы колесико K_1 обыкновенного планиметра.

Величина $\frac{R-R_1}{R}$ близка к 2, величина же отношения $\frac{R_1}{\rho}$ обыкновенно большая, около 10, отсюда ясно, что

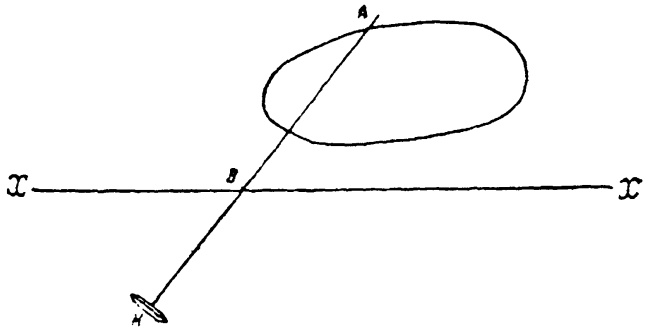
$$\frac{R-R_1}{R}\cdot\frac{R_1}{\rho}+1$$

будет составлять около 20.

Таким образом, отсчеты в дисковом планиметре могут быть увеличены в любое число раз, что и способствует большей точности, им доставляемой.

Точность обыкновенного планиметра Амслера при обмере площади величиною около 100 кв. см до $^1/_2{}^0/_0$, точность дискового до $^1/_{10}{}^0/_0$.

§ 19. Интегратор Амслера отличается в простейшем своем виде от его планиметра только тем, что точка B стержня AK ведется не по кругу, как у планиметра, а по данной прямой xx (фиг. 28), а так как формула $Q=k(\theta_1-\theta_0)$ показывает, что площадь Q, заключенная внутри контура, описанного точкою A, пропорциональна углу поворота колесика, причем коэффициент пропорциональности не зависит от радиуса круга, описываемого точкою B, то эта формула будет иметь место и в том случае, когда этот радиус, неопределенно увеличиваясь, обратится в бесконечность, т. е. точка B будет двигаться по прямой, а тогда планиметр полярный обратится в изображенный на схеме интегратор.



Фиг. 28.

Нетрудно и непосредственно убедиться в справедливости соотношения

$$Q=rl(\theta_1-\theta_0)$$

между площадью контура, обведенного острием A интегратора, длиною l стержня AB (фиг. 29) и радиусом колесика r. Для этого стоит только разбить заданную площадь на элементарные прямоугольники, основание которых есть dx, и заметить, что при обходе сторон такого прямоугольника, перпендикулярных к оси xx, повороты колесика взаимно уничтожаются, при обходе же сторон, параллельных оси xx, выражаются так:

$$d\theta=\frac{1}{r}dx\cos(90^\circ-\alpha)=\frac{1}{r}dx\cdot\sin\alpha,$$

но

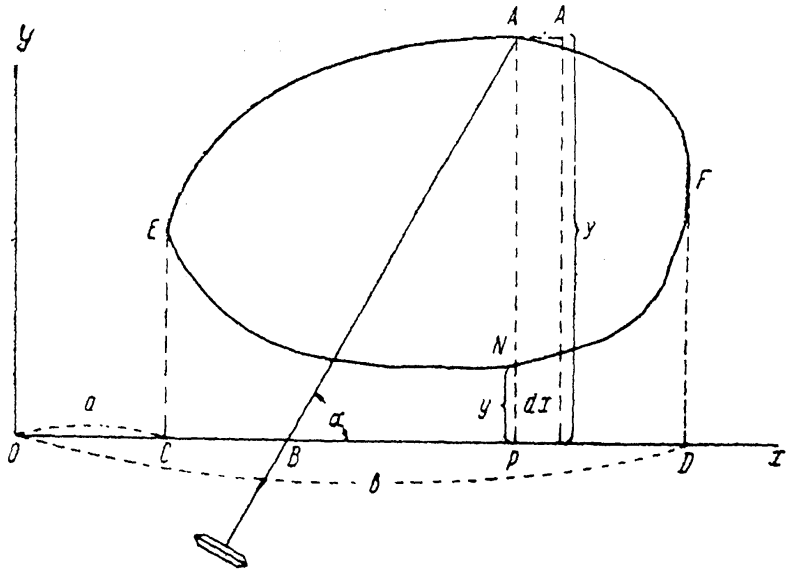
$$\sin\alpha=\frac{AP}{AB}=\frac{Y}{l}$$

значит, поворот колесика при обходе от E до F по верхней половине контура будет:

$$\theta_2 - \theta_0 = \frac{1}{r}\int_a^b \sin\alpha \cdot dx = \frac{1}{rl}\int_a^b Y \cdot dx = \frac{\text{площ. } CEAFDC}{rl}$$

При обходе по нижней половине контура от F до E поворот колесика будет;

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{1}{r}\int_b^a \sin\alpha \cdot dx = \frac{1}{rl}\int_b^a y dx = -\frac{1}{rl}\int_a^b y dx = -\frac{\text{площ. } CENFD}{rl}$$



Фиг. 29.

Значит, полный поворот колесика при обходе контура будет:

$$\theta_1 - \theta_0 = \frac{\text{площ. } CEAFDC - \text{площ. } CENFD}{rl} = \frac{Q}{rl}$$

откуда

$$Q = rl(\theta_1 - \theta_0)$$

Амслер делает при своем интеграторе еще два добавочных колесика, пользуясь которыми можно найти: 1) статический момент обводимой острием A площади относительно оси xx и 2) момент инерции этой площади относительно той же оси.

Чтобы найти статический момент площади относительно оси, заметим, что он выражается так:

$$M = \frac{1}{2}\int_a^b (Y^2 - y^2)\,dx = \frac{1}{2}\int_a^b Y^2\,dx - \frac{1}{2}\int_a^b y^2\,dx$$

где Y ордината верхней части контура, y — нижней.

Но, как мы видели:

$$Y = l \cdot \sin\alpha; \quad y = l \cdot \sin\alpha_1$$

где через α и α_1 обозначены углы, составляемые прямою AB с осью xx, когда острие будет в A и в N. Значит:

$$\frac{1}{2}\int_a^b Y^2\,dx = \frac{1}{2}\int_a^b l^2\sin^2\alpha\,dx = \frac{1}{4}l^2\int_a^b (1-\cos 2\alpha)\,dx$$

и, следовательно:

$$M = \frac{1}{2}\int_a^b Y^2\,dx - \frac{1}{2}\int_a^b y^2\,dx = \frac{1}{2}\int_a^b Y^2\,dx + \frac{1}{2}\int_b^a y^2\,dx =$$

$$= \frac{1}{4}\,l^2\left[\int_a^b (1-\cos 2\alpha)\,dx + \int_b^a (1-\cos 2\alpha_1)\,dx\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\,l^2\left[\int_a^b \cos 2\alpha\cdot dx + \int_b^a \cos 2\alpha_1\cdot dx\right] =$$

$$= \frac{l^2}{4}\left[\int_a^b \sin\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)dx + \int_b^a \sin\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha_1\right)dx\right] \qquad (1)$$

Момент инерции площади Q относительно оси xx выражается так:

$$J = \frac{1}{3}\int_a^b (Y^3 - y^3)\,dx$$

Подставляя вместо Y и y их величины $Y = l\sin\alpha$ и $y = l\sin\alpha_1$ и замечая, что $\sin\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$, получим:

$$J = \frac{l^3}{4}\int_a^b \sin\alpha\cdot dx - \frac{l^3}{12}\int_a^b \sin 3\alpha\cdot dx + \frac{l^3}{4}\int_b^a \sin\alpha_1\cdot dx - \frac{l^3}{12}\int_b^a \sin 3\alpha_1\cdot dx$$

откуда следует:

$$J = \frac{l^2}{4}Q - \frac{l^3}{12}\left[\int_a^b \sin 3\alpha\cdot dx + \int_b^a \sin 3\alpha_1\cdot dx\right]$$

так как

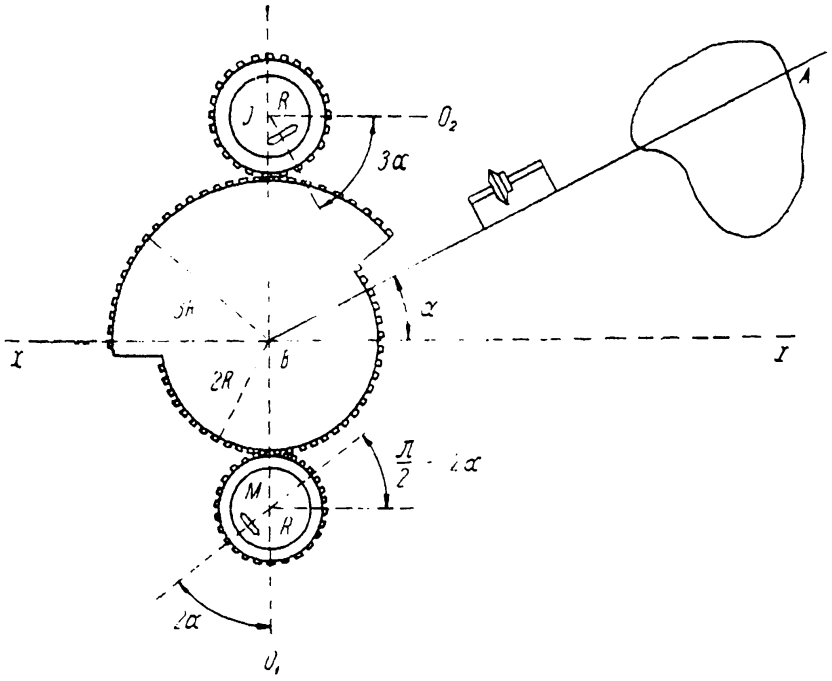
$$l\int_a^b \sin\alpha\cdot dx + l\int_b^a \sin\alpha_1\,dx = \int_a^b Y\,dx + \int_b^a y\cdot dx = \int_a^b (Y-y)\,dx = Q$$

Таким образом, вычисление статического момента и момента инерции площади Q относительно оси xx сведено к вычислению интегралов:

$$\int_a^b \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) dx \quad \text{и} \quad \int_a^b \sin 3\alpha \, dx$$

Чтобы находить величины, пропорциональные интегралам

$$\int_a^b \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) dx \quad \text{и} \quad \int_a^b \sin 3\alpha \, dx$$



Фиг. 30.

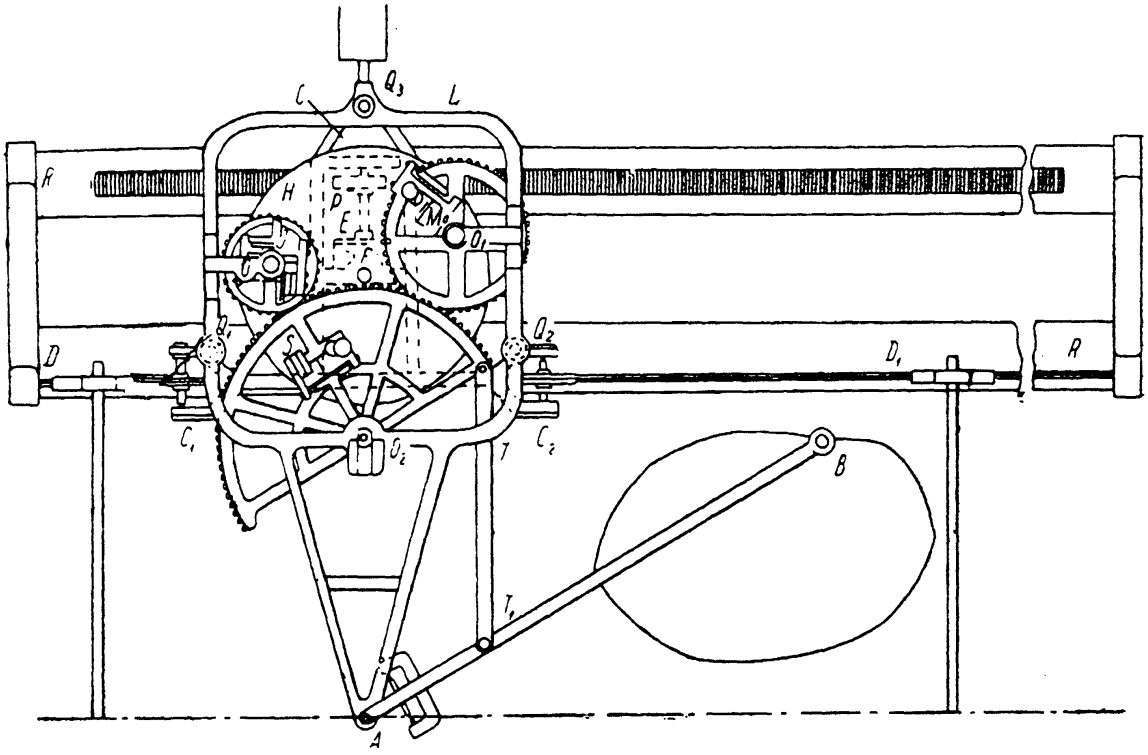
к стержню AB (фиг. 30) прикреплено зубчатое колесо, состоящее из двух частей, причем радиус одной в полтора раза более радиуса другой. Эти радиусы обозначим через $2R$ и $3R$. С этим большим колесом сцепляются два меньших колеса радиуса R; к ободу этих последних колес прикреплены оси M и J роликов, катающихся по плоскости чертежа. Колеса эти устанавливаются так, что, когда угол $\alpha = 0$, то ось ролика M совпадает с линией BO_1, перпендикулярной к xx, ось же ролика J тогда параллельна xx, таким образом, что, если стержень AB будет составлять с xx угол α, то ось ролика M составит с этою осью угол $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$, ось же ролика J составит угол 3α и, следовательно, отсчеты углов поворота этих роликов при обводе острием A по контуру и дадут величины, пропорциональные интегралам

$$\int_a^b \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) dx \quad \text{и} \quad \int_a^b \sin 3\alpha \cdot dx$$

которые входят в выражение статического момента и момента инерции той площади Q, величина которой дается отсчетом по ролику S.

Кроме описанного, Амслер изготовляет и такие интеграторы, у которых счетные ролики S, M и J катятся не по плоскости чертежа, а по отдельному диску, поворот которого пропорционален длине пути, проходимого точкою B по оси xx; устройство этого интегратора в общих чертах следующее.

На раму R (фиг. 31), состоящую из двух линеек, из которых на одной нарезаны очень мелкие зубцы, а в другой выбрана борозда DD_1, накладывается рама CC_1C_2 так, чтобы ее ролики C_1 и C_2 катались по борозде DD_1, а колесо P с мелкою нарезкою катилось по нарезке

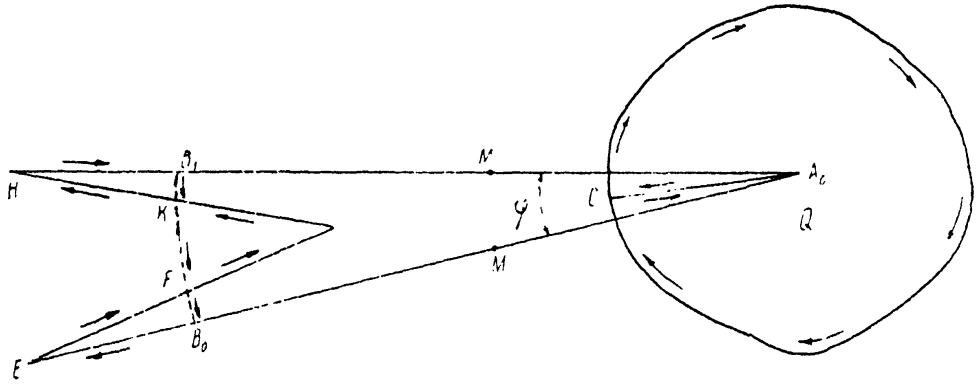


Фиг. 31.

линейки R. Колесо P насажено на общую ось с конической зубчаткою E, захватывающею за другую коническую же зубчатку F, скрепленную с диском H, углы поворота которого, таким образом, пропорциональны перемещению рамы CC_1C_2 вдоль линеек. На раме же CC_1C_2 укреплены три опоры Q_1, Q_2, Q_3, на которые накладывается своими гнездами вторая рама L, несущая центры O, O_1 и O_2 зубчатых колес, сцепленных между собою; радиусы этих колес относятся между собою как 3:2:1, и эти колеса несут на себе оси роликов S, M, J, катящихся по диску. Наибольшее из этих зубчатых колес соединено тягою TT_1 с шарнирами со стержнем AB, острием которого обводят по контуру. Отсчеты поворотов роликов S, N и J и дадут величины пропорциональные: площади контура, описываемой точкою B, его статическому моменту относительно прямой xx_1, и параллельной борозде на линейке, и величине интеграла

$\int \sin 3\alpha dx$, который входит в выражение момента инерции площади относительно оси xx_1.

§ **20. Планиметр-топорик** состоит из очерчивающего штифта A, которым обводится периметр площади, которую желают измерить, неизменно соединенного с острым и закругленным лезвием B, установленным таким образом, что плоскость его острого края проходит через точку A. Главное свойство острого края заключается в том, что, когда он касается плоскости чертежа, он заставляет двигаться точку B по направлению прямой линии, соединяющей эту точку с концом штифта A. Таким образом, когда точкою A обводится какая-нибудь линия, то точка B описывает соответствующую кривую преследования или погонную линию. Это свойство указывает, что в планиметре-топорике не имеется материально воспроизведенной, постоянной ведущей кривой L, напротив того, эта



Фиг. 32.

кривая изменяется в зависимости от обводимой штифтом A и от начального положения прибора; одним словом, ведущая кривая L есть погонная линия, соответствующая обводимой C и движению очерчивающего ее штифта A.

Положим теперь, что точка A планиметра, выйдя от A_0, обойдет кривую C и вернется снова в A_0, тогда лезвие B, выйдя из B_0, прочертит соответствующую погонную линию и придет в B_1; таким образом, конечное положение прямой линии AB будет A_0B_1. Чтобы совместить эту прямую с ее первоначальным положением, нам надо только повернуть ее на угол $\varphi = B_1A_0B_0$ около точки A_0. Тогда ведущая линия L будет дополнена дугой круга B_1B_0 (фиг. 32) и станет замкнутою. В этом случае полная площадь Ω, описанная линией AB, равна алгебраической разности площади Q и площадей, заключенных между частями ведущей кривой, причем каждую часть надо брать с надлежащим знаком.

Итак, описанная площадь будет:

$$\Omega = Q - (B_0EF + KHB_1 - FGK)$$

Описанная же площадь измеряется произведением длины l линии AB на длину дуги, на которую повернулось бы колесико, расположенное в точке M.

Чтобы определить эту дугу, мы заметим, что, если колесико было бы помещено в B, причем ось его была бы направлена вдоль AB, то плоскость колесика составляла бы прямой угол с плоскостью лезвия, перемещение точки касания колесика с плоскостью чертежа всегда было бы направлено перпендикулярно к плоскости колесика: значит, колесико оставалось бы неподвижным, и его показание было бы равно нулю все время, пока точка B двигалась бы по погонной линии.

Сопоставляя это с теоремой 2-ой (см. стр. 86), видим, что мерительное колесико, установленное в средней точке M, должно было бы повернуться на дугу $\frac{1}{2} l\varphi$, где φ есть угол $B_0 A_0 B_1$, когда прибор придет в положение $A_0 B_1$. Когда же прибор будет повернут около точки A_0, чтобы привести его конечное положение в совпадение с начальным, то колесико, находящееся в M, очевидно, повернулось бы еще на дугу $\frac{1}{2} l\varphi$.

Таким образом, полная дуга поворота колесика, установленного в M, была бы

$$\frac{1}{2} l\varphi + \frac{1}{2} l\varphi = l\varphi$$

и, следовательно, мера описаной прямою AB площади будет:

$$\Omega = l \cdot l\varphi = l^2 \varphi = l \operatorname{arc}(B_0 B_1)$$

Таким образом, мы имеем следующее точное соотношение:

$$l^2 \varphi = Q - (B_0 EF + KHB_1 - FGK)$$

Надлежащим выбором исходной точки A_0 (она должна браться близ центра тяжести площади кривой C) можно сделать, что сумма площадей $(B_0 EF + KHB_1 - FGK)$ будет близка к нулю, и мы будем иметь простое соотношение:

$$Q = l^2 \varphi \text{ или } Q = l \operatorname{arc}(B_0 B_1)$$

Если угол φ будет меньше 20°, то дуга $B_0 B_1$ практически может быть заменена ее хордой, и мы будем иметь соотношение:

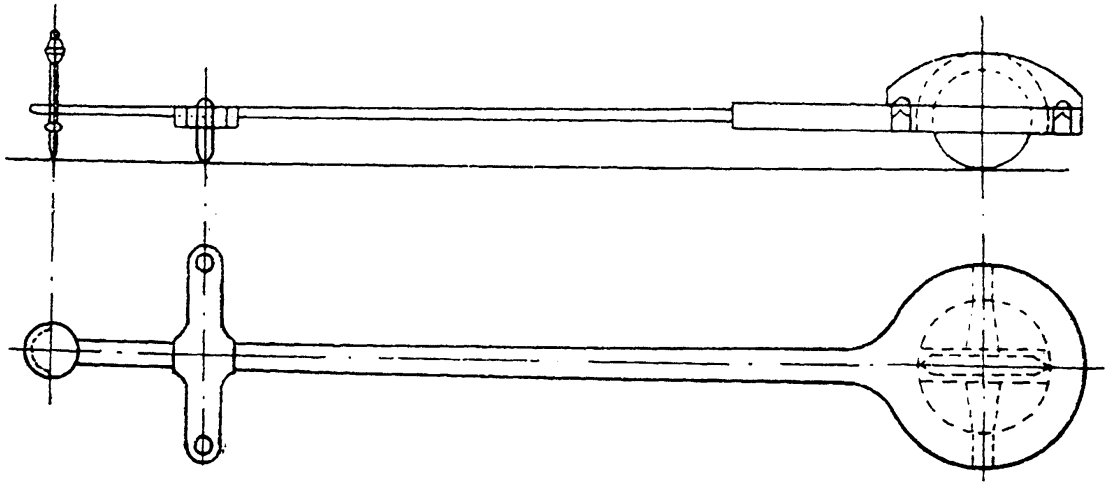
$$Q = l \cdot B_0 B_1$$

Чтобы обеспечить более правильное движение ведущей точки B, устройство планиметра-топорика слегка изменено: ведущее лезвие заменено небольшим колесиком с острым ребром; плоскость этого колеса установлена так, что она проходит через конец штифта A; этот же штифт

свободно вращается в своей втулке. Фиг. 33 представляет прибор в том виде, как он изготовлен Ветцером по моим указаниям.

Для пользования инструментом надо положить кусок копировальной бумаги под колесико, чтобы была прочерчена кривая преследования и по ней можно было бы легко измерить расстояние B_0B_1, выбирая при этом положение этой линии так, чтобы сумма площадей положительных была бы на-глаз равна сумме площадей отрицательных.

Очевидно также, что, имея погонную кривую вычерченной, легко вышеупомянутые площади и обмерить, а следовательно, и определить предел сделанной погрешности.



Фиг. 33.

§ 21. Интеграф Абданк-Абаконовича воспроизводит механически то построение, которое было указано в § 13 для нахождения интеграла $\int_a^x f(x) \cdot dx$, когда функция $f(x)$ задана чертежом.

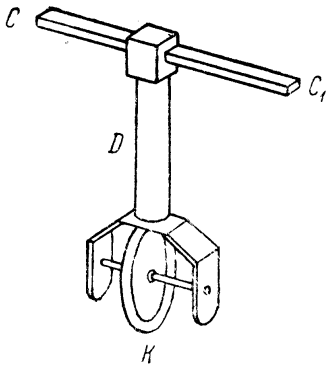
Из построения, указанного в § 13, видно, что, если вообразить, что промежуток между ординатами неопределенно уменьшается, то прямая Ec, частные положения которой суть E_1c_1, E_2c_2 и т. д., будет двигаться непрерывным образом, тогда и точка N опишет требуемую кривую также непрерывным движением; кривая эта будет, очевидно, обладать тем свойством, что в каждой ее точке касательная параллельна соответствующему положению прямой Ec, иными словами, надо точку N перемещеть одновременно с прямою Ec так, чтобы во всякий момент перемещение точки N происходило параллельно прямой Ec. Такое перемещение и воспроизведено в интеграфе.

Существенную часть этого прибора составляет колесико K, изображенное отдельно на фиг. 34а, 34б, самый же прибор представлен на фиг. 35.

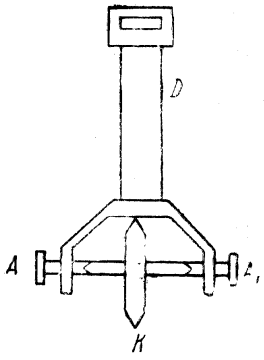
Это колесико с острым ребром может свободно вращаться в охватывающей его вилке на остриях, которыми оканчиваются винты A и A_1.

Круглый стержень D вилки проходит через подшипник в раме тележки, которая может свободно кататься по верхнему рельсу прибора.

Этот рельс установлен параллельно осям цилиндрических катков, на которых прибор ставится на плоскость чертежа. Оси катков выверены строго параллельно между собой, и все четыре катка равного диаметра, поэтому, если катить прибор по плоскости, то он перемещается так, что рельс движется все время, оставаясь параллельным своему первоначальному положению.



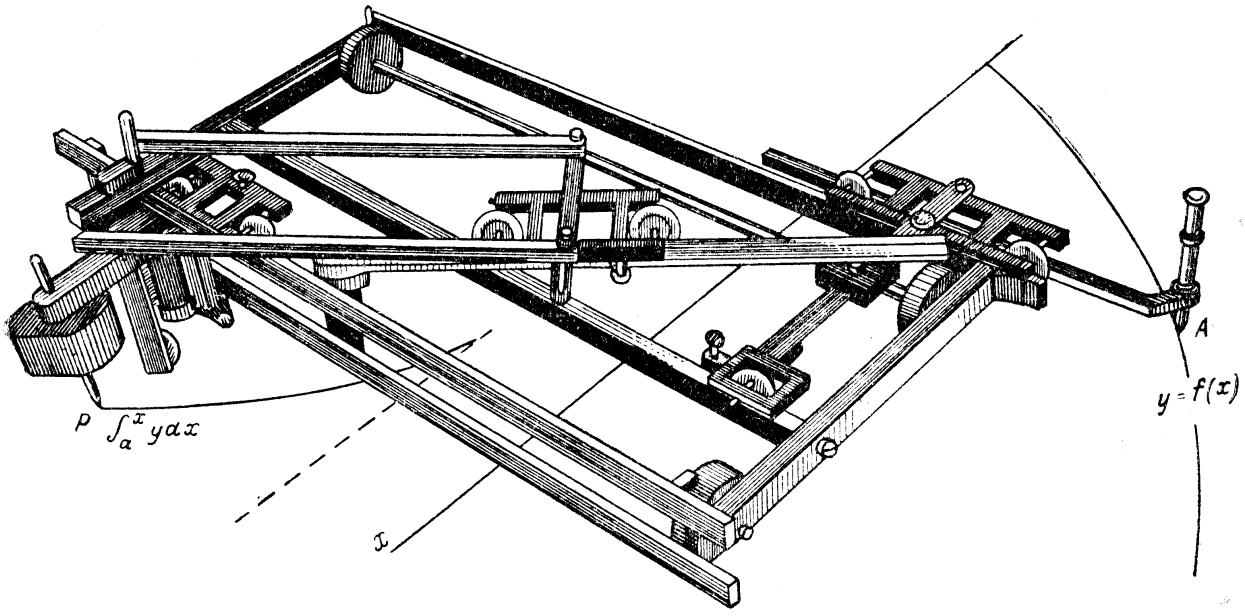
Фиг. 34а.



Фиг. 34б.

Рассмотрим сперва, что произойдет, если прокатить прибор по плоскости чертежа на некоторую длину h (фиг. 36), удерживая стержнем CC_1 плоскость колесика K под постоянным углом α к направлению движения.

Так как тележка может весьма легко кататься по рельсу BB_1 в направлении, перпендикулярном h, а острое ребро колесика K препятствует ему скользить по плоскости чертежа, не препятствуя ему по этой

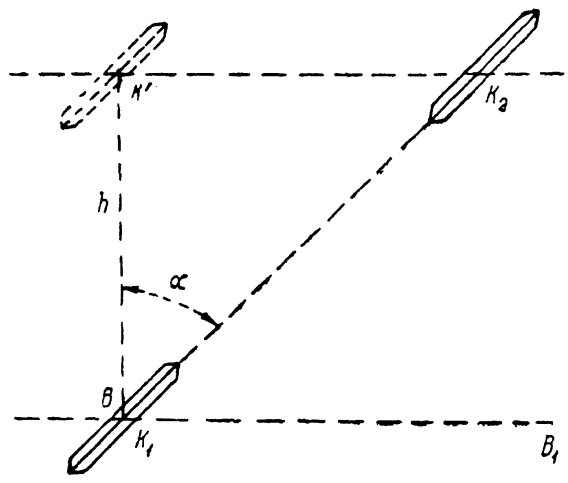


Фиг. 35.

плоскости катиться, то колесико K придет не в положение K', а покатится, оставаясь в своей плоскости, до положения K_2, причем тележка по рельсу прокатится на длину $K'K_2$. Таким образом, центр колесика K и всякая точка тележки, с ним связанная, при перемещении прибора движется параллельно плоскости колесика. Теперь не трудно видеть назначение и действие прочих частей прибора. Около центра, неизменно скреплен-

ного с основной рамой прибора, к которой прикреплен и верхний рельс, может вращаться в плоскости чертежа линейка с бороздкою посредине. Этою бороздкою линейка накладывается на ролики нижней тележки, катающейся по нижнему бороздчатому и среднему гладкому рельсу основной рамы; эта тележка несет штифт A, который ведут по данной кривой $f(x)$. При помощи параллелограма плоскость колесика K удерживается параллельной бороздке поворотной линейки, не препятствуя свободе движения тележки, несущей колесико K по верхнему рельсу.

Действие прибора следующее: установив его на плоскость чертежа так, чтобы он катился в направлении оси xx_1, ставят среднюю линейку параллельно этой оси и ведущий штифт A устанавливают на ось xx_1; тогда, если прокатить прибор по плоскости чертежа, то пишущий штифт P опишет прямую $x'x'$, параллельную оси xx_1 — нулевую линию площадей, затем катят прибор по плоскости вторично, ведя все время штифтом A по данной кривой; тогда пишущий штифт опишет соответствующую интегральную кривую (кривую площадей), масштаб которой будет зависеть от начальной установки прибора, т. е. от расстояния от центра вращения линейки до проекции на ось xx_1 центра вращения нижней тележки, через посредство которой поворотная линейка связана с ведущим штифтом, которым обводят заданную кривую $y=f(x)$. Это расстояние, которое обозначим буквою l, служит единицею масштаба кривой площадей и имеет то же значение, как и означенная тою же буквою длина $E_1 b_1$ (фиг. 13). Прибор этот изготовляется фирмою Coradi в Цюрихе.



Фиг. 36.

§ 22. Общие правила приближенных вычислений. В теории корабля, как в остальных прикладных науках, всякое вычисление производится с определенной практической целью, для которой обыкновенно нет ни надобности ни возможности иметь вполне точный результат, а достаточно иметь лишь приближенный. Этим обстоятельством следует пользоваться, чтобы упрощать работу и получать результаты требуемой точности с наименьшею затратою труда и времени. Чтобы этого достичь, надо руководствоваться излагаемыми ниже весьма простыми правилами, но прежде всего надо установить самое понятие о точности какого-либо результата.

Разность истинного значения N какой-либо величины и приближенного ее значения N_k называют *абсолютной погрешностью* этого приближенного значения.

Обозначив эту разность через ε_k, в силу сказанного определения имеем: абсолютная погрешность

$$\varepsilon_k = N - N_k \qquad (1)$$

Относительной погрешностью какого-либо приближенного значения называют отношение абсолютной погрешности к самому значению величины, т. е. отношение

$$\frac{\varepsilon_k}{N} = \frac{N - N_k}{N} \qquad (2)$$

Мерою точности какого-нибудь результата служит величина относительной погрешности, в нем допускаемой. Очевидно, что это всегда число отвлеченное, которое обыкновенно выражают или в процентах, или в виде дроби, у которой знаменатель есть степень 10, и поэтому говорят, например, что результат требуется с точностью $^1/_{10}\,^0/_{00}$ или до $^1/_{1000}$. В вопросах теории корабля требуемая практикою точность обыкновенно составляет от $^1/_2$ до 1%, а в некоторых случаях даже до 5%.

Так, например, водоизмещение корабля достаточно знать до $^1/_2\,\%$ — что например, для корабля в 10 000 т составит 50 т, т. е. около 2.5 см в углублении — на деле измерить углубление такого корабля до такой точности обыкновенно и невозможно.

Величину же размахов качки, например, достаточно бы знать до 5%, так как практически ошибка в 1° при размахе в 20° значения не имеет.

Результат всякого вычисления и измерения выражается числом; условимся писать эти числа так, чтобы по самому их начертанию можно было судить о степени точности числа; для этого стоит только принять за правило писать число так, чтобы в нем все значащие цифры, кроме *последней*, были верны, и лишь последняя цифра была бы сомнительна и притом не более, как на одну единицу.

Наиболее точные результаты могут быть получены при взвешивании на точных „химических“ весах: здесь для грузов около одного килограмма достигается точность до $\frac{1}{100}$ мг, так что относительная погрешность составляет $\frac{1}{100\,000\,000}$, следовательно, первые восемь цифр числа будут верные, и лишь девятая сомнительная; но зато такое взвешивание требует таких предосторожностей, что продолжается, например, в Международном бюро мер и весов в Париже около 24 часов.

Самое точное измерение длины, производимое также с величайшими предосторожностями, не превышает точности до седьмого знака.

В большей части технических вопросов точность до $\frac{1}{1000}$ достаточна, значит, и все вычисления могут быть производимы на четыре знака.

Обратим внимание на способ написания больших и малых чисел; пусть, например, в числе 12 732 000 четвертая цифра уже сомнительна;

тогда вместо того, чтобы писать это число так: 12730000, будем его писать так:

$$1.273 \cdot 10^7$$

если бы была сомнительна пятая цифра, то это число надо бы писать так:

$$1.2732 \cdot 10^7.$$

Точно так же, чтобы показать, что в числе 57 ошибка начинается с пятого знака, т. е. его относительная погрешность меньше $\frac{1}{10000}$ и число это приближенное, надо его писать так:

$$57.000, \text{ или } 5.7000 \cdot 10^1$$

если же его написать $5.7 \cdot 10^1$, то это будет показывать, что цифра 7 сомнительная.

Наконец, если число 57 не есть приближенный результат измерения или вычисления, а есть, например, результат счета (57 человек), и, значит, оно абсолютно точное, то мы его будем писать 57, не ставя точки и не приписывая нулей, чтобы показать его относительную точность.

Само собою разумеется, что при таком начертании чисел *относительная* погрешность не зависит от величины числа, а лишь от числа значащих цифр; так, числа

$$127.32 \text{ и } 0.12732$$

имеют ту же самую относительную погрешность, не большую

$$\frac{1}{12732}$$

хотя в первом из них *абсолютная* погрешность заключается между $+0.01$ и -0.01, во втором между $+0.00001$ и -0.00001.

Данные, нужные для вычисления, обыкновенно получаются измерением, которое тоже может быть произведено с различною точностью, и оно производится тем проще, чем требуемая точность меньше, поэтому первое правило, которым надо руководствоваться, такое:

Точность данных и точность результата должны быть сообразованы с тою практическою потребностью, для которой результат вычисления нужен.

§ **23.** Рассмотрим теперь, как отражается на точности результата производство разного рода арифметических действий над приближенными числами и как эти действия следует производить.

а) *Сложение.* Пусть даны числа:

$$N_1, N_2 \ldots N_k$$

относительные погрешности которых соответственно суть:

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_k$$

Легко видеть, что относительная погрешность ε суммы этих чисел заключается между наибольшею и наименьшею из относительных погрешностей слагаемых.

В самом деле, обозначая через $\delta_1, \delta_2, \ldots \delta_k$ абсолютные погрешности слагаемых и беря их все по „абсолютной" величине, видим, что

$$\varepsilon = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_k}{N_1 + N_2 \ldots + N_k} \qquad (*)$$

С другой стороны, имеем равенства:

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{N_1}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\delta_2}{N_2}; \quad \ldots \varepsilon_k = \frac{\delta_k}{N_k} \qquad (**)$$

а так как все эти дроби рассматриваются лишь по их численной величине, то дробь (*), представляющая отношение суммы числителей к сумме знаменателей, заключается между наибольшей и наименьшей из дробей (**).

Поэтому в том случае, когда все слагаемые приблизительно одинаковой величины (отношение наибольшего к наименьшему менее 10), надо все их писать с одним и тем же числом знаков; столько же знаков надо удерживать и в сумме.

Но часто приходится складывать числа, хотя и известные с одинаковой степенью точности, но сильно разнящиеся по величине; тогда без ущерба точности окончательного результата можно и следует упрощать действие.

Пусть, например, надо сложить числа:

52.374; 2.8235; 0.52181 и 0.014253

которые все пятизначные; тогда не следует делать сложения так:

$$\begin{array}{r} 52.374 \\ 2.8235 \\ 0.52181 \\ 0.014253 \\ \hline 55.733563 \end{array}$$

так как очевидно, что последние три цифры в сумме неверны, незачем было их и выписывать, так же как и те цифры, из которых они получились. Следует поступать так:

$$\begin{array}{r} 52.374 \\ 2.824 \\ 0.522 \\ 0.014 \\ \hline 55.734 \end{array}$$

т. е., написав наибольшее слагаемое, удерживать в остальных лишь столько цифр после запятой, сколько их у наибольшего (в нашем случае три). Отбрасывая остальные цифры у прочих слагаемых, надо последнюю цифру усиливать на 1, когда первая отброшенная цифра 5 или более.

В связи со сложением приближенных чисел находится такой вопрос: погрешность обыкновенно может быть как положительной, так и отрицательной, следовательно, при сложении может происходить взаимная компенсация погрешностей, в особености, когда число слагаемых велико (например, 100 или более). Этот вопрос рассмотрен и решен в теории вероятностей и оказывается, что погрешность составит не наибольшую ее возможную величину $n\delta$, где n число слагаемых и δ абсолютная погрешность в них, а лишь $\delta \cdot \sqrt{n}$; так, например, если бы сложить 100 пятизначных логарифмов, *взятых наудачу*, в каждом из которых погрешность составляет не более $\frac{1}{2}$ единицы последнего знака, то, хотя наибольшая возможная погрешность в их сумме и есть 50 единиц пятого, иначе 5 единиц четвертого знака, но вследствие компенсации эта погрешность с вероятностью 0.92 будет не более $0.5 \cdot \sqrt{100} = 5$, т. е. 5 единиц *пятого* знака, т. е. в 10 раз меньше ее возможной наибольшей величины.

б) *Умножение.* Покажем, что при умножении относительная погрешность произведения равна сумме относительных погрешностей множителей.

В самом деле, пусть множители суть N_1 и N_2, и их относительные погрешности ε_1 и ε_2; следовательно, истинные величины этих множителей могут быть:

$$N_1' = N_1(1 + \varepsilon_1) \quad \text{и} \quad N_2' = N_2(1 + \varepsilon_2)$$

Значит, истинная величина произведения будет:

$$N_1' N_2' = N_1 N_2 [1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \varepsilon_1 \varepsilon_2]$$

Обыкновенно дроби ε_1 и ε_2 весьма малые, например $\frac{1}{1000}$, тогда дробь $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ будет весьма мала по сравнению с суммою $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ и ею можно пренебречь, а тогда имеем:

$$N_1' N_2' = N_1 N_2 [1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] = N_1 N_2 + N_1 N_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

что и подтверждает высказанное свойство для двух множителей.

Очевидно, что оно тотчас же распространяется и на любое число их.

Отсюда следует, что в произведении надо удерживать лишь столько значащих цифр, сколько их в наименее точном из сомножителей.

Заметим, что и здесь при весьма большом числе множителей происходит в возможной величине суммы вышеуказанная компенсация положительных и отрицательных слагаемых. Но произведения весьма большого числа множителей нам рассматривать не придется.

Подобно тому, как при сложении, при умножении приближенных чисел не следует выписывать лишних цифр, для чего надо поступать как ниже показано на примере.

Пусть надо умножить

$$95.43 \cdot 78.26$$

Напишем эти числа так:

$$9.543 \cdot 10^1 \cdot 7.826 \cdot 10^1 = 9.543 \cdot 7.826 \cdot 10^2$$

и располагаем действие следующим образом:

$$\begin{array}{r} 9.543 \\ 7.826 \\ \hline 66.801 \\ 7.634 \\ 191 \\ 57 \\ \hline 74.683 \end{array}$$

Значит, будет:

$$95.43 \cdot 78.26 = 74.683 \cdot 10^2 = 7468.3 = 7.468 \cdot 10^3.$$

Множить начинаем со *старшей* цифры множителя, т. е. с 7, и пишем первое произведение

$$66.801$$

поставив точку, где следует.

Затем или зачеркиваем, или мысленно отбрасываем последнюю цифру множимого, так что оно будет 9.54, и множим на вторую цифру множителя, причем принимаем во внимание и зачеркнутую цифру 3, чтобы цифру 2 от произведения $3 \cdot 8 = 24$, удерживаемую в уме, придать к произведению $4 \cdot 8 = 32$ и брать $32 + 2 = 34$, почему последняя цифра и написана 4. Полученное произведение 7.634 подписывается как указано.

Зачеркиваем цифру 4 множимого и продолжаем далее подобно предыдущему, после чего, сложив отдельные произведения, получаем 74.683.

Это число надо умножить на 10^2 и затем, откинув последнюю цифру, удержать в произведении лишь столько значащих цифр, сколько их в сомножителях.

в) *Деление.* Так как деление на число N равносильно умножению на $\frac{1}{N}$, то при делении относительная погрешность частного равна *сумме* относительных погрешностей делимого и делителя, каковой величины она достигает, когда относительные погрешности делимого и делителя разных знаков.

Чтобы при делении приближенных чисел не писать лишних цифр, надо делать его следующим образом.

Пусть надо разделить

$$7.468 \cdot 10^3 : 9.543 \cdot 10^1$$

иначе

$$74.68 \cdot 10^2 : 9.543 \cdot 10^1$$

Действие располагаем так:

74.68	9.543
66.80	7.826
7.88	
7.63	
25	
19	
6	

Значит, будет:

$$7.468 \cdot 10^3 : 9.543 \cdot 10^1 = 7.826 \cdot 10^1$$

г) *Возвышение в степень.* Из сказанного об умножении непосредственно следует, что относительная погрешность квадрата числа равна удвоенной относительной погрешности этого числа, для куба — утроенной и т. д.

Это свойство справедливо и для дробных степеней; в самом деле, пусть N_1 есть приближенное значение возвышаемого количества и ε_1 относительная погрешность его; тогда истинная величина есть

$$N = N_1(1 + \varepsilon_1)$$

откуда, возвышая в степень p, имеем:

$$N^p = N_1^p(1 + \varepsilon_1)^p = N_1^p\left(1 + p \cdot \varepsilon_1 + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2}\varepsilon_1^2 + \ldots\right)$$

Обыкновенно дробь ε_1 настолько мала, что всеми членами, содержащими эту дробь в степени выше первой, можно пренебречь, так что будет:

$$N^p = N_1^p(1 + p\varepsilon_1) = N_1^p + pN_1^p \cdot \varepsilon_1$$

Отсюда следует, что относительная погрешность

$$\varepsilon = \frac{N^p - N_1^p}{N^p} = p\varepsilon_1$$

Во многих вычислениях нам придется составлять для заданной кривой суммы квадратов и кубов ординат, которые снимаются с чертежа.

Отсюда ясно, если ордината известна, например, до $\frac{1}{1000}$, т. е., что в ней первые три значащие цифры верны, а четвертая не верна или сомнительна, то и в квадрате и кубе ее будет верных цифр только первых две, а даже третья может быть сомнительна, дальнейшие все будут не верны, поэтому этих неверных цифр незачем и выписывать а следует заменять нулями, что упростит вычисление. Пусть, например, истинное значение ординаты есть 27.37, а с чертежа снято приближенно 27.35, тогда:

$$(27.37)^2 = 749.1169 \quad \text{и} \quad (27.37)^3 = 20503.329553$$

$$(27.35)^2 = 748.0225 \quad \text{и} \quad (27.35)^3 = 20458.415375$$

Очевидно, что, написав $(27.35)^2 = 748$ и $(27.35)^3 = 20\,500$ и приняв эти величины вместо истинных, мы практически делаем такую же относительную погрешность, как и тогда, когда будут написаны все 7 цифр в выражении квадрата и 11 в выражении куба. Но отбрасыванием этих ненужных цифр сокращаем вычисление в несколько раз и облегчаем его проверку.

Самое расположение подобных вычислений будет показано в своем месте.

д) *Вычитание.* При вычислениях с приближенными числами особенно невыгодным действием является *вычитание* в том случае, когда разность мала по отношению к уменьшаемому и вычитаемому. В самом деле, пусть даны числа

$$52.287 \quad \text{и} \quad 51.939$$

Как видно по их начертанию и сделанному относительно его условию, мы можем в них ручаться за первые четыре цифры, а так как в последней погрешность не более 1, то относительная погрешность наших данных не более $\frac{1}{50\,000}$. Между тем в разности этих чисел 0.348 последняя цифра может быть не верна на 2 единицы, и относительная погрешность разности будет $\frac{2}{348} = \frac{1}{174}$, т. е. в 30 раз больше, нежели в данных.

Поэтому *при вычислениях надо стараться так преобразовывать формулы, чтобы малые разности двух величин вычислялись непосредственно, не вычисляя самих величин.*

Если же этого сделать нельзя, то необходимо иметь в виду, что относительная погрешность разности во столько же раз больше относительной погрешности слагаемых, во сколько раз эта разность меньше каждого из них.

Отсюда понятна выгода, доставляемая вычислением ряда значений какой-либо величины, мало разнящихся между собою, производя это вычисление так: вычислив одно из этих значений непосредственно

с требуемой точностью, для получения остальных вычислять те поправки, которые надо к сказанному значению присовокуплять, чтобы получать прочие значения определяемой величины. Поправки эти следует вычислять с тем меньшею относительною точностью, чем они меньше по сравнению с самой величиной.

е) *Логарифмы.* При большей части вычислений вспомогательным средством служат логарифмы, поэтому рассмотрим, какая при вычислении по логарифмам с разным числом знаков происходит относительная погрешность.

Наиболее употребительные таблицы логарифмов, т. е. 4-, 5-, 6- и 7-значные располагаются так, чтобы для приискания логарифмов чисел, в таблице не указанных, можно было пользоваться лишь первыми разностями или пропорциональными частями. Это достигается тем, что разность между двумя смежными аргументами достаточно мала по сравнению с ними. В самом деле, пусть N и $N+h$ два последовательных табличных аргумента; тогда разность их логарифмов (обыкновенных десятичных) будет:

$$\Delta = \log(N+h) - \log N = \log \frac{N+h}{N} = \log\left(1+\frac{h}{N}\right)$$

Но по известному разложению:

$$\log\left(1+\frac{h}{N}\right) = M\left[\frac{h}{N} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{N}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{h}{N}\right)^3 - \ldots\right] \qquad (*)$$

причем $M = 0.43429\ldots$ есть модуль обыкновенной системы логарифмов.

Чтобы при приискании логарифмов пользоваться лишь пропорциональными частями, надо, чтобы в формуле (*) члены

$$\frac{1}{2}\left(\frac{h}{N}\right)^2, \quad \frac{1}{3}\left(\frac{h}{N}\right)^3$$

были настолько малы по сравнению с первым членом, чтобы не влиять на последний знак приискиваемого логарифма.

Так, для 4-значных таблиц, если взять (как и сделано)

$$\frac{h}{N} < \frac{1}{100}$$

то будет:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{h}{N}\right)^2 < \frac{1}{20\,000}$$

т. е. меньше 5 единиц пятого знака, поэтому в 4-значных таблицах аргументы идут от 100 до 1000 через 1.

Точно так же для 5-значных таблиц берут

$$\frac{h}{N} < \frac{1}{1000}$$

тогда

$$\frac{1}{2}\left(\frac{h}{N}\right)^2 < \frac{1}{2\,000\,000}$$

Наконец, в хороших 6-значных таблицах (Bremiker) и в обыкновенных 7-значных аргументами служат целые числа от 10 000 до 100 000 и, следовательно,

$$\frac{h}{N} < \frac{1}{10\,000} \quad \text{и} \quad \frac{1}{2}\left(\frac{h}{N}\right)^2 < \frac{1}{200\,000\,000}$$

т. е. меньше 0.000 000 005, что не оказывает влияния на седьмой знак.

Таким образом, для всякой таблицы логарифмов „табличная" разность Δ, т. е. разность между двумя последовательными, соответствующими числам N и $N+1$ логарифмами с достаточною точностью выражается формулой

$$\Delta = M \cdot \frac{1}{N} = 0.434 \cdot \frac{1}{N}$$

Отсюда и из сказанного выше ясно, что, когда число N_1, для которого надо найти логарифм, заключается между N и $N+1$ так, что

$$N < N_1 < N+1$$

то, полагая $N_1 = N + h$, будем иметь:

$$\log N_1 = \log N + 0{,}434\,\frac{h}{N} = \log N + h \cdot \Delta \qquad (1)$$

На этой формуле и основано приискание, пользуясь пропорциональными частями, логарифма для данного числа и наоборот.

Все показанные в таблицах логарифмы заключают в себе погрешность, которая может достигать до $\frac{1}{2}$ единицы последнего знака.

Отсюда ясно, что, если число задано даже совершенно точно, все-таки его логарифм будет найден приближенно с вышеуказанной погрешностью, но, если самое число известно лишь приближенно, например, с относительной погрешностью $\frac{\delta}{N} = \varepsilon$, то из формулы (1) видно, что погрешность в логарифме будет $0.43\,\varepsilon$; поэтому, чтобы эта погрешность не превышала $\frac{1}{2}$ единицы последнего знака логарифма, надо, чтобы относительная погрешность числа составляла как-раз столько, как одна единица последнего знака логарифма, т. е. для 4-значного $\frac{1}{10\,000}$, для 5-значного $\frac{1}{100\,000}$ и т. д., иными словами, чтобы в самом числе было столько *верных* цифр, сколько их всех в мантиссе логарифма.

Отсюда ясно, насколько бесполезно для приближенного 4-значного числа приискивать 7-значный логарифм.

При обратном приискании числа по известному его логарифму, которого погрешность составляет *одну* единицу последнего его знака, мы сделаем в числе относительную ошибку $\varepsilon = \frac{1}{0.43} = 2.30$ этой единицы, т. е. для 5-значного логарифма $\frac{2.30}{100\,000} = \frac{1}{43\,400}$ *независимо от величины числа.* Отсюда видно, что, определяя число по его логарифму, которого погрешность до одной единицы последнего знака, можно получить в числе лишь столько же верных знаков, сколько их всех в мантиссе логарифма, когда первая цифра числа есть 4 или меньше, и одним знаком меньше, когда первая цифра числа есть 5 или более.

Как уже сказано, при этом предположено, что ошибка в логарифме составляет 1 единицу последнего знака. Надо заметить, что тот логарифм, по которому приходится приискивать число, обыкновенно происходит от сложения по крайней мере двух других логарифмов, поэтому ошибка в нем на одну единицу последнего знака вполне возможна.

Лишь при извлечении корней, в особенности высокой степени, ошибки в последнем знаке логарифма может наверняка не быть.

Отсюда следует такое практическое правило: *пользоваться логарифмами с таким же числом знаков, сколько их всех в подлежащих вычислениям числах,* поэтому в теории корабля, да и в большей части технических вопросов, вполне достаточно 4-значных таблиц, а во многих случаях и 3-значных; но 3-значными таблицами пользоваться не стоит, гораздо удобнее пользоваться логарифмической линейкой 30 см длиной, которая доставляет ту же точность. Линейка длиною 50 см дает почти такую же точность, как и 4-значные логарифмы.

Устройство и пользование логарифмической линейкой предполагается известным, оно требует некоторого навыка, который легко приобретается после непродолжительного упражнения с линейкой.

§ **24.** На основании изложенных объяснений о точности и о действиях над приближенными числами можно высказать следующие два общих правила:

1) *Точность данных и точность результата должны быть сообразованы с тою практическою потребностью, для которой вычисление производится.*

2) *При вычислениях с приближенными числами надо в каждом из них удерживать то число значащих цифр, которое необходимо для получения результата требуемой точности, помня, что всякая лишняя цифра лишь влечет к бесполезной затрате труда и времени.*

Большая часть вычислений в теории корабля сводится к нахождению величины определенных интегралов, представляющих площади, объемы, статические моменты, моменты инерции и т. под., причем подъинтегральная функция задается не аналитически, а чертежами.

Очевидно, что при вычислении этих интегралов придется пользоваться формулами и приемами, изложенными в §§ 9, 10, 11 и 12. Так как

результат требуется приближенный, данные могут быть сняты с чертежа с ограниченной точностью (обыкновенно не точнее $^1/_5$—$^1/_{10}$ %), то как формулу для вычисления, так и число ординат надо выбирать так, чтобы ее точность соответствовала точности данных и точности, требуемой от результата. Излишнее число ординат поведет лишь к бесполезной трате труда и времени. Таким образом, можно высказать такое правило:

3) *При вычислении по приближенным формулам величины площадей, объемов и т. п. надо брать такое число ординат, при котором точность формулы соответствует точности данных и точности, требуемой от результата.*

В §§ 9, 10 и 11 даны общие по этому поводу указания, более подробные будут даны ниже при объяснении способов вычисления главных элементов корабля.

Выше было указано, что в случаях, когда встречается надобность знать изменения какой-нибудь величины, вызываемые *малым* изменением другой, от которой первая зависит, то это изменение надо стараться вычислять *непосредственно*, не вычисляя самих значений величины. Точно так же, если требуется ряд значений величин, мало отличающихся одно от другого, то надо вычислить лишь одно из них и затем вычислять разности между этим значением и остальными. При вычислении этих разностей или поправок надо довольствоваться во столько раз меньшею точностью, во сколько раз поправка меньше самой величины. Так, например, если величина может быть известна и требуется только до $\frac{1}{1000}$, а поправка составляет около $\frac{1}{10}$ от всей величины, то надо эту поправку вычислять лишь с точностью до $\frac{1}{100}$ ее значения.

Таким образом, четвертое правило будет:

4) *Малые изменения надо вычислять непосредственно, не вычисляя значений самой величины. При вычислении ряда близких значений величины надо, вычислив одно из них, для получения остальных вычислять к нему поправки.*

§ 25. Прежде, чем приступить к производству вычисления, надо составить *схему* его так, чтобы каждое число писалось на заранее определенном для него месте и действия над этими числами выполнялись бы в определенном порядке. При составлении схемы надо заботиться о том, чтобы действия, требующие однообразного процесса, производились подряд; например, если надо брать суммы нескольких рядов чисел и затем из каждой суммы вычитать какое-нибудь число, то надо сперва делать все сложения, а потом все вычитания, а не в разбивку и т. п.

Схема обыкновенно принимает более компактный вид, когда данные располагают в столбцы, а результаты последовательных операций, которым эти данные подвергаются, пишутся с ними в одну строку. При этом, если надо складывать два ряда чисел, то, когда они написаны

в двух столбцах, то сумма каждой пары после самого небольшого навыка пишется сразу от *левой* руки к правой, а не по цифрам от правой к левой; особенно, когда оба числа 3- и 4-значные. Поэтому, когда надо складывать три ряда чисел, то выгоднее писать сперва суммы первых двух и затем сумму третьего и сумм первых двух — хотя письма будет больше, но времени потребуется меньше.

Схемы надо располагать так, чтобы сложение и вычитание производились раньше умножения, а это последнее раньше деления. В результатах каждых частных действий надо удерживать лишь то число значащих цифр, которое требуется от окончательного результата (так, в кораблестроительных вычислениях не более трех, в крайнем случае четырех значащих цифр). Всякие общие множители надо вводить в конце, лучше всего в окончательный результат, а не умножать на них каждое отдельное слагаемое.

Примеры схем будут даны в главах о плавучести, остойчивости, качке и пр., а здесь лишь выскажем такое правило:

5) *Для всякого вычисления, в особенности, когда тому же ряду действий должен быть подвергнут целый ряд чисел, надо составлять схему, располагая ее так, чтобы сложение и вычитание производились ранее умножения, которое предшествовало бы делению, и чтобы однообразный процесс действий не прерывался другим. При вычислении в каждом частном результате надо удерживать лишь то число, значащих цифр, которое требуется от окончательного.*

Соблюдение этих весьма простых правил в приложении к вычислениям, встречающимся в теории корабля, вносит в них весьма значительное упрощение, напротив, нарушение их заставляет затрачивать массу непроизводительного труда. Так, мне приходилось видеть проекты представленные заводами в Морской технический комитет, в которых до $\frac{9}{10}$ вычислительной работы было затрачено на выписывание и исчисление лишних цифр, лишних ординат и т. п., и которые, если бы откинуть, то результаты остались бы без изменения, а работа сократилась бы в 10 раз. В одном же цензовом проекте такой напрасной работы было $\frac{34}{35}$, т. е. для получения требуемых результатов можно было затратить труда в 35 раз меньше, нежели было затрачено автором того проекта.

ГЛАВА I

Плавучесть

§ 26. Плавучестью корабля называется его способность плавать, неся все назначенные по роду его службы грузы, имея при этом определенную грузовую ватерлинию. Грузы, входящие в состав военного корабля, суть следующие: 1) порожний корпус, 2) котлы и главные

механизмы, 3) все вспомогательные и отдельные механизмы, как-то: электрического освещения, рулевая машина, шпиль, водоотливные и проч., 4) бронирование бортовое и палубное, 5) артиллерия, 6) топливо, 7) боевые запасы, 8) снабжение и провизия, 9) минное вооружение, 10) шлюпки, 11) команда и ее багаж.

Чтобы составить понятие об относительной величине этих грузов на наших современных кораблях, приведем для примера их сводку для эскадренного броненосца „Слава“ и крейсеров „Россия“ и „Громобой“, проектов броненосца в 23000 тонн и быстроходного (35-узлового) турбинного миноносца.

Сравнивая эти таблицы, нетрудно заметить существенную разницу распределения главных грузов между броненосцем и крейсером: все облегчение, достигнутое на крейсере уменьшением веса брони и боевого вооружения сравнительно с броненосцем, поглощается весом механизмов и запасом топлива.

По роду назначения корабля определяются те грузы, которые ему придется нести, и получается общий вес корабля. Чтобы корабль плавал, имея данное углубление или данную грузовую ватерлинию, неся при этом все вышеперечисленные грузы, необходимо, чтобы вес корабля равнялся весу объема воды, вытесняемой им по данную грузовую ватерлинию. Значит, нужно придать кораблю такие размеры, чтобы этот объем и был требуемой величины. Объем подводной части корабля, иначе объем вытесненной им воды, называют *водоизмещением корабля.*

Мерою плавучести корабля и служит его водоизмещение.

Упомянем здесь же о так называемом *запасе плавучести*, т. е. о количестве тех грузов, которые корабль может принять сверх уже имеющихся на нем, или о количестве той воды, которая в него может влиться при повреждениях, ранее чем он потонет. Нетрудно видеть, что это количество будет равно объему *надводной* части корабля, заключенному между его нормальной грузовой ватерлинией и верхней из водонепроницаемых его палуб.

На боевых кораблях кроме этого различают еще *запас боевой плавучести.* Это есть тот запас плавучести, который обеспечен бронированием, ибо небронированные части корабля настолько избиваются фугасными снарядами, что их совершенно нельзя считать водонепроницаемыми, а, значит, и обеспечивающими плавучесть. Таким образом, *мерою запаса боевой плавучести корабля служит объем надводных его частей, защищенных бронею.*

Итак, мы видим, что для суждения о плавучести корабля, а также и о запасе плавучести, надо только уметь вычислять объемы или подводный или надводный. Общие приемы такого вычисления изложены в предыдущих параграфах, остается их применить к нашему частному случаю корабля.

Статьи грузов крейсеров „Россия“ и „Громобой“

Наименование грузов	„Россия“		„Громобой“	
	Вес груза (тонны)	%	Вес груза (тонны)	%
Корпус и его оборудование	4782	39.2	4757	38.6
Бронирование	1947	16.0	2097	17.1
Артиллерия с боевым запасом	821	6.7	925	7.5
Минное вооружение и электр. устройство	204	1.7	166	1.4
Снабжение, провизия, экипаж	620	5.1	655	5.3
Механизмы и котлы	2051	16.9	1988	16.1
Уголь	1756	14.4	1719	14.0
Итого	12181	100	12307	100

Статьи грузов броненосца „Слава“

Наименование грузов	Вес груза (тонны)	% от водоизмещения
Корпус и его оборудование	4833	35.6
Бронирование бортовое и палубное	2161	15.9
Артиллерия с бронею башен, установками и боевым запасом (в том числе вес брони башен 1685 т)	2943	21.7
Минное вооружение и электр. устройство	202	1.4
Снабжение, провизия, вода, команда	695	5.1
Механизмы и котлы	1527	11.3
Уголь	1215	9.0
Итого	13576	100

§ 27. Вычисление водоизмещения корабля. Для вычисления водоизмещения корабля пользуются так называемым теоретическим чертежом его.

На теоретическом чертеже изображается в проекциях на трех плоскостях пересечение наружной поверхности корабля следующими системами плоскостей: 1) горизонтально-продольными, т. е. параллельными грузовой ватерлинии, 2) вертикально-продольными, т. е. параллельными диаметральной плоскости корабля, и 3) вертикально-поперечными, т. е. перпендикулярными как к диаметральной плоскости, так и к плоскости грузовой ватерлинии.

Статьи грузов броненосца в 23000 тонн с турбинными механизмами
(Проект)

Наименование грузов	Вес (тонны)	% от водоизмещения
Сталь в составе корпуса	4830	21.0
Подкрепления под орудия и боевые рубки	250	1.1
Дерево, цемент, изолировочн. материалы	400	1.8
Внутренние устройства, дельные вещи	350	1.5
Рулевое устройство	70	0.3
Якорное устройство, буксирное, швартовное	240	1.0
Водоотливная система. Система затопления	160	0.7
Вентиляция, отопление, охлаждение	150	0.7
Приспособления для погрузки и подачи угля	50	0.2
Переговорные и сигнальные системы	50	0.2
Электрическое оборудование и освещение	310	1.4
Шлюпки и принадлежности для их подъема	100	0.4
Мачты	50	0.2
Бронирование бортовое и палубное, боевые рубки	6750	29.3
Артиллерия с башнями и боевым запасом	4200	18.3
Минное вооружение	50	0.2
Механизмы и котлы	2800	12.2
Нормальный запас угля	1000	4.4
Судовые запасы (на 3 месяца)	350	1.5
Экипаж с багажом	150	0.6
Запас водоизмещения и непредвиденные грузы	690	3.0
Итого	23000	100.0

Статьи грузов 35-узлового турбинного миноносца
(Проект)

Наименование грузов	Вес (тонны)	% от водоизмещения
Корпус	275	25.0
Внутренние устройства, дельные вещи, системы	40	3.9
Вспомогательные механизмы и электрическое освещение	14	1.3
Снабжение (шлюпки, якоря, цепи, команда, багаж и проч.)	38	3.5
Артиллерийское вооружение и боевой запас	27	2.4
Минное вооружение и мины	28	2.4
Механизмы и котлы	470	42.8
Топливо (нефть)	180	16.3
Судовые запасы (на 10 дней)	28	2.4
Итого	1100	100.0

За плоскости же проекций избирают: горизонтальную плоскость или, что то же, плоскость ватерлинии, диаметральную плоскость и плоскость, перпендикулярную как к диаметральной, так и к грузовой ватерлинии.

При таком выборе плоскостей проекций понятно, что на каждой из них сечения поверхности корабля, параллельные плоскости проекций, изобразятся в своем настоящем виде, остальные же две системы сечений изобразятся прямыми линиями.

Таким образом теоретический чертеж корабля состоит из трех отдельных чертежей:

1) проекции на диаметральную плоскость, называемой *бок;* в этой проекции сечения, параллельные диаметральной плоскости, называемые *батоксами*, изображаются в своем настоящем виде;

2) проекции на плоскость ватерлинии, где обыкновенно изображают лишь одну половину каждого горизонтально-продольного сечения корабля, называемого *ватерлинией*. Половина сечения изображается потому, что все они симметричны относительно диаметральной плоскости, поэтому и чертеж этот называют: *полуширота*, и, наконец,

3) проекции на вертикально-поперечную плоскость, на которой соответствующие сечения корабля, называемые *шпангоутами*, изображаются в своем настоящем виде.

Этот последний чертеж называется *корпусом*.

Принято и на корпусе изображать не целый шпангоут, а лишь половину его, располагая справа от диаметральной плоскости все носовые шпангоуты, слева — кормовые; средний же шпангоут, так называемый *мидель*, обыкновенно и наиболее широкий, изображается полностью.

Чертежи наших военных кораблей прежде было принято составлять в $^1/_{48}$ долю натуральной величины, или, как говорят, в масштабе, принимая $^1/_4$ дюйма за 1 фут.

Чертежи наших новейших судов составляются в метрической мере и в масштабе $^1/_{50}$ для малых судов и $^1/_{100}$ для больших.

На теоретическом чертеже указывают и главные размерения корабля именно: его длину, наибольшую ширину и углубление.

Относительно длины корабля показывают обыкновенно следующие данные:

1) длину между перпендикулярами, из которых носовой проводится через точку пересечения грузовой ватерлинии с наружным обводом форштевня, кормовой — по линии центров рулевых петель или по оси баллера руля;

2) длину по грузовой ватерлинии и

3) наибольшую длину корабля, т. е. от крайней носовой оконечности до крайней кормовой.

На отчетном теоретическом чертеже, отпускаемом на корабль, часто наносят обводы практических шпангоутов его, которые ставятся на

кораблях через 4 ф. в средней части корабля, где имеется двойное дно, и через 3 ф., в оконечностях вне двойного дна. Эти шпангоуты обыкновенно нумеруются, начиная от крайнего носового, которому приписывают номер 0.

Применяя для вычисления водоизмещения общие правила, указанные в § 6, казалось бы, что следует вычислять отдельно объем средней части, где шпангоуты расставлены через 4 ф., и носовой и кормовой оконечностей, где они расставлены через 3 ф. Вычислив сперва для каждой части площади ее шпангоутов, взяв затем сумму площадей всех средних шпангоутов этой части и прибавив к этой сумме полусумму площадей крайних шпангоутов, стоит только умножить полученный результат на соответствующий промежуток между шпангоутами, чтобы получить требуемый объем рассматриваемой части. Но такое вычисление, в которое вошли бы площади всех шпангоутов. было бы слишком сложно без всякой в том необходимости.

Поэтому поступают следующим образом: кроме вышеуказанного плазового теоретического чертежа, составляют другой, служащий только для вычисления элементов корабля, для чего разделяют или длину между перпендикулярами, или длину по грузовой на 12 или 16, или в крайнем случае 20 равных частей и проводят через соответствующие точки деления на полушироте плоскости шпангоутов, и, сняв с полушироты ординаты ватерлиний, соответствующие этим сечениям, составляют такой чертеж корпуса, где бы были нанесены не обводы всех практических шпангоутов, а только эти теоретические шпангоуты, нужные для вычислений.

Итак, взяв на теоретическом чертеже корабля сказанное число сечений, обозначим через ω площадь того шпангоута, которого расстояние до миделя есть x, и через σ площадь той ватерлинии, которая отстоит от киля на z, тогда водоизмещение корабля V_0 выразится формулами:

$$V_0 = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \omega \cdot dx \qquad (1)$$

$$V_0 = \int_0^H \sigma \cdot dz \qquad (2)$$

где L — есть длина корабля между крайними (в случае равноотстоящих) сечениями, которые обыкновенно соответствуют кормовому и носовому перпендикулярам, H — углубление корабля.

Положим, что для вычисления интегралов (1) или (2) применяется правило трапеций, и что полное число шпангоутов есть $2n+1$, именно: n носовых, n кормовых и мидель, так что промежуток между шпангоу-

тами будет $\frac{L}{2n}$, число же ватерлиний пусть будет $k+1$ и, следовательно, промежуток между ними есть $\frac{H}{k}$. Тогда имеем:

$$V_0=\frac{L}{2n}\left[\frac{1}{2}\omega'_n+\omega'_{n-1}+\ldots+\omega'_1+\omega_0+\omega_1+\omega_2+\ldots+\omega_{n-1}+\frac{1}{2}\omega_n\right]=$$
$$=\frac{L}{2n}\left[\omega'_n+\omega'_{n-1}+\ldots+\omega'_1+\omega_0+\omega_1+\omega_2+\ldots+\omega_{n-1}+\omega_n-\frac{1}{2}(\omega'_n+\omega_n)\right]$$

где ω'_i означает площадь i-го кормового шпангоута и ω_i — площадь i-го носового.

При этом

$$\omega_i=2\int_0^H y_i\,dz$$

Обозначая через y_{ij} ординату, лежащую в пересечении i-го шпангоута с j-ой ватерлинией, имеем по правилу трапеций:

$$\omega_i=2\frac{H}{k}\left[\frac{1}{2}y_{i0}+y_{i1}+\ldots+y_{i,k-1}+\frac{1}{2}y_{ik}\right]=$$
$$=2\cdot\frac{H}{k}\left[y_{i0}+y_{i1}+\ldots+y_{i,k-1}+y_{ik}-\frac{1}{2}(y_{i0}+y_{ik})\right] \qquad (3)$$

Точно также формула (2) дает:

$$V_0=\frac{H}{k}\left[\frac{1}{2}\sigma_0+\sigma_1+\sigma_2+\ldots+\frac{1}{2}\sigma_k\right]=$$
$$=\frac{H}{k}\left[\sigma_0+\sigma_1+\sigma_2+\ldots+\sigma_k-\frac{1}{2}(\sigma_0+\sigma_k)\right] \qquad (2')$$

причем площадь j-ой ватерлинии по правилу трапеций будет:

$$\sigma_j=2\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} y_i\,dx=2\,\frac{L}{2n}\left[\frac{1}{2}y'_{nj}+y'_{n-1,j}+\ldots+\right.$$
$$\left.+y_{0j}+\ldots+y_{n-1,j}+\frac{1}{2}y_{nj}\right]=$$
$$=2\frac{L}{2n}\left[y'_{nj}+y'_{n-1,j}+\ldots+y_{0j}+\ldots+y_{n-1,j}+y_{nj}-\frac{1}{2}(y'_{nj}+y_{nj})\right] \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) будем писать короче, обозначая стоящие в скобках суммы буквами w_i и s_j так:

$$\omega_i=2\cdot\frac{H}{k}\cdot w_i \qquad (3')$$

$$\sigma_j=2\cdot\frac{L}{2n}\cdot s_j \qquad (4')$$

тогда формулы (1′) и (2′) напишутся так:

$$V_0 = 2 \cdot \frac{L}{2n} \cdot \frac{H}{k} \cdot \left[w'_n + w'_{n-1} + \ldots + w_0 + w_1 + \ldots + \right.$$

$$\left. + w_{n-1} + w_n - \frac{1}{2}(w'_n + w_n) \right] \qquad (1'')$$

$$V_0 = 2 \cdot \frac{L}{2n} \cdot \frac{H}{k} \cdot \left[s_0 + s_1 + s_2 + \ldots + s_k - \frac{1}{2}(s_0 + s_k) \right] \qquad (2'')$$

Для вычисления по этим формулам следует пользоваться приведенною ниже схемою и примером (см. стр. 124—125).

Просчитав таблицу для броненосца „Победа“, определим его элементы.

Водоизмещение:

$$V_0 = 2 \cdot 3233.1 \cdot \frac{426.5}{20} \cdot \frac{25.25}{8} = 436\,000 \text{ куб. ф.} =$$

$$= 12\,450 \text{ англ. т} = 12\,330 \text{ куб. м} = 12\,650 \text{ метр т}$$

Площадь грузовой ватерлинии

$$Q = 2 \cdot 513.5 \cdot \frac{426.5}{20} = 21\,850 \text{ кв. ф.} = 2030 \text{ кв. м}$$

Число тонн на 1 д осадки

$$q = \frac{21\,850}{420} = 52.1$$

Число тонн на 1 см осадки = 20.5.

Площадь миделя

$$\Omega = 2 \cdot 254.6 \cdot \frac{25.25}{8} = 1608 \text{ кв. ф} = 173.2 \text{ кв. м}$$

Коэффициент общей полноты корабля:

$$\frac{V_0}{L \cdot B \cdot H} = \frac{436\,000}{426.5 \cdot 71.5 \cdot 25.25} = 0.567 = 56.7\%$$

Коэффициент полноты грузовой ватерлинии:

$$\frac{21\,850}{426.5 \cdot 71.5} = 0.716 = 71.6\%$$

К исчисленному выше водоизмещению необходимо прибавить водоизмещение разного рода выступающих частей, как-то: тарана, расположенного вне носового перпендикуляра (5 т), горизонтального киля, руля и штевня (11 т), боковых килей (32 т), кронштейнов (5 т), дейдвудных валов и выкружек вокруг них (36 т), а всего около 100 т. Так что полное водоизмещение корабля с выступающими частями составит *12 550* англ. т = *= 12 750* метр. т.

Вычисление водоизмещения

Длина $L =$

№№ шпангоутов / №№ ватерлиний	Кормовая часть		..	Мидель
	n	$(n-1)$	..	0
0	$y'_{n,0}$	$y'_{n-1,0}$	..	$y_{0,0}$
1	$y'_{n,0}$	$y'_{n-1,1}$	..	$y_{0,1}$
. . .	. . .	. . .	..	. . .
k	$y'_{n,k}$	$y'_{n-1,k}$	..	$y_{k,0}$
Суммы столбцов	$\Sigma y'_{n,j}$	$\Sigma y'_{n-1,j}$		$\Sigma y_{0,j}$
Поправки $= 1/2$ суммы крайних ординат (вычитать)	$1/2\,(y'_{n,0}+y'_{n,k})$	$1/2\,(y'_{n-1,0}+y'_{n-1,k})$		$1/$ $_{0,0}+y_{0,k})$
Исправленные суммы столбцов	w'_n	w'_{n-1}		w_0

Водоизмещение $V_0 = 2 \cdot C \cdot \frac{L}{2n} \cdot \frac{H}{k} =$

Площадь миделя

Вычисление водоизмещения

Длина корабля $L = 426.5$ ф. $= 129.75$ м. Наибольшая ширина $B = 71$ ф. 6 д. $=$

№№ шпангоутов / №№ ватерлиний	Кормовая часть										Мидель
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
Гр. 0	0.4	8.8	16.7	23.1	27.8	31.2	33.4	34.5	35.2	35.6	35.8
1	0.0	7.4	14.7	21.4	26.4	30.2	32.9	34.4	35.1	35.5	35.8
2	0.0	4.9	12.0	19.0	24.7	29.1	32.3	34.0	34.9	35.4	35.7
3	0.0	0.0	8.8	16.1	22.6	27.4	31.3	33.4	34.6	35.2	35.4
4	0.0	0.0	5.9	12.9	19.7	25.3	29.8	32.5	34.0	34.7	34.9
5	0.0	0.0	3.9	9.7	16.2	22.3	27.5	31.0	33.0	33.8	34.2
6	0.0	0.0	2.3	6.5	11.7	17.6	23.5	28.0	30.7	31.9	32.4
7	0.0	0.0	1.5	3.6	6.5	10.6	16.1	21.4	25.3	27.4	27.9
8	0.0	0.0	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
Суммы	0.4	20.1	66.6	113.1	156.4	194.5	227.6	251.0	263.6	270.3	272.9
Поправки . . .	0.2	4.4	8.8	12.0	14.3	16.0	17.1	17.6	18.0	18.2	18.3
Исправленные суммы столбцов .	0.2	15.7	57.8	101.1	142.1	178.5	210.5	233.4	245.6	252.1	254.6

корабля „ “

Углубление $H =$

Носовая часть		Суммы строк	Поправк $= {}^1/_2$ суммы крайних ординат (вычитать)	Исправленные суммы строк $= s_f$
. .	n			
. .	$y_{n,0}$	$\Sigma y_{i,0}$	${}^1/_2 (y'_{n,0} + y_{n,0})$	s_0
. .	$y_{n,1}$	$\Sigma y_{i,1}$	${}^1/_2 (y'_{n,1} + y_{n,i})$	s_1
. .	. . .	. . .	. . . . .	. . .
. .	$y_{n,k}$	$\Sigma y_{i,k}$	${}^1/_2 (y'_{n,k} + y_{n,k})$	s_k
	$\Sigma y_{n,j}$	S		Σs_f
	${}^1/_2 (y_{n,0} + y_{n,k})$			${}^1/_2 (s_0 + s_k)$
	w_n	Σw_i	${}^1/_2 (w'_n + w_n)$	C

Площадь грузовой в. л. $Q = 2 \cdot \frac{L}{2n} s_0 =$

$\Omega = 2 \cdot w_0 \cdot \frac{H}{k} =$

корабля „Победа“

$= 21.80$ м. Углубление $H = 25$ ф. 3 д. $= 7.70$ м

Носовая часть										Суммы строк	Поправки ${}^1/_2 (y_{10} + y'_{10})$	Исправл. суммы строк
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
35.6	35.2	34.4	32.5	29.1	24.7	19.4	13.3	6.9	0.2	513.8	0.3	513.5
35.5	35.0	34.1	32.1	28.7	24.3	18.9	13.0	6.8	1.2	503.4	0.6	502.8
35.4	34.8	33.8	31.6	28.2	23.7	18.4	12.5	6.6	1.5	488.5	0.8	487.7
35.2	34.5	33.3	31.0	27.5	23.0	17.7	12.0	6.3	1.7	467.0	0.9	466.1
34.7	33.9	32.5	30.0	26.5	21.9	16.8	11.4	6.0	1.5	444.9	0.8	444.1
33.8	32.8	31.2	28.4	24.9	20.8	15.5	10.3	5.2	1.0	415.0	0.5	414.5
31.9	30.8	28.9	26.0	22.3	17.7	12.8	8.2	4.0	0.0	367.2	0.0	367.2
27.5	26.5	24.4	21.2	17.4	13.3	9.0	5.3	2.2	0.0	287.1	0.0	287.3
0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.0	0.0	13.6	0.0	13.6
270.4	264.3	253.4	233.6	205.4	169.7	129.3	86.8	44.0	7.1	3500.5	—	3496.6
18.2	18.0	17.6	16.6	15.0	12.7	10.1	7.0	3.5	0.1	—	—	263.5
252.2	246.3	235.8	217.0	190.4	157.0	119.2	79.8	40.5	7.0	3236.8	3.7	3233.1

При вычислении по этой схеме надо прежде всего снять с чертежа все ординаты и вписать их в свои места.

Как видно из схемы, для каждой ординаты, например, получающейся из пересечения носового шпангоута номер i с ватерлинией номер j, есть и соответствующая клетка в пересечении столбца i со строкой j, и только одна; затем надо взять суммы всех чисел, расположенных в том же столбце, и затем всех чисел, расположенных в той же строке.

Само собою разумеется, что указанное в схеме число S представит собою сумму всех ординат и что оно получится или от сложения всех сумм строк или всех сумм столбцов — это служит контролем вычисления, т. е. что при сложении не сделано ошибок. Вычитая из сумм всех чисел каждого столбца полусумму крайних ординат, мы получим те выражения w_i, которые, будучи умножены на промежуток $h=\frac{H}{k}$ между двумя ватерлиниями, дают половину площади шпангоута. Точно так же, вычитая из суммы каждой строки полусумму крайних ординат этой строки, мы получим те величины исправленных сумм s_j, которые, будучи помножены на промежуток $l=\frac{L}{2n}$ между двумя шпангоутами, дают половину площади ватерлиний.

Взяв исправленную сумму чисел w_i нижней строки или чисел s_i крайнего столбца, мы должны получить одно и то же число C, которое, будучи помножено на $\frac{L}{2n}\cdot\frac{H}{k}$, и даст половину водоизмещения V_0, а следовательно, полное водоизмещение получится по формуле:

$$V_0=2C\cdot\frac{L}{2n}\cdot\frac{H}{k} \qquad (*)$$

Объем параллелепипеда, описанного около подводной части корабля, очевидно равен $L\cdot B\cdot H$, где L — длина, B — наибольшая ширина и H — углубление. Отношение водоизмещения V_0 к этому объему называется *коэффициентом полноты* корабля. Это отношение для эскадренных броненосцев составляет около 0.60 и для крейсеров около 0.55. Таким образом, зная главные размерения корабля, можно всегда приближенно вычислить его водоизмещение по формуле:

и по формуле:
$$\left.\begin{aligned} V_0&=0.60\ L\cdot B\cdot H \text{ для броненосца}\\ V_0&=0.55\ L\cdot B\cdot H \text{ для крейсера}\end{aligned}\right\} \qquad (**)$$

Понятно, что водоизмещение, вычисленное по формулам (*) и (**) будет выражено в объемных мерах, например в кубических футах, если все наши длины выражались в футах, или в кубических метрах, если чертеж был метрический и все длины выражались в метрах.

Чтобы перевести водоизмещение в весовые единицы — тонны, стоит только помнить, что 35 куб. ф. морской воды средней солености Атлантического океана (35 на 1000) весят 1 т и 36 куб. ф. пресной воды также весят 1 т и что кубический метр соленой воды весит 1.026 т.

Чертежи наших больших судов, как уже сказано, составлялись обыкновенно в масштабе $^1/_{48}$, или, как говорят, принимая $^1/_4$ д. за 1 ф., а с 1908 г. в метрической мере в $^1/_{50}$.

Для снимания ординат с чертежа, масштаб которого $^1/_4$ д. за 1 ф., существуют особые масштабные линейки, где нанесены деления в $^1/_4$ д., подразделенные на 10 частей; этой линейкой ордината снимается с чертежа прямо в футах.

Если такой линейки под руками нет, то можно воспользоваться любою масштабной линейкой, на которой, например, нанесены просто сантиметры и миллиметры или, наконец, просто графленой миллиметровой бумагой. Тогда все ординаты надо снимать с чертежа прямо в сантиметрах и их долях, не обращая внимания на масштаб чертежа и на то, скольким футам или метрам в натуре соответствует снятая величина ординаты, а затем надо только в окончательный результат ввести надлежащий множитель, чтобы перейти, от чертежа к натуре. Например: положим, что чертеж был в $^1/_4$ д. за 1 ф. ($^1/_{48}$ натуральной величины) и все ординаты снимали в сантиметрах, то, чтобы получить результат прямо в метрических метрах, надо длину и углубление выразить в метрах и тогда, очевидно, будет:

$$V_0 = \frac{48}{100} \cdot 2C \cdot \frac{L}{2n} \cdot \frac{H}{k} \quad \text{куб. м}$$

Совершенно подобным же образом следует поступать для перехода к настоящим мерам и в том случае, когда ординаты сняты с чертежа и какими-нибудь иными мерами, а не сантиметрами.

Попутно с вычислением водоизмещения, вычисляют для корабля и следующие данные: площадь грузовой ватерлинии и площадь миделя. Именно будет:

$$\text{Площ. грузовой ватерлинии} \ldots \quad Q = 2s_0 \cdot \frac{L}{2n}$$

$$\text{Площ. миделя} \ldots \quad \Omega = 2w_0 \cdot \frac{H}{k}$$

Площадь грузовой составляет на наших больших судах около 0.75 от площади описанного прямоугольника, так что Q можно приблизительно вычислить по формуле $Q = 0.75 \cdot B \cdot L$, где B есть наибольшая ширина корабля по грузовой, L — длина его.

В нашем примере мы все вычисление расположили по правилу трапеций. Раньше по большей части пользовались правилом Симпсона, но тогда схема становится гораздо сложнее. Вместо того, чтобы делать

все вычисление по правилу Симпсона, достаточно применить его к суммированию чисел s_j, ибо площади ватерлиний, вычисленные по правилу трапеций, не отличаются чувствительно от вычисленных по правилу Симпсона. Поступая таким образом, получаем:

Числа s_j	Множитель	Произведение
513.5	$\frac{1}{2}$	256.8
502.8	2	1005.6
487.7	1	487.7
466.1	2	932.2
444.1	1	444.1
414.5	1	829.0
367.2	2	367.2
287.1	2	574.2
13.6	$\frac{1}{2}$	6.8
—	—	4903.6

$$V_0 = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4903.6 \cdot \frac{426.5}{20} \cdot \frac{25.25}{8} = 440\,000 \text{ куб. ф.} = 12\,570 \text{ англ. т}$$

Прибавляя 100 т — водоизмещение выступающих частей, получим 12670 т.

Водоизмещение, исчисленное по тем же ординатам в Морском техническом комитете по правилу Симпсона, оказалось 12674 т.

§ 28. В предыдущем параграфе дана простейшая схема вычисления водоизмещения корабля по равноотстоящим ватерлиниям и шпангоутам.

Эта схема обладает достаточною точностью при судах сравнительно острого образования (мера площади миделя около 0.80), но для судов более полного образования эта схема недостаточна.

Точность вычисления элементов корабля, достижимая и достаточная для практики, составляет около $^1/_4\,^0/_0$ и зависит от масштаба чертежа, числа взятых для вычисления шпангоутов и ватерлиний и примененной формулы квадратур. Принятый обычно масштаб в $^1/_{50}$ при метрической мере более чем достаточен для этой точности, масштаб в $^1/_{100}$ для больших судов является достаточным, как показывает практика, при особенно тщательном составлении чертежа, тонких (не толще $^1/_4$ мм) линиях на нем, тщательной съемке ординат мелко разделенным (на $^1/_2$ мм) масштабом.

Что касается формул квадратур, то точность их зависит: 1) от числа взятых для вычисления ординат и 2) от вида самой кривой.

Из формул мы ограничимся обычно применяемыми: формулою трапеций, Симпсона и Чебышева.

Возьмем сперва простейший пример. Пусть заданная кривая есть

$$y = a \sin \frac{\pi x}{l}$$

которая по своей форме напоминает ватерлинию корабля или строевую по шпангоутам.

Вычисляя площадь этой кривой, заключенную между крайними ординатами, соответствующими значениям $x=0$ и $x=l$, получим:

$$S = \int_0^l y\,dx = a \int_0^l \sin \frac{\pi x}{l} \cdot dx = \frac{2}{\pi} al$$

иными словами, мера полноты этой площади есть

$$\alpha = \frac{S}{al} = \frac{2}{\pi} = 0.636\,620$$

Вычисляя теперь ту же площадь по вышеуказанным формулам, получим (см. табл. на стр. 130).

Чтобы наглядно представить степень точности этих результатов, положим, что наша кривая изображает строевую по шпангоутам и что произведение $l \cdot a \cdot h = 10\,000$ куб. м, так что истинное водоизмещение корабля 6366 куб. м, тогда мы бы получили:

по формуле трапеций	6351	куб. м
по формуле Симпсона	6366	„ „
по формуле Чебышева	6370	„ „

Предполагая, что площади шпангоутов абсолютно верны, очевидно, что точность как формулы трапеций, так и Чебышева вполне достаточна

Совершенно так же, если бы эта кривая представляла ватерлинию, для которой произведение $al = 1000$ кв. м, то точная величина площади была бы 636.6 кв. м. Приближенные же величины соответственно: 635.1 кв. м; 636,6 кв. м; 637.0 кв. м, т. е. практически достаточно точные.

Более подробное исследование этого вопроса, которое можно найти в моей статье в № 4 „Bulletin de l'Assoc. Techn. Maritime“ 1893 г., показывает, что для ватерлиний и шпангоутов острого образования точность формулы трапеций при 21 ординате и точность формулы Чебышева при 9 ординатах вполне достаточны и нет надобности пользоваться формулою Симпсона.

Но при вычислении площадей шпангоутов весьма полного образования дело обстоит иначе, как можно показать по результатам сравнительных вычислений, произведенных мною в 1902 г. для броненосца „Ретвизан“, который тогда строился в Америке на заводе Крампа.

По формулам трапеций и Симпсона

I	II	III	IV
$\frac{\pi x}{l}$	$\frac{y}{a} = \sin\frac{\pi x}{l}$	Множ. n	(II) · (III)
0°	0.00000	$\frac{1}{2}$	0.00000
9	0.15643	2	0.31286
18	0.30902	1	0.30902
27	0.45399	2	0.90798
36	0.58779	1	0.58779
45	0.70711	2	1.41422
54	0.80902	1	0.80902
63	0.89101	2	1.78202
72	0.95106	1	0.95106
81	0.98769	2	1.97538
90	1.00000	1	1.00000
99	0.98769	2	1.97538
108	0.95106	1	0.95106
117	0.89101	2	1.78202
126	0.80902	1	0.80902
135	0.70711	2	1.41422
144	0.58779	1	0.58779
153	0.45399	2	0.90798
162	0.30902	1	0.30902
171	0.15643	2	0.31286
180	0.00000	$\frac{1}{2}$	0.00000
Сумма . .	12.70624		19.09870
Поправка .	0.00000	$\frac{S}{al} = 0.63662$	
Испр. сумма	12.70624		
	$\frac{S}{al} = 0.63512$		

По формуле Чебышева

I	II
$\frac{\pi x}{l}$	$\frac{y}{a} = \sin\frac{\pi x}{l}$
7°57′0	0.13831
35°55′0	.58661
42°24′7	.67444
74°53′3	0.96723
90°00′	1.00000
105°06′7	.96723
137°35′3	.67444
144°05′0	.58661
172°03′0	0.13831
Сумма . .	5.73318

$\frac{S}{al} = 0.63702$

Результаты заводских вычислений и вычислений, произведенных в бассейне, значительно разошлись; чтобы изыскать причину разницы в бассейне был составлен теоретический чертеж (корпус) в масштабе $^1/_{24}$ по *плазовым* ординатам, сообщенным заводом, и чтобы сомнения в результатах не было, по этому чертежу вычислены были возможно точно площади шпангоутов, причем для нижней прилегающей к килю части шпангоута площадь вычислялась не по ординатам ватерлиний, а по ординатам батоксов. Так необходимо было поступать потому, что, как будет показано ниже для кривых, касательные к которым составляют (как это имеет место для прикильной части шпангоутов) с осью угол, близкий

к прямому, формула Симпсона не дает точных результатов, что заводу не было известно.

Не входя в подробности этих вычислений, приведем сущность дела.

Нижняя часть миделя этого корабля представлена на фиг. 37, при чем ординаты ватерлиний и батоксов показаны в нижеследующих таблицах.

Когда площадь вычисляется по правилу Симпсона, то истинная кривая заменяется параболой, уравнение которой имеет вид

$$y = a + bz + cz^2$$

и которая проходит через точки A, B, C. Координаты (в футах) этих точек суть:

$$A(0;\ 4.00);\ B(4;\ 33.00);\ C(8;\ 35.50)$$

Уравнение параболы, проходящей через эти точки и имеющей ось, параллельную оси oy, есть

$$y = 4 + 10.56z - 0.8281z^2 \ldots \qquad (*)$$

Чтобы нанести точки этой параболы, лежащие на ее пересечении с батоксами, задаем последовательно следующие значения y:

$$y = 4.00;\ 8.00;\ 12.00;\ 16.00;\ 20.00;\ 24.00;\ 28.00;\ 32.00;\ 36.00,$$

и вычисляем по уравнению (*) соответствующие значения z. Получаем следующую таблицу:

№ батокса	y	Парабола z	Обвод z
	...	Футы	
1	4.00	0.00	0.00
2	8.00	0.41	0.13
3	12.00	0.84	0.18
4	16.00	1.31	0.31
5	20.00	1.84	0.43
6	24.00	2.41	0.67
7	28.00	3.14	1.30
8	32.00	3.93	3.18
9	36.00	5.26	—

Вершина параболы лежит в точке D, координаты которой суть:

$$z = 6.38; \quad y = 37.68$$

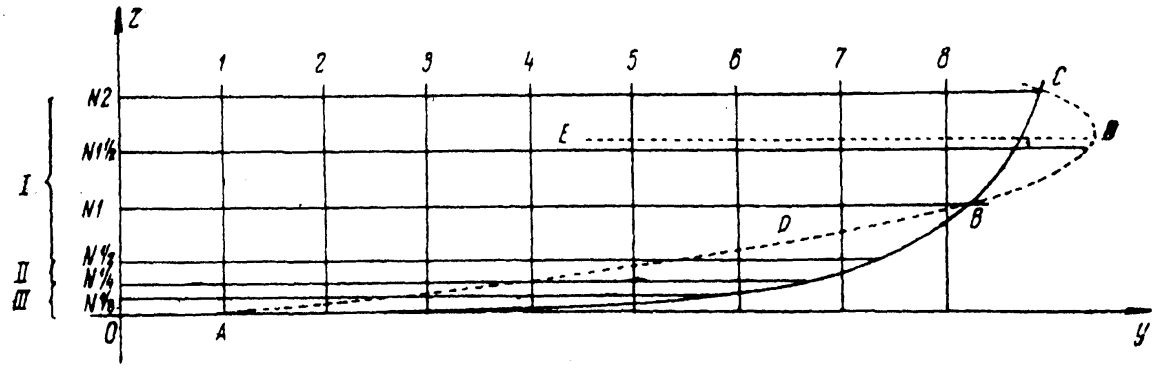
и ось параболы есть DE.

По этим данным на чертеж нанесена парабола $APDC$, площадью которой $OAPDC$ и заменяется, при применении правила Симпсона, площадь прикильной части шпангоута $OABC$.

Этот чертеж наглядно показывает ту погрешность, которую в этом случае вносит применение формулы Симпсона, а именно:

площ. $OABC$ = 260 кв. ф.
площ. $OAPDC$ = 250 „ „

так что полная площадь миделя вместо 1720 кв. ф. получилась 1700 и водоизмещение вместо 12590 т получилось 12490 т.



Фиг. 37.

Выяснив причину погрешности, ясно видно, как надо поступать, чтобы от нее избавиться — надо вводить в прикильной части дополнительные ватерлинии, подразделяя промежуток между основными надлежащим образом.

Введем дополнительные ватерлинии с №№:

$$\frac{1}{8}; \ \frac{1}{4}; \ \frac{1}{2} \text{ и } 1\frac{1}{2}$$

и подразделим прикильную часть на три горизонтальных отсека между ватерлиниями:

I: от № 2 до № $\frac{1}{2}$ с промежутками $\frac{h}{2} = 2.083$

II: от № $\frac{1}{2}$ до № $\frac{1}{4}$ с промежутками $\frac{h}{4} = 1.042$

III: от № $\frac{1}{4}$ до № 0 с промежутками $\frac{h}{8} = 0.521$

Тогда, сняв ординаты, получим:

№№	y
2	35.50
$1\frac{1}{2}$	34.80
1	33.02
$\frac{1}{2}$	29.70
Сумма . .	133.02
Поправка .	32.60
S_1	100.42

№№	y
$\frac{1}{2}$	29.70
$\frac{1}{4}$	26.30
S_2	28.00

$\frac{1}{2} S_1 = 50.21$
$\frac{1}{4} S_2 = 7.00$
$\frac{1}{8} S_3 = 4.69$
$\omega = 61.90$

№№	y
$\frac{1}{4}$	26 30
$\frac{1}{8}$	22.30
0	4.00
Сумма . . .	52.60
Поправка	15.15
S_3	37.45

$$\Omega_1 = \omega \cdot h = 61.90 \times 4.17 = 258.1 \text{ кв. ф.}$$

Мы получим более точный результат, приложив для вычисления III отсека правило Симпсона, причем это вычисление для простоты схемы следует расположить так:

№№	y
$\frac{1}{4}$	26.30
$\frac{1}{8}$	22.30
0	4.00
Сумма . . .	52.60
Поправка . .	15.15
S_3	37.45
$y_{1/8}$	22.30
S_3'	59.75

$\frac{1}{2} S_1 = 50.21$
$\frac{1}{4} S_2 = 7.00$
$\frac{1}{12} S_3' = 4.93$
$\omega = 62.19$

$$\Omega_1 = \omega \cdot h = 62.19 \times 4.17 = 259.3 \text{ кв. ф.}$$

На „Ретвизане“ площадь миделя между грузовой ватерлинией (имевшей № 6) и ватерлинией № 2 составляла 1200 кв. ф., и полная площадь миделя 1720 кв. ф., при нашем же исчислении получится:

$$\Omega = 1200 + 2\Omega_1 = 1718.7 \text{ кв. ф.}$$

т. е. погрешность составляет меньше $\frac{1}{10}\%$.

Если же исчислять нижний слой по правилу трапеций, то будет

$$\Omega = 1200 + 2 \cdot 258.1 = 1716.2 \text{ кв. ф.}$$

т. е. погрешность около 0.2%, что также достаточно для практики.

На „Ретвизане“, при вычислении в Америке, подразделение длины и углубления не соответствовало одно другому: было взято 31 шпангоут и 6 ватерлиний; более правильно было бы подразделить длину корабля на 20 частей и углубление на 10 и ввести в прикильной части дополнительные ватерлинии, соответствующие $z = {}^1/_4\, h$ и $z = {}^1/_2\, h$, — так и следует поступать для судов полного образования.

Для контроля следует суммирование площадей ватерлиний производить как по правилу трапеций, так и по правилу Симпсона.

§ 29. Изменение углубления корабля от приема и расходования грузов. В связи с плавучестью корабля находится решение следующих вопросов, постоянно встречающихся в плавании:

1) Найти изменение среднего углубления корабля, происходящее от приема или расходования данного груза p.

2) Определить, какое количество груза может принять корабль, пока среднее его углубление не увеличится на данную величину e.

На военных кораблях расходные грузы составляют: уголь, запасы и пресная вода. Общее их количество редко превышает 25% полного водоизмещения корабля, и для самых больших судов соответствующее изменение среднего углубления не составляет 4 или 5 футов. В этих пределах, в особенности на судах броненосных, обводы корабля почти прямостенные, перпендикулярные к плоскости грузовой ватерлинии. Это обстоятельство в значительной мере упрощает решение наших вопросов. В самом деле, положим, что на корабль принимается некоторый груз p, который погружают так, что корабль не получает дифферента (для этого надо поместить груз так, чтобы его центр тяжести лежал на одной отвесной линии с центром тяжести площади грузовой ватерлинии, что будет показано в главе об остойчивости корабля). Корабль от приема этого груза погрузится глубже на столько, что вес воды объема v погрузившегося слоя будет равен весу принятого груза. В силу же сказанного выше о прямостенности обводов, этот объем v равен произведению площади грузовой Q на толщину e вошедшего слоя; ясно, что e есть вместе с тем и изменение среднего углубления.

Итак, имеем формулу:

$$v = Q \cdot e$$

Чтобы выразить вес этого объема воды в тоннах, когда Q выражено в кв. метрах и e в сантиметрах, стоит только его разделить на 100; полученное число и должно равняться числу тонн p принятого груза. Итак, у нас будет:

$$\frac{Q \cdot e}{100} = p$$

откуда:

$$e = \frac{100\, p}{Q}. \qquad (1)$$

Обыкновенно при плавании корабля пользуются его осадкою в футах и для упрощения этого расчета вычисляют величину q, представляющую

число тонн в объеме слоя v, когда его толщина e равняется одному дюйму, т. е. 2.54 см, значит, будет:

$$q = 2.54 \cdot \frac{Q}{100} \tag{2}$$

где Q выражено в кв. метрах.

Это число q называют *числом тонн на 1 д. осадки.* Ясно, что для определения изменения среднего углубления от приема груза в p тонн, стоит только число p разделить на q, частное и представит изменение среднего углубления в дюймах. Итак, имеем формулу:

$$e = \frac{p}{q} \tag{3}$$

Зная главные размерения корабля, можно всегда вычислить, даже не пользуясь теоретическим чертежом, приблизительную величину площади его грузовой ватерлинии. Именно, на всех наших броненосных судах, как уже сказано, эта площадь составляет около 0.75 от площади прямоугольника, описанного около ватерлинии. Площадь же этого прямоугольника, очевидно, равна произведению из наибольшей ширины корабля B на его длину L и, следовательно,

$$Q = 0.75\, B \cdot L$$

и

$$q = \frac{1}{52.5} BL = 0.0192\, BL \tag{4}$$

Так, например, положим, что длина корабля 120 м, ширина его 20 м; спрашивается, на столько дюймов этот корабль погрузится от приема 1000 т груза?

Имеем:

$$q = 45.7$$

$$e = \frac{p}{q} = \frac{1000}{45.7} = 22,$$

т. е. корабль погрузится на 22 д. = 56 см.

Ясное дело, что та же самая формула $e = \frac{p}{q}$ решает и обратный вопрос: по известным e и q, т. е. по изменению среднего углубления e и числу тонн на д. осадки q найти величину принятого груза. Очевидно:

$$p = q \cdot e \tag{5}$$

§ 30. Грузовой размер, кривая тонн на дюйм и на сантиметр осадки. На коммерческих судах, а также на транспортных судах, где изменение грузов составляет гораздо большую величину, чем на судах военных, достигая до 50 и даже 60% от водоизмещения корабля в полном

грузу, часто уже нельзя без чувствительной погрешности принимать обводы прямостенными на всем протяжении, на котором меняется углубление корабля; значит, здесь величина q будет переменная и нельзя пользоваться предыдущим простым расчетом.

Тогда для решения поставленных выше вопросов составляют чертеж следующим образом: задаваясь разною величиною углубления, начиная от соответствующего порожнему кораблю и кончая предельным его углублением в полном грузу, вычисляют для нескольких промежуточных углублений соответствующее им водоизмещение и, откладывая по одной оси углубления, а по другой водоизмещения при этом углублении, получают по данным вышеуказанного расчета 5 или 6 точек, через которые и проводят по рейке или лекалу согласную кривую линию. Эта кривая, представляющая графически зависимость между водоизмещением и углублением корабля, дает возможность всякому углублению находить соответствующее водоизмещение и наоборот. Такая кривая называется *грузовым размером.*

Так как при плавании, особенно судов коммерческих, углубление выражается в футах и дюймах, то и эту кривую обыкновенно составляют в английских мерах.

Пользуясь числами той таблицы, которая служила для вычисления водоизмещения, легко рассчитать и грузовой размер корабля.

Обозначая через σ площади ватерлиний корабля, мы видели, что полное его водоизмещение выражается интегралом

$$V_0 = \int_0^H \sigma \, dz$$

Если ординату z считать от грузовой ватерлинии корабля, то ясно, что объем v слоя, заключенного между грузовою ватерлинией и ватерлинией, соответствующей ординате z, будет:

$$v = \int_0^z \sigma \, dz$$

и водоизмещение корабля при углублении $H - z$ будет $V - v$.

Таким образом, все дело свелось к вычислению величины v. Чтобы воспользоваться готовыми числами, будем давать величине z последовательные значения $0, h, 2h, 3h, \ldots$ где $h = \frac{H}{k}$ и применим для вычисления интеграла v прием, объясненный в § 12, беря вместе с тем вместо σ числа s, им пропорциональные.

Для примера даем это вычисление, отбросив в числах s десятые доли, как не имеющие значения.

Вычисление грузового размера и числа тонн на 1 д. и на 1 см осадки

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
№№ ватерлинии	z	Углубление $H-z$	s	Сумма чисел s попарно	Сумма чисел (V) сверху Σ	Объем слоя $v=\Sigma\cdot\lambda$, $\lambda=1.924$	Водоизмещение $V-v$	Число тонн на 1″ осадки $s\cdot\mu$, $\mu=0.1015$	Число метр. т на 1 см осадки
0	0	25.25	514	1017	0	0	12670	52.2	20.8
1	3.16	22.09	503	991	1017	1955	11715	51.1	20.4
2	6.32	18.93	488	954	2008	3860	8810	49.5	19.8
3	9.47	15.78	466	910	2962	5700	6970	47.3	18.9
4	12.63	12.63	444	859	3872	7450	5220	45.1	18.0
5	15.78	9.47	415	782	4731	9100	3570	42.1	16.8
6	18.93	7.32	367		5513	10800	1870	37.3	14.9

Множитель

$$\lambda=\frac{2\cdot l\cdot h}{35}=2\cdot\frac{426.5}{20}\cdot\frac{25.25}{8}\cdot\frac{1}{35}=1.924$$

именно: $2l=2\cdot\frac{426.5}{20}$ есть удвоенный промежуток между шпангоутами, на который надо множить числа s, чтобы получить площади ватерлиний σ в кв. футах; $\frac{25.25}{8}=h$ есть промежуток между ватерлиниями в футах, $\frac{1}{35}$ — множитель для перевода кубических футов в тонны.

Кроме грузового размера, которым следует пользоваться при расчете больших перемен углубления и водоизмещения, для расчета малых изменений каждого промежуточного водоизмещения составляют другую кривую, показывающую зависимость величины q от углубления; эта последняя называется *кривою тонн на дюйм осадки.*

Очевидно, что для составления кривой, показывающей число тонн на 1 дюйм осадки при углублениях $H-h$, $H-2h$... и т. д., стоит только числа s умножить на множитель

$$\mu=\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{35}\cdot 2l=\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{35}\cdot 2\cdot\frac{426.5}{20}=0.1015$$

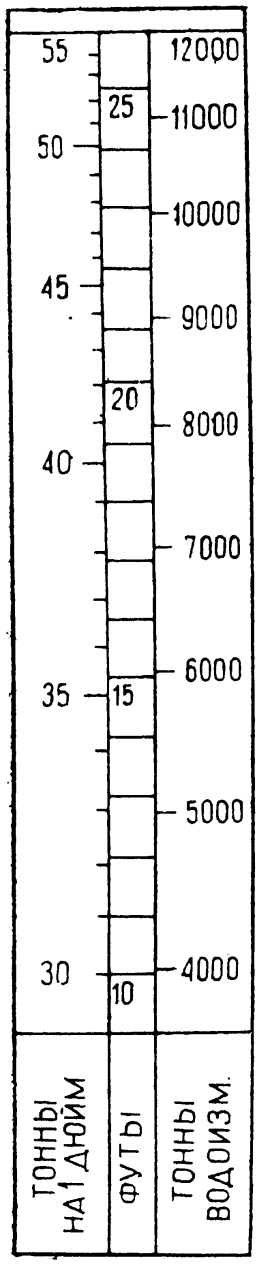
и мы получим числа, показанные в IX столбце.

Вместо вышеупомянутых двух кривых на коммерческих судах обыкновенно составляют соответствующие им шкалы; эта шкала имеет такой вид (фиг. 38): посредине показаны углубления, с одного края — соответствующее им водоизмещение, с другого — числа тонн на дюйм осадки при этом углублении.

Пользование этой шкалой настолько очевидно, что не требует никаких пояснений.

По данным предыдущего расчета, очевидно, легко построить как кривые, так и шкалу, что и предлагается сделать в виде задачи.

Заметим, что для нашего корабля число тонн на 1 ф. осадки есть $\frac{21\,850}{35} = 625$. Поэтому, если бы считать объемы слоев по формуле $q \cdot e$, то получили бы числа 1975, 3950, 5925 вместо 1955, 3860, 5700, т. е. при изменении углубления на 3 ф. погрешность составила бы в углублении $^1/_2$ д.; при 6 ф.— около $1^1/_2$ д. и при $9^1/_2$ ф. — около 4 д.; отсюда понятно, почему для военных кораблей нет надобности пользоваться грузовым размером, а достаточно знать число тонн на 1 см или 1 м, или на 1 д., или на 1 ф. осадки при полном углублении корабля; числа столбца IX той же таблицы с ясностью показывают, в каких больших пределах изменение углубления остается пропорциональным изменению осадки.



Фиг. 38.

§ 31. Изменение углубления корабля при переходе из пресной воды в соленую и обратно. Для этого расчета рассуждаем следующим образом: вес объема воды, вытесняемой кораблем, как пресной, так и соленой, должен равняться весу корабля P тонн; следовательно, объем V_0 соленой воды будет равен $\frac{P}{1.026}$ куб. м $= 0.974\,P$ куб. м, объем же пресной V_1 будет равен P куб. м. Таким образом, разность водоизмещений в пресной и соленой воде составит

$$V_1 - V_0 = P - 0.974\,P = 0.026\,P$$

или кругло

$$\frac{1}{40}P$$

При переходе из соленой воды в пресную корабль погрузится, следовательно, настолько глубже, что объем вошедшего слоя составит $^1/_{40}P$, а значит, изменение среднего углубления получится, разделив это число на площадь грузовой ватерлинии Q.

Итак будет в сантиметрах:

$$\text{изменение среднего углубления } e = 2.5\,\frac{P}{Q}$$

Для этого расчета можно составить приближенную формулу, которая вполне удовлетворяет всем требованиям практики, именно: водоизмещение корабля для всех наших боевых кораблей составляет около 0.60 от объема, описанного около подводной части параллелепипеда. Этот же последний

объем, очевидно, равен произведению трех главных размерений корабля $L \cdot B \cdot H$, где L — длина корабля, B — наибольшая его ширина, H — его углубление.

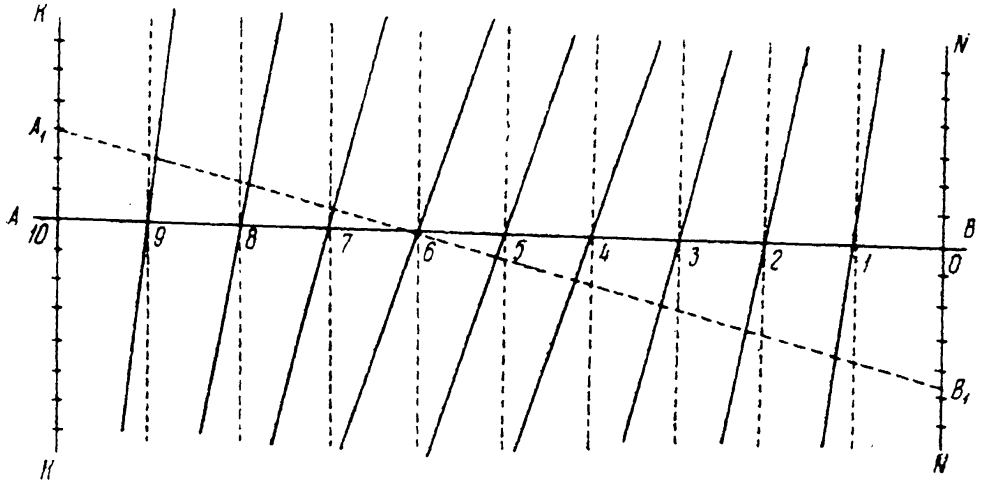
Итак, будет в тоннах:

$$P = 0.60\, L \cdot B \cdot H$$

предполагая, что все размеры выражены в метрах. Площадь же грузовой Q, как мы видели, приблизительно равняется $Q = 0.75\, B \cdot L$; подставляя эти величины, получим:

$$0.025 \cdot \frac{0.60}{0.75} \cdot \frac{L \cdot B \cdot H}{L \cdot B} = \frac{1}{50} H$$

т. е. углубление увеличится при переходе из соленой воды в пресную приблизительно на $^1/_{50}$, т. е. на 2% первоначальной своей величины,



Фиг. 39.

что, например, для больших судов, для которых $H = 25$ ф., составит около 6 д. Само собою разумеется, что при переходе из пресной воды в соленую углубление уменьшится на эту же величину.

§ **32. Масштаб Бонжана.** Когда корабль значительно меняет не только среднее углубление, но и дифферент, то для нахождения его водоизмещения при данном углублении штевней служит так называемый масштаб Бонжана, который проще всего вычислить и построить следующим образом.

Пусть линия AB (фиг. 39) представляет ту грузовую ватерлинию корабля, для которой вычислено его водоизмещение; NN — носовой перпендикуляр, по которому вынесены углубления форштевня, KK — кормовой перпендикуляр, по которому вынесены углубления ахтерштевня; проведя шпангоуты 1, 2, 3..., строим для каждого из них кривую его площади, начав от грузовой. Пусть $A_1 B_1$ есть новая грузовая корабля; тогда, отметив ее пересечения с каждым из шпангоутов, снимаем ординаты кривых площадей, соответствующие точкам пересечения. Алгебраическая сумма этих ординат, будучи умножена на промежуток между

шпангоутами, даст объем, заключенный между ватерлиниями AB и A_1B_1 прямо в тоннах; прибавив этот объем к начальному V_0, соответствующему ватерлинии AB, и получим водоизмещение при ватерлинии A_1B_1.

Этот масштаб будет еще удобнее для употребления, если для каждого шпангоута кривую площадей заменить нанесенной по этому шпангоуту шкалою, нанося деления прямо в тоннах, получаемых умножением площадей на $1.026 \cdot \frac{L}{2n}$; тогда, приложив линейку по A_1B_1, стоит только взять алгебраическую сумму отсчетов в местах пересечения ее с шпангоутами, эта сумма и представит собою объем в тоннах между ватерлиниями AB и A_1B_1, который надо будет алгебраически придать к V_0.

Шпангоуты можно брать, как равноотстоящие или, лучше, распределенные по правилу Чебышева.

Вычисление масштаба Бонжана можно произвести, как показано на следующем примере для броненосца „Победа", причем изменения углублений взяты в столь значительных пределах для того, чтобы воспользоваться построенным масштабом Бонжана для определения положения корабля при затопленных отделениях и при некоторых других вопросах, о которых будет сказано в своем месте.

В этом примере шпангоуты Чебышевские числом 9. Ординаты сняты в миллиметрах с чертежа масштаба $^1/_{48}$, расстояние между ватерлиниями на чертеже 20 мм, и таких ватерлиний проведено выше грузовой еще 4.

Для каждого из 9 шпангоутов вычисление производится по такой схеме:

Шпангоут № 5

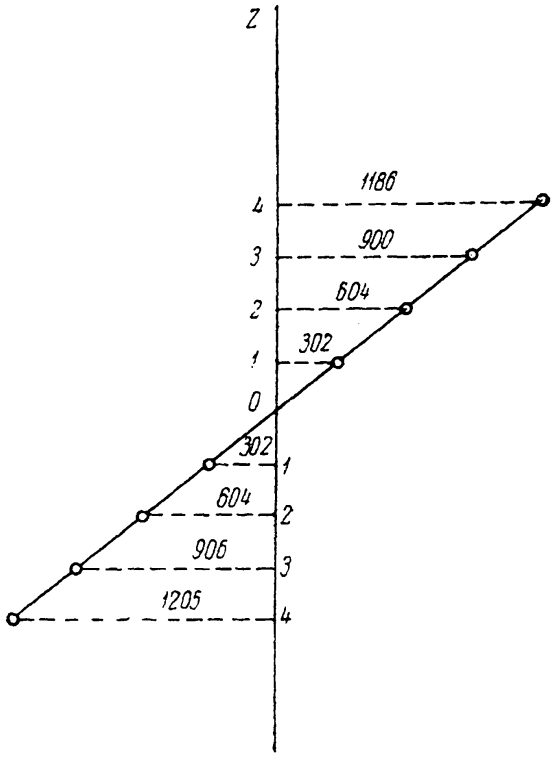
№№ ватерлинии	Ординаты ватерлинии (в мм чертежа)	Суммы попарно, начиная от Г. В. Л.	Суммы от грузовой σ	σK K = 0.669 (тонны)
4	211		1773	1186
		429		
3	218		1344	900
		442		
2	224		902	604
		450		
1	226		452	302
		452		
0 (Г. В. Л.)	226		0	0
		452		
1	226		452	302
		452		
2	226		904	604
		451		
3	225		1355	906
		447		
4	222		1802	1205

Переводный множитель K представляет собою произведение следующих чисел:

$$K = 1.026 \cdot 0.96 \cdot \frac{129.75}{9} \cdot \frac{48}{1000} = 0.669$$

где 1.026 — удельный вес воды, 0.96 — промежуток между ватерлиниями в метрах, 129.75 — длина корабля в метрах, 9 — число Чебышевских шпангоутов, $\frac{48}{1000}$ — множитель для перевода ординат ватерлиний, снятых в миллиметрах чертежа, в метры в натуре.

Сделав вышеуказанные вычисления для каждого из 9 шпангоутов, строим для каждого из них кривую (фиг. 40), откладывая по вертикальной оси z углубление по данную ватерлинию, а по ординатам найденные числа σK, и затем с этой кривой снимаем величины z, соответствующие круглым значениям σK, например через 100 т., чтобы по ним построить вместо кривой шкалу. Составив эти шкалы, принимаем длину AB за длину судна и, расставив перпендикуляры к этой прямой в местах, соответствующих сказанным 9 Чебышевским шпангоутам, вынесем на них соответствующие им шкалы, а по концевым перпендикулярам углубления штевней; тогда получается чертеж, подобный приложенному (фиг. 41), вычисленному для броненосца „Потемкин". Чтобы, пользуясь этим чертежом, найти водоизмещение броненосца при данном углублении штевней, стоит только, приложив линейку к точкам $A_1 B_1$, соответствующим заданным углублениям штевней, отсчитать деления шкал в пересечении их с краем линейки и, взяв алгебраическую сумму отсчетов, придать ее к водоизмещению при теоретической грузовой AB.



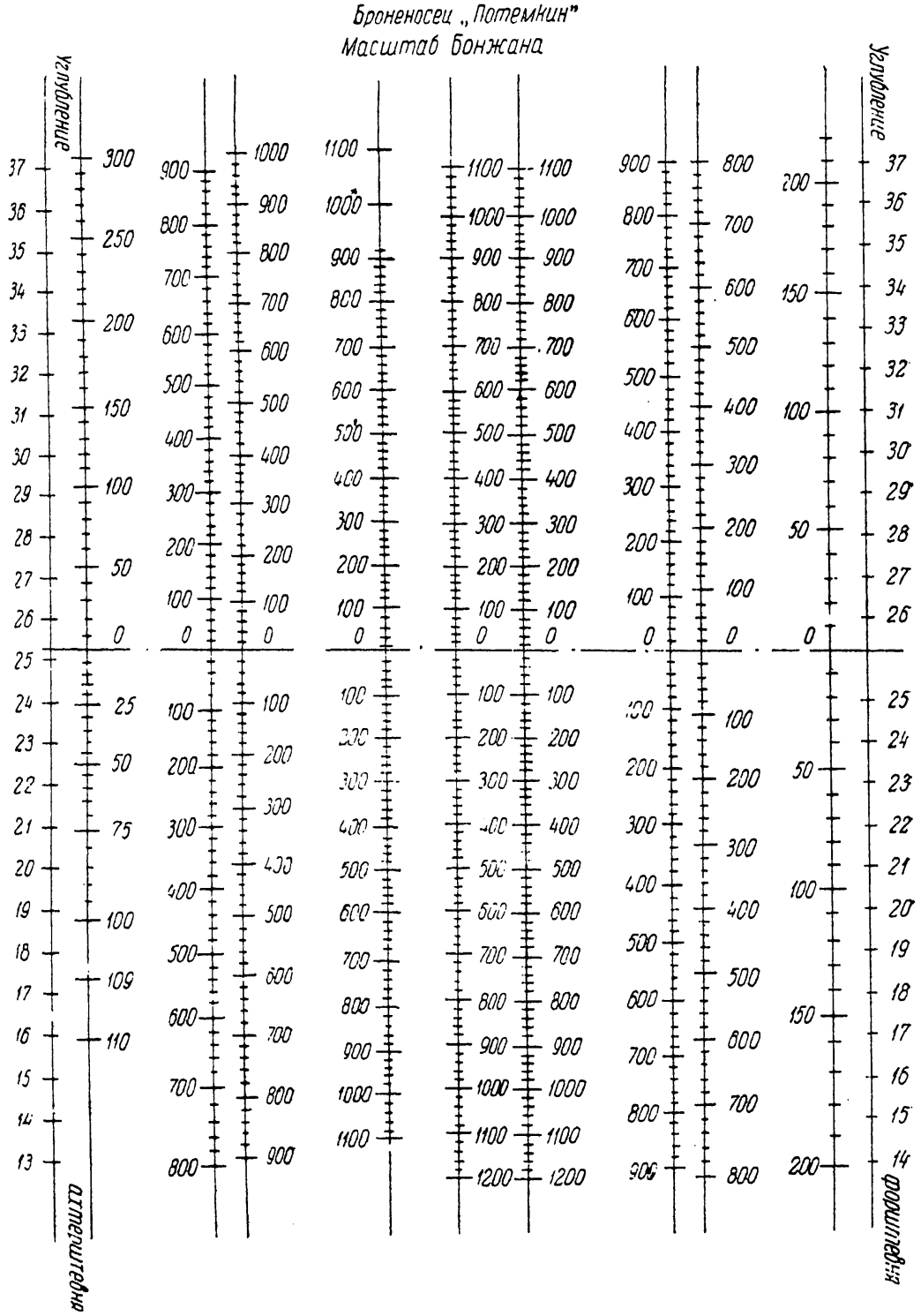
Фиг. 40.

§ 33. Запас плавучести. Запасом плавучести корабля называют то количество грузов, которое он мог бы принять сверх находящихся на нем до полного погружения.

Очевидно, что мерою запаса плавучести служит объем между действующей ватерлинией корабля и верхнею из водонепроницаемых палуб — предполагая, что наружный борт водонепроницаем, и люки задраены наглухо. Если же наружный борт проницаем для воды, то корабль потеряет плавучесть, когда погрузятся в воду те отверстия в борту, через которые может свободно вливаться вода, например пушечные порта, не имеющие глухих полупортиков, клюзы без задраек и т. п.

Часто запас плавучести выражается в процентах от водоизмещения корабля в полном грузу. На высокобортных судах, при исправном

надводном борте, люках и кожухах, запас плавучести бывает равен, а иногда даже более водоизмещения, т. е., если на таком корабле задраить все люки на нижней палубе (расположенной на уровне грузовой),



Фиг. 41.

то можно было бы затопить весь трюм — корабль погрузился бы почти по верхнюю палубу, но не утонул бы.

Ясно, что запас плавучести имеет особенное значение при повреждениях корабля в подводной его части или вообще течи, и здесь пре-

имущества высокобортных судов очевидны. Примером, когда запас плавучести спасал корабль от гибели, может служить авария броненосной батареи „Кремль“ в 1885 г., когда эта батарея на пути из Кронштадта в Ревель была застигнута штормом и получила течь, с которой не могли справиться судовые водоотливные средства. Командир решил выброситься на берег, и в трюме было уже 9 ф. воды, когда батарея близ залива Кунда стала на песчаную отмель, с которой затем и была снята без больших затруднений.

Спасение корабля от гибели часто зависит от того, что на нем использовали правильно весь запас плавучести, но при этом необходимо иметь в виду еще второе важное качество корабля — его остойчивость, которая при повреждении корабля и затоплении его отделений может утратиться раньше плавучести — тогда корабль опрокидывается („Victoria“), поэтому вопрос об использовании всего запаса плавучести при повреждениях корабля будет рассмотрен в главе об остойчивости.

На боевых кораблях необходимо рассматривать еще так называемую *боевую плавучесть*, разумея под этим качеством запас плавучести, происходящий от частей корабля, прикрытых бронею, считая, что небронированные части будут так избиты снарядами и осколками их, что они не обеспечивают плавучести, будучи вполне проницаемы для воды. И это качество необходимо рассматривать в связи с остойчивостью, в главе о которой мы укажем также и те изменения в системе бронирования кораблей, которые вызваны желанием обеспечивать боевым кораблям боевую плавучесть и остойчивость.

ГЛАВА II

Остойчивость

§ 34. Остойчивостью корабля называется его способность плавать в прямом положении и, будучи из этого положения действием внешнего усилия выведенным, снова к нему возвращаться по прекращении действия этого усилия. Под прямым положением корабля разумеют то положение его, когда диаметральная плоскость корабля вертикальна и назначенная на корабле грузовая ватерлиния совпадает с уровнем воды.

Рассмотрим сперва, при каких условиях корабль будет находиться в равновесии в прямом положении. Для этого припомним следующий закон Архимеда относительно равновесия всякого тела, плавающего в жидкости. Этот закон выражается следующим образом.

Для равновесия тела, плавающего в жидкости, необходимо и достаточно: во-первых, *чтобы вес тела равнялся весу вытесненной им жидкости,* во-вторых, *чтобы центр тяжести тела и центр тяжести вытесненного телом объема жидкости лежали на той же самой отвесной линии.*

Для доказательства этого закона можно рассуждать следующим образом.

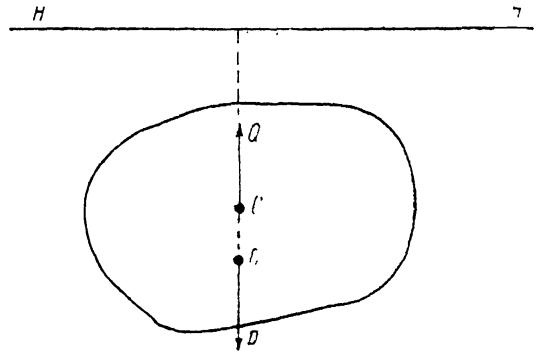
Положим, что в жидкости плавает некоторое тело (фиг. 42); это тело находится под действием: во-первых, силы тяжести и, во-вторых, давления жидкости.

Сила тяжести, иначе вес тела, приводится к одной равнодействующей, приложенной в центре тяжести тела и направленной вертикально вниз.

Покажем теперь, что давление жидкости на тело, в нее частью или вполне погруженное, приводится к одной равнодействующей, *направленной* вертикально вверх, *проходящей* через центр тяжести объема вытесненной телом жидкости и *равной* весу этого объема жидкости.

Вообразим себе сперва, что тело удалено из жидкости, которая находится в равновесии, и выделим мысленно в этой жидкости, проведя воображаемую поверхность, как раз тот самый объем, который занимало тело.

Выделенный объем жидкости находится в равновесии. Если мы вообразим, что этот объем затвердел (скажем, замерз), то он и подавно останется в равновесии, следовательно, все давления от прочей жидкости на выделенную ее часть, теперь затвердевшую, уравновешивают силу тяжести, действующую на эту часть; сила же тяжести приводится к одной равнодействующей, *равной* весу выделенной части жидкости, *направленной* вертикально вниз и *приложенной* в центре ее тяжести C.



Фиг. 42.

Значит, давление жидкости на выделенную часть приводится к одной силе, равной и противоположно направленной по той же самой прямой с первою силой, иными словами: к силе, *равной* весу выделенного объема жидкости, *направленной* вертикально вверх и *проходящей* через центр тяжести этого объема. Если теперь мы затвердевшую часть жидкости заменим рассматриваемым твердым телом той же самой формы и того же объема, то и это тело будет испытывать от прочей жидкости совершенно то же действие, какое было на затвердевший объем жидкости, место которого заняло тело.

Таким образом, тело, вполне или частью погруженное в жидкость, находится под действием следующих двух сил: 1) своего веса и 2) равнодействующей давления воды. Обе эти силы *вертикальны*, причем первая направлена *вниз* и приложена в центре тяжести G тела, вторая направлена *вверх* и приложена в центре тяжести C вытесненного телом объема жидкости. Чтобы тело находилось в равновесии, надо, чтобы действующие на него силы взаимно уравновешивались, а для этого необходимо, чтобы они были равны и действовали бы в противоположные стороны по той же самой прямой. Так как в нашем случае обе силы *вертикальны*, то при равновесии точки G и C, т. е. центр тяжести тела и центр тяжести

вытесненной им жидкости должны лежать на той же самой *отвесной* линии, и вес тела должен равняться весу вытесненной им жидкости.

Это рассуждение и доказывает высказанную теорему.

Этот закон был дан Архимедом за 200 слишком лет до нашей эры и доказан им несколько иным рассуждением, нежели вышеприведенное весьма строго и притом, рассматривая свободную поверхность жидкости не как горизонтальную плоскость, а как часть шаровой поверхности, центр которой совпадает с центром земного шара. Доказав этот закон, Архимед прилагает его к определению положения равновесия плавающих в жидкости отрезков параболоидов вращения, при разном отношении плотности параболоида к плотности жидкости. При этом оказывается, что этот параболоид будет плавать или вершиною вниз, но при определенном уклоне оси, так как то положение, при котором ось его вертикальна, оказывается неустойчивым, или основанием вниз и тоже с определенным уклоном оси.

Надо помнить, что самые понятия о равновесии, о центре тяжести, способ определения площади, ограниченной отрезком параболы, также определение объема отрезков параболоида вращения, положения его центра тяжести и проч. и проч.,—все выработано и изобретено самим Архимедом.

Этого краткого указания достаточно, чтобы составить себе хотя малое понятие об его гениальности и не думать, что открытия Архимеда в гидростатике ограничились случайным открытием закона, носящего его имя, и приложением его к задаче о короне.

Приложим же теперь высказанный закон Архимеда к случаю корабля.

Из этого закона следует, что корабль будет находиться в равновесии в таком положении, при котором его вес будет равен весу вытесненной воды и при котором центр тяжести корабля и центр тяжести вытесненного им объема воды будут лежать на той же самой *отвесной* линии.

Центр тяжести вытесненного кораблем объема воды, иначе: центр тяжести подводного объема корабля называется его **центром величины.**

Очевидно, что положение этой точки зависит только от формы обводов корабля и, следовательно, может быть вычислено по теоретическому чертежу.

§ 35. Вычисление положения центра величины корабля. Чтобы вычислить положение центра величины корабля, соответствующее данной грузовой ватерлинии, стоит только применить общие формулы, служащие для вычисления положения центра тяжести объема.

На основании этих формул имеем:

$$V_0 X_0 = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \omega x\, dx \quad \text{и} \quad V_0 Z_0 = \int_0^H \sigma z\, dz$$

где X_0 есть абсцисса центра величины, т. е. его расстояние от плоскости миделя, и Z_0 есть его ордината, т. е. возвышение над килем. Чтобы вычислить интегралы, входящие в эти формулы, применим правило трапеций, согласно которому будет:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \omega x dx = \left[\frac{1}{2}\omega_n x_n + \omega_{n-1} x_{n-1} + \ldots + \omega_1 x_1 + \omega_0 x_0 + \right.$$

$$\left. + \omega_1' x_1' + \omega_2' x_2' + \ldots + \frac{1}{2}\omega_n' x_n'\right] \cdot l$$

где через ω_n, $\omega_{n-1} \ldots \omega_1$ обозначены площади носовых шпангоутов, через x_n, $x_{n-1} \ldots x_1$ — отстояния этих шпангоутов от миделя, т. е. соответствующие им абсциссы x, и через ω_1', $\omega_2' \ldots \omega_n'$ и x_1', $x_2' \ldots x_n'$ — площади и абсциссы кормовых шпангоутов.

Заметим, что площади шпангоутов получаются через умножение удвоенных чисел w схемы для вычисления водоизмещения (см. стр. 124 и 125) на расстояние $h = \frac{H}{k}$ между ватерлиниями, так что:

$$\omega_n = 2w_n h; \quad \omega_{n-1} = 2w_{n-1} h \ldots \omega_n = 2w_n h$$

Абсциссы же x суть:

$$x_n = nl; \quad x_{n-1} = (n-1)\,l; \quad x_{n-2} = (n-2)\,l; \quad x_2 = 2 \cdot l; \quad x_1 = 1l;$$
$$x_0 = 0$$

и

$$x_n' = -nl; \quad x_{n-1}' = -(n-1)\,l \ldots x_2' = -2l; \quad x_1' = -1l$$

и предыдущая формула дает:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{-\frac{L}{2}} \omega x dx = 2\left[\frac{1}{2}(w_n - w_n') \cdot n + (w_{n-1} - w_{n-1}')(n-1) + \ldots + \right.$$

$$\left. + (w_1 - w_1') \cdot 1 + w_0 \cdot 0\right] \cdot h \cdot l^2$$

С другой стороны (см. схему на стр. 124 и 125):

$$V_0 = 2C \cdot l \cdot h$$

Значит, по подстановке и сокращении получим:

$$X_0 = \frac{l}{C}\left[\frac{1}{2}(w_n - w_n')\,n + (w_{n-1} - w_{n-1}')(n-1) + \ldots + \right.$$
$$\left. + (w_2 - w_2') \cdot 2 + (w_1 - w_1') \cdot 1 + w_0 \cdot 0\right] \qquad (*)$$

Совершенно так же, заметив, что

$$\sigma_0 = 2s_0\, l, \qquad \sigma_1 = 2s_1\, l, \ldots \sigma_k = 2s_k\, l$$

и что

$$z_0 = 0;\ z_1 = h;\ z_2 = 2h, \ldots z_k = kh$$

получим:

$$\int_0^H \sigma z dz = 2\left[\frac{1}{2}\sigma_0 z_0 + \sigma_1 z_1 + \ldots + \sigma_{k-1} z_{k-1} + \frac{1}{2}\sigma_k z_k\right] \cdot h =$$

$$= 2\left[\frac{1}{2}s_0 \cdot 0 + s_1 \cdot 1 + s_2 \cdot 2 + \ldots + s_{k-1} \cdot (k-1) + \frac{1}{2}s_k \cdot k\right] \cdot lh^2$$

и, следовательно,

$$Z_0 = \left[\frac{1}{2}s_0 \cdot 0 + s_1 \cdot 1 + s_2 \cdot 2 + \ldots + s_{k-1} \cdot (k-1) + \frac{1}{2}s_k \cdot k\right]\frac{h}{C}$$

Самое же вычисление по этим формулам располагаем по такой схеме:

Вычисление положения центра величины

Вычисление абсциссы X_0 — Вычисление возвышения над килем Z_0

№№ шпанг. i	Площади шпангоутов носовой части w_i	Площади шпангоутов кормовой части w_i'	$w_i - w_i'$	Произведения $i(w_i - w_i')$	№№ ватерлиний	Площадь ватерл. s_j	Произведения js_j
n	w_n	w'_n	$w_n - w'_n$	$n(w_n - w'_n)$	k	s_k	kS_k
$n-1$	w_{n-1}	w'_{n-1}	$w_{n-1} - w'_{n-1}$	$(n-1)(w_{n-1} - w'_{n-1})$	$k-1$	s_{k-1}	$(k-1)s_{k-1}$
$n-2$	w_{n-2}	w'_{n-2}	$w'_{n-2} - w'_{n-2}$	$(n-2)(w_{n-2} - w'_{n-2})$	$k-2$	s_{k-2}	$(k-2)s_{k-2}$
.					.		
.					.		
.					.		
.					.		
.					.		
2	w_2	w'_1	$w_2 - w'_2$	$2(w_2 - w'_2)$	2	s_2	$2s_2$
1	w_1	w'_2	$w_1 - w'_1$	$1(w_1 - w'_1)$	1	s_1	$1s_1$
0	w_0	—	w_0	0	0	s_0	0
Суммы	T		—	K	Сумма .	—	F
Поправки	$\frac{1}{2}(w_n + w_n')$		—	$\frac{1}{2}n(w_n - w_n')$	Поправка	—	$\frac{1}{2}ks_k$
Исправл. суммы	$C = T - \frac{1}{2}(w_n - w_n')$		—	$M = K - \frac{n}{2}(w_n - w_n')$	Исправл. сумма	—	$N = F - \frac{1}{2}ks_k$

$$X_0 = \frac{M}{C} \cdot l =$$

(+ в нос от миделя
— в корму от миделя)

$$Z_0 = \frac{N}{C} \cdot h =$$

над килем.

$Z_1 = H - Z =$ ниже грузовой ватерлинии

Для примера вычислим положение центра величины для того корабля, для которого у нас в § 27 приведено вычисление водоизмещения, длина которого $L = 129.75$ м и углубление 7.70 м.

Вычисление положения центра величины

Вычисление абсциссы X_0

№ i	w_i'	w_i	$w_i - w_i'$	$i(w_i - w_i')$
10	0.2	7.0	6.8	68.0
9	15.7	40.5	24.8	223.2
8	57.8	79.8	22.0	176.0
7	101.1	119.2	18.1	136.7
6	142.1	157.0	14.9	89.4
5	178.5	190.4	11.9	59.5
4	210.5	217.0	6.5	26.0
3	233.4	235.8	2.4	7.2
2	245.6	246.3	0.7	1.4
1	252.2	252.2	0.1	0.1
0	254.6	—	0	0.0
		Сумма		787.5
		Поправка		34.0
		Испр. сумма		753.5

$$X_0 = \frac{753.5}{3233.1} \cdot \frac{129.75}{20} = 1.51 \text{ м}$$

в нос от миделя

Вычисление возвышения Z_0

№ j	s_j	js_j	Множ. Симп.	Произв.
Гр. 8	513.5	4108	1/2	2054
7	502.8	3590	2	7180
6	487.7	2926	1	2926
5	466.1	2331	2	4662
4	444.1	1776	1	1776
3	414.5	1343	2	2686
2	367.2	734	1	734
1	287.1	287	2	574
0	13.6	0	1/2	0
Сумма		17095	—	22592
Поправка		2054	—	—
Испр. сумма . .		15041	—	—

$$Z_0 = \frac{15041}{3233.1} \cdot \frac{7.70}{8} = 4.49 \text{ м}$$

(по правилу трапеции)

$$Z_0 = \frac{22592}{4903.6} \cdot \frac{7.70}{8} = 4.44 \text{ м}$$

(по правилу Симпсона)

Для примера величина Z_0 (возвышение Ц. В. над килем) вычислена как по правилу трапеций, так и по правилу Симпсона; как видно, разница получилась в 5 см, что практического значения не имеет.

Заметим следующее приближенное соотношение: расстояние от центра величины корабля до грузовой ватерлинии составляет около $\frac{5}{12}H$, где H есть среднее углубление корабля. В самом деле, подводные части поперечных сечений корабля по своей форме заключаются между прямоугольником, описанным на ординате при грузовой ватерлинии и углублении корабля, и между треугольником, у которого вершина при киле и та же ордината служит основанием. Для корабля с вышеуказанными прямоугольными сечениями центр величины, очевидно, лежит на половине

углубления, для корабля с треугольными сечениями — на одной трети его от грузовой. Середина между этими двумя пределами и есть $\frac{5}{12}H$; так, для нашего корабля это составило бы $\frac{5}{12} \cdot 7.70 = 3.21$ м и, значит, возвышение Ц. В. над килем будет $7.70 - 3.21 = 4.49$ м, т. е. весьма близко к истинному.

§ **36.** Положение центра тяжести корабля, зависящее от нагрузки и вообще распределения на нем грузов, не может быть вычислено, имея только теоретический чертеж корабля, а для этого надо иметь практические чертежи корабля, на которых показано размещение всех грузов, запасов, артиллерии и проч., все механизмы, котлы. Кроме того, надо иметь подробные данные о весе каждого из этих отдельных грузов, затем надо сосчитать вес всех отдельных частей, входящих в состав корпуса корабля и затем уже, избрав две основные плоскости, именно мидель и верхнюю грань киля, взять моменты всех грузов относительно этих плоскостей и, разделив алгебраическую сумму моментов на вес всего корабля, получить две искомые координаты центра тяжести корабля. Третьей же координаты нет надобности определять, ибо центр тяжести корабля лежит в диаметральной плоскости, так как нагрузка всегда симметрична относительно этой плоскости.

Вычисление положения центра тяжести корабля требует затраты большого труда и времени и производится при составлении проекта корабля. Во время постройки корабля, каждая часть, входящая в состав его корпуса и механизмов, взвешивается, и первоначальный расчет положения центра тяжести и веса частей постоянно проверяется для того, чтобы, в случае значительного несогласия между действительным исполнением и проектом, можно было принять своевременно надлежащие меры.

Затем для готового корабля, перед отправлением его в плавание, положение его центра тяжести определяется опытным путем, как о том будет подробно сказано ниже.

Итак, примем в дальнейшем изложении, что положение центра тяжести корабля нам известно.

§ **37. Общее условие остойчивости корабля.** Перейдем теперь к рассмотрению того, при каких условиях прямое положение равновесия корабля будет устойчиво, т. е., если корабль из этого положения равновесия вывести действием внешней силы или пары, или силы и пары, то корабль по прекращении этого действия будет стремиться вернуться к своему положению равновесия.

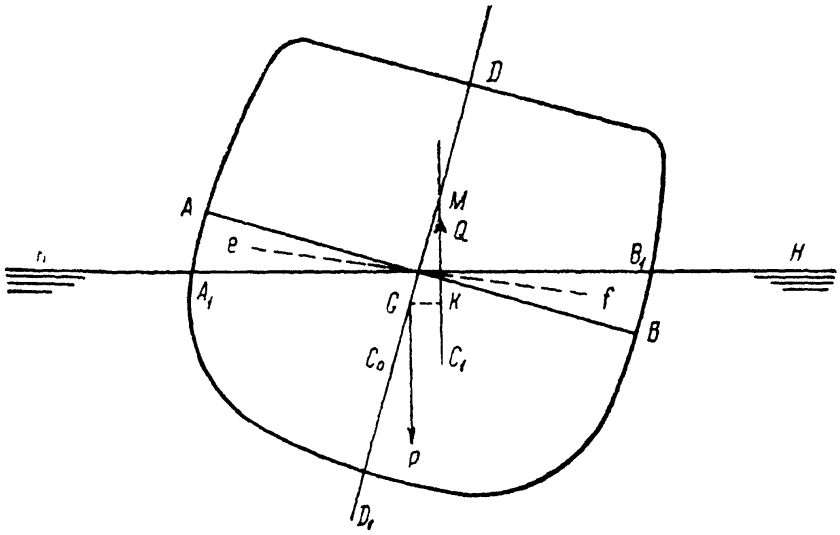
При нашем рассмотрении мы сперва ограничимся тем случаем, когда при наклонениях корабля его водоизмещение не изменяется, т. е. когда внешние усилия сводятся только к одной паре.

Рассмотрим сначала наклонение корабля около продольной оси фиг. 43).

Пусть HH есть горизонт воды, AB — теоретическая грузовая ватерлиния корабля, на нем накрашенная, DD_1 — диаметральная плоскость, C_0 — центр величины корабля в прямом положении и G — центр тяжести его.

Положим теперь, что корабль накренен на некоторый угол θ, тогда накрашенная на нем теоретическая ватерлиния примет положение AB, с уровнем же воды корабль будет пересекаться по плоскости A_1B_1, называемой *действующей ватерлинией*.

Так как подводный объем корабля изменил свою форму вследствие наклонения, то центр величины не останется в точке C_0, а переместится в сторону наклонения, в некоторую точку C_1; центр же тяжести корабля



Фиг. 43.

останется попрежнему в точке G. В точке G приложен вес корабля P, направленный вертикально вниз; в точке C_1 приложена сила Q — равнодействующая давления воды, направленная вертикально вверх и равная по величине силе P. *Эту силу Q называют или плавучестью или силою поддержания.*

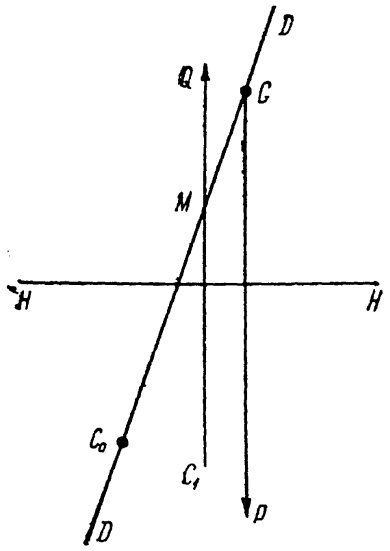
Точки G и C_1 при наклонном положении корабля уже не будут лежать на одной и той же отвесной линии, и силы P и Q будут образовывать пару, плечо которой есть GK. Эта пара будет стремиться вернуть корабль к прямому положению равновесия, когда расположение точек G и C_1 такое, как на фиг. 43, т. е. когда точка C_1 лежит снаружи от отвесной линии, проходящей через точку G; в этом случае прямое положение равновесия корабля устойчивое или, как говорят: «*корабль остойчив*».

Если бы точка C_1 занимала положение такое, как на фиг. 44, т. е. лежала бы между точкою C_0 и отвесной линией, проведенной через точку G, то сказанная пара стремилась бы еще более отклонить корабль от прямого положения равновесия — корабль был бы *неостойчив*.

Таким образом, изучение остойчивости сводится к изучению относительного положения центра тяжести корабля и центра величины при наклонениях корабля.

Вместо рассмотрения положений этой переменной точки C_1 можно ввести в рассмотрение положение другой точки, которая оказывается при небольших наклонениях корабля *постоянной.*

Именно, продолжим направление силы Q до пересечения ее с диаметральною плоскостью в точке M. Нетрудно видеть, что если точка G будет ниже точки M, то пара, образуемая весом и плавучестью, стремится вернуть корабль к прямому положению, если же точка G — центр тяжести — выше точки M, то эта пара стремится еще более накренить корабль. Таким образом, вместо рассмотрения положения точек C достаточно будет изучить положение точек M при наклонении корабля. Оказывается, что имеет место следующее замечательное и основное свойство: *при малых наклонениях корабля, положение точки M есть постоянное, независимо от угла наклонения.*



Фиг. 44.

Эта постоянная точка называется *метацентром.*

Под словом же «*малое наклонение*» надо разуметь для высокобортных судов наклонение до 15° и даже до 20°, если наружный борт в верхней части несколько завален внутрь.

Для низкобортных же судов точка M остается постоянною, пока при крене кромка верхней палубы не начнет уходить под воду.

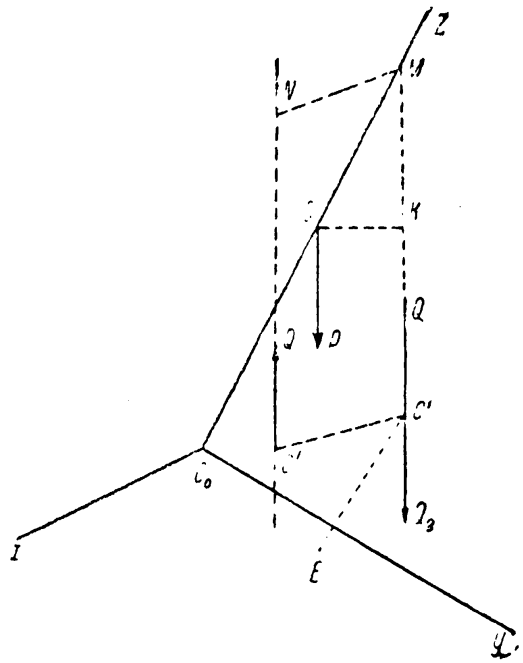
В большей части вопросов практики приходится иметь дело лишь с такими наклонениями, которые при наших расчетах мы обозначили словом „*малые*“ и для которых метацентр есть точка постоянная.

Итак: *условие остойчивости корабля состоит в том, чтобы центр тяжести его лежал ниже метацентра.*

Заметим теперь же, что при наклонении около рассматриваемой оси корабль может быть остойчив, пока наклонение не превзошло некоторого предела, и неостойчив, когда крен стал больше этого предела. Поэтому разбирают отдельно остойчивость для малых углов наклонения и остойчивость для больших углов. Кроме того, на корабль может подействовать такая внешняя пара сил, которая не лежит в плоскости шпангоута и которая, очевидно, накренит корабль также не в плоскости шпангоута и, следовательно, надо будет рассматривать остойчивость и при наклонениях около разных осей и также на малые или большие углы.

Мы начнем рассмотрение, как уже сказано, с простейшего случая чисто поперечного крена.

§ 38. Поперечная остойчивость для малых наклонений. Очевидно, что после наклонения корабля на угол θ, когда накрашенная на нем, соответствующая прямому положению равновесия корабля, ватерлиния AB не совпадает с уровнем воды, а занимает показанное на чертеже (фиг. 43) положение, то центр величины не будет в точке C_0, а переместится в другую точку C' (фиг. 45). Эта точка вообще может и не лежать в плоскости наклонения во всяком случае точки G и C' не будут находиться на одной и той же отвесной линии, и вес корабля P, приложенный в G, и сила поддержания (равнодействующая давления воды), приложенная в C', образуют пару, которая может заставлять корабль или вернуться в прямое положение равновесия, или еще более его от этого положения отдалять. В первом случае корабль остойчив, во втором — неостойчив.



Фиг. 45.

Таким образом, вопрос сводится к рассмотрению вышеуказанной пары; нетрудно видеть, что направление ее действия будет зависеть от относительного положения точек G и C' — центра тяжести корабля и центра величины в наклонном положении. Примем точку C_0 — центр величины для прямого положения, за начало координат (фиг. 45) и возьмем диаметральную плоскость за плоскость zx, направив ось x в корму, а ось z — перпендикулярно накрашенной грузовой вверх, ось y возьмем перпендикулярно диаметральной плоскости вправо, значит, плоскость zy есть плоскость наклонения, а ось x есть ось наклонения.

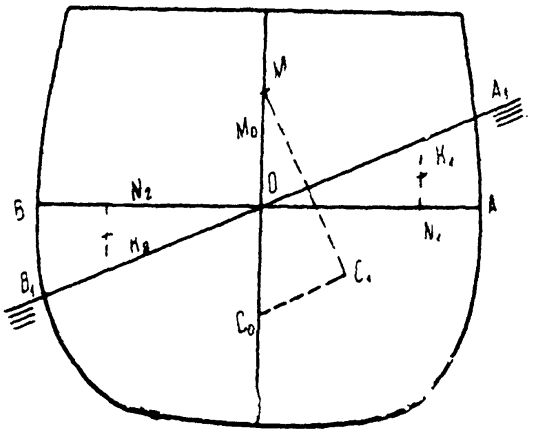
Пусть G есть центр тяжести корабля и C' его центр величины P — вес корабля, Q — сила поддержания, равная P, ибо, по предположению, водоизмещение осталось без перемены. Проектируем C' на плоскость наклонения, обозначим через C_1 эту проекцию и приложим к точке C_1 две вертикальные силы, равные Q, но направленные в противоположные стороны; приложение таких двух взаимноуравновешивающихся сил не оказывает никакого действия на корабль, но, введя эти силы, видно что пара (PQ) может быть заменена двумя парами: во-первых, парою (PQ_1) с плечом GK, лежащей в плоскости наклонения, и, во-вторых, парою (QQ_2) с плечом $C'C_1$, лежащей в плоскости, перпендикулярной к плоскости наклонения.

Нетрудно видеть, что эта последняя пара, где бы ни располагалась при наклонении точка C', т. е. в корму ли, в нос ли от плоскости наклонения, будет всегда заставлять корабль стремиться к такому поло-

жению, при котором точка C' приближается к плоскости шпангоуста zC_0y, в котором лежит центр тяжести; действие же пары PQ_1 будет зависеть от того, как располагается точка C_1 относительно точки G, а именно: если точка C_1 находится снаружи отвесной линии GP, то эта пара будет стремиться вернуть корабль в прямое положение и наоборот. Продолжим линию C_1Q_1 до встречи в точке M с осью z, тогда можно сказать, что рассматриваемая пара будет возвращать корабль к прямому положению, если точка G ниже точки M, и еще более его удалять от этого положения, если точка G будет выше точки M.

Нетрудно видеть, что точка M есть основание общего перпендикуляра MN к отвесной линии $C'Q$, проходящей через точку C', и оси C_0z. Таким образом, исследование остойчивости сводится к определению относительного положения точек G и M, положение же этой последней определяется положением точки C_1 — проекции центра величины на плоскость наклонения.

Докажем следующую основную теорему. *При наклонении корабля около горизонтально-продольной оси,*[1] *так, чтобы его водоизмещение оставалось постоянным, точка M приближается к определенному предельному положению, когда угол наклонения стремится к нулю.*



Фиг. 46.

При наклонении корабля, клиновой объем $v=AOA_1$ вошел в воду и равный ему клиновой объем BOB_1 вышел из воды, так как, по предположению, водоизмещение не изменилось. Пусть K_1 и K_2 будут проекции центров тяжести этих объемов на плоскость наклонения, тогда можно рассматривать проекцию перемещения центра величины из C_0 в C_1 как происшедшую оттого, что объем v, центр тяжести которого был в K_2, перемещен так, что его центр тяжести пришел в K_1, и, следовательно, прямая C_0C_1 параллельна K_2K_1 и составляет от нее такую же часть, как v от полного водоизмещения V_0, т. е.

$$C_0C_1=\frac{v}{V_0}K_1K_2 \qquad (1)$$

В пределе, когда угол наклонения будет неопределенно уменьшаться, прямая K_1K_2 будет приближаться к AB, направление же секущей C_0C_1 будет приближаться к касательной в точке C_0 к геометрическому месту точек C_1, т. е. проекций центров величины на плоскость наклонения,

[1] Исследование наклонений корабля около произвольной оси будет показано в §§ 76, 77 и 78.

прямая же C_0M будет нормалью к кривой C_0C_1 в точке C_0. Совершенно так же увидим, что касательная к кривой C_0C_1 в точке C_1 параллельна следу A_1B_1[2] и, значит, прямая C_1M, перпендикулярная к A_1B_1, есть нормаль к этой кривой в точке C_1 ; таким образом, точка M представляет собою пересечение двух смежных нормалей к кривой и, следовательно, предельное ее положение M_0 есть центр кривизны этой кривой для точки C_0; и расстояние C_0M имеет своим пределом радиус кривизны этой кривой в той же точке.

Чтобы вычислить величину C_0M_0 — сказанного радиуса кривизны, имеем:

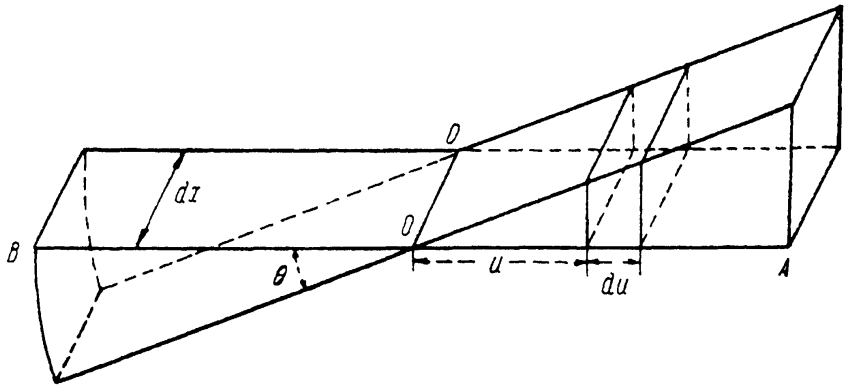
$$C_0M_0 = \rho = \lim \frac{C_0C_1}{\theta}$$

где

$$\theta = \angle\, C_0MC_1$$

но мы видели, что

$$C_0C_1 = \frac{v \cdot K_1K_2}{V_0}$$



Фиг. 47.

Опустим из точек K_1 и K_2 перпендикуляры на грузовую AB и обозначим через N_1 и N_2 основания этих перпендикуляров, тогда очевидно, что $\lim K_1K_2 = \lim N_1N_2$ и, следовательно:

$$\rho_0 = \lim \frac{v \cdot N_1N_2}{V_0 \cdot \theta} = \frac{1}{V_0} \lim \frac{v \cdot N_1N_2}{\theta} \qquad (2)$$

Но произведение $v \cdot N_1N_2$ представляет собою сумму моментов объемов BOB_1 и AOA_1 относительно диаметральной плоскости. Чтобы вычислить этот момент, стоит только разбить рассматриваемый клин плоскостями шпангоутов, проведенными в расстоянии dx друг от друга, на элементарные призмы, тогда, обозначая через $M_x \cdot dx$ момент призмы, заключенной между шпангоутами x и $x + dx$, имеем:

$$v \cdot N_1N_2 = \int_0^L M_x \cdot dx$$

где L есть полная длина корабля.

[1] Соответствующей действующей ватерлинии.

Затем, делая указанные на фиг. 47 обозначения, имеем, предполагая θ бесконечно-малым:

$$M_x \cdot dx = \int_{-y}^{+y} u \cdot u \cdot \operatorname{tg}\theta \cdot du \cdot dx = \operatorname{tg}\theta \cdot dx \cdot \int_{-y}^{+y} u^2 \cdot du = \frac{2}{3}\operatorname{tg}\theta \cdot y^3 \cdot dx$$

и, следовательно:

$$v \cdot N_1 N_2 = \frac{2}{3} \cdot \operatorname{tg}\theta \cdot \int_0^L y^3 \cdot dx$$

где y есть ордината грузовой ватерлинии, соответствующая абсциссе x, считаемой от одной из оконечностей, L — полная длина корабля.

Интеграл $\frac{2}{3}\int_0^L y^3 \cdot dx$ представляет собою, как было показано в § 7, формула (11), момент инерции площади грузовой ватерлинии относительно ее оси симметрии; обозначив его через I_0, имеем:

$$I_0 = \frac{2}{3}\int_0^L y^3 \cdot dx$$

$$v \cdot N_1 N_2 = I_0 \cdot \operatorname{tg}\theta$$

$$\text{и } \rho_0 = \frac{1}{V_0}\lim\frac{v \cdot N_1 N_2}{\theta} = \frac{I_0}{V_0} \cdot \lim\frac{\operatorname{tg}\theta}{\theta} = \frac{I_0}{V_0} \qquad (3)$$

Итак, предельное положение точек M при неопределенном уменьшении угла наклонения θ есть точка M_0, отстояние которой ρ_0 от центра величины C_0[1] выражается формулою:

$$\rho_0 = \frac{I_0}{V_0} \qquad (3')$$

Эта точка M_0 называется *метацентром*. Обозначая через a координату $C_0 G$ центра тяжести корабля, видим: если M_0 выше G, то расстояние от центра тяжести до метацентра $M_0 G$, равное $\rho_0 - a$, будет величиною конечною и положительною и, так как M_0 есть предельное положение точки M, то найдется такое конечное значение θ_0 угла θ, начиная с которого разность $C_0 M - C_0 M_0$, т. е. $M_0 M$, становится и для всех меньших значений угла θ остается по абсолютной величине меньше вышеуказанной величины $\rho_0 - a$, и, значит, точка M будет постоянно лежать выше точки G, пока угол наклонения θ будет меньше θ_0, следовательно, корабль будет стремиться вернуться к прямому положению, т. е. он *остойчив*.

---

[1] Для прямого положения корабля.

Совершенно так же увидим, что, когда метацентр лежит ниже центра тяжести или совпадает с ним, то корабль *неостойчив.*

Итак, условие остойчивости корабля состоит в том, чтобы *метацентр его лежал выше центра тяжести.*

Мы покажем впоследствии, что, если вышеуказанное условие соблюдено для наклонений около продольной оси, то корабль остойчив и для наклонений около всякой оси.

Положение метацентра определяется величиною $C_0 M_0$, вычисляемой по формуле:

$$C_0 M_0 = \rho_0 = \frac{\frac{2}{3}\int_0^L y^3\,dx}{V_0} = \frac{I_0}{V_0} \qquad (4)$$

Здесь V_0 представляет собою *объем* подводной части корабля и должно быть выражено не в тоннах, а в кубических футах или метрах и пр., сообразно тому, в каких мерах выражены ординаты y грузовой ватерлинии и длина корабля.

Обыкновенно положение метацентра вычисляется вместе с вычислением водоизмещения, причем для вычисления интеграла $\int_0^L y^3\,dx$ пользуются тою же формулой квадратур, которую применяли для вычисления площадей ватерлиний. Тогда, заметив, что

$$\int_0^L y^3\,dx = \frac{L}{2n}\,\Sigma\,(y^3) \qquad (5)$$

где $2n$ есть число промежутков, и $\Sigma(y^3)$ означает „исправленную“ сумму кубов ординат грузовой ватерлинии, и что водоизмещение

$$V_0 = 2C \cdot \frac{L}{2n} \cdot \frac{H}{k}$$

где C есть „исправленная“ сумма всех ординат, H — углубление корабля и k — число ватерлиний, имеем:

$$\rho_0 = \frac{\frac{2}{3}\int_0^L y^3\,dx}{V_0} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Sigma(y^3)}{C \cdot h} \qquad (6)$$

где $h = \frac{H}{k}$ есть промежуток между ватерлиниями.

Самое вычисление, если пользоваться формулою трапеций, располагается по такой схеме:

Вычисление возвышения метацентра над центром величины

	№№ шпангоутов i	Ординаты грузовой y	Кубы ординат, разделенные на 1000 $\frac{1}{1000}y^3$
Носовые:	n	y_n	a_n
	$n-1$	y_{n-1}	a_{n-1}
	.	.	.
	.	.	.
	.	.	.
	2	y_2	a_2
	1	y_1	a_1
	0	y_0	a_0
Кормовые:	1	y_1'	a_1'
	2	y_2'	a_2'
	3	y_3'	.
	.	.	.
	.	.	.
	.	.	.
	n	y_n'	a_n'
Сумма			A
Поправка			$\frac{1}{2}(a_n + a'_n)$
Испр. сумма			$T = A - \frac{1}{2}(a_n + a'_n)$

$$I_0 = \frac{2}{3} \cdot T \cdot 1000 \cdot l$$

$$C_0 M_0 = \frac{I_0}{V_0}$$

Для вычисления по этой схеме служат таблицы кубов чисел, причем удобнее брать не самые кубы, а $\frac{1}{1000}$ их долю и ограничиваться первыми значащими цифрами, как то и сделано в таблице, приложенной к этой книге. Для выборки из этой таблицы следует ординату мысленно делить на 10, тогда вычисление расположится, как в следующем примере: (см. стр. 158).

Так как чертеж был в футовой мере, то и все расчеты произведены в этой мере, и результат переведен в метры.

Вычисление возвышения метацентра над центром величины

№№	Носовые ординаты y	Кормовые ординаты y'	$\frac{y^3}{1000}$	$\frac{y'^3}{1000}$
0	35.8	—	45.88	—
1	35.6	35.6	45.12	45.12
2	35.2	35.2	43.61	43.61
3	34.4	34.5	40.71	41.06
4	32.5	33.4	34.33	37.26
5	29.1	31.2	24.64	30.37
6	24.7	27.8	15.07	21.48
7	19.4	23.1	7.30	12.33
8	13.3	16.7	2.35	4.66
9	6.9	8.8	0.33	0.68
10	0.2	0.4	0.00	0.00
Сумма			495.91	

$$I_0 = \frac{2}{3} \cdot 495910 \cdot \frac{425.5}{20} = 7\,060\,000 \text{ ф}^4.$$

$$C_0M_0 = \frac{7\,060\,000}{443\,500} = 15.90 \text{ ф.} = 4.85 \text{ м}$$

Водоизмещение V_0 взято $= 12\,670$ т $= 443\,500$ куб. ф. вместе с выступающими частями.

Для приближенных соображений о величине возвышения метацентра над центром величины может служить следующая формула:

$$I_0 = \frac{1}{12} \cdot S^2 \cdot \frac{B}{L} \qquad (*)$$

где S есть площадь грузовой ватерлинии, B — наибольшая ширина при грузовой, L — длина корабля по грузовой, и еще более простая формула:

$$C_0 M_0 = \frac{1}{13} \frac{B^2}{H} \qquad (**)$$

Так, в нашем примере: $S = 21\,850$ кв. ф., формула (*) дает

$$I_0 = \frac{(21\,850)^2 \cdot 71.6}{12 \cdot 425.5} = 6\,720\,000 \text{ ф}^4.$$

и

$$C_0 M_0 = \frac{6\,720\,000}{443\,500} = 15.2 \text{ ф.} = 4.64 \text{ м}$$

Формула (**) дает:

$$C_0 M_0 = \frac{1}{13} \cdot \frac{(71.6)^2}{25.25} = 15.7 \text{ ф.} = 4.79 \text{ м}$$

Само собою разумеется, что в этих формулах коэффициенты $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{13}$ суть числа отвлеченные, от единиц меры не зависящие.

§ 39. Метацентрическая формула остойчивости. Когда корабль накренен на угол θ, то пара, действующая в плоскости наклонения и стремящаяся вернуть его в прямое положение, называется *восстанавливающей*; мерою этой пары служит момент ее, называемый также *восстанавливающим*. Обозначая его через $\mathfrak{M}$, имеем (фиг. 43):

$$\mathfrak{M} = P \cdot GK = P \cdot GM \cdot \sin\theta$$

но так как

$$\lim GM = GM_0$$

то GM отличается от GM_0 на величины бесконечно-малые одновременно с θ, а потому, взяв в предыдущей формуле вместо GM его предельную величину GM_0 называемую *метацентрической высотой*, мы получим приближенную формулу:

$$\mathfrak{M} = P \cdot GM_0 \cdot \sin\theta$$

или так как метацентрическая высота $GM_0 = \rho_0 - a$, то формулу:

$$\mathfrak{M} = P \cdot (\rho_0 - a)\sin\theta = P(\rho_0 - a) \cdot \theta$$

которая будет верна до членов второго порядка относительно θ.

Чтобы судить о степени точности этой формулы, нам надо будет сличать ее с точным выражением восстанавливающего момента, которое мы получим, вычисляя остойчивость для больших углов наклонения θ. Из таких сличений оказывается, что для судов высокобортных с почти прямостенными обводами в средней части, подобно бо́льшей части наших боевых кораблей, погрешность в величине восстанавливающего момента при угле наклонения θ, меньшем 5°, меньше 1%, при наклонении θ до 10° — погрешность достигает 2—4%, при наклонении до 20° погрешность составляет от 5 до 10%.

Для судов низкобортных, т. е. таких, у которых при наклонении меньшем 10—15°, край верхней палубы уже уходит под воду, вышеуказанная формула применима с тою же точностью, как и для высокобортных, пока кромка палубы не ушла в воду.

Формула

$$\mathfrak{M} = P \cdot (\rho_0 - a)\sin\theta \qquad (1)$$

называется *метацентрической формулой остойчивости* и, как видно из предыдущего, точность ее более чем достаточна для решения большей части практических вопросов, связанных с остойчивостью.

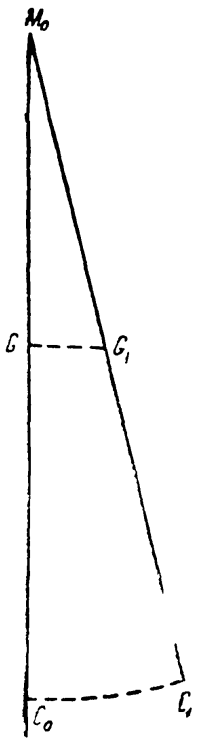
Заметим, что, так как для малых углов $\sin\theta$ весьма мало отличается от θ, выраженного отвлеченным числом, для получения которого стоит

только число градусов угла θ разделить на 57.3 или кругло на 60, то для быстрых расчетов в уме предыдущую формулу можно заменить следующей:

$$\mathfrak{M} = \frac{P}{60}(\rho_0 - a) \cdot \theta^0 \qquad (1')$$

где θ^0 есть число градусов угла крена.

Пользование метацентрической формулой остойчивости равносильно допущению, что *направление силы поддержания постоянно проходит через метацентр и, следовательно, точку приложения этой силы можно перенести из переменной точки C_1 в постоянную M_0.*



Фиг. 48.

Для примера пользования метацентрической формулой решим такой вопрос: определим угол крена корабля, происходящий от перемещения в поперечном направлении данного груза. Обозначим через p вес перемещаемого груза и через l длину, на которую он перемещен. Вследствие перемещения груза p центр тяжести корабля переместится из точки G в точку G_1 (фиг. 48), причем б д :

$$GG_1 = \frac{p \cdot l}{P}$$

Корабль накренится на такой угол, при котором точка G_1 и новое положение центра величины C_1 будут на одной отвесной линии, а так как эта линия по продолжении должна проходить через M_0, то для определения этого угла крена стоит только провести прямую $M_0 G_1$, угол $GM_0 G_1 = \theta$ и будет искомый.

Из треугольника $GM_0 G_1$ видно, что

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{GG_1}{GM_0} = \frac{GG_1}{\rho_0 - a} = \frac{p \cdot l}{P(\rho_0 - a)} \qquad (*)$$

и приближенно:

$$\theta = 57^\circ 3 \frac{pl}{P(\rho_0 - a)}$$

Очевидно, что формула (*) может служить для определения величины $\rho_0 - a$, когда известны остальные величины, в нее входящие. На этом основано определение положения центра тяжести корабля из опыта.

§ 40. Определение положения центра тяжести корабля из опыта. Сущность этого определения состоит в том, что на верхней палубе корабля вдоль каждого борта укладывается балласт, предварительно взвешенный, затем балласт с одного борта переносится на другой и заме-

чается угол θ, на который корабль накренится. Тогда в формуле (*) все величины, кроме метацентрической высоты $(\rho_0 - a)$ будут известны, и по этой формуле получим:

$$\rho_0 - a = \frac{p \cdot l}{P} \cdot \operatorname{ctg} \theta$$

и, так как ρ_0 известно из вычисления по теоретическому чертежу, то найдется и a, т. е. искомое возвышение центра тяжести корабля над центром величины.

Как видно, точность определения $\rho_0 - a$ зависит целиком от точности определения угла наклонения θ и величин p и l. Измерение величины перемещения l с требуемой степенью точности (до $1^0/_0$ его величины) обыкновенно не представляет никаких затруднений. Вес баласта p может быть также определен как заблаговременно, так и после опыта, поэтому при производстве опыта главная забота состоит в определении угла θ с требуемой степенью точности и в том, чтобы не происходило перемещения каких-либо иных грузов, например, перетекания воды в трюме или между днами.

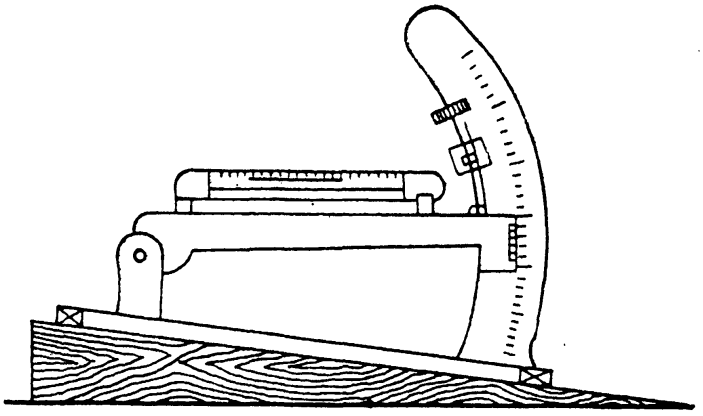
Самый опыт производится обыкновенно, когда корабль стоит в гавани. Баласт, количество которого должно составлять около $1^0/_0$ от водоизмещения корабля, укладывается вдоль борта правильными кучами из одинакового числа баластин, симметрично у обоих бортов, равняя кучи по пазу палубы и обчертив место куч мелом. Перед производством опыта, если корабль не вполне снаряжен, должна быть составлена ведомость всех недостающих и излишних грузов, вода из отделений или выкачана, или же отделения должны быть заполнены вполне, точно так же котлы должны быть или наполнены доверху, или вода из них должна быть выпущена,[1] швартовов надо оставить не более четырех, по возможности длинных и схваченных между собою ниже клюзов, причем, при производстве опыта, надо швартовы потравить, чтобы они не были обтянуты втугую и не препятствовали кораблю крениться. Если есть сходни, то их следует или убрать или приподнять их верхний конец так, чтобы он не упирался в корабль, а был бы на весу на талях. Команду поставить во фронт и заставить заметить места, на которые и становиться после переноса баласта и вообще по команде „по местам“.

Для определения угла крена можно пользоваться разными приемами: 1) отвесом, 2) квадрантом, 3) вертикальным кругом. Если наклонение определяется по отвесу, то весок надо брать длиною около 6 метров и подвешивать его на тонкой нитке (около $^1/_2$ мм диаметром) или проволоке (диаметр около $^1/_4$ мм), при этом полезно приделать к грузику веска

[1] В том случае, когда перед отправлением корабля в плавание определяется начальная его остойчивость, можно иметь в котлах столько воды, сколько будет при плавании; тогда не надо будет делать никаких поправок, как то будет видно при рассмотрении остойчивости корабля с жидким грузом.

две взаимно перпендикулярные пластинки и погрузить их в подставленный бак с водою или еще лучше с маслом, чтобы колебания веска быстрее успокаивались. Перпендикулярно диаметральной плоскости надо установить рейку, причем ее надо ставить по возможности ближе к нити веска, но так, чтобы нить за рейку не задевала. Рейку проще всего брать без всяких делений и помечать на ее грани положения нити отвеса. Нет при этом никакой надобности заботиться о том, чтобы отвес был в диаметральной плоскости и чтобы корабль не имел даже малого начального крена. Длина веска есть расстояние от точки подвеса до той грани рейки, по которой отмечаются положения нити.

При пользовании квадрантом, можно брать тот квадрант, который отпускается на корабли для надобности артиллерии и снабжен минутным уровнем и дугою круга с отсчетом по верниеру до 3′, а иногда и до 1′.



Фиг. 49.

Чтобы иметь возможность отсчитывать по такому квадранту углы наклонения на обе стороны, надо подложить под него деревянный клин (фиг. 49), которого угол был бы больше ожидаемого угла крена корабля, и, закрепив этот клин, поставить и укрепить на нем квадрант в плоскости шпангоута. Наконец, для пользования вертикальным кругом надо такой круг или универсальный инструмент установить на корабле в плоскости шпангоута и наводить трубу или на видимый горизонт или на отдаленный предмет. Перед наблюдением замечается точно углубление штевней.

Наблюдение начинается с того, что команда ставится по местам, и замечается или положение отвеса, или начальный отсчет по квадранту (проведя аллидаду его с уровнем так, чтобы пузырек уровня был на среднем делении), или же производится начальный отсчет по вертикальному кругу, наведя трубу на избранный отдаленный предмет или горизонт.

Затем переносят часть, половину или треть баласта с одного борта на другой, например, с правого на левый, и производят после того, как команда снова станет по местам, вторичный отсчет по отвесу, квадранту или кругу; разность отсчетов и дает угол крена, соответствующий произведенному перемещению баласта; затем переносят вторую часть баласта с правого борта на левый и снова производят отсчет, затем третью. Затем таким же порядком переносят баласт обратно с левого борта на правый, производя всякий раз отсчет углов наклонения, и получают серию наблюдений, подобных следующей.

Эскадренный броненосец «Пересвет»

Кронштадт, Средняя гавань, 13 октября 1900 г.

Углы наклонения определены по квадранту:

1) „По местам". Начальный отсчет: $\theta_0 = 6°13'$.

2) Перенесено 15 т с правого борта на левый. Плечо: $l_1 = 15.70$ м. Отсчет квадранта: $\theta_1 = 4°57'$.

3) Перенесено еще 15 т с правого борта на левый. Плечо: $l_2 = 15.85$ м. Отсчет квадранта: $\theta_2 = 3°39'$.

4) Перенесено еще 10.3 т с правого борта на левый,

именно: 4 т на 15.55 м
4 „ „ 16.45 „
2.3 „ „ 16.15 „

что дает общее плечо $l_3 = 16.04$ м.

Отсчет по квадранту: $\theta_2 = 2°48'$.

Весь баласт на левом борту.

5) Перенесено обратно с левого борта на правый 15 т на 15.85 м. Отсчет: $\theta_4 = 3°55'$.

6) Перенесено еще 15 т с левого борта на правый на 16.60 м. Отсчет: $\theta_5 = 5°21'$.

7) Перенесено еще 10.3 т с левого борта на правый на 16.04 м. Отсчет: $\theta_6 = 6°15'$.

8) Перенесено 30 т с левого борта на правый на 15.33 м. Отсчет $\theta_7 = 8°42'$.

9) Перенесено еще 10.3 т с левого борта на правый на 15.85 м. Отсчет: $\theta_8 = 9°33'$.

Весь баласт на правом борту.

По этим данным рассчитываем моменты перемещения грузов (pl) и соответствующие им углы крена, а именно:

Положение 2. Момент: (тм): $M_1 = 15 \cdot 15.70 = 236$

Угол крена $\theta_1 = 6°13' - 4°57' = 1°16'$

Положение 3. Момент (тм): $15 \cdot 15.70 = 236$
$15 \cdot 15.85 = 238$
$M_2 = 474$

Угол крена $\theta_2 = 6°13' - 3°39' = 2°34'$

Положение 4. Момент (тм): $15.0 \cdot 15.70 = 236$
$15.0 \cdot 15.85 = 238$
$10.3 \cdot 16.01 = 165$
$M_3 = 639$

Угол крена $\theta_3 = 6°13' - 2°48' = 3°25'$

Положение 5. Момент (тм): $15.0 \cdot 15.70 = 236$
$15.0 \cdot 15.85 = 238$
$10.3 \cdot 16.04 = 165$
$-15.0 \cdot 15.85 = -238$
$M_4 = 401$

Угол крена $\theta_4 = 6° 13' - 3° 55' = 2° 18'$

Положение 6. Момент (тм): $15.0 \cdot 15.70 = 236$
$15.0 \cdot 15.85 = 238$
$10.3 \cdot 16.04 = 165$
$-15.0 \cdot 15.85 = -238$
$-15.0 \cdot 16.60 = -249$
$_5 = 152$

Угол крена $\theta_5 = 6° 13' - 5° 21' = 0° 52'$

Положение 7. Момент (тм): $15 \cdot 15.70 = 236$
$15 \cdot 15.85 = 238$
$10.3 \cdot 16.04 = 165$
$-15 \cdot 15.85 = -238$
$-15 \cdot 16.60 = -249$
$-10.3 \cdot 16.04 = -165$
$M_6 = -13$

Угол крена $\theta_6 = 6° 13' - 6° 15' = -0° 2'$

Дальнейшие положения сравниваем с 7-м, принимаемым за новое начальное.

Положение 8. Момент (тм): $M_7 = -30 \cdot 15.34 = -460$

Угол крена $\theta_7 = 6° 15' - 8° 42' = -2° 27'$

Положение 9. Момент (тм): $-30 \cdot 15.34 = -460$
$-10.3 \cdot 15.85 = -163$
$M_8 = -623$

Угол крена $\theta_8 = 6° 15' - 9° 33' = -3° 18'$

По этим данным расстояние x_i от метацентра до центра тяжести вычисляется по формуле:

$$x_i = \rho_0 - a = \frac{M_i}{P \operatorname{tg} \theta_i} \tag{1}$$

Таких уравнений получаем 7 (положения: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9). Применяя к решению их способ наименьших квадратов, получим:

$$x = \rho_0 - a = \frac{1}{P} \frac{\sum M_i \operatorname{tg} \theta_i}{\sum \operatorname{tg}^2 \theta_i} \tag{2}$$

и для суждений о точности наблюдений и результата имеем следующие формулы:

Средняя ошибка одного наблюдения:

$$\eta = \sqrt{\frac{\Sigma \varepsilon_i^2}{n-1}}$$

причем

$$\varepsilon_i = x - x_i$$

Средняя ошибка величины $\rho_0 - a$:

$$\varepsilon_0 = \frac{\eta}{\sqrt{n}}$$

где $n = 7$ есть число наблюдений.

Получаем нижеследующую таблицу:

№ наблюдения i	Моменты перемещения M_i (тонно-метры)	Вызываемый угол крена θ_i	$\operatorname{tg} \theta_i$	$10000 \operatorname{tg}^2 \theta_i$	$M_i \operatorname{tg} \theta_i$	$x_i = \frac{M_i}{P \operatorname{tg} \theta_i}$ (метры)	$\varepsilon = x - x_i$ (см)	$\varepsilon^2 \cdot 10000$
1	236	1°16′	0.0221	4.88	5.22	0.884	+0.4	0.2
2	474	2°34′	0.0448	20.07	21.25	0.875	—0.5	0.3
3	639	3°25′	0.0596	35.52	38.10	0.912	+3.2	10.2
4	401	2°18′	0.0401	16.08	16.04	0.826	—5.4	29.2
5	152	0°52′	0.0148	2.19	2.25	0.854	—2.6	6.8
6	—460	—2°27′	—0.0429	18.40	19.72	0.888	+0.8	0.6
7	—623	—3°18′	—0.0576	33.18	35.82	0.899	+1.9	3.6
				130.32	138.40			50.9

$$x = \frac{1}{P} \cdot \frac{\Sigma M_i \operatorname{tg} \theta_i}{\Sigma \operatorname{tg}^2 \theta_i} = \frac{1}{12050} \cdot \frac{138.40}{130.32} \cdot 10000 = 0{,}880 \text{ м}$$

Средняя ошибка отдельного наблюдения:

$$\eta = \pm \sqrt{\frac{50.9}{7-1}} = \pm 2.9 \text{ см}$$

Средняя ошибка окончательного результата:

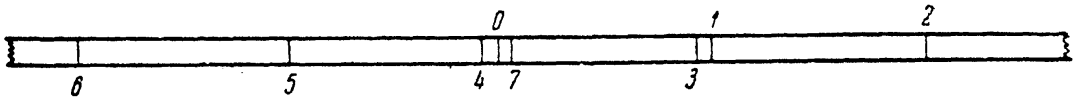
$$\varepsilon_0 = \frac{\eta}{\sqrt{7}} = \pm 1.1 \text{ см}$$

Совершенно подобным же образом обрабатываются и результаты наблюдений по отвесу, как можно видеть из следующего примера определения центра тяжести броненосца „Ретвизан“.

Как уже сказано, для производства опыта замечают углубление штевней корабля, рассчитывают людей и, поставив их на верхней палубе во фронт, приказывают заметить те места, на которые они должны становиться по команде: „по местам“ и, когда корабль и отвесы успокоятся, то отмечают по каждой рейке положение нити и помечают его 0; эти отметки и покажут прямое положение корабля.

Затем переносят половину или треть куч баласта с одного борта на другой, например с правого на левый, укладывая их в оставленные промежутки между кучами, разложенными по левому борту. Затем командуют „по местам“, и после того как корабль и отвесы успокоятся, помечают по рейкам положение нити отвеса отметкою № 1. Затем переносят вторую часть баласта с правого борта на левый и повторяют то же наблюдение, пометив положение нити отвеса по рейке.

Затем в таком же порядке переносят баласт по частям обратно с левого борта на правый (при этом повторятся такие же положения, как при первой серии наблюдений), пока весь баласт не окажется



Фиг. 50.

на правом борту, помечая всякий раз положение нити отвеса по рейке. После этих наблюдений отметки на рейках будут иметь такой вид (фиг. 50). Отметки 3-я и 1-я, нулевая, 4-я и 7-я должны бы совпадать, ибо они соответствуют одинаковому расположению баласта, но от неизбежных погрешностей наблюдений, переливания части воды в трюме и в котлах и проч. всегда получается между ними маленькая разница, соответствующая углу в несколько минут (5—10′).

Между соответствующими отметками берут среднее и затем обмеряют расстояние от нулевой отметки; эти длины и представят собою величины отклонения отвеса при наклонениях корабля. Очевидно, что если это отклонение обозначим через a, а длину отвеса через L, то угол наклонения корабля получится по формуле:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{a}{L}$$

Затем для вычисления составляют следующую схему определения положения центра тяжести:

Эскадренный броненосец „Ретвизан“

Кронштадт, Средняя гавань, 15 июля 1903 г.

Углубление: форштевня . .	23	ф.	7 д.
ахтерштевня . .	25	„	9 „
Среднее	24 ф. 8 д. = 7.53 м.		

Ц. В. над килем 13.50 ф. = 4.12 м.

Чтобы рассчитать соответствующий этому углублению вес P броненосца, воспользуемся следующими данными.

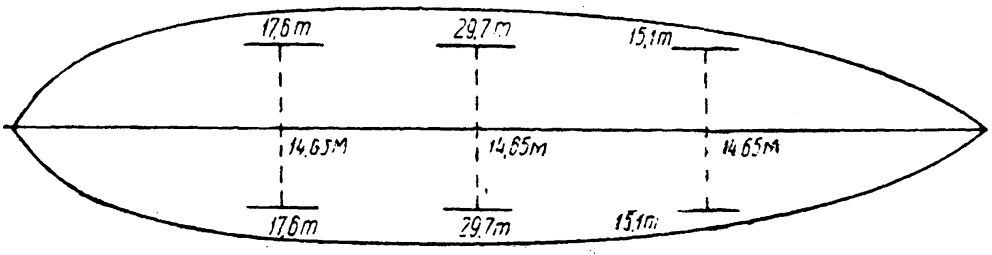
Теоретическое углубление корабля в полном грузу есть 25′0″, при этом его водоизмещение в соленой воде (считая тонну за 35 куб. ф.) есть 12983 т.

Число тонн на 1 д. осадки 50.

Следовательно, при опыте водоизмещение корабля составляло: $12983 - 50 \cdot 4 = 12983 - 200 = 12783$ т. по 35 куб. ф.

Чтобы получить *вес* корабля, заметим, что в Кронштадтской гавани вода пресная и, следовательно, вес корабля в тоннах получится, разделив объем вытесненной им воды на 36, т. е. будет:

$$P = 12783 \cdot \frac{35}{36} = 12420 \text{ т.}$$



Фиг. 51.

Схема расположения баласта (фиг. 51):

Концевой баласт на верхней палубе 44 ф. над килем.

Средний баласт на навесной палубе 52 ф. над килем.

Наблюдения:

1) Носовой и кормовой баласт перенесен с правого борта на левый: $p_1 = 32.7$ т, $l = 14.65$ м, $p_1 l = 479$ тм.

Отметка по рейкам отвесов: 1.

2) Баласт на навесной палубе перенесен с правого борта на левый: $p_2 = 24{,}9$ т, $l = 14{,}65$ м, $p_2 l = 365$ тм.

Момент $p_1 l + p_2 l = 479 + 365 = 844$ тм.

Отметка по рейкам отвесов: 2.

Весь баласт на левом борту.

3) Баласт на навесной палубе перенесен с левого борта на правый, на старое место.

Расположение баласта как при положении 1.

Момент: 479 тм.

Отметка по рейкам отвесов: 3.

4) Баласт поровну.

Момент $= 0$.

Отметка на рейках: 4.

5) Баласт на верхней палубе перенесен с левого борта на правый.
Момент: 479 тм.
Отметка по рейкам: 5.
6) Баласт на навесной палубе перенесен с левого борта на правый.
Отметка на рейках: 6.
7) Баласт поровну.
Момент = 0.
Отметка на рейках: 7.
Длина отвесов 3.66 м.
Обмеры отклонений весков даны в следующей таблице:

№№ наблюдений	Момент (тм)	Отклонение носового веска (см)	Отклонение среднего веска (см)	Отклонение кормового веска (см)	Средние (см)
1	479	21.3	21.6	21.3	21.4
2	844	35.6	35.3	35.6	35.5
3	479	21.6	21.3	21.3	21.4
4	844	35.3	35.8	35.3	35.5
5	479	21.3	21.3	21.6	21.4
Среднее. .	625	—	—	—	27.04

$$\rho - a = \frac{625}{12420} \cdot \frac{366}{27.04} = 0.68 \text{ м} = 68 \text{ см}$$

Задача. Обработать эти наблюдения по методу наименьших квадратов и сличить полученные результаты.

Итак, возвышение метацентра над центром тяжести при опыте было 0.68 м = 2.23 ф.

От этой величины надо перейти к той, которая имеет место при нормальной нагрузке корабля, приняв во внимание излишние и недостающие грузы.

При теоретическом углублении броненосца 25′ 0″ = 7.63 м водоизмещение его в соленой воде составляет 12 983 т, и центр величины лежит над килем на 4.17 м, метацентр над центром величины на 4.96 м. Число тонн на 1 см осадки $q = 20$.

При углублении в 24′ 8″ = 7.53 м, которое было при опыте, будет:
Водоизмещение $12983 - 20 \cdot 10 = 12783$ т.
Возвышение центра величины над килем (см. ниже § 41)

$$KC_0 = \frac{12983 \cdot 4.17 - 200 \cdot 7.53}{12983 - 200} = 4.12 \text{ м}$$

Свод грузов, недостающих и излишних

Наименование грузов	Вес (тонны)	Плечо от киля (метры)	Момент (тонно-метры)
Недостающие грузы:			
Уголь над броневой палубой	658.5	9.76	6420
Уголь в яме от 21 до 24 шпангоута	16.0	7.03	112
Вода для котлов	417	0.76	317
Минеральное масло	5.5	8.50	47
Боевой запас	448.6	4.05	1815
Запасы по минной части	33.9	5.68	192
Провизия и шкиперские запасы	68.7	3.83	267
Всего недостающих грузов	1648.2	—	9170
Излишние грузы:			
Баласт на верхней палубе	65.4	13.42	878
Баласт на навесной палубе	49.8	15.85	790
Всего излишних грузов	115.8	—	1668
Итого недостающих грузов	1533.0	4.89	7502

Возвышение метацентра над центром величины

$$C_0 M_0 = 4.96 \cdot \frac{12\,983}{12\,783} = 5.06 \text{ м}$$

Возвышение метацентра над центром тяжести по опыту:

$$G_0 M = 0.68 \text{ м}$$

Возвышение центра тяжести над килем при опыте:

$$KC_0 + C_0 M - G_0 M = KG_0 = 4.17 + 4.96 - 0.68 = 8.45 \text{ м}$$

Увеличение углубления от прибавки грузов:

$$e = \frac{1\,533}{20} = 76 \text{ см} = 0.76 \text{ м}$$

$$h + \frac{e}{2} = 7.53 + 0.38 = 7.91 \text{ м}$$

При полном грузу будет:

1) Возвышение центра величины над килем:

$$KC_1 = \frac{12\,420 \cdot 4.12 + 1\,533 \cdot 7.91}{12\,420 + 1\,533} = 4.55 \text{ м}$$

2) Возвышение метацентра над центром величины

$$C_1 M_1 = 5.06 \cdot \frac{12\,420}{13\,953} = 4.51 \text{ м}$$

3) Возвышение метацентра M_1 над килем

$$KC_1 + C_1 M_1 = 9.06 \text{ м}$$

4) Возвышение центра тяжести G_1 над килем:

$$KG_1 = \frac{12\,420 \cdot 8.45 + 1\,533 \cdot 4.89}{13\,953} = 8.10 \text{ м}$$

5) Возвышение метацентра над центром тяжести при полном грузу

$$M_1 G_1 = 9.06 - 8.10 = 0.95 \text{ м}$$

Полученный результат дает возвышение метацентра над центром тяжести, когда корабль будет в полном грузу; от этого состояния нагрузки можно перейти ко всякому другому, как показано ниже.

§ 41. Изменение остойчивости от перемещения, приема и расходования груза. Мерой начальной остойчивости корабля, иначе остойчивости его для малых наклонений, служит метацентрическая высота, т. е. возвышение метацентра над центром тяжести. При всяком изменении нагрузки изменяется положение всех трех главных точек: центра тяжести, центра величины и метацентра, сообразно с чем изменяется и остойчивость. Покажем, как вычислять эти изменения.

1) Простейший случай есть вертикальное перемещение груза, уже находящегося на корабле; такое перемещение вызывает только перемещение центра тяжести корабля, т. е. изменяется величина a, величина же ρ_0 и положение метацентра остаются неизменными.

Если груз p поднят на величину l, то соответствующее увеличение a будет:

$$\delta a = \frac{p \cdot l}{P}$$

и новая метацентрическая высота будет:

$$MG_1 = \rho_0 - (a + \delta a) \qquad (1)$$

2) Изменение остойчивости от приема или расходования груза.

Пусть на корабль, вес которого P и водоизмещение V_0, принят груз p (см. фиг. 52), требуется определить изменение остойчивости.

Положим, что груз p принят так, что корабль не изменяет дифферента, т. е. что центр тяжести принятого груза находится на одной отвесной линии с центром тяжести грузовой.

Будем считать вертикальные координаты от киля K, и пусть будут C_0, G_0 и M_0 начальные положения центра величины, центра тяжести и метацентра так, что:

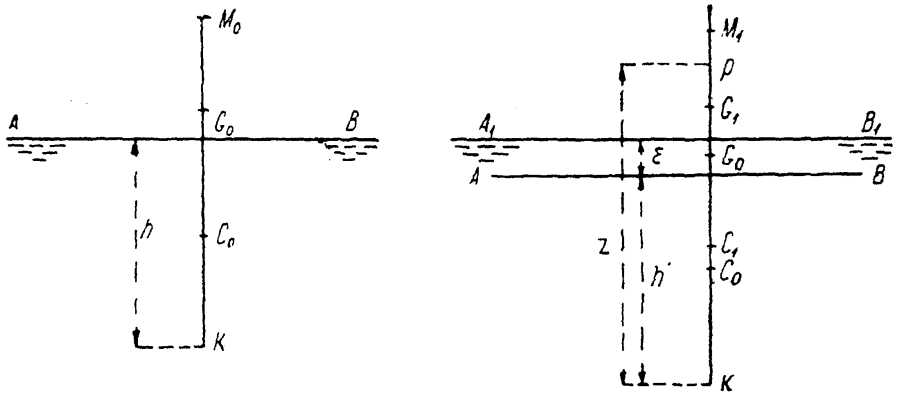
Возвышение центра величины над килем есть KC_0
Возвышение центра тяжести над килем есть KG_0
Возвышение метацентра над килем есть KM_0

Начальная метацентрическая высота $M_0G_0 = KM_0 - KG_0$.

После приема груза корабль погрузится на величину (см. § 29):

$$\varepsilon = \frac{p}{q}$$

где q — число тонн на 1 м осадки.



Фиг. 52.

От этого погружения центр величины переместится в точку C и будет:

$$(P+p)\cdot KC_1 = P\cdot KC_0 + p\left(h+\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

где h есть начальное среднее углубление корабля.

Отсюда следует:

$$\begin{aligned} KC_1 &= \frac{P}{P+p}\cdot KC_0 + \frac{p}{P+p}\left(h+\frac{\varepsilon}{2}\right) = \\ &= KC_0 + \frac{p}{P+p}\left(h+\frac{\varepsilon}{2} - KC_0\right) \end{aligned} \qquad (2)$$

Новый метацентрический радиус ρ_1 будет выражаться формулой

$$C_1M_1 = \rho_1 = \frac{I_1}{V_0+v}$$

где $v=\frac{p}{\gamma}$, и I_1 есть момент инерции новой грузовой ватерлинии, а так как начальный метацентрический радиус

$$C_0 M_0 = \rho_0 = \frac{I_0}{V_0}$$

то будет:

$$\begin{aligned} C_1 M_1 &= C_0 M_0 + \frac{I_1}{V_0+v} - \frac{I_0}{V_0} = \\ &= C_0 M_0 + \frac{I_1 - I_0}{V_0+v} - \frac{v}{V_0+v} C_0 M_0 \end{aligned} \tag{3}$$

Обыкновенно вблизи грузовой корабль прямостенный и $I_1 = I_0$, тогда

$$C_1 M_1 = C_0 M_0 - \frac{v}{V_0+v} C_0 M_0 = C_0 M_0 - \frac{p}{P+p} C_0 M_0 \tag{3'}$$

Наконец, новое положение центра тяжести корабля будет определяться величиною KG_1, получаемой из равенства

$$(P+p) \cdot KG_1 = P \cdot KG_0 + p \cdot z$$

где z есть возвышение центра тяжести принятого груза над килем; отсюда имеем:

$$KG_1 = \frac{P}{P+p} KG_0 + \frac{pz}{P+p} = KG_0 + \frac{p}{P+p}(z - KG_0) \tag{4}$$

Новая метацентрическая высота $G_1 M_1$, очевидно, будет:

$$G_1 M_1 = KC_1 + C_1 M_1 - KG_1$$

Подставляя вместо KC_1, $C_1 M_1$, KG_1 их величины, даваемые формулами (2), (3′) и (4), имеем:

$$\begin{aligned} G_1 M_1 &= KC_0 + C_0 M_0 - KG_0 + \\ &+ \frac{p}{P+p}\left[h + \frac{\varepsilon}{2} - z - (KC_0 + C_0 M_0 - KG_0)\right] \end{aligned}$$

Замечая, что

$$G_0 M_0 = KC_0 + C_0 M_0 - KG_0$$

имеем для прямостенного корабля:

$$G_1 M_1 = G_0 M_0 + \frac{p}{P+p}\left[h + \frac{\varepsilon}{2} - G_0 M_0 - z\right] \tag{5}$$

Если же в пределах изменения углубления корабль нельзя считать прямостенным, то надо пользоваться формулою (3) и будет:

$$G_1 M_1 = G_0 M_0 + \frac{I_1 - I_0}{V+v} + \frac{p}{P+p}\left[h + \frac{\varepsilon}{2} - G_0 M_0 - z\right] \tag{6}$$

Заметим по поводу формулы (5), что величина $h+\frac{\varepsilon}{2}-G_0M_0$ представляет собою возвышение над килем такой горизонтальной плоскости, которая настолько же лежит ниже средней, соответствующей углублению $h+\frac{\varepsilon}{2}$, ватерлинии, насколько начальный метацентр лежит выше начального положения центра тяжести корабля; формула (5) показывает, что при приеме груза *ниже* этой плоскости метацентрическая высота *увеличится*, а при приеме груза *выше* этой плоскости метацентрическая высота уменьшится.

Отсюда ясно, что для прямостенного корабля прием груза выше ватерлинии уменьшает остойчивость.

Очевидно, что, когда груз не принимается, а расходуется, надо применять те же формулы, написав вместо p везде $-p$, и тогда из формулы (5) видно:

1) При израсходовании груза, расположенного выше грузовой ватерлинии, метацентрическая высота увеличивается у прямостенного корабля.

2) При израсходовании груза, расположенного настолько ниже средней грузовой ватерлинии, насколько метацентр выше центра тяжести, метацентрическая высота не изменяется.

Пример. Определить метацентрическую высоту броненосца „Пересвет“ после того, как будет сгружен баласт, служивший для опыта.

Здесь имеем:

Осадка корабля $h=25$ ф.

Вес баласта $p=80.6$ т.

Полный вес корабля $P=12\,050$ т.

Число тонн на один дюйм осадки $=50$.

Возвышение баласта над первоначальной грузовой $=27$ ф.

Метацентрическая высота $G_0M_0=2.89$ ф.

Рассчитываем сперва ε, имеем:

$$\varepsilon=\frac{-80.6}{50}=-1.6\text{ д.}=-0.13\text{ ф.}$$

следовательно,

$$z-\left(h+\frac{\varepsilon}{2}\right)=27.0-(25.0-0.1)=2.1\text{ ф.}$$

$$G_1M_1-G_0M_0=-\frac{-80.6}{12\,050-80.6}\cdot(2.9+2.1)=+0.03\text{ ф.}$$

Метацентрическая высота

$$G_1M_1=G_0M_0+0.20=2.89+0.03=2.92\text{ ф.}=0.89\text{ м}$$

§ 42. Определение центра тяжести корабля затоплением отделения. Чтобы избежать погрузки значительного количества баласта, требуемого для опыта, можно на кораблях, имеющих бортовые коридоры,

пользоваться для определения положения центра тяжести корабля наблюдением крена, вызываемого затоплением этих бортовых отсеков.

К этому приему в особенности полезно прибегать для определения положения центра тяжести порожнего корпуса корабля после спуска его на воду, ибо в этом состоянии остойчивость корабля весьма велика, и для получения достаточно точных результатов следовало бы принимать весьма значительное количество баласта (4—5% от веса корабля при опыте).

Примерами такого определения могут служить определения положения центра тяжести броненосцев „Слава“ и „Бородино“ после спуска их на воду.

Эти два примера, для лучшего уяснения дела, нарочно приведены со всеми подробностями как вывода формул, так и производства наблюдений и их обработки.

Броненосец „Слава“

Для определения положения центра тяжести броненосца „Слава“ был применен прием наблюдения крена, вызываемого затоплением отделений.

Прежде, чем приводить результаты этих наблюдений и их обработку, выведем формулы, которые для этого служили.

I. Вывод формул (см. фиг. 53).

Пусть будет:

V_0 . . . . начальное водоизмещение

C_0 . . . . центр величины
G_0 . . . . центр тяжести
M_0 . . . метацентр
} соответствует водоизмещению V_0

v . . . . объем затопленного отделения

a и b . . координаты его центра тяжести

C_1 . . . . центр величины
G_1 . . . . центр тяжести
M_1 . . . метацентр
} после затопления отделения

K . . . . верхняя грань киля

θ . . . . угол крена

$h_0 = KF$. углубление корабля (среднее)

Сделаем для краткости письма следующие обозначения:

$$KC_0 = c_0; \qquad KC_1 = c_1$$

$$KG_0 = g_0; \qquad KG_1 = g_1$$

$$C_0M_0 = \rho_0; \qquad C_1M_1 = \rho_1$$

Корабль от затопления отделения накренится на такой угол θ, что метацентр M_1 и центр тяжести G_1 станут на одной отвесной линии, и, следовательно, будет:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{EG_1}{M_1 E} \tag{1}$$

Но поперечное перемещение центра тяжести EG_1 выражается так:

$$EG_1 = \frac{vb}{V_0 + v} = \frac{\mu}{V_0 + v} \tag{2}$$

где через μ обозначено произведение $v \cdot b$, представляющее статический момент затопленного отделения относительно диаметральной плоскости.

Затем имеем:

$$c_1 (V_0 + v) = V_0 c_0 + v\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2}\right) = (V_0 + v) c_0 +$$

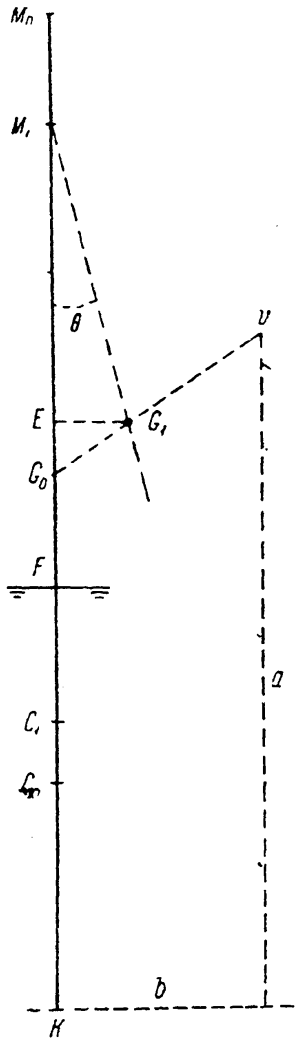
$$+ v\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - c_0\right)$$

$$c_1 = c_0 + \frac{v}{V_0 + v}\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - c_0\right) \tag{3}$$

$$g_1 (V_0 + v) = V_0 g_0 + va = (V_0 + v) g_0 + v (a - g_0)$$

$$g_1 = g_0 + \frac{v}{V_0 + v}(a - g_0) \tag{4}$$

причем $\varepsilon = \frac{v}{S}$, где S — площадь грузовой ватерлинии.



Фиг. 53.

Далее:

$$\rho_0 = \frac{I}{V_0}$$

где I — момент инерции площади грузовой ватерлинии

$$\rho_1 = \frac{I}{V_0 + v} = \frac{I}{V_0} \cdot \frac{V_0}{V_0 + v} = \rho_0\left(1 - \frac{v}{V_0 + v}\right) \tag{5}$$

$$\rho_1 = \rho_0 - \rho_0 \cdot \frac{v}{V_0 + v} \tag{5'}$$

$$M_1 E = KM_1 - KE$$

$$KM_1 = KC_1 + C_1 M_1 = c_1 + \rho_1 = c_0 + \frac{v}{V_0 + v}\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - c_0\right) +$$

$$+ \rho_0 + \rho_0 \cdot \frac{v}{V_0 + v} = c_0 + \rho_0 + \frac{v}{V_0 + v}\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - c_0 - \rho_0\right)$$

$$KE = g_0 + \frac{v}{V_0 + v}(a - g_0)$$

$$M_1 E = KM_1 - KE = c_0 + \rho_0 - g_0 +$$

$$+ \frac{v}{V_0 + v}\left[h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - c_0 - \rho_0 + g_0 - a\right] =$$

$$= (c_0 + \rho_0 - g_0) + \frac{v}{V_0 + v}\left[h + \frac{\varepsilon}{2} - a - (c_0 + \rho_0 - g_0)\right] =$$

$$= (c_0 + \rho_0 - g_0) - \frac{v}{V_0 + v}\left[(c_0 + \rho_0 - g_0) + \left(a - h_0 - \frac{\varepsilon}{2}\right)\right]$$

Но величина $c_0 + \rho_0 - g_0 = KM_0 - GK_0 = M_0 G_0$ есть искомая метацентрическая высота. Обозначив ее через z, имеем:

$$M_1 E = z - \frac{v}{V_0 + v}\left[z + \left(a - h_0 - \frac{\varepsilon}{2}\right)\right] = \\ = \frac{V_0}{V_0 + v} z - \frac{v}{V_0 + v}\left(a - h_0 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \tag{6}$$

Из формулы (1) следует: $EG_1 = M_1 E_1 \operatorname{tg} \theta$.

Подставляя сюда вместо EG_1 и $M_1 E$ их величины (2) и (6), получим:

$$\frac{\mu}{V_0 + v} = \frac{1}{V_0 + v}\left\{V_0 z - v\left[a - h_0 - \frac{\varepsilon}{2}\right]\right\} \operatorname{tg} \theta$$

или

$$\mu = V_0 z \operatorname{tg} \theta - v\lambda \operatorname{tg} \theta \tag{8'}$$

где

$$\lambda = a - \left(h + \frac{\varepsilon}{2}\right) \tag{7}$$

и, следовательно,

$$V_0 z \operatorname{tg} \theta = \mu + v\lambda \cdot \operatorname{tg} \theta \tag{8}$$

откуда:

$$z = \frac{\mu}{V_0} \operatorname{ctg} \theta + \frac{v\lambda}{V_0} \tag{9}$$

Величина $\varepsilon = \frac{v}{S}$ не превышает в наших наблюдениях 5 дюймов, поэтому ею можно пренебречь по сравнению с h_0 и вместо формулы (7) писать:

$$\lambda = a - h_0 \tag{10}$$

Формулы (8), (9) и (10) послужат для наших расчетов.

II. Наблюдения производились следующим образом: на верхней палубе корабля был установлен теодолит; вертикальный круг его

направлен по траверзу корабля и выбран резко окраенный отдаленный предмет. При прямом положении корабля, на этот предмет был наведен крест нитей трубы, и замечены отсчеты по вертикальному и горизонтальному кругам теодолита. По затоплении каждого отделения, труба наводилась на тот же предмет и производились отсчеты по обоим кругам. Эти отсчеты были затем повторены по откачивании воды из отделений, которое производилось в порядке, обратном их затоплению, а по осушении отделений был повторен и отсчет, соответствующий прямому положению корабля.

При каждом положении корабля труба наводилась на предмет не менее трех раз, и бралось среднее между отсчетами; при этом отсчеты по вертикальному кругу не разнились между собою более, чем на 0°.02, по горизонтальному на 2°.

Теодолит был взят из Института инженеров путей сообщения, труба его имеет увеличение около 12—15 раз, круги диаметром около 7 дюймов снабжены новым (сотенным) делением (окружность на 400 частей) с отсчетом до 0°.02, что соответствует 1′ старого градусного деления.

Для затопления были выбраны отделения верхнего бортового коридора правого борта; объемы их и моменты, вычисленные Балтийским заводом, следующие:

№№ отдел.	№№ шпангоутов	Объемы отделений (тонны)	Момент относит. диам. пл.	№№ отдел.	№№ шпангоутов	Объемы отделений (тонны)	Момент относит. диам. пл.
1	32—38	34.2	1095	5	53—59	34.3	1146
2	38—44	34.0	1146	6	59—65	32.8	1118
3	44—47	16.9	578	7	65—71	32.5	1098
4	47—53	33.6	1152	8	71—77	28.2	931

III. Обработка наблюдений. Разность отсчетов № 0 и № 15 (см. табл. на стр. 178) показывает, что произошло смещение инструмента по отношению к палубе корабля; оно было, повидимому, вызвано тем, что под палубой производились работы, во время которых снизу по палубе было произведено несколько ударов молотом, пока эта работа не была приостановлена. Это смещение произошло между наблюдениями № 9 и № 10, поэтому для всех наблюдений от 0 до 9 за отсчет, соответствующий прямому положению, принят № 0, т. е. 302°.17, а для остальных принят № 15, т. е. 302°.58.

Изменение видимого азимута предмета (отсчет по горизонтальному кругу) происходит от поворотов корабля, подверженного действию ветра

и течения Невы. Это изменение легко принять в расчет и ввести в соответствующие поправки в наблюденные углы крена.

Непосредственно наблюденные результаты:

№№ наблюдений	Число затопленных отделений и их №№	Кренящий момент μ (т.-ф.)	Объем затопленных отделений v (тонн)	Отсчет по вертикальному кругу H_i	Отсчет по горизонт. кругу A_i	Неисправленные углы крена θ_i	Азимут от траверза φ_i
				градусы сотенного деления			
0	0	0	0	302.17	56.8	0.00	3.8
1	1:1	1095	34.2	302.91	48.3	0.74	4.7
2	2:1 и 2	2241	68.2	303.43	63.9	1.26	10.9
3	3:1, 2 и 3	2819	85.1	303.71	64.8	1.54	11.8
4	4:1, 2, 3 и 4	3971	118.7	304.31	64.2	2.14	11.2
5	5:1, 2, 3, 4 и 5	5115	152.0	305.00	61.6	2.83	8.6
6	6:1, 2, 3, 4, 5 и 6	6233	184.8	305.58	62.6	3.41	9.6
7	7:1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7	7331	217.3	306.20	63.3	4.03	10.3
8	8:1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8	8262	245.5	306.77	63.2	4.60	10.2
9	6:1, 2, 3, 4, 5 и 8	6046	180.2	305.62	63.8	3.45	10.8
10	5:1, 2, 3, 4 и 5	5115	152.0	305.35	61.3	2.77	8.5
11	4:1, 2, 3 и 4	3971	118.7	304.77	57.4	2.19	4.4
12	3:1, 2 и 3	2319	85.1	304.04	62.4	1.46	8.4
13	2:1 и 2	2241	68.2	303.68	64.9	1.10	11.9
14	1:1	1095	34.2	303.16	59.3	0.58	6.3
15	0	0	0	302.58	55.5	0.00	2.5

Отсчет траверза по горизонтальному кругу $A_0 = 53°$.

В самом деле, вообразим вспомогательную сферу, и пусть точка S на ней будет предмет, на который производилось наведение трубы, Z зенит наблюдателя, ZOC вертикаль предмета, NZK диаметральная плоскость корабля в прямом положении, когда предмет на траверзе, NOK соответствующее положение горизонтального и ZSO — вертикального круга теодолита.

Положим, что корабль повернулся на некоторый угол, так что точка K пришла в K_1, и затем накренился на угол θ, тогда горизонтальному кругу прибора на сфере соответствует круг $K_1 H$. Проведя через точку Z большой круг, перпендикулярный к $K_1 H$, получим в O_1 положение точки O после наклонения корабля. Отметив полюс круга $K_1 H$ и проведя большой круг PSA, получим положение вертикального круга теодолита, когда труба будет выведена на предмет S, причем AS будет отсчет по этому кругу, $O_1 A$ — отсчет по горизонтальному кругу.

В треугольнике PZS, образовавшемся на сфере, имеем:

$$PZ = \theta; \quad ZS = \frac{\pi}{2} - \beta_0; \quad PS = \frac{\pi}{2} - \beta_1 \text{ и угол } ZPS = \pi - \varphi$$

причем

$\beta_0 = OS$ — начальный отсчет по вертикальному кругу

$\beta_1 = AS$ — отсчет по вертикальному кругу при наклонении корабля.

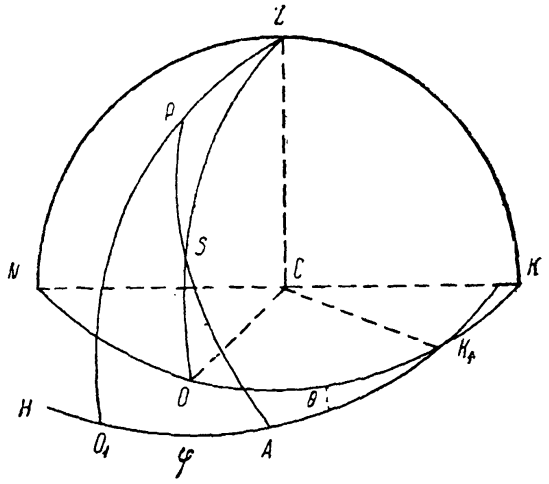
Из этого треугольника имеем:

$$\cos ZS = \cos PZ \cdot \cos PS + \sin PZ \cdot \sin PS \cdot \cos ZPS$$

или

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta_0\right) = \cos\theta \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right) +$$

$$+ \sin\theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right) \cdot \cos(\pi - \varphi)$$



Фиг. 54.

иначе

$$\sin\beta_0 = \cos\theta \sin\beta_1 - \sin\theta \cos\beta_1 \cos\varphi =$$

$$= \cos\theta \sin\beta_1 - \sin\theta \cos\beta_1 + \sin\theta \cos\beta_1 (1 - \cos\varphi) = \qquad (*)$$

$$= \sin(\beta_1 - \theta) + \sin\theta \cos\beta_1 (1 - \cos\varphi)$$

В нашем случае углы θ и β_1 не более 4°, т. е. $^1/_{15}$, угол φ до 10°, т. е. до $^1/_6$, поэтому с относительною погрешностью, меньшей $^1/_{10}\,^0/_0$, т. е. меньшей погрешности отсчетов, можно писать:

$$\sin\beta_0 = \beta_0; \quad \sin\beta_1 = \beta_1; \quad \sin\theta = \theta$$

$$\cos\beta_1 = 1 - \frac{\beta_1^2}{2}; \quad \cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2}$$

Подставляя эти величины в формулу (*), будем иметь:

$$\beta_0 = (\beta_1 - \theta) + \theta\left(1 - \frac{\beta_1^2}{2}\right)\frac{\varphi^2}{2}$$

Отбрасывая член $\theta\frac{\beta_1^2}{2}\cdot\frac{\varphi^2}{2}$, который будет высшего порядка и весьма мал сравнительно с прочими, будем иметь:

$$\theta=\frac{\beta_1-\beta_0}{1-\frac{\varphi^2}{2}}=(\beta_1-\beta_0)\cdot\left(1+\frac{\varphi^2}{2}\right)$$

Итак, исправленный угол крена:

$$\theta=(\beta_1-\beta_0)+(\beta_1-\beta_0)\frac{\varphi^2}{2} \qquad (11)$$

В этой формуле $\beta_1-\beta_0$ есть неисправленный угол крена, получаемый как разность отсчетов, величина

$$(\beta_1-\beta_0)\frac{\varphi^2}{2}$$

есть *поправка на азимут.*

Вычисление исправленных углов крена

№№ наблюдений	Неисправленные углы крена θ_0	Азимут φ	$\frac{\varphi^2}{8000}$	$\Delta\theta=\theta_0\cdot\frac{\varphi^2}{8000}$	$\theta=\theta_0+\Delta\theta$
1	0.74	4.7	0.003	0.00	0.74
2	1.26	10.9	0.015	0.02	1.28
3	1.54	11.8	0.017	0.03	1.57
4	2.14	11.2	0.016	0.03	2.17
5	2.83	8.6	0.009	0.02	2.85
6	3.41	9.6	0.012	0.04	3.45
7	4.03	10.3	0.013	0.05	4.08
8	4.60	10.2	0.013	0.06	4.66
9	3.45	10.8	0.014	0.05	3.50
10	2.77	8.5	0.009	0.02	2.79
11	2.19	4.4	0.002	0.00	2.19
12	1.46	8.4	0.009	0.01	1.47
13	1.10	11.9	0.018	0.02	1.12
14	0.58	6.3	0.005	0.00	0.58

Заметим, что в нашем случае, когда все отсчеты производились в градусах сотенного деления, то угол в α градусов выразится в числовой мере так:

$$\alpha=\frac{\pi}{200}\cdot\alpha^\circ$$

поэтому поправку на азимут в градусах сотенного деления можно вычислять по такой формуле:

$$\Delta\theta = (\beta_1 - \beta_0)\left(\frac{\pi}{200}\right)^2 \frac{\varphi^2}{2} = \frac{1}{8000}(\beta_1 - \beta_0)\varphi^2 \qquad (11')$$

причем за φ надо брать число градусов азимута.

Вычисление $\mu_1 = \mu + v \cdot \lambda \cdot \operatorname{tg}\theta$

№№ наблюдений	θ сотенного деления	v	$v\lambda$	$v\lambda \operatorname{tg}\theta = \Delta\mu$	μ	$\mu_1 = \mu + \Delta\mu$
1	0.74	34.2	583	7	1095	1102
2	1.28	68.2	1166	21	2241	2262
3	1.57	85.1	1456	34	2819	2853
4	2.17	118.7	2030	69	3971	4040
5	2.85	152.0	2599	123	5115	5238
6	3.45	184.8	3161	164	6233	6397
7	4.08	217.3	3716	225	7331	7556
8	4.66	245.5	4198	294	8262	8556
9	3.50	180.2	3095	163	6046	6209
10	2.79	152.0	2599	123	5115	5238
11	2.19	118.7	2030	69	3971	4040
12	1.47	85.1	1456	34	2819	2853
13	1.12	68.2	1166	21	2241	2262
14	0.58	34.2	583	7	1095	1102

$$\lambda = 30 - 12.9 = 17.1 \text{ ф.}$$

Формула

$$V_0 z \operatorname{tg}\theta = \mu + v\lambda \operatorname{tg}\theta \qquad (8)$$

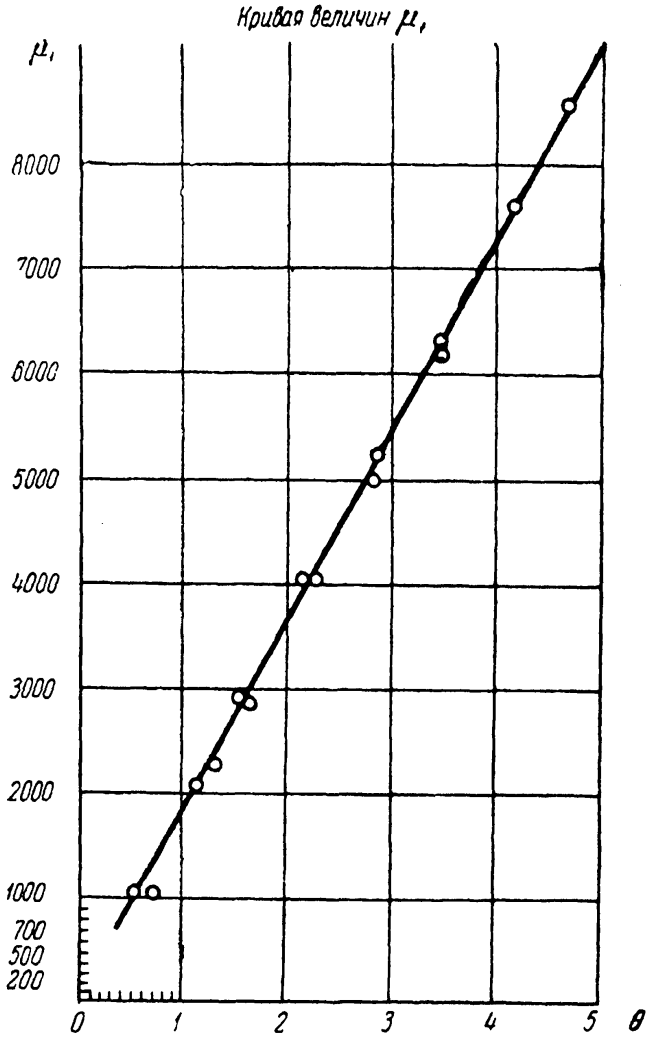
дает возможность весьма наглядно убедиться в степени согласия отдельных наблюдений между собою и в их относительной точности, стоит только представить эту формулу графически, откладывая по одной оси величину

$$\mu_1 = \mu + v\lambda \operatorname{tg}\theta$$

а по другой $\operatorname{tg}\theta$ или, что то же, ввиду их малости самые углы θ. Полученные таким образом точки должны расположиться на одной прямой, проходящей через начало.

Прилагаемая фиг. 55, на которой вынесены величины μ_1 и θ, наглядно убеждает в достаточной удовлетворительности наблюдений; лишь точки, соответствующие двум самым малым углам крена, несколько отступают

от прямой и, так как по малости этого угла крена и кренящего момента небольшая в них абсолютная погрешность имеет большую относительную величину, то наблюдениям 1, 2, 3, 12, 13 и 14 надо бы приписать малые относительно веса или проще отбросить их при выводе окончательного результата по способу наименьших квадратов.



Фиг. 55.

Этот способ будем применять к уравнению (8)

$$V_0 z \operatorname{tg}\theta = \mu + v\lambda \operatorname{tg}\theta$$

тогда, принимая за неизвестное $V_0 z$ и обозначая

$$\mu + v\lambda \operatorname{tg}\theta = \mu_1$$

будем иметь:

$$V_0 z = \frac{\Sigma \mu_1 \operatorname{tg}\theta}{\Sigma \operatorname{tg}^2\theta} = \frac{\frac{\pi}{200}\Sigma \mu_1 \theta}{\left(\frac{\pi}{200}\right)^2 \Sigma \theta^2} = \frac{200 \Sigma \mu_1 \theta}{\pi \cdot \Sigma \theta^2} \qquad (12)$$

ибо при сотенном делении углов будет для малых углов: $\operatorname{tg}\theta = \theta \frac{\pi}{200}$,

выражая θ в градусах. Вычисление по формуле (12) и произведено в следующей таблице:

Вычисление метацентрической высоты броненосца

№№ наблюдений	Угол крена θ	Кренящий момент μ	θ^2	$\mu \cdot \theta$	Метацентр. высота по отдельным наблюд. $z = \frac{200\,\mu}{\pi \cdot \theta\, V_0}$ (футы)	Отклонения от среднего $\varepsilon = z - z_0$ (футы)	ε^2
4	2.17	4040	4.71	8768	21.57	—0.22	0.0484
5	2.85	5238	8.12	14930	21.79	0.00	0.0000
6	3.45	6397	11.90	22070	21.99	+0.20	0.0400
7	4.08	7556	16.65	30830	21.96	+0.16	0.0256
8	4.66	8556	21.72	39870	21.77	—0.02	0.0004
9	3.50	6209	12.25	21730	21.03	—0.76	0.5776
10	2.79	5238	7.78	14610	22.26	+0.47	0.2209
11	2.19	4040	4.80	8847	21.87	+0.08	0.0064
		Сумма . .	87.93	161655			0.9193

Величины θ даны в градусах сотенного деления.

Метацентрическое расстояние $z_0 = \frac{200}{\pi} \cdot \frac{\Sigma \mu\theta}{V_0 \Sigma \theta^2} = 21.79$ ф. $= 6.64$ м.

Средняя ошибка отдельного наблюдения $\eta = \sqrt{\frac{0.9193}{8-1}} = 0.37$ ф. $= 0.12$ м

„ „ окончательного результата $\varepsilon_0 = \frac{0.37}{\sqrt{8}} = 0.14$ ф. $= 0.042$ м

Вышеприведенное метацентрическое расстояние $z = 21.79$ ф. относится к кораблю с полозьями, так что общее водоизмещение $V_0 = 5160 + 210 = 5370$ т.

IV. Вывод окончательного результата. Чтобы по найденному метацентрическому расстоянию определить положение центра тяжести порожнего корпуса, надо ввести поправку на влияние полозьев и добавочных грузов, не входящих в корпус. Эти грузы показаны в следующей ведомости, сообщенной Балтийским заводом (см. табл. на стр. 184).

Объем полозьев $= 7477$ куб. ф. $= 210$ т водоизмещения. Центр величины корабля при спусковом углублении (носом 9′ 0″, кормою 16′ 8″) и водоизмещении 5160 т лежит в корму от мидель-шпангоута на 15.5 ф. и выше киля на 8.2 ф.

Ведомость грузов, не входящих в корпус

Наименование грузов	Вес (тонны)	Носов. от ⌀		Корм. от ⌀		По высоте от киля	
		плечо (футы)	моменты (т-ф)	плечо (футы)	моменты (т-ф)	плечо (футы)	моменты (т-ф)
Канатные клюзы	6.08	176	1064.0	—	—	44.5	270.5
Стопора Легофа	1.76	174.5	289.5	—	—	43.5	76.5
Битенги	3.20	153.5	491.2	—	—	43.5	139.2
Дерев. подкр. для спуска .	84.90	15.5	1315.9	—	—	20.25	1719.2
Швартовые кнехты	2.00	8.0	16.0	—	—	46.8	93.6
Клюзы и цепные ящики .	1.70	96.0	163.2	—	—	38.0	64.6
Валы, винты и прочие механизмы	112.36	—	—	132.2	14853.9	9.7	1089.9
Кормовой шпиль	5.95	—	—	153.0	910.3	37.0	220.1
Становые цепи ($^1/_3$ колич.)	8.74	95.0	830.3	—	—	7.0	61.2
Половья, копылья, найтовы	124.60	—	—	3.5	436.1	1	124.6
Итого	351.29	—	4170.1	—	16200.3	—	3859.4
	—	—	—	—	—4170.1	—	
или кругло . .	350	—	—	—	12000		3860

Водоизмещение с полозьями будет:

$$V_0 = 5160 + 210 = 5370 \text{ т.}$$

Координаты общего центра величины корабля с полозьями . .

$$x_1 = \frac{5160 \cdot 15.5 + 210 \cdot 3.5}{5370} = 15.04 \text{ ф.}$$

$$z_1 = \frac{5160 \cdot 8.2 + 210 \cdot 1}{5370} = 7.92 \text{ ф.}$$

Момент инерции действующей грузовой $I = 7\,530\,000$ ф.^{4}

Метацентрич. радиус $M_0 C_0 = \frac{I}{V_0} = \frac{7\,530\,000}{5370 \cdot 36} = 39.0$ ф.

По определению оказалось (табл. на стр. 183), что центр тяжести лежит ниже метацентра на 21.8 фута, так что $M_0 G_0 = 21.8$, следовательно, центр тяжести лежит выше центра величины на $C_0 G_0 = M_0 C_0 - M_0 G_0 = 39.0 - 21.8 = 17.2$ ф. и, следовательно, выше киля на

$$KG_0 = KC_0 + C_0 G_0 = 7.9 + 17.2 = 25.1 \text{ ф.}$$

Так как общий вес корабля с полозьями и всеми добавочными грузами оказался $P = 5370$ т.

и координаты его центра тяжести суть:

$x = 15.04$ ф. в корму от ⌀

$z = 25.1$ ф. выше киля

то за выключением добавочных грузов, не входящих в корпус будет:

чистый вес порожнего корпуса $P_0 = 5370 - 350 = 5020$ т

Координаты центра тяжести . . . . . $\begin{cases} x_0 = \dfrac{5370 \cdot 15.04 - 12\,000}{5020} = 13.7 \text{ ф. в корму от } \mathcal{P} \\ z_0 + \dfrac{5370 \cdot 25.1 - 3860}{5020} = 26.1 \text{ ф. выше киля} \end{cases}$

§ 43. Определение положения центра тяжести броненосца „Бородино“. Как второй пример определения центра тяжести корабля затоплением отделений приведем броненосец „Бородино“.

Самые наблюдения и обработка их производились совершенно так же, как для броненосца „Слава“, с тою лишь разницею, что здесь отсчеты углов крена производились теодолитом, принадлежащим Опытовому бассейну, снабженным обыкновенным градусным делением. Кроме того, углы крена замечались и по отвесам, опущенным в помещениях, предназначенных для носовой и кормовой башен 12-дюймовых орудий.

В прилагаемых таблицах показаны результаты наблюдений и их обработка.

Объемы отделений и их моменты относительно диаметральной плоскости

№№ отделений по порядку откачивания воды	№№ шпангоутов	Объем откачиваемой воды v (тонны)	Плечо от диаметр. плоскости y (футы)	Плечо от шельфа вниз z (футы)	Момент откачиваемой воды относит. диам. плоскости vy	Кренящий момент (неиспр.) $\mu = \Sigma\, vy$
I	13—19	37.2	15.8	5.2	593	7099
II	26—32	41.0	26.5	5.1	1150	6506
III	32—38	18.0	33.1	9.1	596	5356
IV	38—44	18.6	35.5	6.5	660	4760
V	47—53	32.3	35.9	7.8	1160	4100
VI	53—59	32.3	35.9	7.8	1160	2940
VII	59—65	30.6	35.7	8.2	1095	1710
VIII	65—72	19.8	34.6	9.1	685	685

Примечание. Указанные в таблице 8 отделений нижнего бортового коридора накануне дня наблюдений были наполнены водою. При опытах вода откачивалась по очереди из каждого отделения, начиная с 1-го, и наблюдались изменения крена. Перед откачиванием замечался первоначальный уровень воды в отделении и затем уровень, оставшийся после откачивания воды. В таблице показаны веса действительно откаченной воды.

Примеры вычисления этих весов и положений их центров тяжести даны в приложении III, на стр. 191.

Вычисление исправленных моментов

$$\mu_1 = \mu + v\lambda \operatorname{tg}\theta$$

$$\lambda = a - h$$

где a — возвышение центров тяжести оставшихся затопленными отделений над килем, h — среднее углубление

№№ отделений, затопленных водою	Объемы отделений v	Плечи от киля a	Плечи от грузовой $a - h = \lambda$	Моменты отделений $v\lambda$	Момент всей налитой воды $\Sigma v\lambda$	Угол крена θ (минуты)	Поправка $\Delta\mu = \Sigma(v\lambda)\operatorname{tg}\theta$	Неисправ. моменты μ	Исправлен. моменты $\mu_1 = \mu + \Delta\mu$
VIII	19.8	18.6	5.8	115	115	5	0.5	685	685
VII	30.6	19.5	6.7	205	320	47	4.5	1780	1784
VI	32.3	19.9	7.1	230	550	86.2	13.7	2940	2954
V	32.3	19.9	7.1	230	780	117.8	26.4	4100	4126
IV	18.6	21.2	8.4	156	936	134.2	36.3	4760	4796
III	18.0	18.6	5.8	105	1041	158.5	47.5	5356	5403
II	41.0	22.6	9.8	402	1443	188.5	78.5	6506	6584
I	37.2	22.5	9.7	361	1804	207.1	110.3	7099	7209

Вычисление величины MG по наблюдению углов крена теодолитом

№№ наблюдений n	Угол крена θ	Кренящий момент μ_1	$\frac{\mu_1\theta}{1000}$	$\frac{\theta^2}{1000}$	$\frac{\mu_1}{\theta}$	MG	Отклонение ε	ε^2
3	86.2	2954	254	7.43	34 30	22.87	+0.34	0.12
4	117.8	4126	487	13.88	35.05	23.35	—0.14	0.02
5	134.2	4796	643	18.01	35.60	23.72	—0.51	0.26
6	158.5	5403	858	25.12	34.10	22.72	+0.49	0.24
7	188.5	6584	1240	35.53	34.91	23.28	—0.07	0.00
8	207.1	7209	1490	42.89	34.80	23.20	—0.01	0.00
			4972	142.86				0.64

$$V' \cdot MG = 3438 \frac{\Sigma\mu \cdot \theta}{\Sigma\theta^2}$$

$$MG = \frac{3438}{5153} \cdot \frac{4972}{142.86} = 23.21 \text{ ф.}$$

$$MG = 23.21 \pm 0.14 \text{ ф.}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\Sigma\varepsilon^2}{5}} = 0.36 \text{ ф.}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\eta}{\sqrt{6}} = 0.14 \text{ ф.}$$

Примечание. Водоизмещение $V' = 5153$ т. Число 3438 — число минут в дуге, длина которой равна радиусу.

Вычисление величины MG по наблюдению крена на носовом веске (длина его $L = 8003$ мм)

№№ наблюдений n	Отклонение веска n (мм)	Угол крена θ (минуты)	Кренящий момент μ_1	$\frac{\mu_1\theta}{1000}$	$\frac{\theta^2}{1000}$	$\frac{\mu_1}{\theta}$	MG	ε	ε^2
3	194.5	83.6	2954	247	6.99	35.35	23.57	—0.47	0.22
4	276.5	117.2	4126	484	13.74	35.18	23.45	—0.35	0.12
5	314.5	134.7	4796	647	18.14	35.60	23.72	—0.62	0.38
6	373.5	160.2	5403	867	25.66	33.72	22.49	+0.61	0.37
7	446.0	191.5	6584	1260	36.67	34.39	23.00	—0.10	0.01
8	488.5	208.0	7209	1498	43.26	34.65	23.10	0.00	0.00
				5002	144.46				1.10

$$MG = \frac{3438}{5153} \cdot \frac{5002}{144.46} = 23.10 \text{ ф.} = 7.05 \text{ м}$$

$$MG = 23.10 \pm 0.19 \text{ ф.} = 7.05 \pm 0.06 \text{ м}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{1.10}{5}} = 0.47 \text{ ф.} = 0.14 \text{ м}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{0.47}{\sqrt{6}} = 0.19 = 0.06 \text{ м}$$

Вычисление величины MG по наблюдениям угла крена на кормовом отвесе (длина его $L = 9210$ мм)

№№ наблюдений	Отклонение веска (мм)	Угол крена θ	Кренящий момент μ_1	$\frac{\mu_1\theta}{1000}$	$\frac{\theta^2}{1000}$	$\frac{\mu_1}{\theta}$	MG	ε	ε^2
3	221.5	82.8	2954	245	6.85	35.70	23.80	—0.56	0.31
4	312.5	117.6	4126	485	13.83	35.05	23.35	—0.11	0.01
5	361.5	136.2	4796	664	18.55	35.20	23.45	—0.21	0.04
6	421.0	157.0	5403	849	24.65	34.42	22.94	+0.30	0.09
7	512.0	191.0	6584	1257	34.48	34.45	22.96	+0.24	0.06
8	554.5	207.0	7209	1492	42.85	34.80	23.20	+0.04	0.00
				4992	143.21				0.51

$$MG = \frac{3438}{5153} \cdot \frac{4992}{143.21} = 23.24 \text{ ф.} = 7.10 \text{ м}$$

$$MG = 23.24 \pm 0.14 \text{ ф.} = 7.10 \pm 0.04 \text{ м}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{0.51}{5}} = 0.34 \text{ ф.} = 0.10 \text{ м}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{0.34}{\sqrt{6}} = 0.14 \text{ ф.} = 0.04 \text{ м}$$

Общие выводы

Водоизмещение эскадренного броненосца „Бородино“ при наблюдениях 10—11 октября 1901 года . . . 5153 т

Координаты Ц. В. при этом водоизмещении . . . . . $z_0 = 7.16$ ф. $= 2.18$ м выше киля; $x_0 = 5.82$ ф. $= 1.77$ м в корму от миделя.

Возвышение М. Ц. над Ц. В. . . . . $\rho = 39.8$ ф. $= 12.14$ м.

Возвышение центра тяжести над килем:

$$KG = \rho + z_0 - MG = 39.8 + 7.2 - 23.2 = 23.8 \text{ ф.} = 7.27 \text{ м}$$

	Вес P	Плечо от киля z	Момент отн. киля Pz	Плечо от миделя x	Момент отн. миделя Px
Корпус с добавочным грузом . . .	5153	23.8	122600	6.35	32716
Добавочные грузы	362	20.0	7214	—	4817
	4791	24.07	115386	5.82	27900

Координаты центра тяжести G_0 порожнего корпуса . . . . . $x = 5.82$ ф. $= 1.77$ м в корму от миделя; $z = 24.07$ ф. $= 7.32$ м выше киля

Вес порожнего корпуса . . . . . 4791 т

ПРИЛОЖЕНИЯ

Чтобы дать пример самих вычислений, произведенных интегратором, мы приводим их полностью.

I. Вычисление водоизмещения и положения Ц. В. (интегратором)

Углубление броненосца 10 октября 1901 г. { Форштевнем . . . . . 9′4″ / Ахтерштевнем . . . . 16′3″

№№ вертикальных сечений	Отсчеты площадей s	Разности	Отсчеты моментов от киля	Площадь носового сечения в дел. инт. $s_н$	Площадь кормового сечения в дел. инт. s_k	$s_k - s_н$	Плечи n	Моменты $(s_k - s_н)n$
0	0	0	0	0				
2	0.003	0.003	0.000	0.003	0.000	—0.003	12	—0.036
6	0.036	0.033	0.014	0.033	0.014	—0.019	11	—0.209
10	0.121	0.085	0.095	0.085	0.055	—0.030	10	—0.300
14	0.266	0.145	0.098	0.145	0.147	+0.002	9	+0.018
18	0.476	0.210	0.175	0.210	0.272	0.062	8	0.496
22	0.755	0.279	0.280	0.279	0.396	0.117	7	0.819
26	1.103	0.348	0.411	0.348	0.489	0.141	6	0.846
30	1.520	0.417	0.569	0.417	0.558	0.141	5	0.705
34	1.997	0.477	0.752	0.477	0.606	0.139	4	0.556
38	2.529	0.532	0.959	0.532	0.623	0.091	3	0.273
42	3.102	0.573	1.187	0.573	0.620	0.047	2	0.094
46	3.703	0.601	1.427	0.601	0.624	0.023	1	0.023
⊄ 50	4.321	0.618	1.679	0.618	—	—	0	0
54	4.945	0.624	1.937					
58	5.565	0.620	2.200					+3.830
62	6.188	0.623	2.475					—0.545
66	6.794	0.606	2.754					
70	7.352	0.558	3.028					3.285
74	7.841	0.489	3.282					+0.018
78	8.237	0.396	3.505					
82	8.509	0.272	3.672					3.303
86	8.656	0.147	3.775					
90	8.711	0.055	3.816					
94	8.725	0.014	3.826					
98	8.725	0.000	3.826					

$$X_0 = \frac{3.303 \cdot 15.73}{8.725} = 5.82 \text{ ф.} = 1.77 \text{ м}$$

в корму от миделя

Определим цену делений интегратора площадей и моментов. Для этого возьмем прямоугольник $76' \times 13'$.

Отсчеты:

Площади		Моменты	
0.0000		0.0000	
1.4171	1.4171	0.543	0.543
2.8376	1.4175	1.095	0.550
4.2550	1.4174	1.640	0.545
5.6730	1.4180	2.183	0.543
Среднее .	1.4175	Среднее .	0.545

Прямоугольник $76 \times 13 = 988$ кв. ф. $= 1.4175$ деления планиметра.

Коэффициент для площ. интегратора $K_1 = \frac{988}{1.4175} = 696.2$.

Для того же прямоугольника расстояние центра тяжести площади от киля равно $\frac{13}{2} = 6.5$ ф., следовательно, коэффициент K_2 для моментов $K_2 = \frac{6.5 \cdot 1.4175}{0.545} = 16.90$.

Промежуток между шпангоутами (сечениями) $= 15.73$

Водоизмещение $V_1 = \frac{2 \cdot 8.725 \cdot 15.73 \cdot 696.2}{36} = 5340$ т.

Возвышение Ц. В. над килем $z_1 = \frac{3.826}{8.725} \cdot 16.90 = 7.42$ ф. $= 2.26$ м.

Наименование грузов	Вес (тонны)	Плечо от киля	Момент от киля	Плечо от ⌀	Моменты от ⌀
Корпус	5340	7.42	39600	5.80	31050
Кронштейн, валы и проч.	17	9.11	155	169.5	2880
Боковые кили	26	3.33	87	1.9	49
Итого	5383	7.40	39842	6.32	33979
Добавочный слой воды	230	12.65	2910	5.49	1263
Водоизмещение без воды	5153	7.160	36932	6.35	32716

Водоизмещение $V_0 = 5153$ т

Координаты Ц. В. $\begin{cases} X_0 = 6.35 \text{ ф.} = 1.94 \text{ м в корму от } ⌀ \\ Z_0 = 7.16 \text{ ф.} = 2.18 \text{ м выше киля.} \end{cases}$

Примечание. При указанном углублении в корабле находилось 230 т воды в отделениях.

II. Вычисление возвышения метацентра над Ц. В. и положение Ц. Т. площади действующей Г. В. Л.

№№ сечений	Ординаты действующей Г. В. Л. y	$\frac{y^3}{1000}$
2	0.76	0.00
6	4.90	0.12
10	9.90	0.97
14	15.18	3.50
18	20.26	8.32
22	24.84	15.33
26	28.76	23.79
30	32.00	32.77
34	34.58	46.35
38	36.16	47.28
42	37.00	50.65
46	37.50	52.73
⊄(ρ50	37.66	53.41
54	37.84	54.16
58	37.74	53.75
62	37.50	52.73
66	37.16	51.31
70	36.50	48.63
74	35.16	43.47
78	32.84	35.42
82	28.66	23.54
86	21.08	9.37
90	10.50	1.16
94	1.90	0.01
98	0.00	0.00
	636.38	703.79
	—0.38	
	636.0	

$$I_0 = \frac{2}{3} 703.79 \cdot 15.73 = 7380000 \text{ ф.}^4$$

$$\rho_0 = \frac{7380000}{36.5153} = 39.8 \text{ ф.} = 12.14 \text{ м}$$

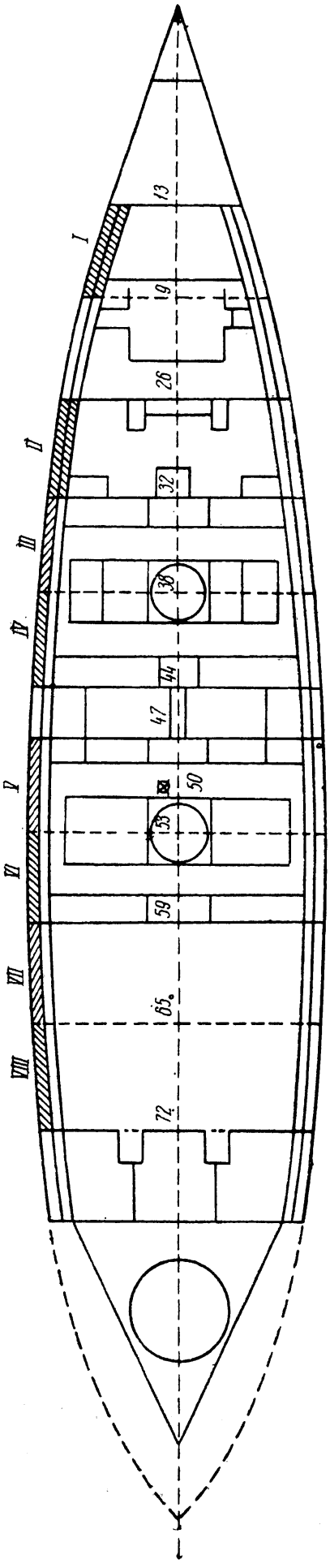
$$x_0 = \frac{221.80 \cdot 15.73}{636.00} = 5.49 \text{ ф.} = 1.68 \text{ м}$$

в корму от миделя.

Ординаты носовой части Г. В. Л. $y_н$	Разности кормовой и носовой $y_k - y_н$	Плечи	Моменты
—	37.66	0	0
37.50	0.34	1	0.34
37.00	0.74	2	1.48
36.16	1.34	3	4.02
34.58	2.58	4	10.32
32.00	4.50	5	22.50
28.76	6.40	6	38.40
24.84	8.00	7	56.00
20.26	8.40	8	67.20
15.18	5.90	9	53.10
9.90	0.60	10	6.00
4.90	—3.00	11	—33.00
0.76	—0.76	12	— 9.12
			259.36
			—42.12
			217.24
			+ 4.56
			221.80

III. Вычисление объемов и положений Ц. Т. отделений

Вычисление количества и положения центра тяжести откаченной из каждого отделения воды производилось так: замеченные до откачивания и после него уровни воды наносились на чертежи, представляющие



Фиг. 56. Эскадренный броненосец „Бородино".

Трюм. Масштаб $\frac{1}{50}$ дюйма за 1 фут. Заштрихованные отделения I, II, III, IV, V, VI, VII и VIII были налиты водою до опытов 10—11 октября 1901 г.

Сечение № 13

y	n	yn	y^2	y^2n	ynz
6.3	1	6.3	39.7	39.7	0
6.0	4	24.0	36.0	144.0	24.0
4.9	1	4.9	24.0	24.0	9.3
—	—	35.2	—	207.7	33.8

$$S = \frac{1}{6} \cdot 35.2 \cdot 9.3 = 54.2 \text{ кв. ф.}$$

$$y_0 = \frac{103.8}{35.2} = 2.95 \text{ ф. от переборки}$$

$$z_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{33.8 \cdot 9.3}{35.2} = 4.4 \text{ ф. вниз от уровня}$$

Сечение № 19

y	n	yn	y^2	y^2n	ynz
6.6	1	6.6	43.6	43.6	0
6.4	4	25.6	41.0	164.0	25.6
5.4	1	5.4	29.2	29.2	10.8
—	—	37.6	—	236.8	36.4

$$S = \frac{1}{6} \cdot 37.6 \cdot 9.3 = 58.2 \text{ кв. ф.}$$

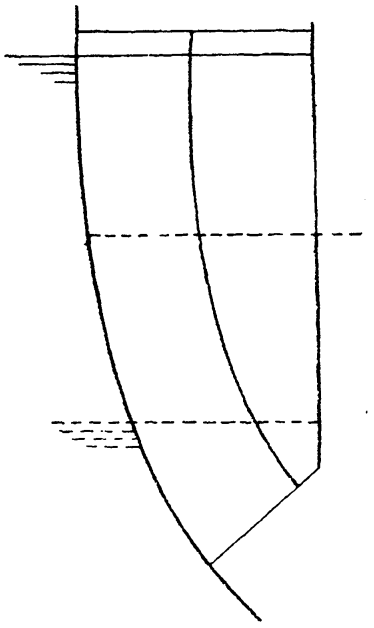
$$y_0 = \frac{118.4}{37.6} = 3.14 \text{ ф. от переборки}$$

$$z_0 = \frac{18.2 \cdot 9.3}{37.6} = 4.5 \text{ ф. вниз от уровня}$$

Объем $V = \frac{6 \cdot 3.95}{36} \cdot \frac{(54.2 + 58.2)}{2} = 37.2$ т,

$$y = 12.7 + \frac{1}{2}(2.95 + 3.14) = 15.8 \text{ ф. от диаметральной плоскости}$$

$$z = 0.7 + 4.5 = 5.2 \text{ ф. вниз от шельфа}$$



Фиг. 57.

поперечные сечения отделений, разность уровней делилась на две равные части, и через точки деления проводились ординаты, как показано на схематическом чертеже (фиг. 57). Затем площади сечений и положения их центра тяжести вычислялись, как показано для отделения 1:

Отделение 1. От шпангоута № 13 до шпангоута № 19.
До откачивания воды от шельфа . . . . 0.7 ф.
После откачивания воды от шельфа . . 10.0 „

Примеры определения положения Ц. Т. корабля опытом приведены со всею подробностью, чтобы показать, какая степень точности может быть достигнута в этом определении, которое непременно встретится в практике каждого корабельного инженера.

§ 44. Крен, происходящий от одностороннего приема или расхода груза. Покажем теперь, каким образом рассчитать величину крена корабля, когда на него будет принят груз или грузы и расположены вне диаметральной плоскости. Пусть принятые грузы суть: p_1, $p_2 \ldots p_n$, и координаты их центров тяжести относительно верхней грани киля и диаметральной плоскости пусть будут:

$$(z_1, y_1),\ (z_2, y_2) \cdots (z_n, y_n)$$

тогда, как уже не раз указывалось, эти грузы можно заменить одним грузом $p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$, помещенным так, чтобы центр тяжести его (z, y) совпадал с общим центром тяжести данной системы грузов, т. е. чтобы координаты z и y определялись равенствами:

$$z = \frac{p_1 z_1 + p_2 z_2 + \cdots + p_n z_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$$

$$y = \frac{p_1 y_1 + p_2 y_2 + \cdots + p_n y_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$$

Вообразим сперва, что груз p принимается в диаметральную плоскость в том же самом возвышении z от киля; тогда мы можем воспользоваться формулами § 41 и по ним определить новое углубление корабля и новые положения трех главных его точек. Затем положим, что груз p перемещается перпендикулярно к диаметральной плоскости на величину y, после чего он и придет в назначенное для него место. Для расчета же крена θ, вызываемого таким перемещением груза, нам стоит только повторить рассуждение § 39, и мы получим формулу:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{py}{(P + p)\, G_1 M_1}$$

Если бы с корабля снимались некоторые грузы, то их надо засчитывать в предыдущих формулах со знаком минус. Надо также обращать внимание на знаки координат y, засчитывая, например, по правому борту со знаком +, по левому со знаком —.

Так, например, положим, что на корабль, водоизмещение которого 12 000 т, принимается груз в 200 т и помещается в расстоянии 9 м от диаметральной плоскости и 7 м над килем; требуется определить угол крена корабля.

Положим, что для этого корабля, при нормальном его водоизмещении 12 000 т, будет в метрической мере:

$q = 20$ т; $H = 8.20$ м; $KC_0 = 4.40$ м; $C_0 M_0 = 4.90$ м; $M_0 G_0 = 1.15$ м

следовательно,

$$KG_0 = 4.40 + 4.90 - 1.15 = 8.15 \text{ м}$$

Все эти данные показываются в формуляре корабля, откуда их и следует выбирать.

По формулам § 41 имеем:

Увеличение среднего углубления:

$$e = \frac{p}{q} = \frac{200}{20} = 10 \text{ см} = 0.10 \text{ м}$$

Возвышение центра величины над килем

$$KC_1 = KC_0 + \frac{p}{P+p} \cdot \left[H + \frac{e}{2} - KC_0\right] =$$

$$= 4.40 + \frac{200}{12\,200}[8.20 + 0.05 - 4.40] = 4.68 \text{ м}$$

Возвышение метацентра над центром величины

$$C_1 M_1 = C_0 M_0 - \frac{p}{P+p} \cdot C_0 M_0 = 4.90 - 4.90 \cdot \frac{200}{12\,200} = 4.82 \text{ м}$$

Возвышение центра тяжести над килем:

$$KG_1 = KG_0 + \frac{p}{P+p} \cdot [z - KG_0] = 8.15 + \frac{200}{12\,200}[7.00 - 8.15] =$$

$$= 8.15 - 0.02 = 8.13 \text{ м}$$

Возвышение метацентра над центром тяжести

$$G_1 M_1 = KC_1 + C_1 M_1 - KG_1 = 4.68 + 4.82 - 8.13 = 1.37 \text{ м}$$

Угол крена найдется по формуле:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{py}{(P+p) G_1 M_1} = \frac{200 \cdot 9}{12\,200 \cdot 1.37}$$

откуда

$$\theta^0 = 57.3 \cdot \frac{200 \cdot 9}{12\,200 \cdot 1.37} = 6^\circ.2$$

Для приближенных соображений вместо точной формулы:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{py}{(P+p) G_1 M_1}$$

можно в знаменателе вместо $P+p$ брать просто P и вместо $G_1 M_1$ брать $G_0 M_0$, и рассчитывать угол θ в градусах прямо по формуле:

$$\theta^\circ = 57^\circ.3 \cdot \frac{py}{P \cdot G_0 M_0}$$

которая в нашем случае дает:

$$\theta^\circ = 57^\circ3 \cdot \frac{200 \cdot 9}{12\,000 \cdot 1.15} = 7^\circ5$$

Этот расчет может быть еще упрощен, если рассчитать сперва величину такого момента m, который сообщает кораблю крен в 1°.

Для этого стоит только в формуле

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{pl}{P \cdot GM}$$

сделать $\theta = 1^\circ$, значит, $\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{57.3}$ и найти величину момента pl, это и будет требуемое значение m. Итак:

Момент, кренящий на 1°,

$$m = \frac{1}{57.3} \cdot P \cdot GM$$

Ясно, что угол крена $\theta_1{}^0$ в градусах, производимый кренящим моментом $p_1 l_1$, найдется по формуле:

$$\theta_1{}^0 = \frac{p_1 l_1}{m}$$

Так, в нашем примере будет:

$$m = \frac{1}{57.3} \cdot 12\,000 \cdot 1.15 = 241 \text{ тм}$$

и крен θ, производимый моментом $200 \cdot 9 = 1\,800$ тм, получится по формуле:

$$\theta = \frac{1\,800}{241} = 7^\circ5.$$

§ **45. Продольная остойчивость корабля.** Рассмотрим теперь случай наклонения корабля около поперечной оси. Положим, что корабль (фиг. 58) наклонился на малый угол ψ так, что его водоизмещение при этом не изменилось. Вследствие наклонения центр величины из точки C_0 переместится в точку C_1; проведем через точку C_0 прямую, перпендикулярную к соответствующей грузовой ватерлинии AB, и через точку C_1 прямую, перпендикулярную к действующей ватерлинии $A_1 B_1$, и продолжим эти прямые до пересечения их в точке N.

Нетрудно видеть, повторяя те самые рассуждения, которые мы делали относительно крена корабля, что точка N при малых наклонениях корабля будет постоянная, точнее говоря, что при уменьшении угла наклонения положение этой точки будет стремиться к определенному пределу.

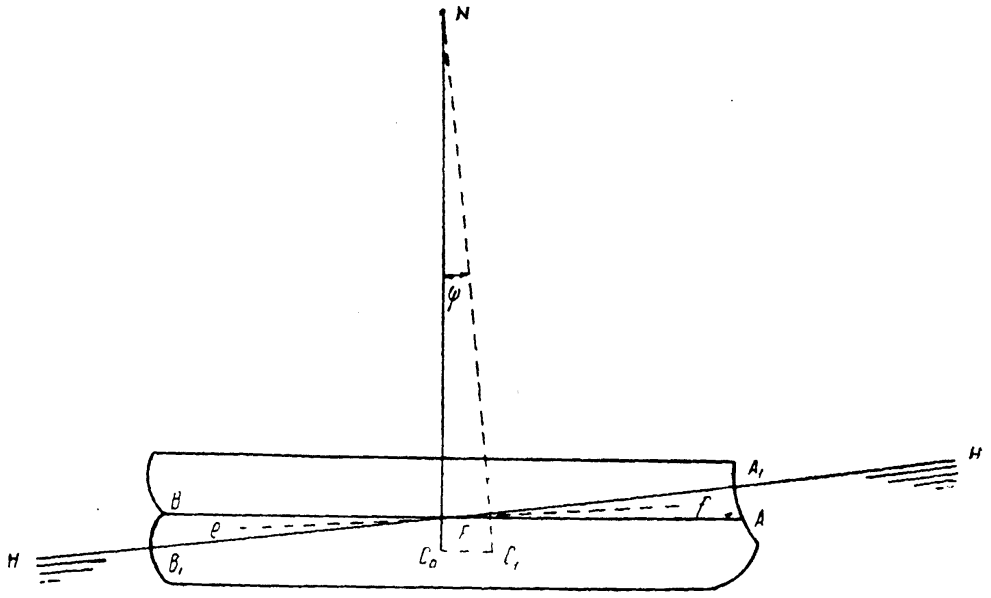
Это предельное положение точки N называется *метацентром для продольных наклонений*, или просто *продольным метацентром.*

Выведем теперь те формулы, по которым можно вычислить положение этой точки.

Мы предполагаем и здесь, что при наклонении корабля водоизмещение его не изменилось, т. е. что объем вошедшего клина AFA_1 равен объему вышедшего BFB_1. Припомнив сказанное в § 8, мы заключаем из этого равенства, что прямая пересечения действующей ватерлинии A_1B_1 с теоретической AB проходит через центр тяжести F площади этой последней.

Чтобы вычислить предельное положение точки N, мы определим сперва величину C_0C_1, и, замечая, что треугольник C_0NC_1 будет в пределе прямоугольный при C_0, имеем:

$$C_0N=\frac{C_0C_1}{\operatorname{tg}\psi}$$



Фиг. 58.

Таким образом, все привелось к вычислению перемещения C_0C_1 центра величины. Чтобы получить это последнее, обозначим через e и f центры тяжести объемов BFB_1 и AFA_1 и через v величину каждого из этих объемов, тогда будет:

$$C_0C_1 : ef = v : V_0$$

откуда

$$C_0C_1=\frac{v\cdot ef}{V_0}$$

По малости угла AFA_1 можно считать, что длина прямой ef равна сумме длин

$$eF+Ff$$

(прямая ef может и не проходить через точку F) и, следовательно:

$$v\cdot ef = v\cdot eF + v\cdot Ff$$

Но $v \cdot eF$ есть статический момент клинового объема BFB_1 относительно оси наклонения, $v \cdot Ff$ есть таковой же момент для объема AFA_1. В § 8 было показано, что для клинового объема статический момент относительно его ребра выражается произведением из момента инерции площади основания на тангенс угла наклонения. В нашем случае для клина BFB_1 основанием служит кормовая часть BF грузовой ватерлинии, для клина AFA_1 — носовая ее часть. Обозначим через E_1 момент инерции площади кормовой части ватерлинии, через E_2 — момент инерции площади носовой ее части и через K момент инерции всей площади, причем все эти моменты берутся относительно поперечной оси, проведенной через центр тяжести F площади ватерлинии. Очевидно, что будет $K = E_1 + E_2$. В силу упомянутой выше теоремы, обозначая через ψ угол дифферента, получим:

$$v \cdot eF = E_1 \cdot \operatorname{tg} \psi; \quad v \cdot fF = E_2 \cdot \operatorname{tg} \psi$$

Следовательно,

$$v \cdot ef = (E_1 + E_2) \cdot \operatorname{tg} \psi = K \cdot \operatorname{tg} \psi \qquad (*)$$

Отсюда следует:

$$C_0 C_1 = \frac{v \cdot ef}{V_0} = \frac{K}{V_0} \cdot \operatorname{tg} \psi$$

и

$$C_0 N = \frac{C_0 C_1}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{K}{V_0}$$

Эта величина от угла ψ независима и, следовательно, положение точки N есть постоянное в тех пределах, пока формула (*) имеет место, т. е. пока действующие обводы корабля можно считать прямостенными.

Итак, мы получаем следующую теорему: *Возвышение метацентра N для продольных наклонений над центром величины равняется отношению момента инерции площади грузовой ватерлинии, взятому относительно поперечной оси, проведенной через центр ее тяжести, к водоизмещению корабля.*

Эта теорема и выражается формулою:

$$C_1 N = \frac{K}{V_0}$$

Покажем теперь, каким образом вычислять величину K — момент инерции площади грузовой ватерлинии относительно поперечной оси; оказывается, что это вычисление можно расположить таким образом, что для него достаточно будет знать те ординаты грузовой ватерлинии, которые уже сняты с чертежа и вошли в вычисление водоизмещения.

Обозначим через K_1 — момент инерции относительно оси Oy проведенной через мидель, тогда по формуле (10) § 6 имеем:

$$K = K_1 - S \cdot k^2$$

где S площадь ватерлинии и k расстояние центра ее тяжести F до миделя.

Делая указанные на фиг. 59 обозначения, имеем:

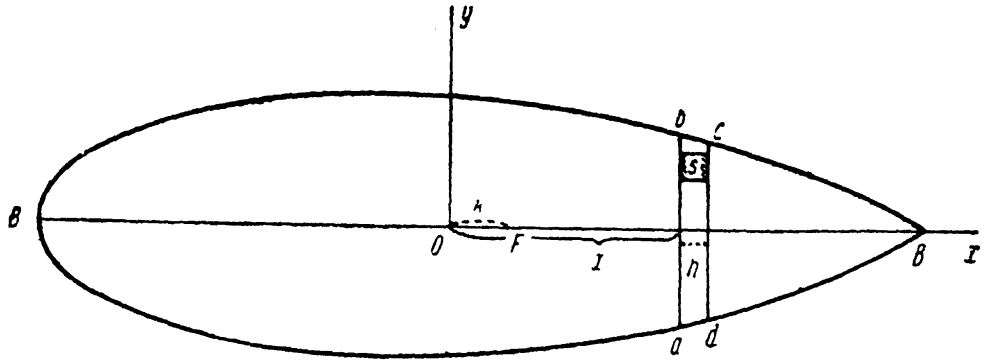
$$K_1 = \lim \Sigma s x^2$$

При вычислении предела суммы мы можем сложить сперва все те элементы, которые имеют одну и ту же абсциссу x и образуют полоску $abcd$; эта частная сумма, очевидно, будет равна:

$$x^2 \cdot \text{площ. } abcd$$

но

$$\text{площ. } abcd = ab \cdot h = 2y \cdot h$$



Фиг. 59.

обозначая через y ординату грузовой, соответствующую абсциссе x.

Итак, будет:

$$K_1 = \lim \Sigma 2 y x^2 h = 2 \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} y x^2 \, dx$$

Для вычисления интеграла, входящего в предыдущую формулу, мы применяем правило трапеций и будем иметь:

$$K = 2 \left[\frac{1}{2} y_n' x_n'^2 + y_{n-1}' x_{n-1}'^2 + \ldots + y_1' x_1'^2 + y_0 \cdot x_0^2 + \right.$$

$$\left. + y_1 x_1^2 + y_2 x_2^2 + \ldots + y_{n-1} x_{n-1}^2 + \frac{1}{2} y_n x_n^2 \right] \cdot l$$

где l есть промежуток между ординатами.

Замечая, что абсциссы, считаемые от миделя, будут:

$$\begin{aligned} x_0 &= 0 \\ x_1 &= l = -x_1' \\ x_2 &= 2l = -x_2' \\ x_3 &= 3l = -x_3' \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ x_n &= nl = -x_n' \end{aligned}$$

мы получим:

$$K_1 = 2\left[\frac{1}{2}n^2 y_n' + (n-1)^2 y_{n-1}' + \ldots + 2^2 y_2' + 1^2 \cdot y_1' + 0 + \right.$$

$$\left. + 1^2 y_1 + 2^2 y_2 + \ldots + (n-1)^2 y_{n-1} + \frac{1}{2}n^2 y_n\right] \cdot l^3 =$$

$$= 2\left[\frac{1}{2}n^2 (y_n' + y_n) + (n-1)^2 (y_{n-1}' + y_{n-1}) + \ldots + (y_1' + y_1)\right] \cdot l^3$$

Для вычисления абсциссы k центра тяжести площади грузовой имеем формулу:

$$k \cdot Q = 2 \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} y \cdot x \cdot dx$$

причем

$$Q = 2 \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} y dx$$

Применяя для вычисления интегралов формулу трапеций, получим после сокращения:

$$k = \frac{\left[\frac{1}{2}n(y_n - y_n') + (n-1)(y_{n-1} - y_{n-1}') + \ldots + (y_1 - y_1')\right]}{\frac{1}{2}y_n' + y_{n-1}' + \ldots + y_1' + y_0 + y_1 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n} l$$

Заметим и здесь следующие приближенные формулы:

$$K = \frac{1}{12} Q^2 \cdot \frac{L}{B}$$

где L есть длина корабля и B его наибольшая ширина при грузовой. Эта формула дана Эйлером, который ее подтверждает тем, что обводы ватерлиний всех судов, длина которых L и ширина B, заключаются между прямоугольником, построенным на L и B как сторонах, и ромбом, построенным на L и B как диагоналях; для обоих этих пределов формула верна, она дает также весьма близкий результат для эллипса с осями L и B; таким образом, и для любого обвода ватерлинии эта формула достаточно точна для приближенных соображений.

Полагая $Q = 0.75\ BL$ и $V = 0.6\ LBH$, получим такую приближенную формулу:

$$C_1 N = \frac{1}{13} \cdot \frac{L^2}{H}$$

где H есть углубление корабля. Обыкновенно величина C_0N на больших судах составляет около 1—1.2 от L.

Таким образом, для вычисления возвышения продольного метацентра над центром величины и для определения положения центра тяжести площади грузовой имеем следующую схему:

Вычисление возвышения продольного метацентра

№ шпангоутов i	Ординаты грузовой (носовые) y_i	Ординаты грузовой (кормовые) y'_i	Разности $y_i - y'_i$	Суммы $y_i + y'_i$	Произведение $(y_i - y'_i)\,i$	Произведение $(y_i + y'_i)\,i^2$
n	y_n	y'_n	$y_n - y'_n$	$y_n + y'_n$	$(y_n - y'_n)\cdot n$	$(y_n + y'_n)\cdot n^2$
$n-1$	y_{n-1}	y'_{n-1}	$y_{n-1} - y'_{n-1}$	$y_{n-1} + y'_{n-1}$	$(y_{n-1} + y'_{n-1})$ $(n-1)$	$(y_{n-1} + y'_{n-1})$ $(n-1)^2$
$n-2$	y_{n-2}	y'_{n-2}				
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
2	y_2	y'_2	$y_2 - y'_2$	$y_2 + y'_2$	$(y_2 - y'_2)\cdot 2$	$(y_2 + y'_2)\cdot 2^2$
1	y_1	y'_1	$y_1 - y'_1$	$y_1 + y'_1$	$(y_1 - y'_1)\cdot 1$	$(y_1 + y'_1)\cdot 1$
0	y_0	—	y_0	y_0	0	0
	Суммы			S_1	N_1	M_1
	Поправки			$\frac{1}{2}(y_n + y'_n)$	$\frac{1}{2}(y_n - y'_n)\cdot n$	$\frac{1}{2}(y_n + y'_n)n^2$
	Исправленные суммы .			S	N	M

Промежуток между ординатами $l =$

Площадь грузовой ватерлинии $Q = 2S \cdot l =$

Абсцисса центра тяжести площади грузовой ватерлинии $k = \frac{N}{S} \cdot l =$

Момент инерции площади грузовой ватерлинии относительно миделя $K_1 = 2M \cdot l^3 =$

Момент инерции площади грузовой ватерлинии относительно оси, проходящей через ее центр тяжести $K = K_1 - Q \cdot k^2 =$

Возвышение продольного метацентра $C_0N = \frac{K}{V_0} =$

Для примера рассчитаем положение продольного метацентра для того корабля, для которого у нас сделаны остальные вычисления:

№№ шпангоутов i	Ординаты Г. В. Л. носов. y_i	Ординаты Г. В. Л. корм. y_i'	Разности $y_i - y_i'$	Суммы $y_i + y_i'$	Произведения $(y_i - y_i')\, i$	Произведения $(y_i + y_i')\, i^2$
10	0.2	0.4	—0.2	0.6	— 2.0	60
9	6.9	8.8	—1.9	15.7	—18.1	1272
8	13.3	16.7	—3.4	30.0	—27.2	1920
7	19.4	23.1	—3.7	42.5	—25.9	2081
6	24.7	27.8	—3.1	52.5	—18.6	1888
5	29.1	31.2	—2.1	60.3	—10.5	1513
4	32.5	33.4	—0.9	65.9	— 3.6	1054
3	34.4	34.5	—0.1	68.9	— 0.3	620
2	35.2	35.2	—0.0	70.4	0.0	282
1	35.6	35.6	—0.0	71.2	0.0	71
0	35.8	—	—	35.8	0.0	0
	Суммы			513.8	—106.2	10761
	Поправки			0.3	1.0	30
	Исправленные сумы . .			513.5	—105.2	10731

Промежуток между ординатами . . . $l = \frac{426.5}{20} = 21.33$ ф.

Площадь грузовой ватерлинии . . . $Q = 2 \cdot 513.5 \cdot 21.33 = 21850$ кв. ф.

Абсцисса центра тяжести площ. грузовой ватерлинии . . . . . $k = -\frac{105.2}{513.5} \cdot 21.33 = -4.4$ ф.

Момент инерции площ. грузовой относит. поперечной оси, лежащей в плоскости миделя . . . . . $K_1 = 2 \cdot 10731 \cdot (21.33)^3 = 208700000$ ф.^{4}

Поправка . . . . . $Qk^2 =$ 420000 ф.^{4}

Момент инерции площади грузовой относит. попереч. оси, проходящей через ее центр тяжести . . . . . $K =$ 208280000 ф.^{4}

Возвышение продольного метацентра $C_0N = \frac{K}{V_0} = \frac{208300000}{35 \cdot 12670} = 470$ ф. $= 143$ м.

Приближенные формулы дают:

$$K = \frac{1}{12} \cdot (21\,850)^2 \cdot \frac{426.5}{71.5} = 237\,000\,000,$$

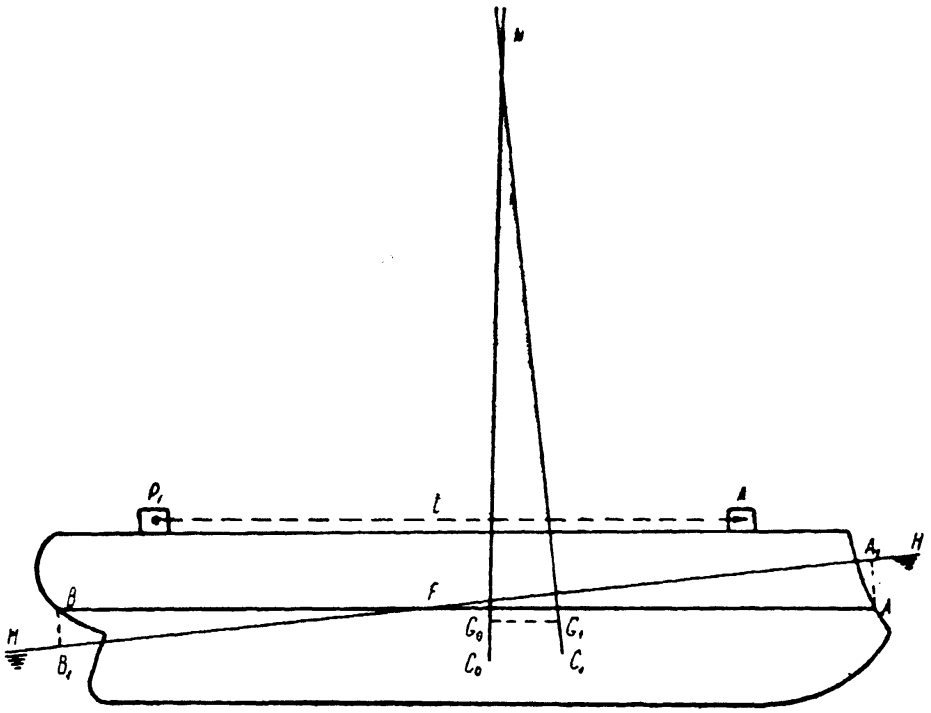
соответственно чему $C_0N = 535$ ф. $= 163$ м.

Наконец, простейшая формула $C_0N=\frac{1}{13}\cdot\frac{L^2}{H}$ дает:

$$C_0N=\frac{1}{13}\cdot\frac{(426.5)^2}{25.25}=554 \text{ ф.}=169 \text{ м}$$

По этим примерам можно судить о степени точности этих двух приближенных формул.

§ 46. Изменение дифферента от продольного перемещения грузов. Положим, что на корабле какой-нибудь груз p перемещается вдоль корабля на величину l; требуется определить изменение дифферента от такого перемещения. Составим чертеж (фиг. 60) на диаметральной



Фиг. 60.

плоскости; пусть C_0, G_0 и N представляют собою места центра величины, центра тяжести и продольного метацентра и p — начальное положение груза. Вследствие перемещения этого груза в p_1, центр тяжести корабля переместится из точки G_0 в точку G_1 причем это перемещение G_0G_1 параллельно перемещению груза, т. е. прямой pp_1 и составляет от нее такую же долю, как перемещаемый груз p от полного веса корабля P. Таким образом, имеем пропорцию: $G_0G_1 : pp_1 = p : P$, а так как $pp_1 = l$, то

$$G_0G_1=\frac{p\cdot l}{P}$$

Корабль будет наклоняться, изменяя дифферент, пока линия, соединяющая продольный метацентр N с точкою G_1, станет отвесною, значит:

$$\operatorname{tg}\psi=\frac{G_0G_1}{G_0N}=\frac{pl}{P\cdot G_0N}$$

Обозначая через L_1 расстояние от оси наклонения F, проходящей через центр тяжести площади грузовой до носового перпендикуляра или форштевня, и через L_2 — расстояние от той же оси до ахтерштевня, видим, что углубление форштевня увеличится на величину

$$n = L_1 \cdot \operatorname{tg}\psi = \frac{pl}{P \cdot G_0 N} \cdot L_1$$

Углубление же ахтерштевня уменьшится на величину

$$k = \frac{pl}{P \cdot G_0 N} \cdot L_2$$

Таким образом, полное изменение дифферента

$$\delta = (n - k) = \frac{pl}{P} \frac{L}{G_0 N}$$

Отсюда видно, что изменение дифферента пропорционально величине pl — моменту перемещения груза, поэтому обыкновенно рассчитывают такую величину pl, которая соответствует изменению дифферента на 1 д; эта величина и получится из предыдущей формулы, делая в ней $\delta = \frac{1}{12}$, и будет:

$$\mu = \frac{1}{12} \cdot \frac{P \cdot G_0 N}{L}$$

Обыкновенно для всех судов возвышение продольного метацентра над центром тяжести, т. е. величина $G_0 N$ составляет, как сказано выше, около L до $1.2\,L$. Этим можно пользоваться для приближенных соображений. Еще более точный результат можно получить, взяв следующую приближенную формулу:

$$C_0 N = \frac{1}{13} \frac{L^2}{H}$$

Зная $C_0 N$, получим и величину $G_0 N$, которая нам нужна для всех расчетов относительно дифферента. Центр тяжести корабля можно всегда принимать лежащим в плоскости грузовой, а центр величины — на $^7/_{12}$ углубления от киля или на $^5/_{12}$ углубления от грузовой.

Так, например, положим, что водоизмещение корабля = 11 000 т, углубление $H = 8.00$ м, ширина $B = 22$ м, длина $L = 110$ м. Требуется рассчитать приближенно величины $G_0 N$ и величину момента, изменяющего дифферент на 1 см.

$$C_0 N = \frac{1}{13} \cdot \frac{110 \cdot 110}{8.00} = 116 \text{ м}$$

Расстояние от центра тяжести до центра величины, считая, что цент тяжести лежит в плоскости грузовой ватерлинии, будет:

$$G_0 C = \frac{5}{12} \cdot 8.00 = 3.33 \text{ м.}$$

Следовательно,

$$G_0 N = 116 - 3 = 113 \text{ м}$$

Имея величину $G_0 N$, найдем, что момент изменения дифферента на 1 см будет:

$$\mu = \frac{1}{100} \cdot \frac{P \cdot G_0 N}{L} = \frac{11\,000 \cdot 113}{100 \cdot 110} = 113 \text{ тм}$$

Таким образом, если, например, на этом корабле груз 50 т переместить по длине корабля на 80 м, то дифферент изменится на

$$\frac{50 \times 80}{113} = 35 \text{ см}$$

Обыкновенно центр тяжести площади грузовой лежит настолько близко к миделю, что можно принимать изменение углублений штевней равными между собой и равными $\frac{1}{2}$ изменения дифферента, так что в нашем примере, если груз перемещался с носа на корму, то углубление ахтерштевня увеличилось на 18 см, а углубление форштевня на 18 см уменьшилось.

§ 47. Изменение дифферента и углубления штевней, происходящие от приема или расходования грузов. Положим, что на корабль принимаются грузы: $p_1, p_2, \ldots p_n$ и помещаются в расстояниях $x_1, x_2, \ldots x_n$ от миделя; требуется определить новую посадку корабля.

Будем поступать подобно тому, как и раньше при расчете крена, для чего сперва рассчитаем продольное положение общего центра тяжести x всех принятых грузов.

Имеем:

$$x = \frac{p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n}{p_1 + \ldots + p_n}$$

при этом надо в числителе всем абсциссам x_i лежащим в нос от миделя, приписывать знак +, а в корму знак —, вместе с тем надо принимаемые грузы засчитывать со знаком +, снимаемые со знаком — и при вычислении обращать внимание на окончательный знак результата. Итак, в отношении изменения осадки, прием наших грузов будет равносилен приему одного груза p, равного $p_1 + p_2 + \ldots + p_n$ в расстоянии x от миделя. Положим сперва, что груз p был принят таким образом, что дифферент корабля не изменился; очевидно, что для этого надо поместить этот груз как раз под или над центром тяжести входящего слоя, т. е. на одной отвесной линии с центром тяжести площади грузовой. Если груз поместить

на этой линии, то корабль сядет глубже на величину $\frac{p}{q}$, где q — число тонн на 1 см осадки. Теперь вообразим, что груз перемещается продольно в то место, где он должен быть; это перемещение l будет равно $x-f$, где f — абсцисса центра тяжести площади грузовой, считаемая от миделя; при вычислении этой разности само собою разумеется, что надо обращать внимание как на знак x, так и на знак f. Вместе с тем, надо рассчитать и новую величину $C_1 N_1$ метацентрического расстояния для продольных наклонений; она получится совершенно так же, как мы считали для крена по формуле:

$$C_1 N_1 = \frac{P}{P+p} \cdot C_0 N \qquad (*)$$

Нового положения центра тяжести рассчитывать обыкновенно для этого вопроса не стоит, ибо его перемещение по высоте составляет ничтожную долю величины $C_1 N_1$.

Итак, будет:

$$G_1 N_1 = C_1 N_1 - a$$

где

$$a = C_0 G_0$$

Зная $G_1 N_1$ и перемещение груза, сейчас же и рассчитываем величину дифферента по формуле:

$$\delta = \frac{pl}{(P+p) G_1 N_1}$$

В знаменатель этой формулы входит произведение $(P+p) \cdot G_1 N_1$, но мы уже замечали, что величина a составляет ничтожную долю от $C_0 N_0$ и, следовательно, в силу формулы (*) будет:

$$(P+p) \cdot C_1 N_1 = P \cdot C_0 N$$

а, значит, можно считать, что будет и

$$(P+p) G_1 N_1 = P \cdot G_0 N$$

т. е. *величина момента* μ, *изменяющего дифферент на 1 см, не изменяется от приема или расходования грузов.*

Следовательно, величину дифферента δ получим по формуле:

$$\delta = \frac{pl}{\mu}$$

где p есть принятый груз и l расстояние его центра тяжести от центра тяжести площади грузовой. Для бóльшей части практических соображений можно брать расстояние l просто до миделя, ибо центр тяжести площади грузовой лежит всегда близко к миделю на больших судах.

Рассчитав дифферент, разделяем его величину пропорционально длинам L_1 и L_2 носовой и кормовой части, так что у нас будет:

$$\delta_н = \frac{L_1}{L} \cdot \delta \quad \text{и} \quad \delta_к = \frac{L_2}{L} \cdot \delta$$

Тогда изменение углубления форштевня будет:

$$n = e + \delta_н$$

изменение углубления ахтерштевня:

$$k = e - \delta_к$$

причем

$$e = \frac{p}{q}$$

При вычислении по этим формулам надо приписывать величине δ тот же знак, как у величины $l = x - f$, тогда окончательный знак + при n или при k покажет, что углубление увеличилось, знак —, что углубление уменьшилось.

Пример. На броненосце, водоизмещение которого 11 000 т и углубление форштевня 7.70 м и ахтерштевня 8.00 м, израсходован уголь из следующих ям:

От 28-го до 31-го шпангоута	150 т
От 36-го до 41-го шпангоута	220 т

Определить новые углубления штевней, зная, что мидель есть шпангоут № 51, центр тяжести площади грузовой лежит на 2 м в корму от миделя, $G_0 N = 125$ м, $q = 20$ т, $\mu = 150$ тонно-метров.

Промежуток между шпангоутами 1.20 м.

Имеем:

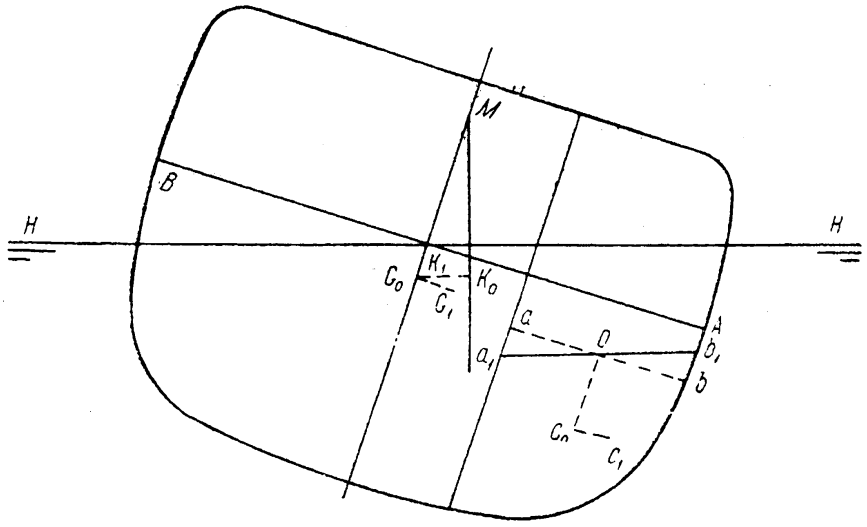
$$p_1 = 150 \text{ т}; \quad x_1 = (51 - 29.5) \cdot 1.20 = 24.6 \text{ м};$$
$$p_2 = 220 \text{ т}; \quad x_2 = (51 - 38.5) \cdot 1.20 = 15.0 \text{ м};$$
$$p = 150 + 220 = 370 \text{ т};$$
$$x = \frac{150 \cdot 24.6 + 220 \cdot 15}{370} = 18.1 \text{ м};$$
$$l = 18.1 - (-2) = 20.1 \text{ м};$$
$$e = \frac{370}{20} = 18.5 \text{ см};$$
$$\delta = \frac{370 \cdot 20.1}{150} = 50 \text{ см};$$
$$\delta_н = -25 \text{ см}; \quad \delta_к = +25 \text{ см};$$
$$n = -25 - 18 = -43 \text{ см};$$
$$k = +25 - 18 = 7 \text{ см}.$$

Углубление форштевня $H_н = 7.70 - 0.43 = 7.27$ м.

Углубление ахтерштевня $H_к = 8.00 + 0.07 = 8.07$ м.

§ 48. Расчет влияния жидкого груза на остойчивость корабля. Положим, что на корабле имеется отделение, заполненное водою или жидким грузом, причем уровень жидкости не доходит до палубы этого отделения, так что при наклонениях корабля жидкость в отделении может свободно переливаться. Требуется определить, какое влияние оказывает на остойчивость корабля присутствие такого переливающегося груза.

Для решения этого вопроса поступим так: положим, что корабль накренен на некоторый небольшой угол θ; вычислим величину восстановляющей пары для того случая, когда груз был бы твердым и, значит, когда он при наклонении корабля не перемещался, и для того случая, когда груз жидкий и меняет, переливаясь, свою форму, и сравним величины восстановляющих пар в обоих случаях.



Фиг. 61.

Когда груз твердый, то, как мы видели, плечо восстановляющей пары выражается формулой $M_0 G_0 \sin\theta$, где $M_0 G_0$ — расстояние от центра тяжести до метацентра.

Когда же груз жидкий, то при наклонении корабля груз примет форму, указанную на фиг. 61, именно, его поверхность $a_1 b_1$ параллельна уровню воды, а не ab, как было бы для твердого груза. Это изменение формы равносильно перемещению клинового отсека aoa_1 в сторону наклонения, так что этот отсек занял место bob_1. Такое перемещение сопровождается и соответствующим перемещением центра тяжести груза из точки c_0 в точку c_1. Вследствие же перемещения центра тяжести груза перемещается на соответствующую величину $G_0 G_1$ и центр тяжести корабля и тоже в сторону наклонения.

Таким образом, новое плечо восстановляющей пары будет не $G_0 K_0$, как раньше, а $K_1 K_0$, причем $K_1 K_0 = G_0 K_0 - G_0 G_1 \cos\theta_1$.

Остается вычислить величину $G_0 G_1$. Из вышеуказанного следует, что $G_0 G_1$ параллельно $c_0 c_1$ и

$$G_0 G_1 : c_0 c_1 = p : P$$

откуда

$$G_0 G_1 = \frac{p \cdot c_0 c_1}{P}$$

значит, остается найти величину $c_0 c_1$ — перемещение центра тяжести груза, происходящее вследствие наклонения; но, сравнив эту фиг. с фиг. 43, мы видим полную аналогию в обоих случаях, т. е. $c_0 c_1$ будет выражаться совершенно так же, как выражалось бы перемещение центра величины для такого корабля, который имел бы своим наружным обводом рассматриваемое отделение и, значит, $c_0 c_1 = \frac{i}{v} \operatorname{tg} \theta$, где i — момент инерции площади ab, т. е. свободной поверхности нашего груза относительно оси O, проходящей через центр тяжести этой площади.

Итак, будет:

$$G_0 G_1 = \frac{i}{v} \cdot \frac{p}{P} \cdot \operatorname{tg} \theta$$

заметим, что вес груза p, очевидно, равен объему этого груза, умноженному на вес кубического метра Δ жидкости, а P равен объему корабля V_0, умноженному на вес кубического метра воды Δ_0; подставляя, получим:

$$G_0 G_1 = \frac{i}{v} \cdot \frac{v \cdot \Delta}{V_0 \cdot \Delta_0} \cdot \operatorname{tg} \theta = \frac{i}{V_0} \cdot \frac{\Delta}{\Delta_0} \cdot \operatorname{tg} \theta$$

Подставляя теперь в выражение плеча восстановляющей пары $K_1 K_0$ вместо $G_0 G_1$ его величину, получим:

$$K_1 K_0 = G_0 K_0 - G_0 G_1 \cos \theta = M_0 G_0 \cdot \sin \theta - \frac{i}{V_0} \cdot \frac{\Delta}{\Delta_0} \frac{\sin \theta \cos \theta_1}{\cos \theta} =$$

$$= \left[M_0 G_0 - \frac{i}{V_0} \frac{\Delta}{\Delta_0} \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta} \right] \sin \theta$$

При малых углах наклонения как $\cos \theta$, так и $\cos \theta_1$ можно считать $= 1$, и наша формула будет:

$$K_1 K_0 = \left[M_0 G_0 - \frac{i}{V_0} \cdot \frac{\Delta}{\Delta_0} \right] \cdot \sin \theta$$

Сравнив эту величину с величиною

$$G_0 K_0 = M_0 G_0 \cdot \sin \theta$$

мы видим, что влияние жидкого груза равносильно уменьшению метацентрической высоты $M_0 G_0$ или, что то же, меры остойчивости на величину

$$\frac{i}{V_0} \cdot \frac{\Delta}{\Delta_0}$$

Обыкновенно жидкостью бывает или вода, тогда отношение $\frac{\Delta}{\Delta_0} = 1$, или же керосин при перевозке наливом, или же нефть для топлива; для этих последних жидкостей $\frac{\Delta}{\Delta_0}$ приблизительно равно 0.9.

Величина i — момент инерции площади свободной поверхности жидкости в отделении вычисляется или по общей формуле § 7, или же, как то бывает в большинстве случаев, когда эта поверхность представляет собою прямоугольник, по формуле:

$$i = \frac{1}{12} ab^3$$

где a — длина отделения, b — ширина его.

Обратим внимание на то, каким образом можно противодействовать уменьшению остойчивости на судах, специально приспособленных для перевозки жидких грузов.

Для этого стоит только подразделить отделения продольными переборками.

В самом деле, положим, что наше отделение разделено пополам, тогда ширина каждого из новых отделений $b_1 = \frac{b}{2}$ и, значит, момент инерции свободной поверхности будет:

$$i_1 = \frac{1}{12} a \cdot b_1^3 = \frac{1}{12} a \left(\frac{b}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} i$$

Так как отделений два, то потеря метацентрической высоты составит $\frac{2i_1}{V_0} = \frac{1}{4} \frac{i}{V_0}$, т. е. уменьшится в 4 раза сравнительно с тем, что было для целого отделения.

Нетрудно видеть, что, если подразделить отделение двумя переборками на три части, то потеря остойчивости уменьшится в 9 раз и т. д.

Потеря остойчивости при залитых отделениях объясняет вполне отсутствие остойчивости у шлюпки, наполненной водой, ибо здесь величина i почти равна самой величине I — моменту инерции площади грузовой.

§ 49. Остойчивость корабля при больших углах наклонения. При рассмотрении остойчивости корабля при больших наклонениях приходится иметь дело со следующими главнейшими вопросами:

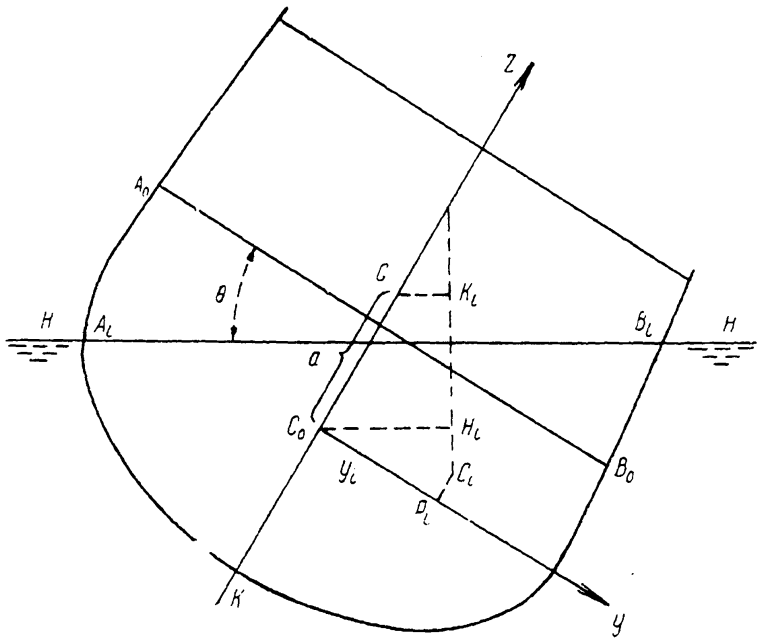
1. Корабль действием внешней пары удерживается в равновесии наклоненным на угол, больший того предела, до которого можно пользоваться простой метацентрической формулой; спрашивается: а) устойчивое ли это равновесие, б) вернется ли корабль к прямому положению после прекращения действия пары, в) как велик предельный угол крена, который кораблю можно сообщать, чтобы он не опрокинулся?

2. На корабль принят или на нем перемещен груз, вследствие чего центр тяжести корабля не находится в диаметральной плоскости, и корабль плавает, имея крен. Спрашивается, остойчив ли он в этом положении и до какого угла можно допускать увеличение крена?

3. На корабле, например, вследствие пробоины, некоторые отделения имеют постоянное сообщение с забортною водою и не участвуют в плавучести, так что и центр величины корабля не находится в диаметраль-

ной плоскости, и корабль плавает, имея крен. Спрашивается, остойчив ли он и до какой величины можно допускать сказанный крен? Кроме этих главных, могут быть и другие второстепенные вопросы; решение их станет очевидным после рассмотрения вышеперечисленных вопросов и после вывода общего условия остойчивости корабля.

Начнем с решения простейшего вопроса, а именно: корабль находится под действием данной пары, лежащей в плоскости шпангоута; требуется найти положение равновесия его (угол крена). Очевидно, что корабль будет в равновесии при таком угле крена, при котором восстановляющий момент равен кренящему. Таким образом, надо прежде всего



Фиг. 62.

найти зависимость восстановляющего момента от угла крена. Положим, что корабль, центр тяжести которого G, накренен на угол θ; центр величины в этом наклонном положении будет проектироваться на плоскость наклонения в некоторой точке C_i, которой координаты относительно показанных на фиг. 62 осей обозначим через y_i и z_i, так что $C_0 P_i = y_i$ и $P_i C_i = z_i$, тогда, предполагая водоизмещение не изменившимся, видим, что плечо восстановляющей пары есть GK_i и момент этой пары $\mathfrak{M}_i = P \cdot GK_i$.

Но

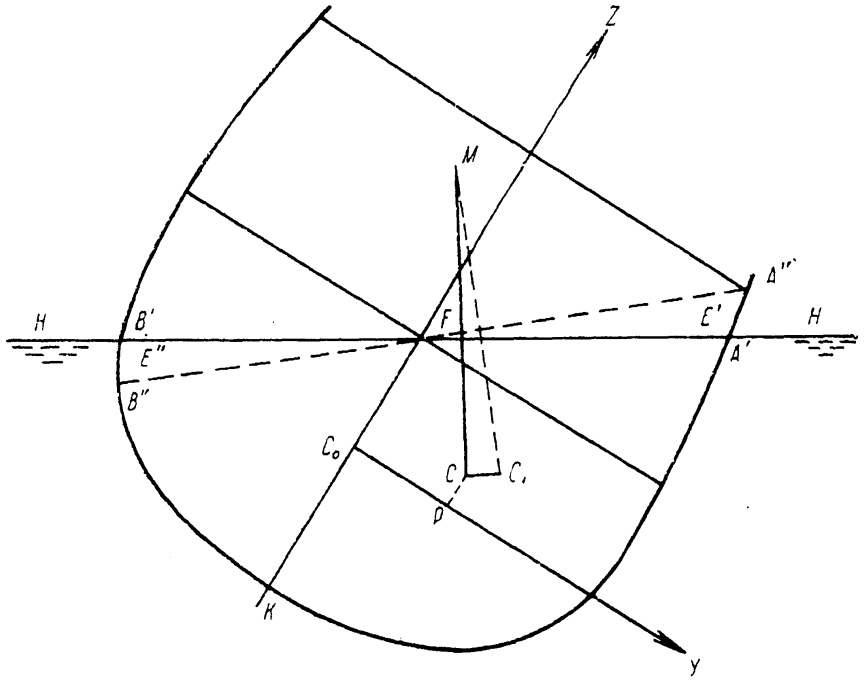
$$GK_i = C_0 H_i - a \sin \theta_i = y_i \cos \theta_i + z_i \sin \theta_i - a \sin \theta_i \qquad (1)$$

так как величина a — расстояние от центра величины до центра тяжести — известна, то остается вычислять величину

$$R_i = y_i \cos \theta_i + z_i \sin \theta_i \qquad (2)$$

а эта последняя найдется, как только будут известны координаты y_i и z_i центра величины C_i при наклонном положении корабля.

Вычисление величины R_i, *называемой плечом остойчивости формы*, может быть произведено, пользуясь весьма разнообразными приемами; мы рассмотрим те, которые всего проще и быстрее ведут к цели, из них один следует применять для судов высокобортных, а другой для низкобортных, разумея под высокобортным кораблем такой, у которого высота надводного борта приблизительно равна или составляет не меньше двух третей его углубления, низкобортным — такой, у которого высота надводного борта меньше двух третей углубления.



Фиг. 63.

Выведем сперва общие формулы для этих вычислений.

Формула

$$GK_i = y_i \cos\theta_i + z_i \sin\theta_i - a\sin\theta_i \qquad (1)$$

показывает, что вычисление плеча GK_i восстановляющей пары приводится к вычислению координат y_i и z_i центра величины C_i при накрененном на угол θ_i положении корабля и при условии, что водоизмещение его сохранилось неизменным.

Пусть $A'B'$ на фиг. 63 представляет ту наклонную на угол θ ватерлинию, которая отсекает объем V_0, и пусть точка C с координатами (y, z) есть соответствующий центр величины; положим, что угол крена θ увеличился на $d\theta$, тогда новая ватерлиния есть $A''B''$, и новое место центра величины есть C_1. Обозначив через E' и E'' центры тяжести входящего и выходящего клинового отсека, видим, что хорда CC_1 параллельна прямой $E'E''$ по свойству перемещения центра тяжести всякой системы.

В пределе направление этой хорды составит направление касательной в точке C к геометрическому месту проекций центров величины на плоскость наклонения, прямая же $E'E''$ в пределе сольется с действующей ватерлинией $A'B'$; отсюда следует такая теорема: *Касательная к геометрическому месту центров величины параллельна соответствующей действующей ватерлинии.* Проведя через точки C и C_1 прямые CM и C_1M, перпендикулярные к соответствующим следам на плоскости наклонения $A'B'$ и $A''B''$ действующих ватерлиний и продолжая эти перпендикуляры до пересечения в точке M, видим, что предельное положение этой точки есть *центр кривизны* кривой C_0CC_1 в точке C и, значит, геометрическое место точек M есть эволюта кривой C_0CC_1.

Эта точка M называется *метацентром* для поперечных наклонений, соответствующим крену θ.

Повторяя и обобщая то рассуждение, которое мы делали при определении положения начального метацентра, мы увидим, что:

$$CM=\frac{I}{V_0}$$

где I есть момент инерции действующей ватерлинии относительно оси, перпендикулярной плоскости наклонения и проходящей через центр тяжести площади сказанной ватерлинии.

В самом деле, разбив площадь ватерлинии на элементарно-малые площадки σ и построив соответствующие им призмы, ребра которых перпендикулярны плоскости $A'B'$, имеем:

$$\text{объем } A'FA''=v_1=\lim\Sigma\sigma\cdot u_1\cdot d\theta=d\theta\cdot\lim\Sigma\sigma u_1$$

$$\text{объем } B'FB''=v_2=\lim\Sigma\sigma\cdot u_2\cdot d\theta=d\theta\cdot\lim\Sigma\sigma u_2$$

где u_1 и u_2 означают соответственные расстояния площадки σ до оси F.

Равенство объемов $v_1=v_2$ равносильно равенству:

$$\lim\Sigma u_1\sigma=\lim\Sigma u_2\sigma_1$$

или иначе

$$\lim\Sigma(u_1\sigma-u_2\sigma)=0,$$

которое показывает, что ось F проходит через центр тяжести площади $A'B'$.

Чтобы найти величину CM, заметим, что по определению радиуса кривизны имеем

$$CM=\frac{CC_1}{d\theta}$$

но

$$CC_1=\frac{\text{момент } A'FA''+\text{момент } B'FB''}{V_0}$$

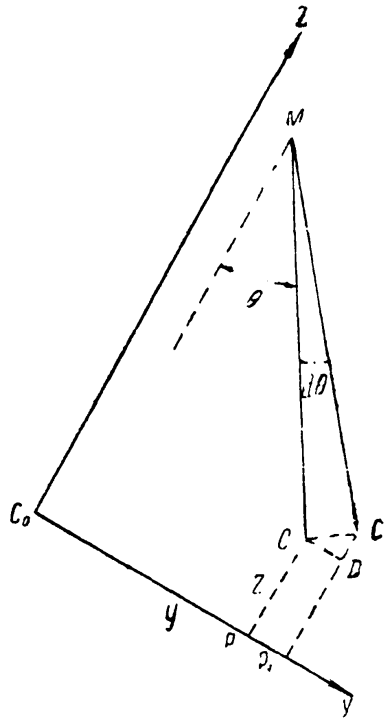
статический момент $A'FA''=\lim\Sigma(u_1\sigma\cdot d\theta)\,u_1=d\theta\cdot\lim\Sigma u_1^2\sigma$

„ „ $B'FB''=\lim\Sigma(u_2\sigma\cdot d\theta)\,u_2=d\theta\cdot\lim\Sigma u_2^2\sigma$

и, следовательно:

$$CC_1=\frac{\lim\Sigma(u_1^2\sigma+u_2^2\sigma)}{V_0}\cdot d\theta$$

но $\lim\Sigma(u_1^2\sigma+u_2^2\sigma)$ есть не что иное, как момент инерции I площади действующей ватерлинии относительно оси F. Итак, имеем:



Фиг. 64.

$$CM=\rho=\frac{I}{V_0} \tag{2}$$

Пусть C есть центр величины, соответствующей наклонению θ, и C' — центр величины, соответствующей наклонению $\theta+d\theta$, тогда в силу того, что угол $C'CD=\theta$, имеем:

$$CD=PP_1=dy=CC''\cos\theta$$

$$DC'=dz=CC'\sin\theta,$$

но

$$CC'=CM\cdot d\theta=\rho\cdot d\theta$$

следовательно:

$$dy=\rho\cos\theta\cdot d\theta$$

$$dz=\rho\sin\theta\cdot d\theta$$

Интегрируя и замечая, что при избранной системе осей при $\theta=0$ должно быть $y=z=0$, имеем:

$$\left.\begin{aligned} y&=\int_0^{\theta}\rho\cos\theta\cdot d\theta\\ z&=\int_0^{\theta}\rho\sin\theta\cdot d\theta\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

причем, как мы видели.

$$\rho=\frac{I}{V_0} \tag{2'}$$

В дальнейшем нам понадобятся и координаты точки M; обозначая их через Y и Z, из того же чертежа, очевидно, имеем:

$$\left.\begin{aligned} Y&=y-\rho\sin\theta\\ Z&=z+\rho\cos\theta\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Сопоставляя формулы (1) и (3) и обозначая переменную, по которой производится интегрирование, через φ, получаем следующее аналитическое выражение зависимости восстанавливающего момента $\mathfrak{M}$ от угла крена θ:

$$\mathfrak{M}(\theta) = P[y\cos\theta + z\sin\theta - a\sin\theta] \tag{5}$$

причем

$$y = \int_0^\theta \rho\cos\varphi\cdot d\varphi; \quad z = \int_0^\theta \rho\sin\varphi\cdot d\varphi$$

Множитель

$$r = y\cos\theta + z\sin\theta - a\sin\theta \tag{6}$$

называется *плечом статической остойчивости.*

Когда кренящий момент μ также задан как функция от θ, то значения углов крена, при которых может иметь место равновесие, определятся из уравнения:

$$\mu(\theta) = \mathfrak{M}(\theta)$$

или иначе

$$\mu(\theta) - \mathfrak{M}(\theta) = 0 \tag{7}$$

выражающего равенство обоих моментов.

Положим, что уравнение (5) дает для θ следующие значения:

$$\theta = \theta_1; \quad \theta = \theta_2; \ . \ . \ . \quad \theta = \theta_n$$

Чтобы исследовать устойчивость равновесия при каждом из этих положений, стоит только применить общий принцип механики: *положение равновесия тела устойчивое, если для отклонения тела от положения равновесия во всякое другое смежное необходимо затрачивать работу, иными словами, что при таком отклонении действующие на тело силы производят работу отрицательную, в противном случае — равновесие неустойчивое.*

Чтобы применить этот критерий к нашему случаю, надо составить выражение полной работы, совершаемой кренящею и восстановляющею парами в функции угла крена θ, считая, например, от прямого положения корабля, соответствующего значению $\theta = 0$.

Обозначая эту работу через $T(\theta)$, имеем:

$$T(\theta) = \int_0^\theta (\mu - \mathfrak{M})\, d\varphi \tag{8}$$

Положим, что мы хотим исследовать, устойчиво ли положение равновесия, определяемое значением $\theta = \theta_1$; для этого надо найти знаки выражений:

$$T(\theta_1 - \omega) - T(\theta_1) \quad \text{и} \quad T(\theta_1 + \omega) - T(\theta_1)$$

при всяком бесконечно-малом ω.

Чтобы положение равновесия было *устойчивое*, необходимо, чтобы оба эти выражения были *отрицательные*, т. е. чтобы было:

$$\left.\begin{aligned} T(\theta_1 - \omega) - T(\theta_1) &< 0 \\ T(\theta_1 + \omega) - T(\theta_1) &< 0 \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

при всяком бесконечно-малом ω. Условия (9) показывают, что при $\theta = \theta_1$ функция $T(\theta)$ имеет максимум.

В простейшем случае эти условия равносильны таким:

$$T'(\theta_1) = 0 \quad \text{и} \quad T''(\theta_1) < 0 \tag{10}$$

Эти же последние, в силу формулы (7), дают:

$$\left.\begin{aligned} \mu(\theta_1) - \mathfrak{M}(\theta_1) &= 0 \\ \mu'(\theta_1) - \mathfrak{M}'(\theta_1) &< 0 \end{aligned}\right\} \tag{10'}$$

Как видно, первое из условий (10′) выполнено, ибо $\theta = \theta_1$ есть корень уравнения (7), выражающего условие *равновесия*, значит, устойчивость этого положения равновесия определяется условием:

$$\mu'(\theta_1) - \mathfrak{M}'(\theta_1) < 0 \tag{11}$$

Условие (11), написанное так: $\mathfrak{M}'(\theta_1) > \mu'(\theta_1)$, выражает, что равновесие устойчивое, если восстановляющая пара возрастает быстрее кренящей в смежности с положением равновесия. Этому условию можно придать и иной вид:

В силу формулы (5) имеем:

$$\mathfrak{M}'(\theta) = P[y' \cos\theta - y \sin\theta + z' \sin\theta + z \cos\theta - a \cos\theta]$$

но

$$y' = \rho \cos\theta; \quad z' = \rho \sin\theta$$

Подставляя, получаем:

$$\mathfrak{M}'(\theta) = P[\rho - (y \sin\theta - z \cos\theta + a \cos\theta)]$$

Обозначая через ρ_1, y_1, z_1 значения величин ρ, y, z при $\theta = \theta_1$, имеем:

$$\mathfrak{M}'(\theta_1) = P[\rho_1 - (y_1 \sin\theta_1 - z_1 \cos\theta_1 + a \cos\theta_1)] \tag{12}$$

Нетрудно видеть геометрический смысл выражения, стоящего в скобках, а именно, это есть расстояние $M_1 K_1$ от метацентра M_1, соответствующего углу θ_1 до проекции K_1 центра тяжести корабля на отвесную линию $C_1 M_1$ (см. фиг. 65).

Итак,

$$\mathfrak{M}'(\theta_1) = P \cdot M_1 K_1 \tag{13}$$

Значит, условие устойчивости равновесия напишется так:

$$P \cdot M_1 K_1 > \mu'(\theta_1) \tag{14}$$

В частном случае, когда кренящая пара постоянная, то $\mu'(\theta_1) = 0$, и условие (12) принимает вид:

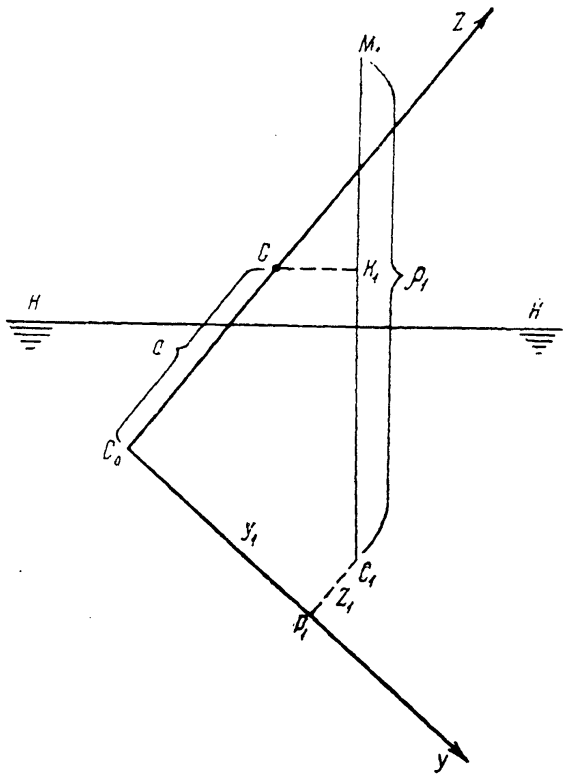
$$M_1 K_1 > 0 \tag{15}$$

т. е. чтобы метацентр M_1, соответствующий углу наклонения θ_1, лежал выше проекции центра тяжести корабля на направление соответствующего метацентрического радиуса (отвесной линии).

Аналитически условие (15) выражается так:

$$\rho_1 - (y_1 \sin\theta_1 - z_1 \cos\theta_1 + a\cos\theta_1) > 0 \tag{15'}$$

Из предыдущего видно, что выражение работы $\int_0^{\theta} \mathfrak{M}\, d\varphi$ восстановляющей пары имеет значение при изучении остойчивости корабля.



Фиг. 65.

Это выражение может быть написано следующим образом:

$$\int_0^{\theta} \mathfrak{M}\, d\varphi = P \int_0^{\theta} (y\cos\varphi + z\sin\varphi - a\sin\varphi)\, d\varphi \tag{*}$$

Величина сказанной работы называется *динамической* остойчивостью корабля, множитель же при P в предыдущем выражении *плечом динамической остойчивости*. Обозначая его через h_i, имеем в силу формулы (*) следующее соотношение между плечами динамической и статической остойчивости:

$$h_i = \int_0^{\theta_i} r\, d\varphi$$

С другой стороны, выражение

$$h_i = \int_0^{\theta_i} (y\cos\varphi + z\sin\varphi - a\sin\varphi)\, d\varphi$$

может быть преобразовано следующим образом:

$$\int_0^{\theta_i} y\cos\varphi\,d\varphi = \Big| y\sin\varphi \Big|_0^{\theta_i} - \int_0^{\theta_i} y'\sin\varphi\,d\varphi = y_i\sin\theta_1 - \int_0^{\theta_i} \rho\cos\varphi\sin\varphi\,d\varphi$$

$$\int_0^{\theta_i} z\sin\varphi\,d\varphi = -\Big| z\cos\varphi \Big|_0^{\theta_i} + \int_0^{\theta_i} z'\cos\varphi\,d\varphi = -z_i\cos\theta + \int_0^{\theta_i} \rho\cos\varphi\sin\varphi\,d\varphi$$

$$-a\int_0^{\theta_i}\sin\varphi\,d\varphi = \Big| a\cos\varphi \Big|_0^{\theta_i} = -a(1-\cos\theta_i)$$

Следовательно,

$$h_i = y_i\sin\theta_i - z_i\cos\theta_i - a(1-\cos\theta_i) \qquad (16)$$

Геометрический смысл этой формулы мы разберем ниже (см. § 52), а теперь перейдем к изложению приемов вычисления всех величин, определяющих остойчивость корабля.

Предыдущие общие формулы (1—16) показывают, что вопрос сведен к вычислению координат центров величины, метацентров и плеч остойчивости. Эти же формулы показывают, что сказанное вычисление сводится к нахождению моментов инерции I площадей действующих наклонных ватерлиний, отсекающих заданный объем V_0.

Это последнее обстоятельство и вызывает различие в приемах практического выполнения этих вычислений для судов высокобортных и для судов низкобортных, или высокобортных, но мелкосидящих.

В самом деле, для высокобортного корабля, т. е. для такого, у которого как высота надводного борта, так и углубление составляют, каждое в отдельности, не менее $\frac{1}{2}$ полуширины, если провести через точку O, пересечения диаметральной плоскости с естественной грузовой AB, плоскость, параллельную действующей ватерлинии, то эта плоскость отсечет объем, лишь мало отличающийся от объема V_0, так что толщина слоя между действующей ватерлинией и вышеуказанной, параллельной ей, настолько незначительна, что моменты инерции обеих ватерлиний можно считать равными между собою и центры тяжести площадей обеих ватерлиний лежащими на общем перпендикуляре к ним.

Таким образом, для высокобортных судов нет надобности проводить истинные наклонные действующие ватерлинии, а можно вместо них брать им параллельные, проведенные через точку O.

Для судов низкобортных или мелкосидящих (у которых углубление меньше $\frac{1}{2}$ полуширины) такой замены делать нельзя, так как погрешность становится чувствительной, и при вычислении необходимо прово-

дить или самые действующие ватерлинии, или весьма близкие плоскости, им параллельные, но не проходящие через точку O.

§ 50. Вычисление остойчивости высокобортных судов. Итак, вообразим, что на корпусе через точку O пересечения диаметральной плоскости с естественной грузовой проведен ряд наклонных плоскостей через одинаковые угловые промежутки, например, через 10°.

Условимся обозначать через a_i входящие ординаты наклонной на угол θ_i плоскости и через b_i выходящие ординаты ее. Тогда, полагая начало абсцисс x на миделе и обозначая через L длину корабля, имеем:

Площадь наклонной ватерлинии

$$S_i = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} (a_i + b_i)\, dx$$

Расстояние центра тяжести площади S_i от продольной оси, проведенной через O

$$\eta_i = \frac{\frac{1}{2}\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} (a_i^2 - b_i^2)\, dx}{S_i}$$

Момент инерции площади S_i относительно той же оси:

$$I_{1i} = \frac{1}{3}\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} (a_i^3 + b_i^3)\, dx$$

Момент инерции площади S_i относительно продольной оси, проведенной через центр тяжести этой площади,

$$I_i = I_{1i} - S_i \eta_i^2$$

В силу сделанного допущения, что корабль высокобортный, момент инерции I_i практически равен моменту инерции соответствующей ватерлинии, так что имеем:

$$\rho_i = \frac{I_i}{V_0}$$

Величина $S_i \eta_i^2$ вообще малая по отношению к I_i, так что по разделении на V_0 величина $\frac{S_i \eta_i^2}{V_0}$ составит лишь небольшую поправку к величине $\frac{I_{1i}}{V_0}$, поэтому, полагая

$$\rho_{1i} = \frac{I_{1i}}{V_0}$$

имеем:

$$\rho_i = \rho_{1i} - \frac{S_i \eta_i^2}{V_0} \qquad (*)$$

и член $\frac{S_i \eta_i^2}{V_0}$ будем вычислять отдельно от члена ρ_{1i}.

Для вычисления величин I_1, η_i и S_i, интегрирование по оси x будем производить или по правилу трапеций, для чего достаточно брать около 12 промежутков, или лучше по правилу Чебышева. Для интегрирования же по переменной θ применим изложенный в § 12 прием, пользуясь одинаковыми промежутками. Самое вычисление, естественно, распадается на две части: 1) вычисление величин ρ, требующее интегрирования по x, и 2) вычисление x, y, r и пр., требующее интегрирования по θ при найденных уже значениях ρ.

Для первой части вычисления, вычертив, например, 9 Чебышевских шпангоутов и проведя через точку O ватерлинии, наклонные на 10°, 20° ... 90°, снимают входящие и выходящие ординаты и вписывают их в соответствующие столбцы такой схемы:

Угол наклонения $\theta_i =$

№№ шпангоутов	Входящие ординаты a_i	Выходящие ординаты b_i	$\frac{a_i^2}{100}$	$\frac{b_i^2}{100}$	$\frac{a_i^3}{1000}$	$\frac{b_i^3}{1000}$
1 2 . . . 9						
Сумма . .	Σa_i	Σb_i	$\Sigma \frac{a_i^2}{100}$	$\Sigma \frac{b_i^2}{100}$	$\Sigma \frac{a_i^3}{1000}$	$\Sigma \frac{b_i^3}{1000}$

Площадь ватерлинии $S_i = \frac{L}{9}(\Sigma a_i + \Sigma b_i) =$

Ордината центра тяжести площади ватерлинии

$$\eta_i = \frac{100}{2} \cdot \frac{\Sigma \frac{a_i^2}{100} - \Sigma \frac{b_i^2}{100}}{\Sigma a_i + \Sigma b_i} =$$

$$\rho_{1i} = \frac{\frac{L}{9}}{V_0} \cdot \frac{1000}{3} \cdot \left(\Sigma \frac{a_i^3}{1000} + \Sigma \frac{b_i^3}{1000} \right) = K \left(\Sigma \frac{a_i^3}{1000} + \Sigma \frac{b_i^3}{1000} \right) =$$

Метацентрический радиус $\rho_i = \rho_{1i} - \frac{S_i \eta_i^2}{V_0} =$

Само собой разумеется, что множитель $K = \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{9} \cdot \frac{1000}{V_0}$ вычисляется отдельно для всех наклонений. При вычислении надо избегать лишних знаков, располагая его так, как в прилагаемом примере броненосца „Слава".

Когда величины ρ_i вычислены, то для вычисления координат y_i и z_i центров величины и метацентров Y_i и Z_i составляют такую схему:

Вычисление величин:

$$y_i = \int_0^{\theta_i} \rho \cos\theta \, d\theta \quad \text{и} \quad z_i = \int_0^{\theta_i} \rho \sin\theta \, d\theta$$

$$Y_i = y_i - \rho_i \sin\theta_i \text{ и } Z_i = z_i + \rho_i \cos\theta_i$$

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Углы крена θ	Метацентр. радиус ρ	$\rho \cos\theta$	Суммы III попарно	Суммы IV сверху	$y_i = \int_0^{\theta_i} \rho\cos\theta d\theta = V \cdot 0.08727$	$\rho \sin\theta$	Суммы VII попарно	Суммы VIII сверху	$z_i = \int_0^{\theta_i} \rho\sin\theta d\theta = IX \cdot 0.08727$	$Y_i = y_i - \rho_i \sin\theta_i = VI - VII$	$Z_i = z_i + \rho_i \cos\theta_i = X + III$
0°											
10											
20											
.											
.											
.											
.											
90											

Множитель 0.08727 есть числовая мера углового промежутка $= \frac{10°}{2} = 5°$.

Самое вычисление по этой схеме показано в нижеприводимом примере.

Броненосец „Слава"

Вычисление остойчивости при углублении 26′ 9″ (в морской воде).

Основные элементы корабля:

Длина между ⊥ ⊥ (наибольшая) . . . . . 398.0 ф.

Длина по грузовой ватерлинии . . . . . 390.3 „
Наибольшая ширина . . . . . 76.0 „
Среднее углубление . . . . . 26'9" „
Водоизмещение . . . . . 14181 т.
Площадь грузовой ватерлинии . . . . . 22529 кв. ф.
Число тонн на фут осадки . . . . . 643,2 т/ф.
Центр тяжести площади грузовой на 16.66 ф. в корму от ⊂|⊃.
Центр величины корабля на 4.14 ф. в корму от ⊂|⊃.
Центр величины корабля над килем на 15.0 ф.
Расстояние центра тяжести площади грузовой от носового ⊥ . . . . . 215.74 ф.
Расстояние центра тяжести площади грузовой от кормового ⊥ . . . . . 182.26 „
Начальный метацентрический радиус . . . . . 17.30 „
Начальная метацентрическая высота . . . . . 4.00 „
Возвышение продольного метацентра . . . . . 371.5 „
Длина по грузовой ватерлинии за вычетом тарана, принятая для распределения Чебышевских шпангоутов, $L=$ 386 ф.
Множитель

$$K=\frac{1}{3}\cdot\frac{L}{9}\cdot\frac{1000}{V}=\frac{1}{3}\cdot\frac{386}{9}\cdot\frac{1000}{14181\cdot 35}=0.0288$$

Наклонение $\theta=0°$						
№№ шпангоутов	a	$b=a$	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	7.8		0.61		0.47	
2	26.5		7.02		18.61	
3	29.7		8.82		26.20	
4	37.8		14.29		54.01	
5	38.0		14.44		54.87	
6	38.0		14.44		54.87	
7	35.8		12.82		45.88	
8	34.6		11.97		41.42	
9	16.5		2.72		4.49	
	264.7	264.7	87.13	87.13	300.82	300.82
	529.4				601.6	

$S=22\,600$ $\qquad \frac{S\eta^2}{V_0}=0$

$S\eta^2=0;\ \eta=0$ $\qquad \rho_1=17.30;\ \rho=17.30$

Наклонение $\theta = 10°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	7.8	7.9	0.61	0.62	0.47	0.49
2	26.0	26.8	6.76	7.18	17.58	19.25
3	29.3	30.1	8.58	9.06	25.15	27.27
4	36.3	38.3	13.18	14.67	47.83	56.18
5	36.9	38.5	13.61	14.82	50.24	57.07
6	36.9	38.5	13.61	14.82	50.24	57.07
7	34.5	36.1	11.90	13.03	41.06	47.05
8	33.5	34.6	11.27	11.97	37.60	41.42
9	16.2	15.2	2.62	2.31	4.25	3.51
	257.4	266.0	82.14	88.48	274.42	309.31
	523.4		—6.34		583.7	

$S = 22\,450$

$S\eta^2 = 8\,350$; $\eta = -0.61$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.02$

$\rho_1 = 16.76$; $\rho = 16.74$

Наклонение $\theta = 20°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	8.0	8.3	0.64	0.69	0.51	0.57
2	26.1	28.0	6.81	7.84	27.78	21.95
3	29.1	31.3	8.47	9.80	24.64	30.66
4	37.0	39.9	13.69	15.92	50.65	63.52
5	37.6	40.2	14.14	16.16	53.16	64.96
6	37.6	40.0	14.14	16.16	53.16	64.96
7	32.4	35.5	10.50	12.60	34.01	47.74
8	31.6	32.9	9.96	10.82	31.55	35.61
9	15.5	12.8	2.40	1.64	3.72	2.10
	254.9	268.9	80.75	91.63	269.18	332.07
	523.8		—10.88		601.2	

$S = 22\,460$

$S\eta^2 = 24\,200$; $\eta = -1.04$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.05$

$\rho_1 = 17.30$; $\rho = 17.25$

Наклонение $\theta = 30°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	8.9	8.9	0.74	0.79	0.64	0.70
2	27.3	29.5	7.45	8.70	20.35	25.67
3	29.3	32.8	8.58	10.76	25.15	35.29
4	30.8	40.9	9.45	16.73	29.22	68.42
5	31.2	41.5	9.73	17.22	30.37	71.47
6	31.2	41.0	9.73	17.22	30.37	71.47
7	30.5	32.9	9.30	10.82	28.37	35.61
8	29.8	29.5	8.88	8.70	26.46	25.67
9	14.9	10.9	2.22	1.19	3.31	1.30
	233.6	267.9	67.12	92.13	194.24	335.60
	501.5		—25.01		529.8	

$S = 21\,400$

$S\eta^2 = 132\,000;\ \eta = -2.48$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.26$

$\rho_1 = 15.23;\ \rho = 14.97$

Наклонение $\theta = 40°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	9.6	10.1	0.92	1.02	0.88	1.03
2	29.3	30.2	8.58	9.12	25.15	27.54
3	30.6	32.7	9.36	10.69	28.65	34.97
4	31.5	38.4	9.92	14.75	31.26	56.62
5	31.7	38.4	10.05	14.75	31.86	56.62
6	31.7	37.9	10.05	14.75	31.86	56.62
7	31.0	29.8	9.61	8.88	29.79	26.46
8	30.5	26.4	9.30	6.97	28.37	18.40
9	14.8	9.4	2.19	0.88	3.24	0.83
	240.7	253.3	69.98	81.81	211.06	279.09
	494.0		—11.83		490.1	

$S = 21\,100$

$S\eta^2 = 25\,500;\ \eta = -1.10$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.05$

$\rho_1 = 14.09;\ \rho = 14.04$

Наклонение $\theta = 50°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	11.2	12.0	1.25	1.44	1.40	1.73
2	29.9	29.4	8.94	8.64	26.73	25.41
3	29.5	30.9	8.70	9.55	25.67	29.50
4	29.5	33.9	8.70	11.49	25.67	38.96
5	23.7	33.7	8.24	11.36	23.64	38.27
6	28.7	33.4	8.24	11.16	23.64	37.26
7	28.7	27.4	8.24	7.51	23.64	20.57
8	28.7	24.4	8.24	5.95	23.64	14.53
9	15.3	8.5	2.34	0.72	3.58	0.61
	230.2	233.6	62.89	67.82	177.61	206.84
	463.8		−4.93		384.4	

$S = 19\ 860$

$S\eta^2 = 5\ 560;\ \eta = -0.53$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.01$

$\rho_1 = 11.04;\ \rho = 11.03$

Наклонение $\theta = 60°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	16.6	14.6	2.76	2.13	4.57	3.11
2	27.0	28.2	7.29	7.95	19.68	22.42
3	26.5	29.0	7.02	8.41	18.61	24.39
4	26.5	30.4	7.02	9.24	18.61	28.09
5	25.7	30.2	6.60	9.12	16.97	27.54
6	25.7	30.0	6.60	9.00	16.97	27.00
7	25.7	25.9	6.60	6.71	16.97	17.37
8	25.7	23.4	6.60	5.48	16.97	12.81
9	16.6	7.0	2.76	0.62	4.57	0.49
	216.9	219.6	53.25	58.66	133.92	163.22
	435.6		−5.41		297.1	

$S = 18\ 600$

$S\eta^2 = 7\ 150;\ \eta = -0.62$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.01$

$\rho_1 = 10.33;\ \rho = 10.32$

Наклонение $\theta = 70°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	26.5	18.0	7.02	3.24	18.64	5.83
2	25.2	27.2	6.35	7.40	16.00	20.12
3	24.7	27.6	6.10	7.62	15.07	21.02
4	24.7	28.2	6.10	7.95	15.07	22.42
5	23.9	28.1	5.71	7.90	13.67	22.19
6	23.9	28.1	5.71	7.90	13.67	22.19
7	23.9	25.2	5.71	6.35	13.67	12.49
8	23.9	23.2	5.71	5.38	13.67	16.00
9	15.7	7.6	2.46	0.58	3.87	0.44
	212.4	213.2	50.87	54.32	123.30	142.70
	425.6		—3.45		266.0	

$S = 18\ 190$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.00$

$S\eta^2 = 2\ 750;\ \eta = -0.40$

$\rho_1 = 9.25;\ \rho = 9.25$

Наклонение $\theta = 80°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	25.5	21.6	6.50	4.67	16.58	10.08
2	24.2	26.8	5.86	7.18	14.17	19.25
3	23.8	26.9	5.66	7.24	13.48	19.47
4	23.8	27.1	5.66	7.34	13.48	19.90
5	23.0	27.1	5.29	7.34	12.17	19.90
6	23.0	27.1	5.29	7.34	12.17	19.90
7	23.0	25.5	5.29	6.55	12.17	16.78
8	23.0	23.9	5.29	5.71	12.17	13.67
9	15.0	7.5	2.25	0.56	3.75	0.42
	204.3	213.6	47.09	53.93	110.14	139.37
	417.9		—6.84		249.5	

$S = 17\ 750$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.02$

$S\eta^2 = 12\ 000;\ \eta = -0.82$

$\rho_1 = 8.68;\ \rho = 8.66$

Наклонение $\theta = 90°$

№№ шпангоутов	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	25.1	25.7	6.30	6.60	18.81	16.97
2	24.0	26.8	5.76	7.18	13.82	19.25
3	23.5	26.8	5.52	7.18	12.98	19.25
4	23.5	26.8	5.52	7.18	12.98	19.25
5	22.8	26.8	5.20	7.18	11.85	19.25
6	22.8	26.8	5.20	7.18	11.85	19.25
7	22.8	26.8	5.20	7.18	11.85	19.25
8	22.8	26.8	5.20	7.18	11.85	19.25
9	14.7	7.6	2.16	0.58	3.18	0.44
	202.0	220.9	46.06	57.44	109.17	152.16
	422.9		—11.38		261.3	

$S = 17\,650$

$S\eta^2 = 32\,200$; $\eta = -1.35$

$\frac{S\eta^2}{V_0} = 0.06$

$\rho_1 = 8.72$; $\rho = 8.66$

Вычисление координат y_i, z_i центров величины и Y_i, Z_i метацентров

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
θ_i	ρ_i	$\rho_i \cos\theta_i$	Суммы III попарно	Суммы IV сверху	$y_i = 0.08727 \cdot V$	$\rho_i \sin\theta_i$	Суммы VII попарно	Суммы VIII сверху	$z_i = 0.08727 \cdot IX$	$Y_i = VI - VII$	$Z_i = III + X$
0°	17.30	17.30		0.00	0.00	0		0.00	0.00	0.00	17.30
			33.80				2.91				
10	16.74	16.50		33.80	2.95	2.91		2.91	0.25	0.04	16.75
			32.70				8.81				
20	17.25	16.20		66.50	5.81	5.90		11.72	1.02	—0.09	17.22
			29.12				13.38				
30	14.97	12.92		95.62	8.35	7.48		25.10	2.19	0.87	15.11
			23.67				16.50				
40	14.04	10.75		119.29	10.42	9.02		41.60	3.64	1.40	14.39
			17.87				17.50				
50	11.03	7.12		137.16	12.00	8.48		59.10	5.17	3.52	12.29
			12.28				17.43				
60	10.32	5.16		149.44	13.05	8.95		76.53	6.70	4.10	11.86
			8.32				17.65				

Продолжение

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
θ_i	ρ_i	$\rho_i \cos\theta_i$	Суммы III попарно	Суммы IV сверху	$y_i = 0{,}08727 \cdot V$	$\rho_i \sin\theta_i$	Суммы VII попарно	Суммы VIII сверху	$z_i = 0{,}03727 \cdot IX$	$Y_i = VI - VII$	$Z_i = III + X$
70	9.25	3.16		157.76	13.80	8.70		94.18	8.24	5.10	11.40
			4.66				17.24				
80	8.66	1.50		162.42	14.20	8.54		111.32	9.74	5.66	11.24
			1.50				17.20				
90	8.66	0		163.92	14.33	8.66		128.52	11.23	5.67	11.23

По результатам вышеприведенных вычислений сейчас же строятся следующие кривые:

1) кривая центров величины,

2) ее эволюта или геометрическое место метацентров (метацентрическая эволюта),

3) геометрическое место точек K — оснований перпендикуляров, опущенных из центра тяжести корабля на метацентрические радиусы (подножная кривая метацентрической эволюты).

Все эти кривые изображены на прилагаемом в конце книги чертеже.

Имеющиеся в таблице предварительных вычислений суммы $\sum \frac{a^2}{100}$ и $\sum \frac{b^2}{100}$ дают возможность построить как действующие ватерлинии, так и огибающую их или так называемую катящуюся кривую для поперечных наклонений данного корабля.

В самом деле, чтобы провести действующую ватерлинию, наклоненную на угол θ_i, стоит только определить разность $v_{1i} - v_{2i}$ вошедшего и вышедшего клинового объема. Эта разность представляет собою избыток водоизмещения, отсекаемого проходящей через O плоскостью, над требуемым водоизмещением V_0.

Очевидно, что искомая действующая ватерлиния будет параллельна нашей плоскости и проходит от нее в расстоянии

$$\varepsilon_i = \frac{v_{1i} - v_{2i}}{S_i} \qquad (17)$$

и притом ниже, если $v_{1i} - v_{2i} > 0$ и выше, если $v_{1i} - v_{2i} < 0$.

След же этой ватерлинии касается своей огибающей, т. е. катящейся кривой в точке F_i, представляющей собой предельное пересечение действующей ватерлинии θ_i с бесконечно близкою к ней, а эта точка, как мы видели, есть центр тяжести площади этой ватерлинии.

Вычисление плеч r_i — статической и h_i — динамической остойчивости ($a = 17.30 - 4.00 = 13.30$ ф)

I.	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
θ_i	y_i	$y_i \cos\theta_i$	$y_i \sin\theta_i$	z_i	$z_i \cos\theta_i$	$z_i \sin\theta_i$	$R_i = y_i \cos\theta_i + z_i \sin\theta_i$	$H_i = y_i \sin\theta_i - z_i \cos\theta_i$	$a \sin\theta_i$	$a \cos\theta_i$	$r_i = R_i - a \sin\theta_i$	$a(1 - \cos\theta_i)$	$h_i = H_i - a(1 - \cos\theta_i)$
0°	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	13.30	0.00	0.00	0.00
10	2.95	2.91	0.51	0.25	0.25	0.04	2.95	0.26	2.32	13.10	0.63	0.20	0.06
20	5.81	5.46	1.99	1.02	0.96	0.35	5.81	1.03	4.55	12.50	1.26	0.80	0.23
30	8.35	7.22	4.17	2.19	1.89	1.09	8.61	2.28	6.65	11.51	1.66	1.79	0.49
40	10.42	7.98	6.70	3.64	2.79	2.34	10.32	3.91	8.55	10.19	1.77	3.11	0.80
50	12.00	7.72	9.20	5.17	3.32	3.96	11.68	5.88	10.19	8.55	1.49	4.75	1.13
60	13.05	6.52	11.30	6.70	3.35	5.80	12.32	7.95	11.51	6.65	0.81	6.65	1.30
70	13.80	4.72	12.98	8.24	2.81	7.73	12.45	10.17	12.50	4.55	—0.95	8.75	1.42
80	14.20	2.47	14.00	9.74	1.69	9.60	12.07	12.31	13.10	2.32	—1.03	10.98	1.32
90	14.33	0.00	14.33	11.23	0.00	11.23	11.23	14.33	13.30	0.00	—2.07	13.30	1.03

Таким образом, все сводится к вычислению разности $v_{1i} - v_{2i}$ объемов вошедшего и вышедшего клина.

$$v_{1i} = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} dx \int_{0}^{\theta_i} \frac{1}{2} a^2 \, d\theta = \frac{1}{2} \int_{0}^{\theta_i} d\theta \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} a^2 \, dx$$

$$v_{2i} = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} dx \int_{0}^{\theta_i} \frac{1}{2} b^2 \, dx = \frac{1}{2} \int_{0}^{\theta_i} d\theta \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} b^2 \, dx$$

следовательно,

$$v_{1i} - v_{2i} = \frac{1}{2} \int_{0}^{\theta_i} d\theta \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} (a^2 - b^2) \, dx$$

Кроме того

$$S_i = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} (a_i + b_i) \, dx$$

Применяя для интегрирования по длине корабля правило Чебышева, а для интегрирования по углу θ правило трапеций, будем иметь:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} (a^2 + b^2) \, dx = \frac{1}{9} L \cdot \Sigma (a^2 - b^2)$$

и

$$S_i = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} (a_i + b_i) \, dx = \frac{1}{9} L \cdot \Sigma (a_i + b_i)$$

и формула (17) заменяется такой:

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{2} \int_{0}^{\theta_i} \Sigma (a^2 - b^2) \cdot d\theta}{\Sigma (a_i + b_i)} \qquad (18)$$

Вычисление по этой формуле, пользуясь уже известными значениями сумм $\Sigma (a^2 - b^2)$ и $\Sigma (a + b)$, произведем по следующей схеме:

Вычисление толщин ε_i поправочного слоя

I	II	III	IV	V	VI	VII
θ	$\frac{1}{100}\Sigma(a^2-b^2)$	Суммы II попарно	Суммы III сверху	$\frac{1}{2}\int_0^{\theta_i}\Sigma(a^2-b^2)\,d\theta = 100\cdot IV\cdot 0.04363$	$\Sigma(a_i+b_i)$	$\varepsilon_i=\frac{V}{VI}$
0°	0.0		0.0	0.0	529.5	—0.0
		6.3				
10	6.3		6.3	27.5	522.4	—0.05
		17.2				
20	10.9		23.5	102.5	523.8	—0.19
		35.9				
30	25.0		59.4	259.0	501.5	—0.52
		36.8				
40	11.8		96.2	420.0	494.0	—0.85
		16.7				
50	4.9		112.9	492.0	463.7	—1.06
		10.3				
60	5.4		123.2	537.0	435.6	—1.23
		8.9				
70	3.5		132.1	576.0	425.6	—1.35
		10.3				
80	6.8		142.4	620.0	417.9	—1.48
		18.2				
90	11.4		160.6	700.0	422.9	—1.66

Знак (—) при ε_i в графе VII этой таблицы показывает, что действующую ватерлинию надо проводить выше соответствующей вспомогательной плоскости, проведенной через точку O.

§ 51. Обратим внимание на следующие поверки, которые полезно делать при вычислении остойчивости.

Во-первых, очевидно, что при $\theta=90°$ выходящий клин как раз равен половине водоизмещения и, значит, мы имеем равенство:

$$\frac{1}{2}V_0=\frac{1}{2}\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}dx\int_0^{+\frac{\pi}{2}}b^2\cdot d\theta$$

или, переменяя порядок интегрирования, получаем:

$$V_0=\int_0^{+\frac{\pi}{2}}d\theta\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}b^2\cdot dx\,. \qquad (19)$$

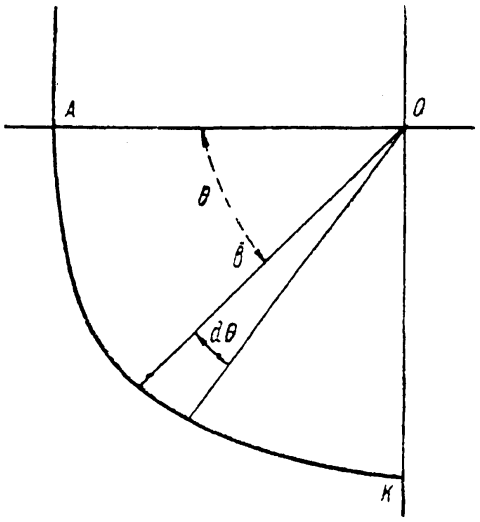
Во-вторых, замечая, (фиг. 66) что центр тяжести площади элементарного сектора, заключенного на каком-либо шпангоуте, отвечающем абсциссе

x, между ординатами, соответствующими углам θ и $\theta+d\theta$, лежит от точки O на расстоянии $\frac{2}{3}b$, получим статический момент выходящего клина в виде такой формулы:

$$\frac{1}{2}V_0\cdot\zeta_0=\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}dx\int_0^{+\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{2}b^2\,d\theta\right)\cdot\frac{2}{3}b\sin\theta=$$

$$=\frac{1}{3}\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}dx\int_0^{\frac{\pi}{2}}b^3\sin\theta d\theta$$

или, переменяя порядок интегрирования и разделив на $\frac{1}{2}V_0$, получаем



Фиг. 66.

для расстояния ζ центра величины C_0 в прямом положении от грузовой ватерлинии формулу:

$$\zeta_0=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{V_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta d\theta\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}b^3\,dx \qquad (20)$$

Таблицы предварительных вычислений содержат уже готовые суммы:

$$\frac{1}{100}\Sigma b^2 \text{ и } \frac{1}{1000}\Sigma b^3$$

для последовательных углов θ. Предыдущие суммы, будучи умножены на $\frac{1}{9}L$, дадут соответственные интегралы, которые, будучи проинтегрированы затем по правилу трапеций по углу θ, дадут V_0 и ζ_0.

Так, в нашем примере имеем:

I	II	III	IV
θ	$\Sigma \frac{b^2}{100}$	$\Sigma \frac{b^3}{1000}$	$\sin\theta \Sigma \frac{b^3}{1000}$
0°	87.13	300.82	0.0
10	88.48	309.31	53.6
20	91.63	332.07	113.5
30	92.13	335.60	167.8
40	81.81	279.09	174.0
50	67.82	206.84	158.9
60	58.66	163.22	141.5
70	54.32	142.70	134.0
80	53.93	139.37	34.81
90	57.47	152.16	152.2
Суммы	733.35	—	1230.3
Поправки . . .	72.28	—	76.1
Исправ. суммы .	661.07	—	1154.2

$$V_0 = 0.1745 \cdot \frac{386}{9} \cdot \frac{66\,107}{35} = 14\,150 \text{ т}$$

$$\zeta_0 = \frac{\frac{2}{3} \cdot 1\,154\,200}{66\,107} = 11.63 \text{ ф. ниже грузовой}$$

$$H - \zeta_0 = 26.75 - 11.63 = 15.12 \text{ ф. над килем}$$

В сообщенных Балтийским заводом данных показано:

$$V_0 = 14\,181 \text{ т}$$

$H - \zeta_0 = 15{,}0$ фута над килем

Согласие вполне удовлетворительное.

В-третьих. Мы имели для плеча h_i динамической остойчивости два выражения:

1) $$h_i = \int_0^{\theta_i} r\,d\theta$$

2) $$h_i = y_i \sin\theta - z_i \cos\theta_i - a(1 - \cos\theta_i)$$

Вычисление по обеим этим формулам должно давать один и тот же результат. В схеме на стр. 229 сделано вычисление по второй из этих формул. Вычисление по первой может служить поверкою.

Так, в нашем примере имеем:

I	II	III	IV	V
θ	r	Суммы II попарно	Суммы III сверху	h_i IV · 0.08727
0°	0.00		0.00	0.00
		0.63		
10	0.63		0.63	0.06
		1.89		
20	1.26		2.52	0.22
		2.92		
30	1.66		5.47	0.48
		3.43		
40	1.77		8.87	0.78
		3.26		
50	1.49		12.13	1.06
		2.30		
60	0.81		14.43	1.26
		0.76		
70	—0.05		15.19	1.33
		—1.08		
80	—1.03		14.11	1.23
		—3.10		
90	—2.07		11.01	0.97

Сличение чисел h_i с полученными в столбце XIV схемы на стр. 229 показывает удовлетворительное согласие.

§ **52. Диаграмма Рида** представляет графически зависимость плеча GK_i восстановляющей пары от угла наклонения θ_i. Для построения этой диаграммы по одной оси откладывают значения угла крена θ_i, а по другой соответствующие значения плеча GK_i; так, на чертеже (фиг. 67) вычерчена такая диаграмма для броненосца „Слава“ по результатам приведенных выше расчетов. Часто рядом с плечами показывают произведение $P \cdot GK_i$, т. е. момент восстановляющей пары.

Покажем теперь некоторые свойства диаграммы и ее соотношение с метацентрическою эволютою и ее подножною кривою относительно точки G, т. е. с геометрическим местом точек K. Как уже сказано, ординаты диаграмм Рида равны соответствующим величинам GK, но для суждения об остойчивости корабля надо знать и величину $M_i K_i$, т. е. расстояние от соответствующего наклонению θ_i метацентра M_i.

Покажем, что величина $M_i K_i$ указывается углом уклона касательной к диаграмме Рида в точке, соответствующей крену θ_i.

Обозначая через α этот уклон, через r ординату точки диаграммы и через x абсциссу этой точки, имеем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dr}{dx}$$

но $x = \lambda \cdot \theta$, где λ есть та длина, которая принята за 1 при откладывании углов; чтобы ее измерить, стоит только взять $\theta = 1 = 57°3$, и тогда мы увидим, что на этом чертеже λ взята равной такой длине, которая при принятом для плеч масштабе составляет 5.73 ф. (Такое соотношение будет всегда иметь место, если плечо в 1 ф. и угол в 10° изображать одинаковою длиною, как это сделано).

Таким образом, будет:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{dr}{d\theta}$$

Пусть на фиг. 68 G представляет собою центр тяжести корабля, CM и $C_1 M$ направление силы поддержания при наклонении корабля на угол θ и $\theta + \Delta\theta$, $GK = r$ и $GK_1 = r + \Delta r$, тогда

$\Delta r = K' K_1 +$ бесконечно-малые высших порядков, следовательно:

$$\frac{dr}{d\theta} = \lim \frac{\Delta r}{\Delta \theta} = \lim \frac{K' K_1}{\Delta \theta} = K_1 M = KM$$

ибо в пределе точки K и K_1 сливаются.

Таким образом, имеем соотношение:

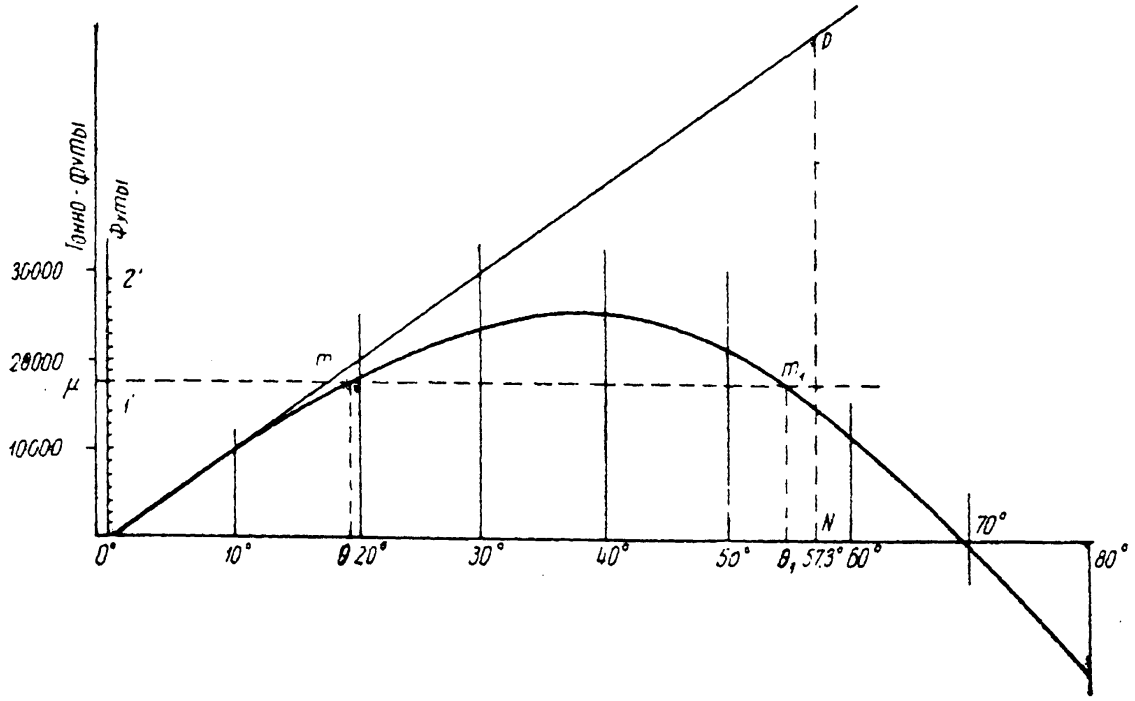
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{KM}{\lambda}$$

или

$$KM = \lambda \cdot \operatorname{tg}\alpha \qquad (*)$$

т. е. тангенс уклона диаграммы пропорционален расстоянию от проекции центра тяжести корабля на линию поддержания до соответствующего метацентра.

Отсюда следует, что тангенс уклона диаграммы в начальной точке пропорционален начальной метацентрической высоте и, следовательно,



Фиг. 67.

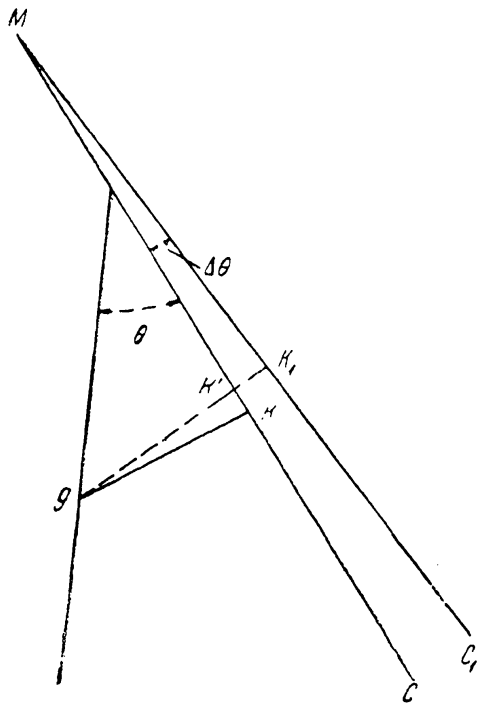
если отложить по оси углов длину $ON = 57°3 = \lambda$ и по перпендикуляру NP длину $\rho_0 - a$, то прямая OP представит собою касательную к диаграмме в точке O.

Обратив внимание на связь между уклоном диаграммы и величиною MK, видим, что это свойство диаграммы Рида вполне согласуется со сказанным в § 49 относительно общих условий устойчивости положений равновесия корабля.

Обыкновенно начальная часть диаграммы на значительном протяжении сливается с этой касательной, на нашем чертеже, например, до 10°, значит, до этого угла можно без погрешности применять простую метацентрическую формулу:

$$r = (\rho_\theta - a)\,\theta = (\rho_0 - a)\sin\theta^\circ = \frac{1}{57}\cdot(\rho_0 - a)\,\theta^\circ$$

Диаграмма Рида решает первый вопрос, поставленный относительно остойчивости при больших углах наклонения, а именно: корабль действием внешней пары удерживается в равновесии в наклонном положении — спрашивается: а) устойчивое ли это равновесие, б) вернется ли корабль к прямому положению после прекращения действия пары, в) как велик предельный угол крена, который кораблю можно сообщить, чтобы он не опрокинулся?



Фиг. 68.

Пусть μ есть момент сказанной внешней кренящей пары; корабль будет находиться в равновесии, когда угол наклонения его таков, что момент кренящей пары равен моменту восстановляющей; этот угол получится как абсцисса точек пересечения диаграммы с прямою, параллельной оси θ и проведенной через точку μ оси моментов. Таких точек пересечения будет две: m — соответствующая меньшему углу крена θ и m_1 — соответствующая большему углу θ_1.

Положим, что корабль, на который действует пара μ, накренен на угол θ; если его из этого положения вывести, например, уменьшив угол θ, то как только он снова будет предоставлен действию только пары μ, он будет возвращаться к положению θ, ибо кренящая пара будет больше восстановляющей, точно так же и в случае увеличения угла θ, и, следовательно, положение равновесия θ — устойчивое.

Если же взять положение θ_1, то стоит только вывести корабль из этого положения, увеличив наклонение, то восстановляющая пара будет меньше кренящей пары μ, и корабль в положение θ_1 не вернется, а опрокинется.

Отсюда видно, что корабль можно удерживать накрененным лишь на угол, *меньший* угла, соответствующего наибольшему плечу остойчивости (на нашем чертеже около 40°). При действии постоянной кренящей пары, удерживающей корабль в наклонном положении, его остойчивость определяется частью диаграммы, лежащей выше прямой mm_1, изображающей момент кренящей пары.

§ 53. Вычисление остойчивости судов низкобортных может быть произведено двояким образом:

Во-первых, проведя сперва наклонные ватерлинии через точку O и вычислив разности объемов входящего и выходящего клина, определяют толщины поправочного слоя и проводят действующие ватерлинии и, сняв их

ординаты от точек их пересечения или с диаметральной плоскостью или же от точки пересечения каждой ватерлинии с предыдущею, вычисляют моменты инерции их площадей и затем применяют общие формулы § 50.

Во-вторых, проводят первую наклонную ватерлинию через точку O, снимают ее ординаты и вычисляют положение центра тяжести ее площади, т. е. величину η и момент инерции относительно оси наклонения, а также разность объемов вошедшаго и вышедшего клина и толщину ε поправочного слоя. Найдя величины ε и η, строят по ним точку катящейся кривой и через эту точку проводят плоскость.

Эта плоскость не будет отсекать требуемый объем V_0, но будет вообще весьма близка к параллельной ей действующей ватерлинии. Сняв ординаты этой плоскости от соответствующей точки катящейся кривой, вычисляют разность объемов входящего и выходящего клина, заключенного между 1-й действующей ватерлинией и вспомогательной плоскостью, и, найдя толщину поправочного слоя и ординату центра тяжести площади 2-й ватерлинии, строят соответствующую 2-му углу наклонения точку катящейся кривой.

Через эту точку проводят вспомогательную плоскость под третьим углом наклонения и т. д.

Эти вспомогательные плоскости окажутся так близки к соответствующим ватерлиниям, что моменты инерции их площадей можно считать соответственно равными и, значит, остальное вычисление делать по формулам § 50.

При этом втором приеме можно так распорядиться выкладками, чтобы не приходилось снимать никаких других ординат, кроме ординат вспомогательных плоскостей.

Как видно, разница в обоих приемах состоит в том, что при втором приеме придется снимать вдвое меньше ординат и лишь один раз вычислять положения центров тяжести вспомогательных плоскостей и не придется сверх того вычислять положения центров тяжести действующих ватерлиний. Но зато проведение ватерлиний не может быть исполнено сразу для всех углов, и чертежная работа чередуется с вычислительной и со съемкою ординат; поэтому оба приема требуют почти одинаковой затраты времени, а так как первый нагляднее и проще по идее, то ему и следует отдавать предпочтение.

Первый прием не требует никаких пояснений. Подробности же второго, можно найти в моей статье в „Bulletin de l'Association Technique Maritime“ за 1893 г.

Для примера приведем расчет боевой остойчивости броненосца „Слава“. Этот расчет сделан при следующих предположениях: 1) что небронированный надводный борт выше верхней броневой палубы разбит и, следовательно, проницаем для воды, так что броненосец для расчета остойчивости надо принимать ограниченным сверху верхнею

броневою палубою, и 2) углубление броненосца принято в 27 ф., начальная метацентрическая высота MG равной 3.72 ф. Водоизмещение при этом углублении равно 14342 т в соленой воде.

Так как верхняя броневая палуба при указанных предположениях возвышается всего на 7 ф. над водою, ширина же корабля 76 ф., то ясно, что его надо считать низкобортным.

Сперва проводим через точку O пересечения грузовой ватерлинии с диаметральной плоскостью ватерлинии наклонные под углами 10°, 15°, 20°, 25° и 30° и, сняв ординаты, получаем следующую таблицу:

Предварительные вычисления

	$\theta = 0°$		$\theta = 10°$					
№	$a = b$	$\frac{a^3}{1000}$	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	7.8	0.47	7.9	8.1	0.62	0.66	0.49	0.53
2	26.5	18.61	26.3	27.0	6.92	7.29	18.19	19.68
3	29.7	26.20	29.3	30.3	8.58	9.18	25.15	27.82
4	37.8	54.01	35.5	38.5	12.60	14.32	44.74	57.07
5	38.0	54.87	34.6	38.7	11.97	14.98	41.42	57.96
6	38.0	54.87	34.6	38.7	11.97	14.98	41.42	57.96
7	35.8	45.88	34.6	36.4	11.97	13.25	41.42	48.23
8	34.6	41.42	33.8	34.9	11.42	12.18	38.61	42.51
9	16.5	4.49	16.3	15.6	2.43	2.43	4.33	3.80
	264.7	300.82	252.9	268.2	78.71	89.77	255.77	315.56

	$\theta = 15°$						$\theta = 25°$					
№	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	8.0	8.2	0.64	0.67	0.51	0.55	8.1	8.5	0.66	0.72	0.53	0.61
2	26.3	27.4	6.92	7.51	18.19	20.57	21.7	28.2	4.71	7.95	10.22	22.43
3	27.1	30.3	7.34	9.18	19.90	27.82	21.2	31.7	4.49	10.05	9.53	31.86
4	26.0	39.1	6.76	15.29	17.58	59.78	20.2	40.0	4.18	16.00	8.24	64.00
5	24.8	39.3	6.15	15.44	15.25	60.70	19.3	40.3	3.72	16.24	7.19	65.45
6	24.8	39.3	6.15	15.44	15.25	60.70	19.3	40.2	3.72	16.01	7.19	64.96
7	24.8	36.5	6.15	13.32	15.25	48.63	19.3	35.9	3.72	12.89	7.19	46.27
8	24.8	34.4	6.15	11.83	15.25	40.71	19.3	33.3	3.72	11.09	7.19	36.93
9	16.0	14.5	2.56	2.10	4.10	3.05	15.8	13.3	2.50	1.77	3.94	2.35
	202.6	269.0	48.82	90.78	121.28	322.51	164.2	271.4	31.42	92.72	61.22	334.86

	$\theta = 25°$				$\theta = 30°$			
№	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$
1	8.3	8.8	0.69	0.77	8.7	9.2	0.76	0.85
2	18.1	29.0	3.28	8.41	15.5	29.8	2.40	8.88
3	17.4	32.5	3.03	10.56	14.8	33.2	2.19	11.02
4	16.5	40.8	2.72	16.65	14.0	41.0	1.96	16.81
5	16.0	41.3	2.56	17.06	13.5	41.7	1.82	17.39
6	16.0	41.1	2.56	16.89	13.5	41.3	1.82	17.06
7	16.0	34.8	2.56	12.11	13.5	33.3	1.82	11.09
8	16.0	31.6	2.56	9.99	13.5	29.7	1.82	8.82
9	15.7	12.1	2.46	1.46	13.5	11.2	1.82	1.25
	140.0	272.0	22.42	93.90	120.5	270.4	16.41	93.17

По данным этой таблицы составляем следующую таблицу, в которой вычислена толщина поправочного слоя:

Вычисление толщин поправочного слоя

	I	II	III	IV	V	VI	VII
θ	$\Sigma(a+b)$	$\frac{1}{2}\Sigma\frac{a^2-b^2}{100}$	Суммы (II) попарно	Суммы (III) сверху	(IV)·0.04363··100	$\frac{(V)}{1} = \varepsilon$	$\eta = \frac{(II)\cdot 100}{1}$
0°	—	0		0.00	0.0	0.00	
			1.03				
10	521.1	— 1.03		2.06*	9.0	0.02	
			22.01				
15	471.6	—20.98		24.07	104.6	0.22	4.45
			51.63				
20	435.6	—30.65		75.70	327.0	0.75	7.05
			66.39				
25	412.0	—35.74		142.09	620.0	1.50	
			74.12				
30	390.9	—38.38		216.21	943.0	2.41	

Примечание. Число помеченное *, удвоено, как соответствующее двойному промежутку.

Из этой таблицы видно, что для 25 и 30° толщина ε поправочного слоя свыше 1 ф., поэтому проводим эти две ватерлинии вновь в расстоянии 1.50 и 2.41 ф. от прежних. Снимаем их ординаты от точки их пересечения и получаем следующую таблицу:

$\theta = 25°$						$\theta = 30°$					
a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
19.1	—20.	3.65	0.04	6.97	—0.01	19.8	—2.4	3.92	0.06	7.76	—0.01
25.4	18.0	6.45	3.24	16.39	5.83	21.3	18.8	4.54	3.53	9.66	6.64
24.6	21.6	6.05	4.67	14.89	10.08	20.6	22.4	4.24	5.02	8.74	11.24
23.7	30.0	5.62	9.00	13.31	27.00	19.8	30.7	3.92	9.42	7.76	28.93
23.3	30.7	5.43	9.42	12.65	28.93	19.7	31.5	3.88	9.92	7.65	31.26
23.3	30.5	5.43	9.30	12.65	28.37	19.7	31.2	3.88	9.73	7.65	30.37
23.3	25.2	5.43	6.35	12 65	16.00	19.7	24.3	3.88	5.90	7.65	14.35
23.3	22.2	5.43	4.93	12.65	10.94	19.7	21.1	3.88	4.45	7.65	9.39
23.3	3.3	5.43	0.11	12.65	0.04	19.7	3.0	3.88	0.09	7.65	0.03
209.3	181.5	48.92	47.06	114.81	127.18	180.0	213.0	36.02	48.12	72.17	132.20

Затем вычисление заканчивается совершенно так же, как показано для общего случая:

Вычисление метацентрических радиусов

	I	II	III	IV	V	VI
θ	$\Sigma(a+b)$	η	$\Sigma\frac{a^3+b^3}{1000}$	$\rho' = (\text{III}) \cdot k$	$\Delta\rho' = (\text{I}) \cdot \eta^2 \cdot k_1$	$\rho = \rho' - \Delta\rho'$
0°	529.4	0	601.6	17.10	0	17.10
10	521.1	0	570.3	16.20	0	16.20
15	471.6	4.75	443.8	12.62	0.80	11.82
20	435.6	7.05	396.1	11.26	1.84	9.42
25	390.8	0	242.0	6.88	0	6.88
30	393.0	1.55	204.4	5.80	0.08	5.72

Множитель для вычисления ρ', $k = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{386 \cdot 1000}{14342 \cdot 35} = 0.02845.$

Множитель для $\Delta\rho'$, $k_1 = \frac{3}{1000} k.$

Вычисление координат центров величины и метацентров

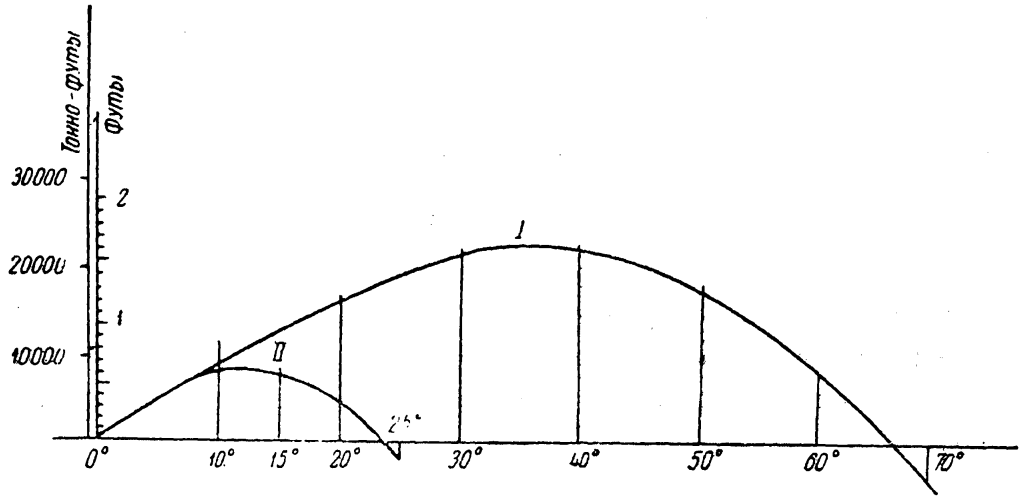
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
θ	ρ	$\rho\cos\theta$	Суммы (II) попарно	Суммы (III) сверху	$y = (\text{IV}) \cdot 0.0436$	$\rho\sin\theta$	Суммы (VI) попарно	Суммы (VII) сверху	$z = (\text{VIII}) \cdot 0.04$	$Y_m = y - \sin\theta$	$Z_m = z + \rho\cos\theta$
0°	17.10	17.10		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	17.10
			33.05				2.81				
10	16.20	15.95		66.10*	2.88	2.81		5.62*	0.24	+0.07	16.19
			27.35				5.87				
15	11.82	11.40		93.45	4.07	3.06		11.49	0.50	1.01	11.90
			20.26				6.28				
20	9.42	8.86		113.71	4.96	3.22		17.77	0.77	1.74	9.63
			15.08				6.12				
25	6.88	6.22		128.79	5.62	2.90		23.89	1.04	2.72	7.26
			11.18				5.76				
30	5.72	4.96		139.97	6.11	2.86		29.65	1.29	3.25	6.25

Примечание. Числа, помеченные *, удвоены, как соответствующие двойному промежутку.

Вычисление плеч остойчивости

	I	II	III	IV	V	VI	VII
θ	y	z	$y\cos\theta$	$z\sin\theta$	$R=$ $=(III)+(IV)$	$a\sin\theta$ $(a=13.38)$	$r=R-a\cos\theta$
0°	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	2.88	0.24	2.83	0.05	2.88	2.32	0.56
15	4.07	0.50	3.94	0.13	4.07	3.46	0.61
20	4.96	0.77	4.65	0.26	4.91	4.57	0.34
25	5.62	1.04	5.10	0.44	5.54	5.65	—0.11
30	6.11	1.29	5.29	0.64	5.93	6.69	—0.76

На помещаемом чертеже (фиг. 69) по числам столбца VII вычерчена диаграмма Рида для броненосца „Слава", предполагая, что надводные *небронированные* части его борта разбиты.



Фиг. 69. Диаграмма остойчивости.
I — надводный борт цел. *II* — надводный небронированный борт разбит: MG=3.72 ф. D=14347 т.

Сличение этой диаграммы с изображенной на том же чертеже диаграммой при целом борте с ясностью показывает, в какой сравнительно слабой мере бронирование этого корабля обеспечивало его остойчивость при избитом надводном борте. Мы ниже еще подробнее вернемся к этому вопросу, разбирая вообще обеспечение боевой плавучести и остойчивости кораблей.

§ 54. Как видно из предыдущего, при вычислении остойчивости низкобортных судов вся трудность состоит в проведении ватерлиний, отсекающих заданный объем, или в проведении плоскостей, достаточно близких к этим ватерлиниям.

Французский инженер Dargnies в 1863 г., будучи главным инженером о-ва Messageries Maritimes и имея дело с вычислением остойчивости коммерческих судов в общем одинакового типа, заметил, что для них огибающая последовательных положений этих ватерлиний, или так называемая „катящаяся кривая", имеет также одинаковую форму, поэтому, проведя сперва вспомогательную плоскость через точку O и вычислив для нее толщину поправочного слоя, можно нанести точку O_1 пересечения следа этой плоскости с грузовою AB; а так как для однотипного судна имеется вся ломаная $OO_1O_2O_3\ldots$, то, по пропорциональности зная OO_1, можно рассчитать O_1O_2 и, проведя через O_1 первую наклонную ватерлинию, нанести на нее точку O_2, через нее провести вторую наклонную ватерлинию, затем совершенно подобным же образом третью и т. д., и когда эти ватерлинии нанесены, то снять ординаты грузовой ватерлинии от точки O, первой наклонной ватерлинии от точки O_1, второй от точки O_2 и т. д. и, пользуясь этими ординатами, вычислить соответствующие значения $\rho_0, \rho_1, \rho_2\ldots$, по которым затем вычисление метацентрической эволюты, координат центров величины, метацентров, плеч статической и динамической остойчивости и закончится, как показано выше.

Предлагается в виде задачи составить схемы для вычисления ρ_0, ρ_1, ρ_2 и т. д. по вышеупомянутым ординатам, а также и для вычисления толщин поправочных слоев для проведенных плоскостей.

§ 55. **Изменение диаграммы Рида при перемещении центра тяжести.** Положим теперь, что центр тяжести корабля, от перемещения на нем некоторого груза, переместился из точки G (фиг. 70) в какую-нибудь другую точку G_1, которой координаты назовем $(a+\delta a)$, b; тогда плечо, бывшее при наклонении на угол θ равным $GK=r$, станет равным

$$G_1K_1=r+\delta r$$

но

$$r=y\cos\theta+z\sin\theta-a\sin\theta$$

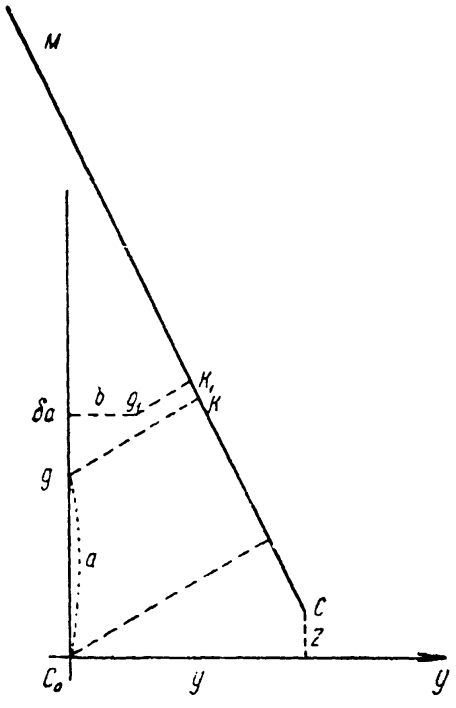
$$G_1K_1=r+\delta r=y\cos\theta+z\sin\theta-(a+\delta a)\sin\theta-b\cos\theta$$

следовательно:

$$G_1K_1-GK=\delta r=-(\delta a\cdot\sin\theta+b\cos\theta) \qquad (**)$$

Вычислив по этой формуле δr, сейчас же можем построить и новую диаграмму Рида. При вычислении по формуле (**) надо приписывать самим величинам δa и b надлежащие знаки как разностям координат точек G_1 и G.

§ 56. Изменение диаграммы Рида при приеме или расходе грузов. Расчет изменений диаграммы остойчивости вследствие приема или расхода грузов несколько сложнее предыдущего.



Фиг. 70.

В том случае, когда принимаемый груз составляет более 12—15 % от водоизмещения корабля, необходимо весь расчет остойчивости сделать заново, соответственно новому углублению и новому положению центра тяжести корабля; так как здесь главная часть работы заключается в вычислении остойчивости формы, то часто, чтобы иметь возможность интерполировать, вычисляют остойчивость не только при нормальном углублении корабля, но и для двух других, из которых одно меньше нормального на 12—15%, а другое на столько же больше, т. е. например, для корабля с нормальным углублением в 25 ф. вычисляют остойчивость при углублениях на 3 или на 4 ф., отличающихся от нормального, в ту и другую сторону.

В том случае, когда принятый или израсходованный груз меньше вышеуказанной величины от водоизмещения, расчет может быть выполнен значительно проще.

В самом деле, в этом случае действующие ватерлинии, соответствующие тому же углу крена, будут настолько близки между собою, что моменты инерции их площадей можно считать равными, и, обращаясь к общим формулам § 50, мы видим, что, *приняв для нового водоизмещения начало координат в новом центре величины для прямого положения*, мы получим те же самые формулы с тою лишь разницею, что вместо делителя V_0 будет стоять новое водоизмещение $V_0 + v$.

Отсюда следует, что простым умножением на отношение $\frac{V_0}{V_0+v}$ величин y_i, z_i, Y_i, Z_i, т. е. координат центров величины и метацентров и плеч остойчивости формы R_i и H_i, мы получим их новые значения, имея же новую величину — расстояния центра тяжести от центра величины, сейчас же и докончим расчет.

Так как умножение на *постоянный* множитель $\frac{V_0}{V_0+v}$ весьма просто делается на счетной линейке, то этот расчет требует самой незначительной затраты труда и времени на свое выполнение.

Для примера приведем вычисление остойчивости броненосца „Слава“ при среднем углублении 28 ф., соответствующем водоизмещению 14 950 т.

Новое положение центра величины определяется из уравнения:

$$(V_0 + v) KC_0' = V_0 \cdot KC_0 + v\left(h + \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

при понятном значении букв; так как

$$V_0 = 14\,180 \text{ т},$$

$$KC_0 = 15.0 \text{ ф.},$$

$$v = 14\,950 - 14\,180 = 770 \text{ т},$$

$$\varepsilon = \frac{v}{q} = \frac{770}{643} = 1.25 \text{ ф.},$$

$$h = 26.75 \text{ ф.},$$

то будет:

$$KC_0' = KC_0 + \frac{v}{V_0 + v}\left(h + \frac{\varepsilon}{2} - KC_0\right) = 15.0 + \frac{770}{14\,950}\ (12.37) = 15.63 \text{ ф.}$$

По доставленной Балтийским заводом ведомости добавочных грузов оказалось, что новое возвышение центра тяжести G_1 над килем есть 28.34 ф. и, следовательно, новое значение величины a есть:

$$a' = C_0' G = 12.71 \text{ ф.}$$

По этим данным, пользуясь результатами для нормального углубления, получаем новые элементы остойчивости, располагая вычисления по нижеследующей схеме (см. стр. 245).

В этом примере показано полное перевычисление всех элементов остойчивости, так что по результатам его можно вычертить не только новую диаграмму Рида, но и новую кривую центров, новую метацентрическую эволюту и прочие. Но если бы требовалась только новая диаграмма Рида, то в нижеследующей схеме можно было бы ограничиться столбцами VII, IX и XI, так как лишь эти столбцы относятся к вычислению плеч статической остойчивости.

Броненосец „Слава“

Вычисление остойчивости при углублении 28 ф. по данным для нормального углубления 26′ 9″

$a' = 12.71$ ф.

$N = \frac{14180}{14950} = 0.949$

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
θ_i	$p_i' = N \cdot p_i$	$y_i' = N \cdot y_i$	$z_i' = N \cdot z_i$	$Y_i' = N \cdot Y_i$	$Z_i' = N \cdot Z_i$	$R_i' = N \cdot R_i$	$H_i' = H \cdot H_i$	$a' \sin\theta_i$	$a'(1-\cos\theta_i)$	$r_i' = R_i' - a' \sin\theta_i$	$h' = H_i' - a'(1-\cos\theta_i)$
0°	16.43	0.00	0.00	0.00	16.43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	15.90	2.80	0.24	0.04	15.90	2.80	0.25	2.21	0.20	0.59	0.05
20	16.37	5.51	0.97	—0.09	16.36	5.52	0.98	4.34	0.77	1.18	0.21
30	14.22	7.93	1.98	0.82	14.35	7.89	2.16	6.35	1.71	1.54	0.45
40	13.34	9.90	3.45	1.33	13.67	9.82	3.71	8.16	2.97	1.66	0.74
50	10.48	11.28	4.91	3.34	11.67	11.09	5.58	9.74	4.55	1.35	1.03
60	9.82	12.38	6.36	3.89	11.26	11.71	7.55	11.00	6.36	0.71	1.19
70	8.79	13.10	7.82	4.84	10.82	11.82	9.66	11.94	8.37	—0.12	1.29
80	8.22	13.47	9.24	5.38	10.67	11.47	11.70	12.51	10.50	—1.04	1.20
90	8.22	13.70	10.66	5.39	10.66	10.66	13.61	12.71	12.71	—2.05	0.90

§ 57. Чтобы дать еще один пример вычисления изменений остойчивости, обратимся к тому же броненосцу и рассчитаем, какое изменение происходит в остойчивости этого корабля при открытых пушечных портах батарейной палубы (каземата). Так как каземат расположен в средней части корабля, то бортовая линия параллельна диаметральной плоскости, и утрачиваемая часть площади каждой из действующих ватерлиний (эта площадь заключается между прямой пересечения ватерлинии с батарейной палубой и с бортом, а затем между прямыми пересечения ватерлинии с батарейной и с верхней палубами) может быть принимаема за прямоугольник.

Длина l этого прямоугольника составляет 126 ф. и, следовательно, момент инерции его выразится так:

$$i = \frac{1}{3} l (y_2^3 - y_1^3)$$

где y_2 и y_1 отстояния от точки O вышеупомянутых прямых пересечения, ограничивающих утрачиваемую площадь.

Пренебрегая перемещением центра тяжести площади действующей ватерлинии, можем новый момент инерции этой площади I' вычислять по формуле:

$$I' = I - i$$

а, следовательно, новые метацентрические радиусы будут:

$$\rho' = \frac{I-i}{V_0} = \rho - \frac{i}{V_0}$$

следовательно, стоит только вычислить поправки

$$\Delta\rho = -\frac{i}{V_0}$$

и присовокупить их к прежним метацентрическим радиусам, чтобы получить новые, относящиеся к нашему случаю, после чего по общим формулам и схемам § 50 уже легко получить и все новые элементы остойчивости.

Для примера приводим самое вычисление, а не только его результаты, предполагая, что корабль имеет нормальное углубление 26′ 9″.

Вычисление потери остойчивости броненосца „Слава“ при открытых портах каземата

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
θ	y_1	y_2	$\frac{y_1^3}{1000}$	$\frac{y_2^3}{1000}$	(V)—(IV)	$\Delta\rho=(VI)\cdot K$	ρ	$\rho'=\rho-\Delta\rho$
0°	—	—	—	—	—	0	17.30	17.30
10	36.3	36.3	47.83	47.83	0	0	16.74	16.74
20	22.2	37.0	10.94	50.65	39.71	2.56	17.25	14.69
30	16.1	30.8	4.17	29.22	25.05	1.62	14.97	13.35
40	12.9	24.3	2.15	14.35	12.20	0.79	14.04	13.25
50	11.0	21.0	1.33	9.26	7.93	0.51	11.03	10.52
60	9.9	19.0	0.97	6.86	5.89	0.38	10.32	9.94
70	9.1	16.9	0.75	4.83	4.08	0.26	9.25	8.99

$$K = 0.0645$$

Формула:

$$\Delta\rho = \frac{\frac{1}{3}\cdot 126\,[y_2^3 - y_1^3]}{14\,181} = K\cdot\left[\frac{y_2^3}{1000} - \frac{y_1^2}{1000}\right]$$

Вычисление координат центра величины и метацентров

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
θ	ρ'	$\rho' \cos\theta$	Суммы (III) по-парно	Суммы (IV) сверху	$y' = \int_0^\theta \rho' \cos\theta \cdot d\theta$	$\rho' \sin\theta$	Суммы (VII) по-парно	Суммы (VIII) сверху	$z' = \int_0^\theta \rho' \sin\theta \cdot d\theta$	$Y' = y' - \rho' \sin\theta$	$Z' = z' + \rho' \cos\theta$
0°	17.30	17.30		0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	17.30
			33.80				2.91				
10	16.74	16.50		33.80	2.95	2.91		2.91	0.25	+0.04	16.75
			30.30				7.93				
20	14.69	13.80		64.10	5.60	5.02		10.83	0.94	+0.58	14.74
			25.35				11.69				
30	13.35	11.55		89.45	7.80	6.67		22.52	1.97	1.13	13.52
			21.72				15.19				
40	13.25	10.17		111.17	9.70	8.52		37.71	3.29	1.18	13.46
			16.87				16.58				
50	10.52	6.70		128.04	11.20	8.06		54.29	4.74	3.14	11.44
			11.67				16.67				
60	9.94	4.97		139.71	12.18	8.61		70.96	6.19	3.57	11.16
			8.04				17.06				
70	8.99	3.0		147.75	12.90	8.45		88.02	7.68	4.45	10.75

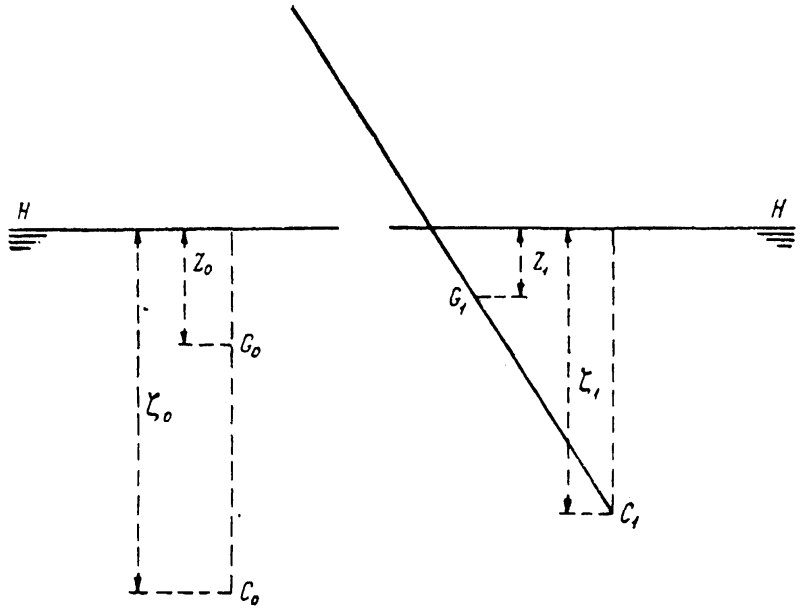
Вычисление плеч остойчивости

$a = 13.30$ ф.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
θ	y'	$y' \cos\theta$	z'	$z' \sin\theta$	$R = (III) + (II)$	$a \sin\theta$	$r = R - a \sin\theta$	Сумма (VIII) по-парно	Сумма (IX) сверху	$h' = X \cdot 0.08727$
0°	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00
								0.63		
10	2.95	2.91	0.25	0.04	2.95	2.32	0.63		0.63	0.06
								1.66		
20	5.60	5.26	0.94	0.32	5.58	4.55	1.03		2.29	0.24
								2.07		
30	7.80	6.76	1.97	0 99	7.69	6.65	1.04		4.36	0.38
								2.04		
40	9.70	7.43	3.29	2.12	9.55	8.55	1.00		6.40	0.56
								1.64		
50	11.20	7.20	4.74	3.63	10.83	10.19	0.64		8.04	0.70
								0.59		
60	12.18	6.09	6.19	5.36	11.46	11.51	—0.05		8.63	0.75
								—0.92		
70	12.90	4.42	7.68	7.21	11.63	12.50	—0.87		7.71	0.67

Результаты этого вычисления наглядно показывают; какое сильное влияние оказывают на уменьшение остойчивости порты 75-мм орудий, расположенных в каземате, на кораблях рассматриваемого типа.

§ 58. Динамическая остойчивость. Если на корабль подействует пара, момент которой с самого начала имеет конечную величину, то корабль начнет крениться и будет приобретать некоторую угловую скорость, которая будет увеличиваться все время, пока кренящая пара остается больше восстанавливающей. Таким образом, корабль придет в положение равновесия, где моменты обеих пар равны, имея некоторую угловую скорость, отчего он это положение равновесия перейдет и будет продолжать крениться дальше, но тогда восстанавливающая пара будет



Фиг. 71.

больше кренящей, угловая скорость корабля будет уменьшаться и обратится в нуль тогда, когда работа восстанавливающей пары (пренебрегая сопротивлением воды) поглотит ту живую силу, которую корабль имел, придя в положение равновесия, и которая накопилась за первую половину его розмаха. После того, как угловая скорость корабля обратится в нуль, он начнет возвращаться к положению равновесия, которое опять перейдет, и таким образом будет совершать около этого положения ряд колебаний, закон которых будет исследован в главе о качке, а пока рассмотрим только, как велик тот угол крена, до которого внезапно приложенная пара данного момента накренит корабль.

Из вышесказанного видно, что этот угол будет такой, который настолько лежит за положением равновесия, что избыток работы восстановляющей пары над работою кренящей, при наклонении корабля от положения равновесия до этого угла, равен избытку работы кренящей пары над работою восстановляющей, при наклонении от нуля до положения равновесия.

В § 49 найдено выражение работы восстановляющей пары, здесь дадим другой вывод этого выражения, чтобы показать геометрический смысл входящих в него величин. Так как на корабль действуют только две силы: 1) вес и 2) сила поддержания, равная весу корабля, и обе эти силы вертикальны, то работа их при каком-нибудь перемещении зависит лишь от начального и конечного положения точек их приложения и не зависит от того пути, по которому эти точки перемещались.

Пусть на фиг. 71 HH есть уровень воды, G_0 и C_0 начальные положения центра тяжести корабля и центра величины, G_1 и C_1 положения этих точек, когда корабль накренен на угол θ, тогда:

$$\text{работа силы } P = P(z_1 - z_0)$$

$$\text{работа силы } Q = -Q(\zeta_1 - \zeta_0) = -P(\zeta_1 - \zeta_0)$$

Отсюда следует, что полная работа, т. е. работа силы P + работа силы $Q = P\{(z_1 - z_0) - (\zeta_1 - \zeta_0)\} = -P\{(\zeta_1 - z_1) - (\zeta_0 - z_0)\}$.

Но $\zeta_0 - z_0 = a$ есть начальное вертикальное расстояние между G_0 и C_0, $\zeta_1 - z_1 =$ конечное вертикальное расстояние между G и C.

Таким образом, предыдущая формула показывает, *что работа, которую надо затратить, чтобы наклонить корабль на заданный угол, измеряется произведением веса корабля на изменение вертикального расстояния между центром тяжести корабля и центром величины, вызываемым таким наклонением.*

Условившись считать работу восстановляющей пары положительной (для чего надо у предыдущего выражения переменить знак), увидим, что эта работа выражается формулою:

$$T(\theta_i) = P(C_i K - GC_0)$$

ибо в наклонном на угол θ положении вертикальная линия $(\zeta_1 - z_1)$ есть $C_i K$.

Проектируя ломаную $GC_0 P_i C_i$ (фиг. 72) на направление $C_i K$, получаем:

$$C_i K = GC_0 \cdot \cos\theta_i + C_0 P_i \sin\theta_i - C_i P_i \cos\theta_i = y_i \sin\theta_i - z_i \cos\theta_i + a\cos\theta_i$$

Отсюда следует:

$$T(\theta_i) = P(y_i \sin\theta_i - z_i \cos\theta_i) - Pa(1 - \cos\theta_i) = Ph_i \qquad (*)$$

если положим

$$h = y_i \sin\theta_i - z_i \cos\theta_i - a(1 - \cos\theta_i) \qquad (1)$$

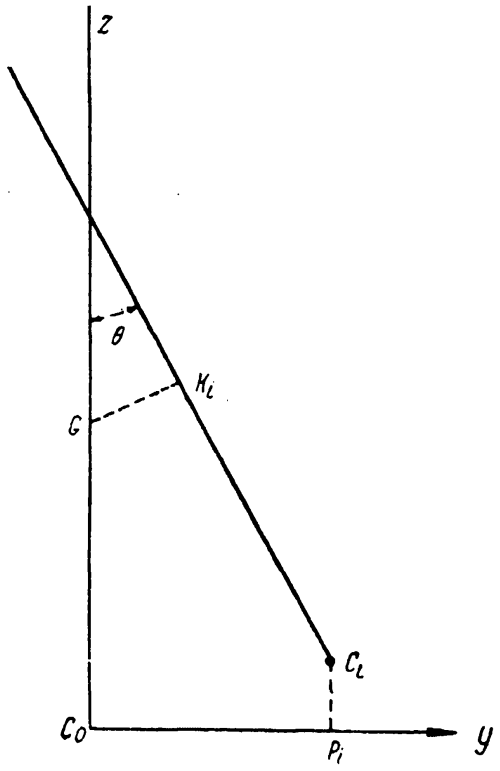
т. е. как раз то выражение, которое мы имели в § 49, формула (16).

Вышеупомянутая работа $T(\theta_i)$, как уже сказано, и служит мерою динамической остойчивости корабля, величина же h_i называется *плечом динамической остойчивости.*

В § 49 приведен другой вид выражения плеча динамической остойчивости, показывающий связь его с плечами статической остойчивости, а именно:

$$h_i = \int_0^{\theta_i} r d\theta$$

Обращаясь теперь к графическому представлению плеч остойчивости диаграммою Рида, увидим, что на этой диаграмме плечо динамической остойчивости, а, значит, и мера ее, представляется площадью, ограниченною осью углов и диаграммою. Из этого графического представления легко видеть и угол, до которого корабль накренится под действием данной пары, приложенной сразу, а не постепенно; стоит только, отложив момент μ данной пары, провести прямую параллельно оси (см. фиг. 73), тогда положение равновесия корабля будет при угле наклонения θ_0, накренится же корабль до угла θ_1, при котором площадь mnp сравняется с площадью $o\mu m$. Отсюда видно, что для начальной части диаграммы, где она почти сливается с прямою, угол $\theta_1 = 2\theta_0$, для больших углов обыкновенно θ_1 больше $2\theta_0$, ибо диаграмма лежит ниже прямой.



Фиг. 72.

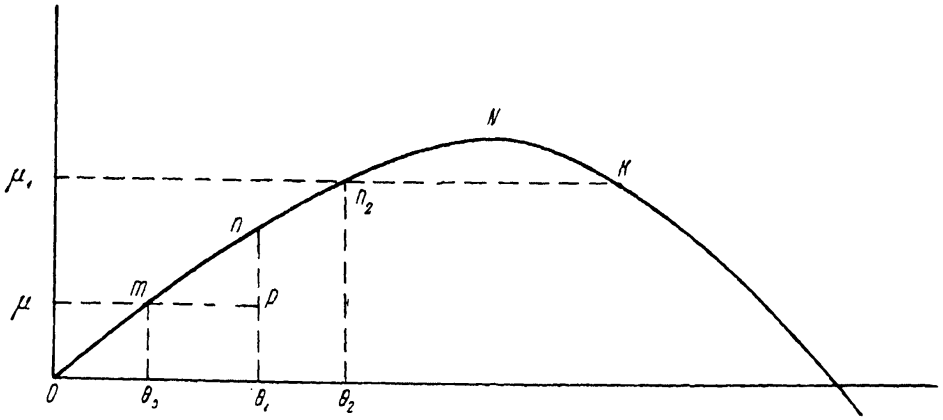
Таким образом, видно, что такая пара, как μ_1, для которой площадь $o\mu_1 n_2$ больше $n_2 NK$ и которая, нарастая постепенно, накренила бы корабль всего до угла, соответствующего точке n_2 диаграммы, опрокинет корабль, будучи приложенной к нему сразу.

Вместо того, чтобы сравнивать площади, что, хотя и весьма наглядно, но не дает прямого способа построений, составляют так называемую *диаграмму динамической остойчивости* корабля, откладывая по одной оси углы θ, по другой плечи h; иными словами, строят интегральную кривую для кривой статической остойчивости. Заметим еще по поводу построения начальной части диаграммы динамической остойчивости, что пока $r = (\rho_0 - a)\theta$, то

$$h = \int_0^{\theta} r d\theta = \frac{1}{2}(\rho_0 - a) \cdot \theta^2 = \frac{1}{6560}(\rho_0 - a)(\theta^0)^2$$

где θ^0 означает число градусов угла крена, а, следовательно, работа восстановляющей пары будет выражаться формулой:

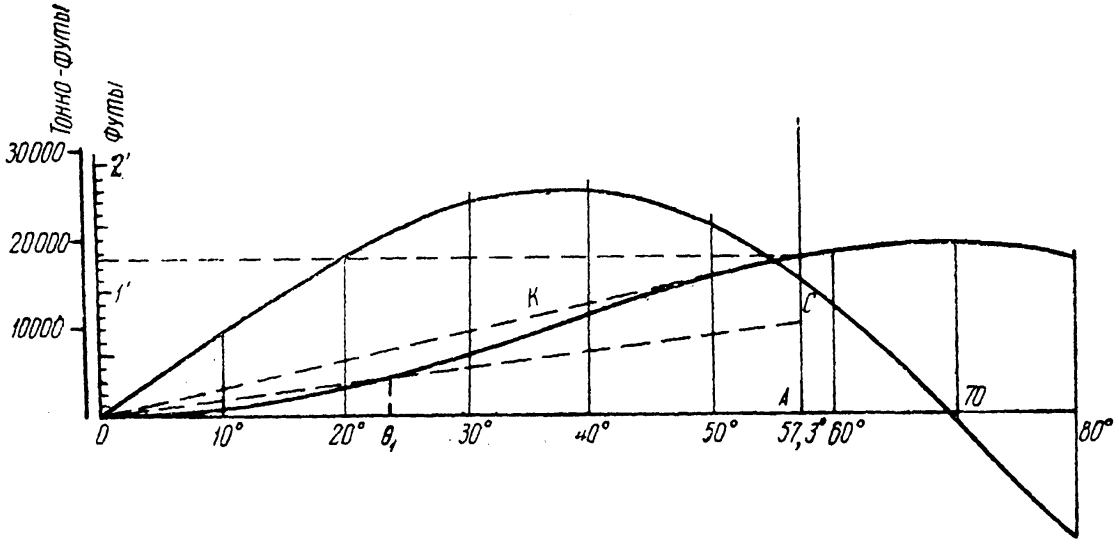
$$T = \frac{P}{6\,560}(\rho_0 - a)(\theta^0)^2$$



Фиг. 73.

Эта формула показывает, что плечи динамической остойчивости вблизи начала возрастают пропорционально квадратам углов наклонения.

На чертеже (фиг. 74) представлена диаграмма плеч h динамической остойчивости, соответствующая вычерченным на том же чертеже плечам r статической остойчивости, по данным таблицы на стр. 229.



Фиг. 74.

Эти же две диаграммы представляют момент восстановляющей пары и работу ее, если ординаты диаграмм относить к соответствующему масштабу.

Так как величины h и r связаны соотношением:

$$h = \int_0^\theta r\,d\theta$$

то

$$\frac{dh}{d\theta} = r \quad \text{и} \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{dr}{d\theta}$$

Из этих формул следует: 1) что плечо h динамической остойчивости возрастает, пока r остается положительным, т. е. h достигает наибольшей величины при том угле θ, при котором r обращается в нуль, 2) что кривая, представляющая величины h, имеет точку перегиба при том значении угла θ, при котором r достигает наибольшей своей величины.

Покажем теперь, каким образом, имея диаграмму динамической остойчивости, решать прямым построением вопросы о действии на корабль внезапно приложенной пары. Так, например:

1. Определить угол, до которого корабль, бывший в прямом положении, будет накренен постоянною парою, внезапно приложенной. Уже было указано, что этот угол есть тот, при котором работа кренящей и работа восстановляющей пары становятся равными. Работа восстановляющей пары представлена кривою, изображающей динамическую остойчивость корабля, работа постоянной кренящей пары, момент которой равен μ, выразится формулою

$$T = \mu\theta \qquad (*)$$

причем угол θ надо выражать отвлеченным числом. На нашем чертеже (фиг. 74) угол θ, равный 1, представлен длиною $\lambda = OA$, где A соответствует углу $\theta = 57°.3$; полагая $\theta = \frac{x}{\lambda}$, напишем формулу (*) так:

$$T = \frac{\mu}{\lambda} x$$

Эта формула показывает, что работа кренящей пары постоянного момента μ изображается прямою линией, которая получится, если по ординате, соответствующей абсциссе λ, иначе углу $\theta = 57°.3$, отложить в принятом масштабе длину AC, равную моменту μ данной пары, и полученную точку C соединить с началом O прямою линией. Пересечение этой прямой с кривою h и укажет искомый угол θ_1, до которого внезапно приложенная пара μ накренит корабль.

2. Определить момент такой постоянной пары, которая, будучи внезапно приложена, опрокидывает корабль, бывший в прямом положении.

Из предыдущего построения видно, что для этого стоит только через точку O провести касательную OK к кривой динамической остойчивости и снять ординату этой касательной, соответствующую абсциссе $\theta = 57°.3$. Эта ордината и представит момент искомой пары.

В предыдущих двух задачах предполагалось, что при начале действия пары корабль находился в прямом положении.

Покажем теперь решение тех же двух вопросов в том случае, когда корабль имел начальный крен.

Возьмём первый вопрос. Пусть θ_0 есть начальный угол крена и пусть μ есть момент внезапно подействовавшей на корабль кренящей пары. Искомый угол крена θ_1 определится из равенства:

$$P[h_1 - h_0] = \mu[\theta_1 - \theta_0] \qquad (**)$$

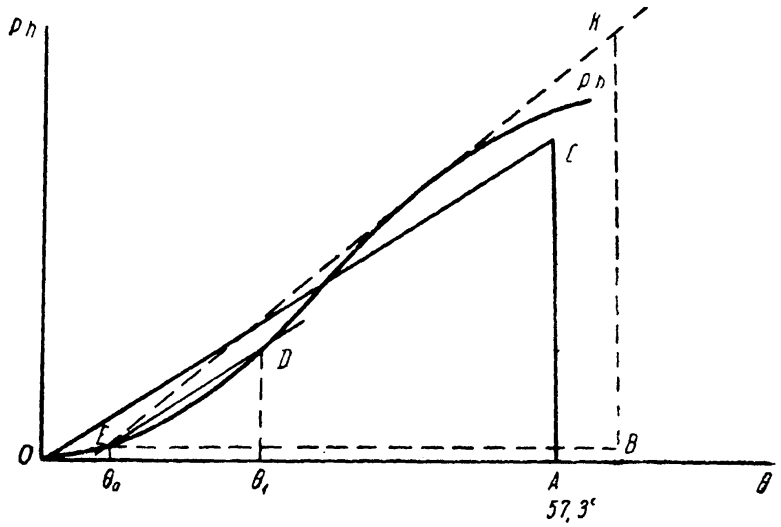
где h_1 и h_0 суть плечи динамической остойчивости, соответствующие углам θ_1 и θ_0, формула (**) может быть написана иначе так:

$$Ph_1 = \mu\theta_1 + Ph_0 - \mu\theta_0$$

откуда следует, что искомый угол θ_1 определяется пересечением прямой

$$T = \frac{\mu x}{\lambda} + Ph_0 - \frac{\mu x_0}{\lambda} \qquad (***)$$

с кривою Ph.



Фиг. 75.

Было показано, как строится прямая $T = \frac{\mu x}{\lambda}$; очевидно, что прямая (***) представляет собою прямую, ей параллельную, проведенную через точку E диаграммы динамической остойчивости, соответствующую абсциссе x_0, или иначе θ_0.

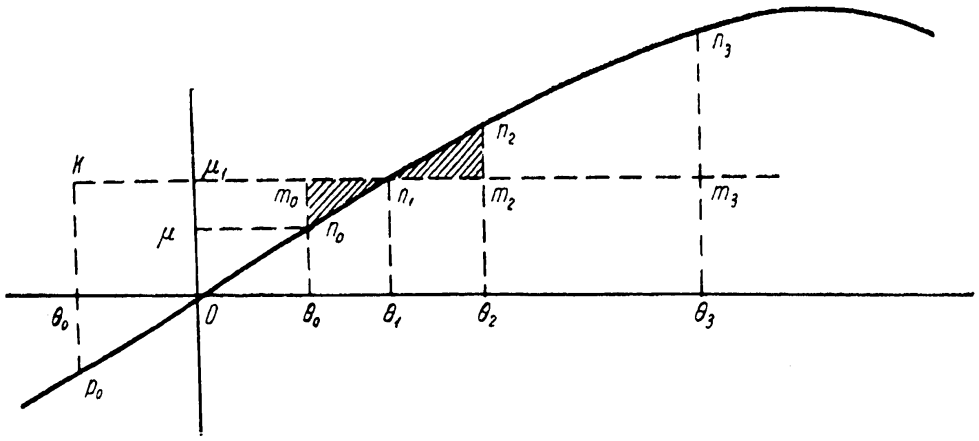
Отсюда следует такое построение (фиг. 75): отложив по ординате, соответствующей углу $\theta = 57°3$, длину $AC = \mu$ — моменту кренящей пары, провести прямую OC, затем провести через точку E прямую ED параллельно OC до пересечения ее в точке D с диаграммою. Угол θ_1, соответствующий точке D, и есть искомый.

Понятно, что для решения второго вопроса, т. е. определения такой пары, которая, будучи внезапно приложена к кораблю, имеющему начальный крен θ_0, опрокидывает его, стоит только через точку E, соответствующую углу θ_0 на диаграмме, провести такую касательную, точка касания которой не совпадала бы с E (такая касательная всегда найдется,

когда точка E лежит между O и точкою перегиба диаграммы. Если же точку E взять за точкою перегиба, то корабль находится в неустойчивом равновесии). Отрезок BK на перпендикуляре, восстановленном в точке B, т. е. на конце отрезка $EB = 57{,}3$ прямой, параллельной оси θ, и представит момент искомой пары.

§ **59. Действие шквала.** Примером пары, внезапно прилагаемой к кораблю, может служить действие шквала.

Положим, что корабль идет под парусами, имея крен θ_0 (фиг. 76), при котором восстанавливающая пара остойчивости уравновешивает кренящую пару μ_0, образующуюся из давления ветра на паруса и сопротивления воды, и пусть налетел шквал, от которого кренящая пара увеличилась и стала μ_1; новое положение равновесия корабля будет при



Фиг. 76.

крене θ_1, но, под действием шквала, корабль сперва перейдет это положение равновесия и наклонится до угла θ_2, при котором заштрихованные площади $m_0 n_0 n_1$ и $n_1 m_2 n_2$ равны — первая из этих площадей представляет избыток работы кренящей пары при наклонении от θ_0 до θ_1, вторая — избыток работы восстановляющей пары над кренящей при наклонении от θ_1 до θ_2. Выше показан способ построения этого угла, пользуясь диаграммою динамической остойчивости.

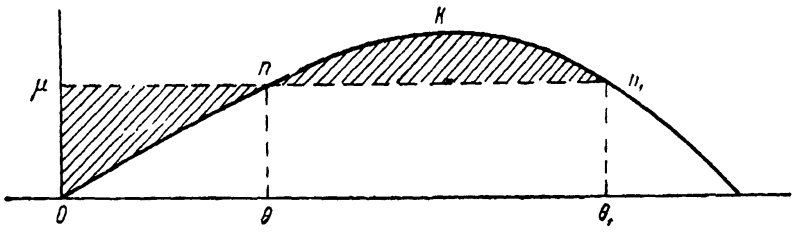
Нетрудно видеть, насколько большую опасность представляет шквал с подветра. Так, положим, корабль, идя другим галсом, имел крен θ_0 и налетел с подветра шквал, которого кренящий момент попрежнему пусть будет μ_1, тогда за первую часть наклонения работа кренящей пары представляется площадью $p_0 k n_1$, и корабль накренится до угла θ_3, такого, при котором площадь $p_0 k n_1$ равна площади $n_1 m_3 n_3$. Здесь для простоты рассуждений кренящая пара представлена постоянной, независимо от угла крена. Если бы эта зависимость была известна, то вместо прямой $\mu_1 m_3$ надо бы начертить кривую, показывающую зависимость μ от угла θ. Часто ее принимают за таковую:

$$\mu = \mu_1 \cos^2\theta$$

Выше было показано, как найти величину такой постоянной пары, которая, будучи приложена сразу при прямом положении корабля, опрокинет его.

Эта пара есть та, для которой площадь $o\mu n$ = площади nkn_1 (см. фиг. 77), или, иначе, для которой

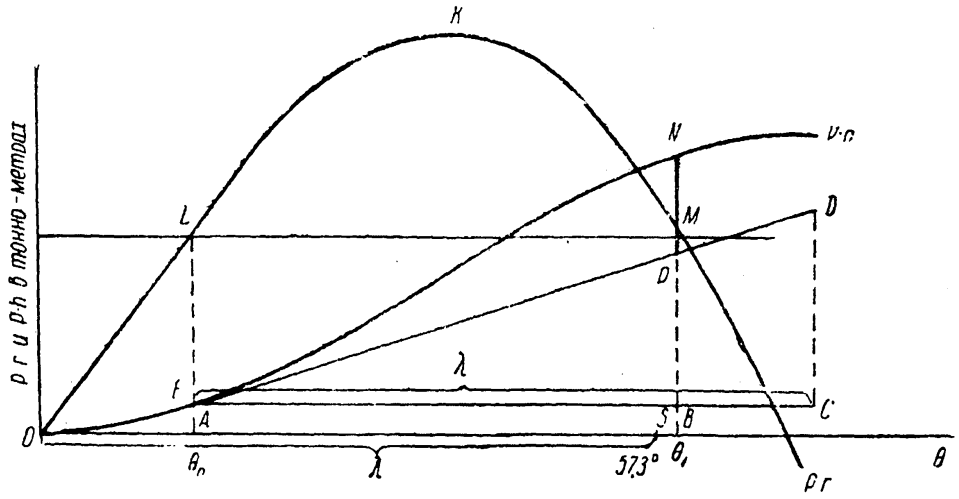
$$\text{площ. } o\mu n_1\theta_1 = \text{площ. } okn_1\theta_1$$



Фиг. 77.

иначе, работа которой до того угла крена, который соответствует положению неустойчивого равновесия (угол θ_1 соответствует второй точке n_1 пересечения с диаграммою), равна работе восстанавливающей пары.

Площадь такая, как nKn_1, представляет собою так называемый *запас динамической остойчивости* при крене θ. Чтобы иметь возможность непосредственно измерять этот запас для всякой пары, и строят кривую динамической остойчивости. Эта кривая обыкновенно имеет показанный



Фиг. 78.

на чертеже (фиг. 74) вид. Проведя через точку O касательную к этой кривой и сняв ординату той точки касательной, абсцисса которой $\theta = 1 = 57°3$, получим, как указано выше, момент предельной пары.

Чтобы найти запас остойчивости при каком-нибудь угле крена, например $\theta = \theta_0$, проводим на диаграмме статической остойчивости (см. фиг. 78) через точку L, соответствующую углу крена θ_0, прямую параллельно оси до второй ее точки пересечения с диаграммой M и отмечаем ординатой BN соответственный угол $\theta = \theta_1$. Затем через точку E, соответствующую на диаграмме динамической остойчивости углу θ_0,

проводим прямую EC, параллельную оси, откладываем $EC=\lambda=57^{\circ}3$ и на перпендикуляре, восстановленном в точке C, относим величину $CD=AL=BM$. Расстояние PN от точки пересечения P прямой ED с ординатой BN до точки на диаграмме динамической остойчивости N, соответствующей углу крена θ_1, и представит по масштабу тонно-метров запас динамической остойчивости корабля при крене θ_0. В самом деле, запасом динамической остойчивости при угле θ_0 называется площадь LKM, но

площ. LKM = площ. $OLKMBO$ — площ. OAL — площ. $ALMB$

площ. $OLKMBO$ выражается отрезком BN

площ. OAL выражается отрезком $SB=EA$

площ. $ALMB$ выражается отрезком SP

и, следовательно, отрезок

$$NP=BN-SB-SP$$

выражает площадь LKM.

Из изложенного выше видно, что запас остойчивости, которым именно и обеспечивается безопасность корабля при действии шквала, зависит не столько от начальной метацентрической высоты, сколько от длины диаграммы, эта же последняя зависит прямо от высоты надводного борта. На это обстоятельство указывал главный инженер английского флота Рид, когда в конце 60-х годов капитан Кольз предложил постройку низкобортных башенных рангоутных судов. Идея Кольза была поддержана печатью, парламентом и лордами адмиралтейства и, несмотря на протест Рида, отказавшегося утвердить хотя бы один чертеж, был, по чертежам Кольза, заказан заводу бр. Лэрд и построен корабль „Captain“. В это же время по чертежам Рида был построен корабль „Monarch“, тоже башенный и того же водоизмещения в 8200 т, как и „Captain“, но высокобортный.

§ 60. Гибель „Captain“ В 1870 г. оба корабля были изготовлены к плаванию и поступили в эскадры для испытаний, причем испытывались и их мореходные качества, как парусных судов. Командиры отзывались с похвалой о вверенных им судах, адмирал же Саймондс в отчете высказался так: „оба судна негодны для крейсерства в эскадре под одними парусами и при настоящей площади парусности („Monarch“ 27700, „Captain“ 26300 кв. ф.), вообще их нельзя назвать иначе, как плохими парусными судами, несмотря на величину рангоута, представляющего немало затруднений как под парами, так и во время боя“.

С заключением адмирала Саймондса не согласился контролер флота — морской министр, и оба корабля были присоединены к эскадре адмирала

Мильна, плававшей в Атлантическом океане, для продолжения сравнительных испытаний парусных качеств их.

6 сентября 1870 г. адмирал устроил гонку под парусами между кораблями эскадры: („Lord Warden", „Minotaur", „Agincourt", „Northumberland", „Monarch", „Captain", „Hercules", „Warrior", „Bellerophon", „Inconstant" и „Bristol").

К вечеру засвежело от *SW*, эскадра легла на *WNW* под марселями в два рифа, фоком и форстеньги стакселем, в полночь был взят третий риф; далее адмирал продолжает в своем донесении: «В это время „Captain" находился за кормою „Lord Warden" и, казалось, держался под парами. На сигнал: „действовать по усмотрению" мы получили немедленный ответ. В 1 ч. 15 м. он был под ветром у „Lord Warden" около 6 румбов позади траверза. До 1 ч. 30 м. я постоянно следил за ним глазами. Марсели его были или глухо зарифлены или марса-реи спущены до эзельгофтов, фок взят на гитовы, грот закреплен еще в 5 ч. 30 м., косых парусов я не мог видеть. Имея ветер с левой, он лежал все время, сильно накренившись на правую сторону. Красный огонь его был ясно виден в это время. Через несколько минут после того я снова взглянул в ту сторону, но уже не мог видеть огня его, так как в это время нашел шквал с сильным дождем. Шквалы эти повторялись один за другим и были очень сильны.

«На „Lord Warden" дали ход машине и поставили задние триселя для того, чтобы держаться ближе к ветру, против волнения. В 2 ч. 15 м. ветер несколько стих и перешел к *NW*, уже без порывов; погода исправилась, тяжелые массы облаков пронеслись к *O*, небо прочистилось, и, когда взошедшая в это время луна осветила горизонт, на том месте, где был до того „Captain", мы не видели уже ни одного судна; вдали же ясно виднелись огни нескольких судов. К рассвету эскадра оказалась разбросанною, и мы могли насчитать только 10 кораблей вместо 11; недоставало „Captain". Мы тотчас же повернули и легли к назначенному рандеву, предполагая, что „Captain", отделившись от эскадры, мог направиться туда же; но так как на горизонте не оказывалось ни одного большого судна, я начал опасаться за его целость, ибо, если бы он и получил повреждение, то должен был бы быть в виду, и поэтому я разослал корабли эскадры по разным направлениям для отыскания его: „Warrior" на *SSO*, „Inconstant" на *SO*, „Hercules" на *OSO*, „Agincourt" на *SW*, „Monarch" на *S*, „Northumberland" на *O*, „Bristol" на *ONO*, „Bellerophon" на *NO* и „Minotaur" на *NNO*. Корабли эти прошли каждый от 10 до 14 миль и вернулись, не принеся никакого известия о пропавшем фрегате.

«По возвращении с поисков, большая часть эскадры была построена в линию фронта в расстоянии трех или четырех кабельтовов друг от друга и легла на *SO* для более подробного осмотра горизонта. „Monarch" поднял одну брам-рею „Captain", „Lord Warden" — другую с привязан-

ными парусами, затем несколько лисель-спиртов и, наконец, „Psyche“, вернувшийся к заходу солнца от о. Виго, объявил, что он видел на пути два белых катера опрокинутыми и много обломков, по всей вероятности, мостика, между которыми было найдено тело матроса.

«Представив все эти данные, я, к сожалению, не могу притти ни к какому другому заключению, как то, что „Captain“ погиб со всей командой во время одного из шквалов, которые были между 1 ч. 30 м. и 2 ч. 15 м. пополуночи, обстоятельства же гибели его, по всей вероятности, останутся навсегда неизвестными. Я был вполне уверен в капитане Бургоине, комендоре Шипсшенксе и офицерах, с которыми познакомился. Капитан Бургоин был отличный моряк-практик, так что трудно было найти более искусного командира для „Captain“. Мы потеряли в нем великолепного офицера с блестящею будущностью. Нельзя не пожалеть также о капитане Кользе, которого постигла та же участь Он несколько раз уже плавал на своем новом корабле и сильно. интересовался всем, что до него касалось. Я душевно оплакиваю эту потерю, глубоко поразившую всю эскадру», подписал A. W. Milne.

Несмотря на предположение адмирала Мильна о конечной гибели „Captain“, на эскадре продолжали думать, что фрегат, хотя и получил значительные повреждения, но все-таки остался цел, так как найдены были только шлюпки, рангоут и обломки мостика, которые легко могли быть смыты волнами. К сожалению, надежды эти не оправдались. В бухту Куркубион пришла шлюпка с несчастного „Captain“ с 18 человеками команды. Корвет „Volage“, посланный в Виго для отправки телеграммы адмирала в Англию, принял этих людей и, возвращаясь, сделал сигнал эскадре: «„Captain“ опрокинулся и пошел ко дну в пять минут». Спасшиеся были немедленно на том же корвете „Volage“ отосланы в Англию и представлены в адмиралтейство, где им сделан подробный опрос, результаты которого были немедленно напечатаны. Показания этих людей позволяют судить довольно ясно о несчастии, постигшем „Captain“, и о тех обстоятельствах, при которых эта гибель произошла.

В полночь, по вызове вахты наверх, „Captain“ находился под фор- и грот-марселями в два рифа, круто обрасопленными, и форстеньги стакселем. Фок и крюйсель были взяты на гитовы, грот закреплен. Капитан Бургоин был наверху. Фрегат лежал, сильно накренившись, так как один из спасенных слышал ответ, сделанный на вопрос капитана о крене: „восемнадцать градусов“. Ветер продолжал усиливаться порывами. Капитан приказал осаживать марса-реи, которые не шли вниз (марса-фалы были уже отданы) и отдать марса-шкоты; но прежде, чем это могло быть исполнено, новый порыв положил корабль совершенно на бок, и команда, бросившаяся к снастям, была тотчас же смыта за борт.

По показаниям некоторых, они слышали, как говорили о крене, который увеличивался до 23 и 26°. Фрегат уже не выпрямлялся более, но продолжал ложиться и, наконец, опрокинулся. Пробыв несколько

времени кверху дном, так что один из спасшихся, бросившийся на ветер и ходивший по борту, чувствовал под ногами дно фрегата, он опустился в воду кормою. Все это длилось не более пяти минут. В то время, когда фрегат ложился на бок, барказ с полубарказом и верейкой (которые были поставлены в барказ) сорвался с блоков. Эти-то шлюпки и послужили средством для спасения людей. Вскоре барказ, наполнившийся водою, сел в воду и позволил освободиться полубарказу, на котором сидели спасшиеся 14 человек. Они тотчас же разрезали чехол, сбросили в воду верейку и взялись за весла, которых оказалось всего девять. В это время они приблизились к паровому катеру (работы Уайта), плававшему вверх дном, за киль которого держалось пять человек и с ними капитан Бургоин. Бросившись в воду, людям этим удалось добраться до полубарказа. Один из бывших на шлюпке предлагал весло свое капитану, но тот отказался, говоря: „Ради бога, ребята, берегите свои весла, они пригодятся вам". („For God save, men, keep your oars, you will want them"). Волна откинула их от катера. Все попытки неискусных гребцов, из которых только один был настоящий барказный гребец, добраться снова до катера, остались тщетными, и скоро катер с несчастным капитаном, все державшимся за киль, скрылся из вида. В это время на полубарказе было 19 человек, но одного из них смыло волной. Облегчив шлюпку, выбросив из нея рангоут и все, что было в ней, людям этим удалось, при помощи ручной помпы, откачать воду, доходившую до банок. После того они спустились по ветру и в 3 ч. 30 м. пополуночи увидели маяк Финистер и около полудня пристали к берегу в бухте Куркубион.

По словам спасшихся, вскоре после того, как „Captain" пошел ко дну, они видели фрегат „Inconstant", проходивший в 25 саженях под ветром от этого места; крики их за шумом ветра не были услышаны. Таким образом, очевидно, что „Captain" погиб от шквала, сила которого, если судить по донесению адмирала и показаниям офицеров эскадры, была, однако, не более 9 баллов (Морской сборник, 1870, № 10).

Сравнение диаграмм остойчивости „Captain" и „Monarch" ясно укажет причину гибели первого.

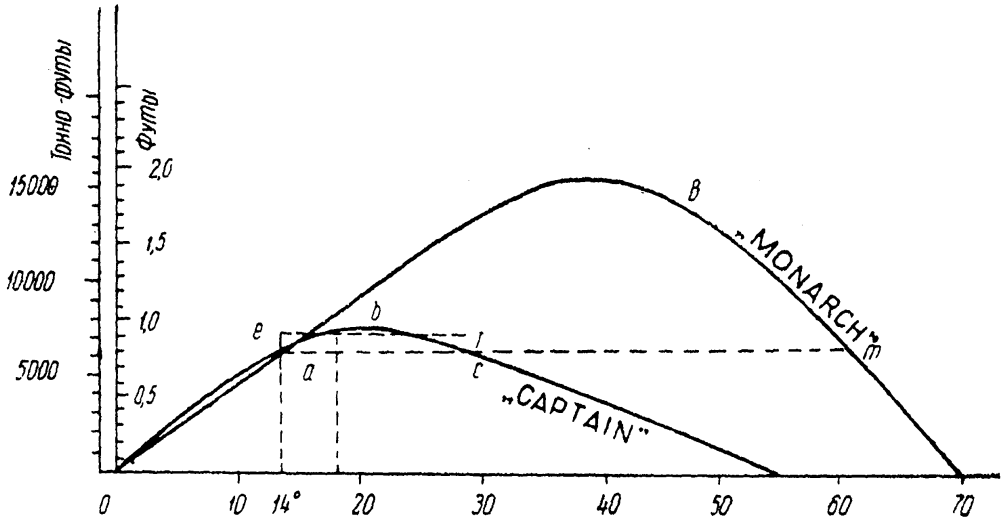
Начальная метацентрическая высота у „Captain" была больше, чем у „Monarch", и пока кромка палубы „Captain" не уходила под воду, что случалось при крене 14°, его диаграмма идет выше диаграммы „Monarch".

Наибольшее плечо у „Captain" при крене в 21°, у „Monarch" при крене в 40°.

При крене, который у „Captain" был около 14°, запас динамической остойчивости, представляемый площадью *abc*, был всего в 400 тонно-фут, у „Monarch" тот же запас остойчивости около 6000 т.-ф. (площадь *aBm*), поэтому достаточно было небольшого шквала, представляемого линией *ef*, чтобы опрокинуть „Captain", между тем этот шквал накренил бы „Monarch" всего до 18° и прошел бы безвредно.

Надо заметить, что ни адмирал ни командир „Captain“ не представляли себе той опасности, какой подвергался этот корабль во время гонки, когда на нем был сам адмирал и корабль шел, имея как раз 14° крена.

§ 61. Расчет влияния затопления отделений на крен, дифферент и остойчивость корабля. Трюмы современных военных кораблей подразделяются системою переборок на множество отделений. Само собою понятно, что как для рационального устройства этого подразделения, так и для пользования им при аварии корабля необходимо знать, какое влияние оказывает на корабль затопление каждого отделения, а также и группы из нескольких отделений. В этом параграфе мы и изложим подробно все расчеты, сюда относящиеся.



Фиг. 79.

При расчете влияния затопления отделений на крен, дифферент и остойчивость корабля, необходимо различать два главных случая:

1. Затопленное отделение сверху закрыто и заполняется водою целиком, так что при наклонениях корабля вода в нем переливаться не может.

2. Затопленное отделение сверху открыто или же заполняется не вполне, так что вода, имея свободную поверхность, при наклонениях корабля переливается.

В этом втором случае надо различать в свою очередь два обстоятельства: а) когда затопленное отделение не сообщается с забортною водою и, значит, количество воды в нем не изменяется при наклонениях корабля и б) когда затопленное отделение имеет пробоину и находится в постоянном сообщении с забортною водою.

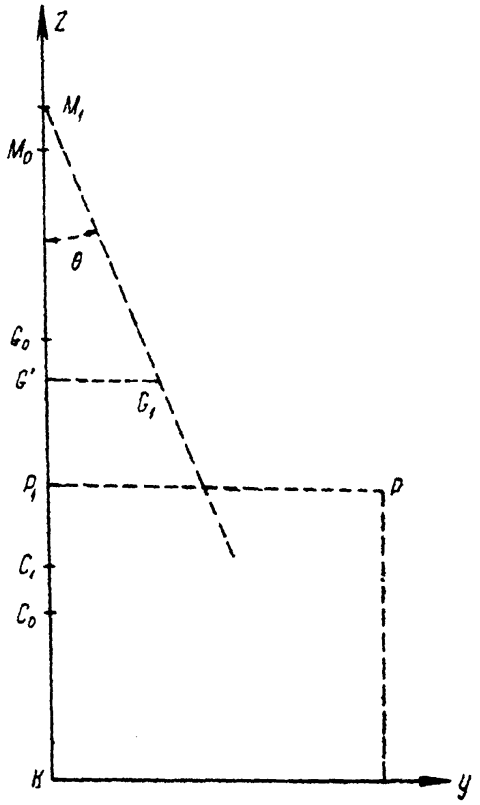
Выведем теперь те общие формулы, которые послужат для расчета в каждом из этих случаев, причем сделаем сперва предположение, что объем затопляемого отделения составляет лишь такую долю от полного

водоизмещения корабля, что для расчетов применима метацентрическая формула остойчивости и что действующие обводы корабля прямостенны.

Практически оказывается, как будет показано ниже, что для броненосных кораблей это предположение справедливо в весьма широких пределах, именно пока кромка верхней палубы при крене или оконечности ее при дифференте не начинают уходить под воду.

1-й случай. Затопленное отделение сверху закрыто и заполняется целиком. Очевидно, что этот случай равносилен приему твердого груза, вес которого равен весу воды, влившейся в отделение, и центр тяжести которого совпадает с центром тяжести отделения.

Для расчета вообразим сперва, что груз p, приему которого равносильно в рассматриваемом случае затопление отделения, был сперва помещен в диаметральной плоскости под центром тяжести площади грузовой ватерлинии, в том же вертикальном удалении от киля, как и на самом деле, а затем этот груз перемещается в положение, действительно им занимаемое.



Фиг. 80.

От помещения груза в диаметральной плоскости изменяются только среднее углубление корабля и положение по высоте его центра тяжести, центра величины и метацентра.

Определив новые положения этих точек, останется только рассчитать крен и дифферент, вызываемые перемещением груза, при чем их можно рассчитывать независимо один от другого.

Вследствие крена и дифферента происходит и некоторое изменение остойчивости. Это изменение будет рассчитываться отдельно и выражаться прямо в зависимости от угла крена или дифферента, не обращая внимания на то, от затопления какого отделения этот крен или дифферент произошли.

Примем за плоскости координат в корабле: за xz — диаметральную плоскость, направляя положительную ось x-ов в нос и ось z-ов вверх, за плоскость zy — плоскость шпангоута, проходящего через центр тяжести площади грузовой ватерлинии корабля, за плоскость xy — верхнюю грань горизонтального киля, направляя положительную ось y-ов вправо.

Пусть будет: V_0 — начальное водоизмещение корабля по объему, P_0 — соответствующий вес корабля, C_0, G_0 и M_0 — соответствующие положения центра величины, центра тяжести и метацентра, p — вес принимае-

мого груза, равный весу объема v воды в отделении, x, y, z — координаты центра тяжести его.

Составим сперва чертеж на плоскости zy (см. фиг. 80) и пусть P_1 будет место груза в диаметральной плоскости, куда его первоначально воображаем помещенным.

От помещения груза p в точку P_1 произойдут следующие изменения:

1. Среднее углубление корабля увеличится на

$$\varepsilon = \frac{p}{q_0} \text{ ф.} \tag{1}$$

где q_0 есть число тонн на 1 ф. осадки.

2. Центр величины переместится в точку C_1, возвышение которой от киля будет:

$$KC_1 = \frac{P_0 \cdot KC_0 + p\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{P_0 + p} = KC_0 + \frac{p}{P_0 + p}\left[h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - KC_0\right] \tag{2}$$

где h_0 есть начальное среднее углубление корабля.

3. Новый метацентрический радиус $C_1 M_1$ будет:

$$C_1 M_1 = \rho_1 = \frac{I'}{V_0 + v}$$

где I' есть момент инерции новой действующей грузовой, в виду же прямостенности обводов можно считать, что $I' = I_0$, так что будет:

$$C_1 M_1 = \frac{I_0}{V_0 + v} = \frac{I_0}{V_0} \cdot \frac{V_0}{V_0 + v} = C_0 M_0 \cdot \frac{V_0}{V_0 + v}$$

или

$$C_1 M_1 = C_0 M_0 - \frac{p}{P_0 + p} \cdot C_0 M_0 \tag{3}$$

4. Центр тяжести корабля переместится в точку, возвышение которой над килем будет:

$$KG' = \frac{P_0 \cdot KG_0 + p\ z}{P_0 + p} = KG_0 + \frac{p}{P_0 + p}[z - KG_0] \tag{4}$$

5. Новое метацентрическое расстояние будет:

$$\begin{aligned} G'M_1 &= KC_1 + C_1 M_1 - KG' = KC_0 + C_0 M_0 - KG_0 + \\ &+ \frac{p}{P_0 + p}\left[h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - (KC_0 + C_0 M_0 - KG_0) - z\right] = \\ &= G_0 M_0 + \frac{p}{P_0 + p}\left[h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - G_0 M_0 - z\right] \end{aligned} \tag{5}$$

6. При перемещении груза поперек корабля в точку P центр тяжести корабля переместится в точку G_1, причем будет:

$$G'G_1 = \frac{p \cdot y}{P_0 + p} \tag{6}$$

7. Происходящий от этого крен θ определится по формуле:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{G'G_1}{G'M_1} = \frac{p \cdot y}{(P_0 + p) \cdot G'M_1}$$

или в виду малости угла θ его величина в градусах θ° будет:

$$\theta^\circ = 57^\circ.3 \cdot \frac{p \cdot y}{(P_0 + p)\, G'M_1} \tag{7}$$

8. Совершенно также, вообразив чертеж на диаметральной плоскости корабля, увидим, что угол дифферента будет:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{p \cdot x}{(P + p) \cdot G'\mathfrak{M}'} \tag{8}$$

где $\mathfrak{M}'$ есть новое положение продольного метацентра. В силу формулы (5) будет:

$$G'\mathfrak{M}' = G_0\mathfrak{M}_0 + \frac{p}{P_0 + p}\left[h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - G_0\mathfrak{M}_0 - z\right] \tag{5'}$$

но величина $h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - z$, очевидно, будет весьма мала по отношению к $G_0\mathfrak{M}_0$, то, написав формулу (5') в таком виде:

$$G'\mathfrak{M}' = G_0\mathfrak{M}_0\left\{1 - \frac{p}{P_0 + p}\right\} + \frac{p}{P_0 + p}\left[h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - z\right]$$

мы видим, что последний член может быть отброшен и получится

$$G'\mathfrak{M}' = G_0\mathfrak{M}_0\left\{1 - \frac{p}{P_0 + p}\right\} = \frac{G_0\mathfrak{M}_0 \cdot P_0}{P_0 + p}$$

откуда следует, что

$$(P_0 + p)\, G'\mathfrak{M}' = P_0 \cdot G_0\mathfrak{M}_0 \tag{5''}$$

и, следовательно, формула, (8) напишется так:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{px}{P_0 \cdot G_0\mathfrak{M}_0} \tag{8'}$$

Соответствующий этому углу дифферент будет:

$$\delta = \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L}{G_0\mathfrak{M}_0} \tag{8''}$$

Происходящие от этого дифферента и увеличения среднего углубления изменения углублений штевней будут:

увеличения углубления форштевня:

$$n = \varepsilon + \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0\mathfrak{M}_0} \tag{9}$$

увеличение углубления ахтерштевня:

$$k = \varepsilon - \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_0} \tag{9}$$

где L_1 и L_2 суть удаления штевней от центра тяжести площади грузовой. В большинстве случаев можно считать

$$L_1 = L_2 = \frac{1}{2} L$$

где L — длина корабля, и писать:

$$\left.\begin{aligned} n &= \varepsilon + \frac{1}{2} \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L}{G_0 \mathfrak{M}_0} \\ k &= \varepsilon - \frac{1}{2} \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L}{G_0 \mathfrak{M}_0} \end{aligned}\right\} \tag{9'}$$

Здесь надо обращать внимание на знак абсциссы x. Отрицательное значение n или k будет указывать на уменьшение углубления.

§ **62.** *2-й случай. а) отделение сверху открыто, но с забортной водой не сообщается.* Этот случай равносилен приему жидкого груза постоянной величины p. Расчет его влияния совершается по тем же формулам, как и в первом случае, за исключением лишь того, что метацентрическая высота $G'M_1$ должна быть уменьшена на величину $\frac{i}{V_0 + v}$, где i есть момент инерции площади свободной поверхности воды в отделении, взятый относительно оси, параллельной оси наклонения корабля и проведенной через центр тяжести сказанной площади. Таким образом, будет:

$$G'M_1 = G_0 M_0 + \frac{p}{P_0 + p}\left[h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - G_0 M_0 - z\right] - \frac{i}{V_0 + v} \tag{5'}$$

Обыкновенно величина поправки $\frac{i}{V_0 + v}$ весьма малая.

§ **63.** *2-й случай. б) Затопленное отделение имеет постоянное сообщение с забортной водой.* Этот случай затопления отделения равносилен тому, что затопляемое отделение как бы вырезается из корабля, наружные обводы которого следует тогда рассматривать как бы замененными теми переборками, которыми ограниченно затопленное и имеющее пробоину отделение.

Таким образом, в этом случае изменяется не нагрузка корабля, а его обводы, перемещается не центр тяжести корабля, а центр величины и связанный с ним метацентр. Для того, чтобы вывести формулы, относящиеся к этому случаю, вообразим сперва, что корабль действием внешней пары удерживается в прямом положении, несмотря на то, что отделение в нем затоплено.

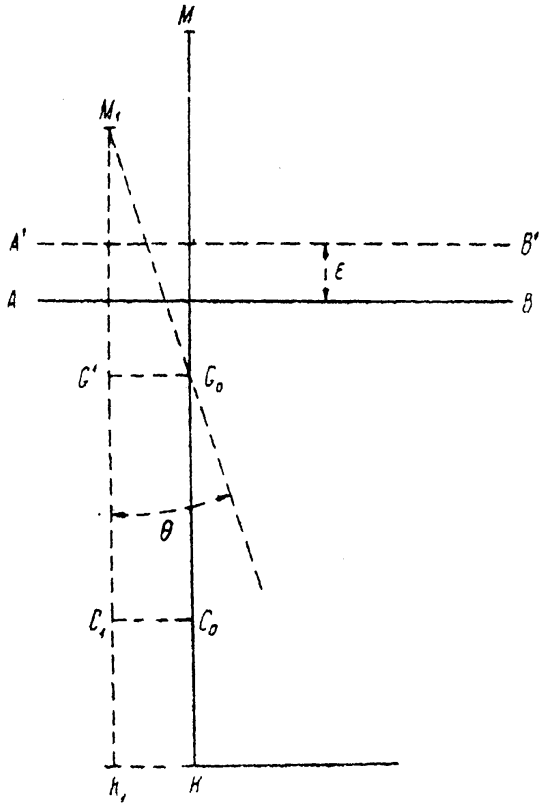
Пусть будет $v = p$ тонн — объем, который вырезается из первоначального водоизмещения корабля, — это есть объем отделения, ограниченного

сверху теоретическою грузовою ватерлинией AB, и пусть x, y, z суть координаты центра тяжести этого объема, s — утраченная площадь теоретической ватерлинии AB.

Тогда будет:

1. Число тонн на 1 ф. осадки корабля:

$$q = q_0 - \frac{s}{35} \tag{10}$$



Фиг. 81.

2. Увеличение среднего углубления корабля (фиг. 81):

$$\varepsilon = \frac{p}{q} \tag{11}$$

Центр величины корабля переместится в точку C_1, координаты которой ξ_1, η_1, ζ_1 определяются из следующих уравнений:

$$V_0 \xi_1 = -v \cdot x + v\left(a_0 - \frac{s(a-a_0)}{S-s}\right) + V_0 \xi_0$$

$$V_0 \eta_1 = -v \cdot y + v \cdot \frac{s \cdot b}{S-s}$$

$$V_0 \zeta_1 = -v \cdot z + v\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2}\right) + V_0 \zeta_0$$

где a_0 есть абсцисса центра тяжести площади S теоретической грузовой AB, a и b — координаты центра тяжести утраченной площади s.

Отсюда следует:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 - \xi_0 &= -\frac{v}{V_0}\cdot x + \frac{v}{V_0}\left[a_0 - \frac{s(a-a_0)}{S-s}\right] \\ \eta_1 &= -\frac{v}{V_0}\cdot y + \frac{v}{V_0}\cdot\frac{s\cdot b}{S-s} \\ \zeta_1 - \zeta_0 &= -\frac{v\cdot z}{V_0} + \frac{v}{V_0}\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

При сделанном выборе координатной плоскости zy (см. стр. 261) будет $a_0 = 0$, и величина a будет практически равна x, и формулы (12) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 - \xi_0 &= -\frac{v}{V_0}x\left(1 + \frac{s}{S-s}\right) \\ \eta_1 &= -\frac{v}{V_0}y + \frac{v}{V_0}\cdot\frac{sb\cdot}{S-s} \\ \zeta_1 - \zeta_0 &= -\frac{v\cdot z}{V_0} + \frac{v}{V_0}\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (12')$$

В большинстве случаев в первых двух из этих формул члены, заключающие множитель $\frac{s}{S-s}$, весьма малы, так что эти формулы обращаются в следующие:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 - \xi_0 &= -\frac{v}{V_0}\cdot x \\ \eta_1 &= -\frac{v}{V_0}\cdot y \\ \zeta_1 - \zeta_0 &= -\frac{v\cdot z}{V_0} + \frac{v}{V_0}\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (12'')$$

4. Поперечный метацентр не будет уже находиться в диаметральной плоскости, а будет в точке M_1 над центром величины C_1, причем

$$C_1 M_1 = \frac{I_1}{V_0}$$

Здесь

$$I_1 = I_0 - i_1$$

где i_1 есть утраченный момент инерции площади грузовой относительно оси наклонения, т. е.

$$i_1 = i + sb^2\left(1 + \frac{s}{S-s}\right) \qquad (13)$$

В большинстве случаев в этой формуле можно ограничиваться членами:

$$i_1 = i + s\cdot b^2 \qquad (13')$$

где i есть момент инерции площади s относительно оси, параллельной оси наклонения и проходящей через центр тяжести площади s. Таким образом, будет:

$$KM_1 = KM_0 - \frac{i_1}{V_0} + (\zeta_1 - \zeta_0) \tag{14}$$

5. Корабль, если внешнею парою, как мы до сих пор предполагали, в прямом положении его не удерживать, накренится на угол θ, при котором линия $G_0 M_1$ станет отвесною, так что будет:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{G_0 G'}{M_1 G'} = \frac{\eta_1}{M_1 G'} = \frac{v \cdot y}{V_0 \cdot M_1 G'} = \frac{p \cdot y}{P_0 \cdot M_1 G'} \tag{15}$$

Величина же этого угла в градусах θ будет:

$$\theta^\circ = 57^\circ,3 \cdot \frac{p \cdot y}{P_0 \cdot M_1 G'} \tag{15'}$$

и новое метацентрическое расстояние $M_1 G'$ будет:

$$M_1 G' = K_1 M - KG_0 = KM_0 - KG_0 - \frac{i_1}{V_0} + (\zeta_1 - \zeta_0)$$

или

$$M_1 G' = M_0 G_0 - \frac{i_1}{V_0} + \frac{v}{V_0}\left(h_0 + \frac{\varepsilon}{2} - z\right) \tag{16}$$

6. Для расчета изменения углублений штевней будем иметь формулы:

$$G_0 \mathfrak{M}_1 = G_0 \mathfrak{M}_0 - \frac{j_1}{V_0}$$

где

$$j_1 = s \cdot a^2 + j$$

$$n = \varepsilon + \frac{vx}{V_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_1}\left(1 + \frac{s}{S-s}\right) = \varepsilon + \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_1}\left(1 + \frac{s}{S-s}\right)$$

$$k = \varepsilon - \frac{vx}{V_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_1}\left(1 + \frac{s}{S-s}\right) = \varepsilon - \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_1}\left(1 + \frac{s}{S-s}\right)^1$$

причем, как уже сказано, в большей части случаев, по малости величины $\frac{s}{S-s}$ сравнительно с 1, эти формулы можно заменить такими:

$$\left.\begin{aligned} n &= \varepsilon + \frac{vx}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_1} = \varepsilon + \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_1} \\ k &= \varepsilon - \frac{vx}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_1} = \varepsilon - \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_1} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Таким образом, имеем следующие формулы:

I. Отделение закрыто сверху и затоплено вполне.

---

[1] Расстояния L_1 и L_2 следует отсчитывать от центра тяжести площади $S - s$.

Обозначения:

Объем отделения v куб. ф. $= p$ т,

x, y, z — координаты центра тяжести отделения,

h_0 — начальное среднее углубление корабля,

q_0 — число тонн на один фут осадки.

Увеличение среднего углубления:

$$\varepsilon = \frac{p}{q_0} \tag{1}$$

Изменение углубления форштевня:

$$n = \varepsilon + \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_0} \tag{2}$$

Изменение углубления ахтерштевня:

$$k = \varepsilon - \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_0} \tag{3}$$

Изменение метацентрической высоты:

$$m = G_1 M_1 - G_0 M_0 = \frac{p}{P_0 + p}\left[h_0 - G_0 M_0 + \frac{\varepsilon}{2} - z\right] \tag{4}$$

Угол крена

$$\theta^\circ = 57{,}3 \cdot \frac{py}{(P_0 + p) G_1 M_1} \tag{5}$$

II. Отделение сверху открыто и сообщается с забортною водою.

Обозначения:

v, x, y, z и h_0 — как и прежде,

S — площадь теоретической грузовой,

s — утраченная площадь грузовой,

a, b — координаты центра тяжести площади s,

i и j — момент инерции s относительно осей, параллельных продольной и поперечной оси корабля и проходящих через центр тяжести площади s.

Число тонн на 1 фут осадки:

$$q = q_0 - \frac{s}{35} \tag{6}$$

Увеличение среднего углубления:

$$\varepsilon = \frac{p}{q} \tag{7}$$

Изменение углубления форштевня:

$$n = \varepsilon + \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_1}\left(1 + \frac{s}{S - s}\right) \tag{8}$$

Изменение углубления ахтерштевня:

$$k = \varepsilon - \frac{px}{P}\frac{L_2}{G_0\mathfrak{M}_1}\left(1 + \frac{s}{S-s}\right) \tag{9}$$

Изменение метацентрической высоты:

$$MG_0 - M_0G_0 = m = \frac{p}{P_0}\left(h + \frac{\varepsilon}{2} - z\right) - \frac{i + sb^2}{V_0} \tag{10}$$

Продольная метацентрическая высота:

$$G_0\mathfrak{M}_1 = G_0\mathfrak{M}_0 - \frac{j + sa^2}{V_0} \tag{11}$$

Крен

$$\theta^\circ = \frac{p \cdot y}{P_0 \cdot MG_0} \cdot 57{,}3 \tag{12}$$

§ 64. Все вышеприведенные формулы относятся к расчету влияния затопления одного отделения. Рассмотрим теперь, можно ли пользоваться этими формулами для расчета влияния одновременного затопления нескольких отделений и, если окажется, что нельзя, то покажем, какого рода дополнения надо сделать к этим формулам.

Начнем с формул 1-й группы, т. е. относящихся к отделениям, сверху закрытым. Положим, что затопляется α таких отделений, которых веса и положения центров тяжести суть соответственно:

$$p_1, p_2 \ldots p_\alpha; \qquad (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) \ldots (x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha)$$

Очевидно, что затопление этой группы отделений равносильно затоплению одного закрытого сверху отделения, вес которого

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_\alpha \tag{13}$$

и центр тяжести которого определяется координатами:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_\alpha x_\alpha}{p_1 + p_2 + \ldots + p_\alpha} \\ y &= \frac{p_1y_1 + p_2y_2 + \ldots + p_\alpha y_\alpha}{p_1 + p_2 + \ldots + p_\alpha} \\ z &= \frac{p_1z_1 + p_2z_2 + \ldots + p_\alpha z_\alpha}{p_1 + p_2 + \ldots + p_\alpha} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Влияние затопления рассматриваемой группы рассчитывается по формулам (1—5), придавая в них величинам p, x, y и z значения (13) и (14).

Влияние же затопления каждого отдельного отсека, например p_i, получится по тем же формулам (1—5), написав вместо p, x, y, z величины p_i, x_i, y_i, z_i; таким образом, будет:

Увеличение среднего углубления

$$\varepsilon_i = \frac{p_i}{q_0}$$

Изменение углубления форштевня

$$n_i = \varepsilon_i + \frac{p_i x_i}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_0}$$

Изменение углубления ахтерштевня

$$k_i = \varepsilon_i - \frac{p_i x_i}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_0}$$

Изменение метацентрической высоты

$$m_i = \frac{p_i}{P_0 + p_i}\left[h_0 - G_0 M_0 + \frac{\varepsilon_i}{2} - z_i\right]$$

Угол крена

$$\theta_i = 57^\circ,3 \frac{p_i y_i}{(P_0 + p_i) G_1 M_1}$$

Давая в этих формулах знаку i значения 1, 2, 3 ... α и взяв сумму, очевидно, получим:

$$\Sigma\varepsilon_i = \frac{p_1 + p_2 + p_3 \ldots + p_\alpha}{q_0} = \frac{p}{q_0} = \varepsilon$$

$$\Sigma n_i = \Sigma\varepsilon_i + \frac{\Sigma p_i x_i}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_0} = \varepsilon + \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_1}{G_0 \mathfrak{M}_0} = n$$

$$\Sigma k_i = \Sigma\varepsilon_i + \frac{\Sigma p_i x_i}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_0} = \varepsilon + \frac{px}{P_0} \cdot \frac{L_2}{G_0 \mathfrak{M}_0} = k$$

т. е. для расчета совокупного влияния затопления отделений на изменение углублений среднего и штевней стоит только взять алгебраическую сумму частных влияний, происходящих от затопления каждого отсека в отдельности.

Но очевидно из формул (4), (13) и (14), что это свойство не имеет места по отношению к изменению метацентрической высоты, поэтому расчет этого элемента и требует дополнительной формулы. Пусть будет:

$$\mu_i = \frac{p_i}{P_0}[h_0 - G_0 M_0 - z_i] \tag{15}$$

и положим, что величины μ_i вычислены для каждого отделения наряду с m_i, тогда имеем:

$$\mu = \Sigma\mu_i = \frac{\Sigma p_i}{P_0}[h_0 - G_0 M_0] - \frac{\Sigma p_i z_i}{P_0} = \frac{p}{P_0}(h_0 - G_0 M_0) - \frac{pz}{P_0} \tag{16}$$

Пользуясь этой величиною, видим, что формула (4) может быть написана так:

$$m = \frac{\mu \cdot P_0}{P_0 + p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{p \cdot \varepsilon}{P + p} \tag{17}$$

Формулою (17) приходится пользоваться в том случае, когда повреждения корабля настолько значительны, что величина p составляет свыше $\frac{1}{4} P_0$, при меньшем же значении p погрешность формулы $m = \Sigma m_i$

не превышает для большого корабля 4—6 дюймов и притом в сторону безопасную, т. е. что истинная метацентрическая высота будет больше рассчитанной.

Чтобы рассчитать крен, достаточно воспользоваться такой формулой:

$$\theta = (\Sigma\theta_i) \cdot \frac{G_0 M_0}{(G_0 M_0 + m)}$$

в большей же части случаев, пока крен не свыше 15—20°, достаточно точна и формула $\theta = \Sigma\theta_i$.

Случай отделений, открытых сверху, практически имеет значение лишь тогда, когда повреждается жилая палуба и выводится целый участок этой палубы между двумя главными переборками, независимо от того, над каким отделением произошло повреждение. Поэтому необходимо составить дополнительную таблицу, показывающую влияние повреждений жилой палубы, воспользовавшись формулами и рассуждениями, относящимися к случаю затопления отделения открытого, выделяя особо влияние утраты площади грузовой ватерлинии.

§ **65.** Для первого приложения этих расчетов был избран эскадренный броненосец „Петропавловск".

Элементы этого броненосца следующие:

Длина между ⊥ ⊥ L	356 ф.
Длина по грузовой ватерлинии	369 „
Наибольшая ширина	70 „
Среднее углубление	25.5 „
Водоизмещение P_0	11 000 т.
Площадь грузовой ватерлинии S	19 500 кв. ф.
Число тонн на 1 фут осадки q_0	556 т.
Центр тяжести площади грузовой ватерлинии на	5.5 ф. в *корму* от ⊗
Центр величины корабля на	3.5 ф. в *нос* от ⊗
Центр величины ниже грузовой ватерлинии	10.80 ф.
Расстояние от центра тяжести площади грузовой ватерлинии до носового ⊥ L_1	189.5 ф.
Расстояние от центра тяжести площади грузовой ватерлинии до кормового ⊥ L_2	165.5 „
Начальный метацентрический радиус $C_0 M_0$	16.38 „
Начальная метацентрическая высота $G_0 M_0$	3 „
Возвышение продольного метацентра над центром тяжести корабля	378 ф.

По приведенным выше формулам и при указанных элементах и произведено вычисление влияния затопления отделений на крен, дифферент и остойчивость броненосца.

Результаты этих вычислений показаны в прилагаемых таблицах.

Эскадренный броненосец „Петропавловск“

(погибший 31 марта 1904 года) *Таблица I*

Влияние затопления отделений трюма на крен, дифферент и остойчивость, когда жилая палуба и надводный борт *не повреждены*

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
№ отделения	Наименование отделений	Объем отдел. по грузовую ватерлин. p (тонны)	Увеличение среднего углубления ϵ (футы)	Измен. углубления форштевня n (футы)	Измен. углубления ахтерштевня k (футы)	Измен. метац. высоты при проб. в отделении m (футы)	Крен θ (градусы)	Измен. метац. высоты при намер. затопл. отделения μ (футы)
	1-я группа. Отделения *под* носовым карапасом, впереди переборки № 20.							
1	От 0-го до 5-го шпангоута, таранное	23	0.04	+0.23	—0.13	+0.02	—	+0.02
2	„ 5 „ 9 „ под (платформою)	27	0.05	+0.25	—0.13	+0.04	—	+0.04
3	„ 5 „ 9 „ над (платформою)	22	0.04	+0.22	—0.12	+0.01	—	+0.01
4	„ 9 „ 14 „ под (платформою)	46	0.09	+0.42	—0.20	+0.06	—	+0.06
5	„ 9 „ 14 „ над (платформою)	90	0.16	+0.80	—0.50	+0.05	—	+0.05
6	„ 14 „ 20 „ под (платформою)	129	0.23	+1.03	—0.49	+0.17	—	+0.17
7	„ 14 „ 20 „ над (платформою)	151	0.27	+1.22	—0.56	+0.06	—	+0.06
	Итого 1-я группа . . .	488	0.88	+4.17	—2.13	+0.41	—	+0.41
	2-я группа. Отделения *над* носовым карапасом под жилой палубой впереди переборки № 20.							
8	От 0-го до 5-го шпангоута, таранное	23	0.04	+0.21	—0.11	0.00	—	0.00
9	„ 5 „ 9 „ правое .	22	0.04	+0.21	—0.11	0.00	+0°.20	0.00
10	„ 5 „ 9 „ левое . .	22	0.04	+0.21	—0.11	0.00	—0°.20	0.00
11	„ 9 „ 14 „ правое .	36	0.07	+0.32	—0.14	—0.03	+0°.39	0.00
12	„ 9 „ 14 „ левое . .	36	0.07	+0.32	—0.14	—0.03	—0°.39	0.00
13	„ 14 „ 20 „ правое	18	0.03	+0.14	—0.06	—0.02	+0°.16	0.00
14	„ 14 „ 20 „ левое	18	0.03	+0.14	—0.06	—0.02	—0°.16	0.00
15	„ 14 „ 20 „ бортовое правое	20	0.03	+0.15	—0.07	—0.12	+0°.52	0.00
16	„ 14 „ 20 „ „ левое	20	0.03	+0.15	—0,06	—0.12	—0°.52	0.00
	Итого 2-я група	215	0.38	+1.85	—0.87	—0.34	—	0.00
	3-я группа. Отделения от 20-й до 31-й переработки (носовая башня и ее устройство)							
17	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. левого: 20—23-й шпанг. .	33	0.07	+0.28	—0.12	+0.06	—	+0.06
18	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. левого: 23—27 „ .	53	0.09	0.38	—0.12	+0.12	—	+0.09
19	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. левого: 27—31 „ .	58	0.11	0.37	—0.12	+0.12	—	+0.10
20	Бортов. междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа: 20—23 шп., прав. .	13	0.03	0.09	—0.03	+0.01	+0°.50	+0.01
21	Бортов. междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа: 20—23 „ лев. .	13	0.03	0.09	—0.03	+0.01	—0°.50	+0.01
22	Бортов. междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа: 23—27 „ прав. .	17	0.03	0.11	—0.04	+0.01	+0°.74	+0.01
23	Бортов. междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа: 23—27 „ лев. .	17	0.03	0.11	—0.04	+0.01	—0°.74	+0.01
24	Бортов. междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа: 27—31 „ прав. .	17	0.03	0.09	—0.03	+0.01	+0°.81	+0.01
25	Бортов. междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа: 27—31 „ лев. .	17	0.03	0.09	—0.03	+0.01	—0°.81	+0.01

(Продолжение)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
	3-я группа. Отделения от 20-й до 31-й переборки (носовая башня и ее устройство)							
26	Подбашенное от 23-го до 28-го шп.	46	0.09	0.01	—0.12	+0.07	—	+0.07
27	Управление башнею под и над платф.	344	0.69	2.81	—0.19	—0.72	—	+0.15
28	12-д. бомб. погр. с выходами	122	0.22	0.91	—0.39	+0.11	—	+0.11
29	12-д. крюйт-камера с выходами . . .	122	0.22	0.73	—0.23	+0.11	—	+0.11
30	37-мм и 47-мм патронные погреба от 20-го до 25-го шпанг. прав.	90	0.16	0.65	—0.27	+0.06	+2°30	+0.06
31	37-мм и 47-мм патронные погреба от 20-го до 25-го шпанг. лев.	90	0.16	0.65	—0.27	+0.06	—2°30	+0.06
32	6-д. патр. погреба от 25-го до 28-го шпанг. правый	87	0.16	0.58	—0.22	+0.06	+2°42	+0.06
33	6-д. патр. погреба от 25-го до 28-го шпанг. левый	87	0.16	0.59	—0.22	+0.06	—2°42	+0.06
34	Угольн. ямы от 28-го до 31-го шп. правая . . .	74	0.14	0.56	—0.24	+0.05	+2°40	+0.05
35	Угольн. ямы от 28-го до 31-го шп. левая	74	0.14	0.56	—0.24	+0.05	—2°40	+0.03
36	Верхние бортовые коридоры 20—23-й шп., прав.	5	0.01	0.03	—0.01	—0.05	+0°18	0.00
37	Верхние бортовые коридоры 20—23 „ лев. . .	5	0.01	0.03	—0.01	—0.05	—0°18	0.00
38	Верхние бортовые коридоры 23—27 „ прав. .	7	0.01	0.04	—0.02	—0.10	+0°31	0.00
39	Верхние бортовые коридоры 23—27 „ лев. . .	7	0.01	0.04	—0.02	—0.10	—0°31	0.00
40	Верхние бортовые коридоры 27—31 „ прав. .	7	0.01	0.04	—0.02	—0.12	+0°32	0.00
41	Верхние бортовые коридоры 27—31 „ лев. . .	7	0.01	0.04	—0.02	—0.12	—0°32	0.00
	Итого 3-я группа	1417	2.65	10.17	—4.05	—	—	+1.09
	4-я группа. Отделения от 31-й до 48-й переборки (носовое котельное)							
42	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. 31—36-й шпанг. . . .	75	0.13	+0.37	—0.10	+0.13	—	+0.13
43	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. 36—41 „ . . .	77	0.13	0.27	—0.01	+0.13	—	+0.13
44	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. 41—46 „ . . .	77	0.13	0.25	+0.01	+0.13	—	+0.13
45	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа 31—36-й шп., прав. .	26	0.04	0.10	—0.02	+0.02	+1°26	+0.02
46	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа 31—36 „ лев. . .	26	0.04	0.10	—0.02	+0.02	—1°26	+0.02
47	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа 36—41 „ прав. .	26	0.04	0.08	0.00	+0.02	+1°38	+0.02
48	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа 36—41 „ лев. . .	26	0.04	0.08	0.00	+0.02	—1°38	+0.02
49	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа 41—46 „ прав. .	26	0.04	0.06	+0.02	+0.02	+1°42	+0.02
50	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа 41—46 „ лев. . .	26	0.04	0.06	+0.02	+0.02	—1°42	+0.02
51	Верхний бортовой коридор 31—36-й шп., прав. .	8	0.01	0.03	—0.01	—0.15	+0°41	0.00
52	Верхний бортовой коридор 31—36 „ лев. . .	8	0.01	0.03	—0.01	—0.15	—0°41	0.00
53	Верхний бортовой коридор 36—41 „ прав. .	8	0.01	0.02	0.00	—0.17	+0°45	0.00
54	Верхний бортовой коридор 36—41 „ лев. . .	8	0.01	0.02	0.00	—0.17	—0°45	0.00
55	Верхний бортовой коридор 41—46 „ прав. .	8	0.01	0.01	+0.01	—0.18	+0°47	0.00
56	Верхний бортовой коридор 41—46 „ лев. . .	8	0.01	0.01	+0.01	—0.18	—0°47	0.00
57	Угольные ямы средние 31—32-й шп., прав. .	49	0.09	0.28	—0.08	+0.01	+0°85	+0.04
58	Угольные ямы средние 31—32 „ лев. . .	49	0.09	0.28	—0.08	+0.01	—0°85	+0.04
59	Угольные ямы бортовые 31—36-й шп., прав. .	91	0.17	0.48	—0.10	—0.15	+3°62	+0.07
60	Угольные ямы бортовые 31—36 „ лев. . .	91	0.17	0.48	—0.10	—0.15	—3°62	+0.07
61	Угольные ямы бортовые 36—41 „ прав. .	103	0.19	0.57	—0.15	—0.20	+4°72	+0.08
62	Угольные ямы бортовые 36—41 „ лев. . .	114	0.19	0.57	—0.15	—0.20	—4°72	+0.08

(Продолжение)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
	4-я группа. Отделения от 31-й до 48-й переборки (носовое котельное)							
63	6-дюймовый патрон. погреб — 41—46-й шп., прав.	114	0.20	0.38	+0.04	—0.26	+5°.76	+0.09
64	6-дюймовый патрон. погреб — 41—46 „ лев.	114	0.20	0.38	+0.04	—0.26	—5°.76	+0.09
65	Котельное отделение — 32—48 „ прав.	805	1.55	3.79	—0.45	+0.44	+11°.82	+0.85
66	Котельное отделение — 32—48 „ лев.	805	1.55	3.79	—0.45	+0.44	—11°.82	+0.85
	Итого 4-я группа . . .	2757	5.09	12.49	—1.58	—	—	+2.77
	5-я группа. Отделения от 49-й до 60-й переборки (котельное кормовое)							
67	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. — 46—51-й шп.	77	0.13	+0.18	+0.01	+0.13	—	+0.13
68	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. — 51—55 „	62	0.11	0.10	0.12	+0.10	—	+0.10
69	Средние междудонные от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. — 55—60 „	77	0.13	0.06	0.20	+0.13	—	+0.13
70	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 46—51-й шп., прав.	26	0.04	0.05	0.03	+0.02	+1°.44	+0.02
71	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 46—51 „ лев.	26	0.04	0.05	0.03	+0.02	—1°.44	+0.02
72	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 51—55 „ прав.	20	0.03	0.03	0.05	+0.01	+1°.14	+0.01
73	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 51—55 „ лев.	20	0.03	0.03	0.05	+0.01	—1°.14	+0.01
74	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 55—60 „ прав.	26	0.04	0.02	0.06	+0.02	+1°.44	+0.02
75	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 55—60 „ лев.	26	0.04	0.02	0.06	+0.02	—1°.44	+0.02
76	Верхний бортовой коридор — 46—51 „ прав.	8	0.01	0.01	0.01	—0.18	+0°.41	0.00
77	Верхний бортовой коридор — 46—51 „ лев.	8	0.01	0.01	0.01	—0.18	—0°.41	0.00
78	Верхний бортовой коридор — 51—55 „ прав.	6	0.01	0.01	0.01	—0.14	+0°.33	0.00
79	Верхний бортовой коридор — 51—55 „ лев.	6	0.01	0.01	0.01	—0.14	—0°.33	0.00
80	Верхний бортовой коридор — 55—60 „ прав.	8	0.01	0.01	0.01	—0.18	+0°.41	0.00
81	Верхний бортовой коридор — 55—60 „ лев.	8	0.01	0.01	0.01	—0.18	—0°.41	0.00
82	Бортовые угольные ямы — 46—51 „ прав.	114	0.20	0.29	0.13	—0.21	+4°.97	+0.09
83	Бортовые угольные ямы — 46—51 „ лев.	114	0.20	0.29	0.13	—0.21	—4°.97	+0.09
84	Бортовые угольные ямы — 51—55 „ прав.	91	0.16	0.15	0.17	—0.19	+3°.97	+0.07
85	Бортовые угольные ямы — 51—55 „ лев.	91	0.16	0.15	0.17	—0.19	—3°.97	+0.07
86	6-д. патрон. погреб. — 55—60 „ прав.	114	0.20	0.09	0.29	—0.21	+4°.97	+0.09
87	6-д. патрон. погреб. — 55—60 „ лев.	114	0.20	0.09	0.29	—0.21	—4°.97	+0.09
88	Корм. котельное отделение — 48—60 „ прав.	605	1.14	0.96	1.30	+0.32	+9°.30	+0.63
89	Корм. котельное отделение — 48—60 „ лев.	605	1.14	0.96	1.30	+0.32	—9°.30	+0.63
	Итого 5-я группа . . .	2252	4.05	3.58	4.52	—	—	+2.22
	6-я группа. Отделения от 60-й до 70-й переборки (машинное)							
90	Средн. межд. от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. — 60—66-й шп.	77	0.13	—0.01	+0.25	+0.13	—	+0.13
91	Средн. межд. от 3-го стринг. прав. до 3-го стринг. лев. — 60—66 „	77	0.13	—0.07	0.31	+0.13	—	+0.13

(Продолжение)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
	6-я группа. Отделения от 60-й до 70-й переборки (машинное)							
92	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 60—65-й шп., прав.	26	0.04	0.00	0.08	+0.02	+1°38	+0.02
93	60—65 „ лев.	26	0.04	0.00	0.08	+0.02	—1°38	+0.02
94	65—70 „ прав.	26	0.04	—0.02	0.10	+0.02	+1°38	+0.02
95	65—70 „ лев.	26	0.04	—0.02	0.10	+0.02	—1°38	+0.02
96	Верхний бортовой коридор — 60—65-й шп. прав.	8	0.01	0.00	0.02	—0.18	+0°41	0.00
97	60—65 „ лев.	8	0.01	0.00	0.02	—0.18	—0°41	0.00
98	65—70 „ прав.	8	0.01	0.00	0.02	—0.18	+0°41	0.00
99	65—70 „ лев.	8	0.01	0.00	0.02	—0.18	—0°41	0.00
100	Бортовые угольные ямы — 60—65 „ прав.	72	0.13	—0.01	0.25	—0.15	+3°46	+0.07
101	60—65 „ лев.	72	0.13	—0.01	0.25	—0.15	—3°46	+0.07
102	65—70 „ прав.	72	0.13	—0.07	0.31	—0.15	+3°46	+0.07
103	65—70 „ лев.	72	0.13	—0.07	0.31	—0.15	—3°46	+0.07
104	Машинное отделение — 60—70 „ прав.	570	1.07	—0.28	2.29	+0.17	+10°40	+0.50
105	60—70 „ лев.	570	1.07	—0.28	2.29	+0.17	—10°40	+0.50
106	Коридор гребного вала — правый	40	1.08	—0.06	2.20	+0.05	+0.06	+0.05
107	левый	40	1.08	—0.06	2.20	+0.05	—0.06	+0.05
	Итого 6-я группа	1142	2.12	—2.79	+6.47	—	—	+0.77
	7-я группа. Отделения от 70-й до 80-й переборки (кормовая башня и ее устройство)							
108	Средние междудон. от 3-го стринг. до 3-го стринг. — 70—75-й шп.	75	0.14	0.13	+0.39	+0.13	—	+0.13
109	75—80 „	72	0.13	—0.19	+0.41	+0.12	—	+0.12
110	Бортовые междудонные от 3-го стринг. до нижнего шельфа — 70—75-й шп., прав.	26	0.04	—0.05	+0.13	+0.02	+1°20	+0.02
111	70—75 „ лев.	26	0.04	—0.05	+0.13	+0.02	—1°20	+0.02
112	75—80 „ прав.	26	0.04	—0.07	+0.15	+0.02	+1°13	+0.02
113	75—80 „ лев.	26	0.04	—0.07	+0.15	+0.02	—1°13	+0.02
114	Подбашенное и управление башнею	370	0.71	—0.87	+2.11	+0.22	—	+0.17
115	Отдел. динамомашин на платф., прав.	41	0.07	—0.11	+0.23	+0.35	+1°50	+0.00
116	„ „ „ лев.	41	0.07	—0.11	+0.23	+0.35	—1°50	+0.00
117	47-мм патр. погр. от 70-го до 78-го шп., прав	40	0.07	—0.09	0.21	+0.03	+1°74	0.03
118	6-д. патр. погр. от 70-го до 78-го шп., прав.	69	0.12	—0.14	0.36	+0.06	—1°73	0.06
119	12-д. крюйт-камера, левая	48	0.09	—0.08	0.24	+0.04	+1°60	0.04
120	6-д. патрон. погреб, левый	61	0.11	—0.16	0.35	+0.06	—2°02	+0.06
121	От 78-го до 80-го шп. у борта — правое	20	0.04	—0.05	0.13	+0.02	+0°70	+0.02
122	левое	20	0.04	—0.05	0.13	+0.02	—0°70	+0.02

(Продолжение)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
	7-я группа. Отделения от 70-й до 80-й переборки (кормовая башня и ее устройство)							
123	12-д. крюйт-камера средняя	93	0.17	—0.25	0.55	+0.08	+0°60	+0.08
124	12-дюйм. бомбовый погреб	60	0.11	—0.18	0.35	+0.05	—0°60	+0.05
125	Бортовые коридоры по платформе { 70—75-й шп., прав. .	7	0.01	—0.03	0.05	—0.12	+0°30	0.00
126	{ 70—75 „ лев. . .	7	0.01	—0.03	0.05	—0.12	—0°30	0.00
127	{ 75—80 „ прав. .	7	0.01	—0.04	0.06	—0.12	+0°30	0.00
128	{ 75—80 „ лев. . .	7	0.01	—0.04	0.06	—0.12	—0°30	0.00
	Итого 7-я группа . . .	1142	2.12	—2.79	+6.47	—	—	+0.77
	8-я группа. Отделения позади переборки № 80 *под* кормовым карапасом							
129	80—85-й шп., под плат. по сред. . .	35	0.06	—0.13	+0.23	+0.04	—	+0.04
130	80—85 „ борт. прав. и лев. вм. .	54	0.10	—0.20	+0.36	+0.03	—	+0.05
131	80—85 „ на платформе	158	0.29	—0.56	+1.04	+0.04	—	+0.04
132	85—92 „ под платформой . . .	85	0.16	—0.36	+0.62	+0.12	—	+0.12
133	85—92 „ „ „ (рул. маш.)	111	0.20	—0.47	+0.80	+0.04	—	+0.01
134	Румпелевое	147	0.26	—0.69	+1.11	+0.06	—	+0.06
135	Позади 92-го шпанг. под платформой	8	0.01	—0.04	+0.06	+0.04	—	+0.04
	Итого 8-я группа	598	1.08	—2.45	+4.22	+0.39	—	0.39
	9-я группа. Отделения позади переборки № 80 *над* кормовым карапасом							
136	80—85-й шп., средн. правое	13	0.02	—0.05	+0.08	—0.02	+0°13	0.00
137	80—85 „ „ левое	13	0.02	—0.05	+0.08	—0.02	—0°13	0.00
138	80—85 „ борт. правое	16	0.03	—0.05	+0.11	—0.12	+0°45	0.00
139	80—85 „ „ левое	16	0.03	—0.05	+0.11	—0.12	—0°45	0.00
140	85—94 „ средн. правое	18	0.03	—0.08	+0.12	—0.01	+0°12	0.00
141	85—94 „ „ левое	18	0.03	—0.08	+0.12	—0.01	—0°12	0.00
142	85—94 „ борт. правое	18	0.03	—0.08	+0.12	—0.12	+0°45	0.00
143	85—94 „ „ левое	18	0.03	—0.08	+0.12	—0.12	—0°45	0.00
144	94—97 „ „ правое	7	0.01	—0.04	+0.06	0.00	+0°03	0.00
145	94—97 „ „ левое	7	0.01	—0.04	+0.06	0.00	—0°03	0.00
146	Позади 97-го шп., кормовое	12	0.02	—0.08	+0.00	0.00	—	0.00
	Итого 9-я группа	156	0.26	—0.68	+1.10	—0.54	—	0.00

Таблица II

Влияние повреждения жилой палубы

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
№ отделения	Наименование и положение отделений жилой палубы	Утраченная площадь ватерлинии s (кв. ф.)	Расстояние x цент. тяж. утрач. площ. от цент. тяж. грузовой (футы)	$\xi = \frac{s \cdot x}{S_0}$ (футы)	$q = \frac{s}{35}$ (тонны)	Потеря в метац. высоты $\mu = \frac{i}{V}$ (футы)	Потеря в возвыш. продол. метац. $\lambda = \frac{j}{V}$ (футы)
1	Впереди переборки № 20	1560	+150	+11	44	0.41	91
2	Башня от переборки № 20 до траверза	1380	+109	+ 7	39	1.06	43
3	От траверза до переборки № 39 . .	3380	+ 72	+12	92	2.93	39
4	От переборки № 39 до № 48 . . .	2380	+ 31	+ 4	68	2.53	6
5	„ „ № 48 „ № 61 . . .	3780	— 11	— 2	90	4.02	14
6	„ „ № 61 до кормов. траверза	3000	— 59	— 9	86	2.75	23
7	Башенное от корм. траверза до переборки № 85	2750	—108	—15	78	2.58	86
8	Позади переборки № 85	1750	—145	—13	50	0.70	96

Формулы для пользования табл. II

I. Взять из табл. I алгебраические суммы чисел столбцов III, V, VI, VIII и IX для затопленных отделений трюма. Пусть эти суммы будут:

$$p_0,\ n_0,\ k_0,\ \theta_0,\ \mu_0$$

и вычислить алгебраическую разность $\delta_0 = n_0 - k_0$.

II. Взять из табл. II алгебраические суммы чисел столбцов V, VI, VII и VIII. Пусть эти суммы будут:

$$\xi,\ q,\ \mu,\ \lambda$$

Для вычисления изменений углубления штевней, крена и метацентрической высоты служат следующие формулы:

1) Число тонн на 1 ф. осадки при повреждении жилой палубы:

$$q_1 = 556 - q$$

2) Абсцисса центра тяжести площади действующей ватерлинии:

$$x_1 = \xi \cdot \frac{556}{q_1}$$

3) Увеличение среднего углубления:

$$\varepsilon_1 = \frac{p_0}{q_1}$$

4) Возвышение продольного метацентра:

$$R_1 = 378 - \lambda$$

5) Изменение дифферента:

$$\delta_1 = \delta_0 \cdot \frac{378}{R_1} + \frac{p_0 \cdot x_1}{31 \cdot R_1}$$

6) Изменение углубления форштевня:

$$n_1 = \varepsilon_1 + 0.53\,\delta_1 + \frac{x_1}{356} \cdot \delta_1$$

7) Изменение углубления ахтерштевня:

$$k_1 = \varepsilon_1 - 0.47\,\delta_1 + \frac{x_1}{356} \cdot \delta_1$$

8) Изменение метацентрической высоты:[1]

$$m_1 = \mu_0 - \mu + \frac{p_0 \cdot \varepsilon_1}{22\,000}$$

9) Угол крена:

$$\theta_1 = \theta_0 \cdot \frac{3}{3 + m_1}$$

§ 66. Объяснение таблиц, показывающих влияние затопления отделений броненосца „Петропавловск", и пользование ими. Трюм броненосца „Петропавловск" заключает 146 отделений, объем которых, ограничивая его грузовою ватерлиниею, изменяется от 805 до 5 т.

Все эти отделения по расположению своему подразделяются главными поперечными переборками и носовым и кормовым карапасом на указанные в таблице 9 групп.

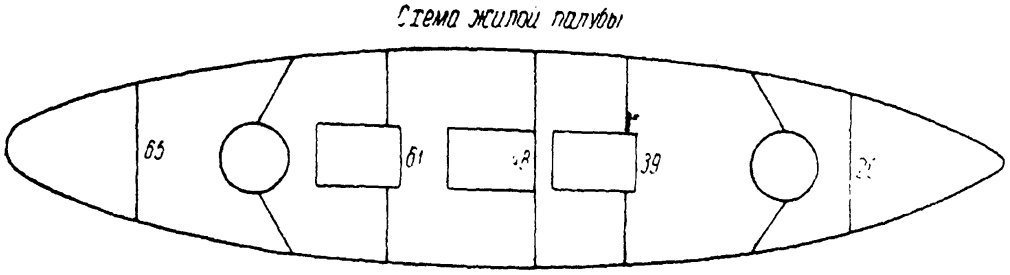
Эти главные переборки доведены до жилой палубы, жилая же палуба подразделяется на 8 отсеков, как показано на схеме. (фиг. 82)

Наконец, на батарейной палубе имеется всего 5 переборок, как видно из ее схемы. (фиг. 83)

Этого общего указания на подразделение трюма уже достаточно, чтобы видеть существенную разницу в условиях остойчивости и плавучести броненосца в том случае, когда жилая палуба и надводный борт

[1] Отнесено к водоизмещению P_0.

не повреждены, и в том случае, когда жилая палуба повреждена, а тем более, когда повреждена и батарейная палуба, — именно, в случае повреждения этих палуб корабль при погружении лишается всей плавучести соответствующего отсека и всей той остойчивости, которая отвечает части палубы, заключенной между двумя переборками, ограничивающими поврежденную ее часть.

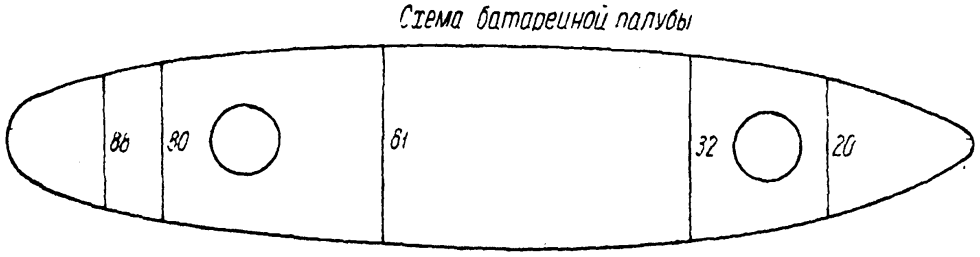


Фиг. 82.

Поэтому составлены отдельно вышеприведенные таблицы:

Табл. I, показывающая влияние затопления отделений, предполагая, что жилая палуба и надводный борт выше ее не повреждены и водонепроницаемы.

Табл. II, показывающая влияние повреждения надводного борта выше жилой палубы и также и этой палубы.



Фиг. 83.

Объяснение табл. I и пользование ею

Табл. I служит для того, чтобы судить о влиянии затопления отделений трюма на крен, дифферент и остойчивость.

Эта таблица заключает девять столбцов, а именно:

I. №№ отделений.

II. Наименование отделений.

III. Объем отделения, полный, если это отделение закрытое и расположено ниже грузовой ватерлинии, и лишь объем отделения по плоскость теоретической (соответственной среднему углублению 25′6″) грузовой ватерлинии.

IV. Увеличение среднего углубления корабля при затоплении отделения.

V. Изменение углубления форштевня, происходящее от затопления отделения, причем, если это углубление увеличивается, то изменению приписан знак + и, если уменьшается, то знак —.

VI. Изменение углубления ахтерштевня, приписывая этому изменению знак +, когда это углубление увеличивается, и знак —, если уменьшается.

VII. Изменение метацентрической высоты, считая, что отделение сообщается непосредственно через пробоину с забортною водою, и, следовательно, если оно открытое сверху, то при изменениях посадки корабля уровень воды в нем изменяется, удерживаясь вровень с уровнем забортной воды.

VIII. Угол крена +, когда корабль кренится на правую сторону, —когда крен на левую сторону.

IX. В этом столбце показано изменение метацентрической высоты корабля, происходящее от намеренного напускания воды в отделение, или когда от погружения корабля уровень воды в отделении достигнет жилой палубы, которая предполагается неповрежденной, и отделение из открытого сверху обратится в закрытое, так как в обоих случаях количество воды в нем не будет изменяться при дальнейшем изменении посадки корабля. Короче говоря, рассчитана величина μ по формуле (15):

$$\mu = \frac{p}{P_0}\{h_0 - G_0 M_0 - z\}$$

В случае одновременного затопления двух отделений надо сперва сложить, обращая внимание на знаки, величины, показанные в столбцах III до VI и VIII, и затем, если погружение корабля не достигло жилой палубы, то сложить числа столбца VII, а, если достигло, то IX. Эти суммы и покажут совокупное действие затопления этих отделений на среднее углубление, посадку корабля, крен и остойчивость.

Если это изменение будет настолько велико, что желательно будет выправить корабль, затопляя другие отделения, то для выбора этих последних послужит та же таблица, причем порядок затопления таков: сперва восстановить остойчивость корабля, затем исправить дифферент и затем крен, если крен был не больше 12—15°; если же больше, то одновременно с дифферентом надо исправлять и крен.

Примеры.

1. От повреждения носовой оконечности ниже карапасной палубы затопило всю первую группу отделений. Какова будет посадка корабля?

Таблица показывает, что:

Углубление форштевня увеличится на	+4.17 ф.
Углубление ахтерштевня уменьшится на	—2.13 „
Метацентрическая высота увеличится на	+0.41 „

Так как начальное углубление было: носом 25.00 ф., кормою 26.00 ф., то после затопления будет:

Углубление носом	25.00 + 4.17 = 29.17	ф.
Углубление кормою . . .	26.00 — 2.13 = 23.87	„
Дифферент на нос . . .	5.30	ф.

2. Спрашивается, какие отделения следует затопить, чтобы уменьшить дифферент, рассчитанный в примере 1-м, предполагая, что 1-я группа отделений остается затопленной?

Само собою разумеется, что надо избрать для затопления крайние кормовые отделения и при расчете влияния на остойчивость затопления их, совершаемого намеренно, брать числа столбца IX табл. I.

Возьмем отделения 8-й группы, кроме № 133 (рулевой машины). Если их затопить все, то для получения влияния этого затопления надо сложить соответствующие избранным отделениям числа: n, k и μ; тогда получим:

Изменение углубления форштевня	— 1.98	ф.
Изменение углубления ахтерштевня	+ 3.42	„
Изменение метацентрической высоты	+ 0.38	„

Следовательно, после затопления этих отделений будет:

Углубление носом	29.17 — 1.98 = 27.19	ф.
„ кормою	23.87 + 3.42 = 27.29	„
Метацентрическая высота увеличивается на . .	0.41 + 0.38 = 0.79	„

Очевидно, что в этом состоянии корабль находится в гораздо более благоприятных условиях, нежели имея 5 ф. дифферента на нос, каковой дифферент был бы, если бы не прибегать к выравниванию корабля.

3. Затоплены от пробоин 1-я группа и *все правые* и средние отделения 3-й группы, лежащие ниже платформы. Определить: углубление штевней, крен, дифферент и избрать, если возможно, отделения, от затопления которых корабль бы выравнялся.

Таблица показывает, что от затопления 1-й группы будет:

Увеличение углубления форштевня	+ 4.17	ф.
Уменьшение углубления ахтерштевня	— 2.13	„
Увеличение метацентрической высоты	+ 0.41	„

В 3-й группе затоплены все средние и правые отделения, т. е. вся группа, кроме №№ 21, 23, 25, 31, 33, 35 и 36—41.

Затопление этих отделений дает:

Увеличение углубления форштевня	+ 7.87	ф.
Уменьшение углубления ахтерштевня . . .	— 3.12	„

Так как, очевидно, жилая палуба уже погрузилась в носовой части, то надо для суждения об остойчивости брать числа μ IX столбца и будет:

Увеличение метацентрической высоты . . . . . $+0.99$ ф.

Итого будет:

Углубление форштевня: $25 + 4.17 + 7.87 = 25 + 12.04 =$ . . 37.04 ф.
Углубление ахтершт.: $26 - (2.13 + 3.12) = 26 - 5.25 =$ . . 20.75 „

Дифферент на нос . . . 16.29 ф.

Крен будет: $+9°17$ (на правую сторону).

Для исправления изберем 8-ю группу, кроме отделения № 133 (рулевой машины); это дает:

$$n = -1.98; \quad \mu = +0.38$$
$$k = +3.42;$$

всю 7-ю группу, которая дает:

$$n = -2.79; \quad \mu = +0.77$$
$$k = +6.47;$$

и для исправления крена: №№ 93, 95, 101 и 103, которые дают:

$$\text{Крен } \theta = -9°68; \quad k = +0.74$$
$$n = -0.10; \quad \mu = -0.18$$

Всего будет:

$$n = -4.87; \quad p = 34'4$$
$$k = +10.63; \quad \mu = +1\ 33$$
$$m = 1.66$$

После затопления будет:

Углубление форштевня $37.04 - 4.87 = 32.17$ ф.
Углубление ахтерштевня $20.75 + 10.63 = 31.38$ ф.
Крен $9°17 - 9°68 = -0°51$
Метацентрическая высота *увеличилась* на 1.66 ф.

В этом состоянии, хотя корабль и переуглублен на 6 ф, но он не лишен ни котлов, ни машины, ни руля. Этот пример показывает, какие большие повреждения может выносить корабль, если *жилая палуба и надводный борт водонепроницаемы.*

4. Затоплены правое машинное отделение и все правые отделения 6-й группы, кроме верхнего бортового коридора. Выправить корабль.

От затопления этих отделений получится:

Крен $\theta = +20°88$.

---

[1] Величина m рассчитана по формуле:

$$m = \mu \frac{P_0}{P_0 + p} + \frac{1}{2} \frac{p \cdot e}{P_0 + p}$$ [см. формулу (17), стр. 270].

Уменьшение углубления форштевня . . . . . — 0.44 ф.
Увеличение углубления ахтерштевня . . . . + 3.28 „
Увеличение метацентрической высоты . . . . + 0.77 „

Для исправления крена берем: №№ 93, 95, 101 и 103 — эти отделения дают:

$$\theta = -9°68; \quad k = +0.74$$
$$n = -0.10; \quad \mu = +0.18$$

и №№ 62 и 64, которые дают:

$$\theta = -10°48; \quad k = -0.11$$
$$n = +0.95; \quad \mu = +0.17$$

После затопления будет:

Крен: $\theta = +20°88 - 9°68 - 10°48 = +0°72$
$n = -0.44 - 0.10 + 0.95 = +0.41$
$k = +3.28 + 0.74 - 0.11 = +3.91$
$\mu = +0.77 + 0.18 + 0.17 = +1.12$

и, значит, будет:

Крен = 0°72 на правую сторону.
Углубление форштевня 25.0 + 0.41 = 25.41 ф.
Углубление ахтерштевня 25.5 + 3.91 = 29.41 „

Дифферент . . . 4.00 ф. на корму

Метацентрическая высота *увеличилась* на 1.12 ф.

Эти примеры в достаточной степени поясняют пользование табл. I.

Объяснение табл. II и пользование ею

Табл. II заключает следующие восемь столбцов:

I. № отделения жилой палубы.

II. Наименование или положение этого отделения.

III. Площадь s палубы в указанном отделении. При затоплении отделения и повреждении палубы вся эта площадь утрачивается и должна быть вычитаема из площади $S_0 = 19.500$ кв. ф. теоретической грузовой, чтобы получить площадь действующей ватерлинии.

IV. Расстояние x центра тяжести площади s до шпангоута, проходящего через центр тяжести площади теоретической ватерлинии.

V. Вспомогательная величина $\xi = \frac{sx}{S_0}$, нужная для расчета изменения дифферента.

VI. Уменьшение в числе тонн осадки на 1 фут, происходящее от потери s площади грузовой ватерлинии.

VII. Уменьшение возвышения поперечного метацентра, происходящее от потери площади действующей ватерлинии.

VIII. Уменьшение возвышения метацентра для продольных килевых наклонений, происходящее от потери площади грузовой.

Эта табл. II служит дополнением к табл. I и пользоваться ею надо следующим образом:

Положим, что вследствие пробоины поврежден не только подводный борт, но и надводный и жилая палуба.

Вследствие повреждения подводного борта вода затопит одно или несколько отделений трюма.

Из табл. I выбираем для затопленных отделений:

p — объемы отделений в тоннах,

n — изменение углубления форштевня,

k — изменение углубления ахтерштевня,

θ — угол крена,

m — изменение метацентрической высоты, которое произошло бы при намеренном затоплении отделения (столбец IX),

и берем сумму соответственных чисел для всех затопленных отделений, чтобы определить совокупное их влияние — если бы жилая палуба была не повреждена. Пусть эти суммы будут:

$$p_0,\ n_0,\ k_0,\ \theta_0 \quad \text{и} \quad m_0$$

Взяв затем алгебраически разность $n_0 - k_0$, получим величину δ_0 — изменения дифферента.

Чтобы принять в расчет влияния повреждения жилой палубы, выбираем из столбцов V, VI, VII и VIII табл. II показанные в них числа для поврежденной части или для поврежденных частей жилой палубы, и складываем эти числа; пусть полученные суммы будут:

$$\xi,\ q,\ \mu \text{ и } \lambda$$

Вычисляем затем следующие величины:

1) Число тонн на 1 ф. осадки:

$$q_1 = 556 - q$$

2) Абсцисса центра тяжести действующей ватерлинии:

$$x_1 = \xi \cdot \frac{556}{q_1}$$

3) Увеличение среднего углубления:

$$\varepsilon_1 = \frac{p_0}{q_1}$$

4) Возвышение продольного метацентра:

$$R_1 = 378 - \lambda$$

5) Изменение дифферента:

$$\delta_1 = \delta_0 \cdot \frac{378}{R_1} + \frac{p_0 \cdot x_1}{31 \cdot R_1}$$

6) Изменение углубления форштевня:

$$n_1 = \varepsilon_1 + 0.53\,\delta_1 + \frac{x_1}{356} \cdot \delta_1$$

7) Изменение углубления ахтерштевня:

$$k_1 = \varepsilon_1 - 0.47\,\delta_1 + \frac{x_1}{356}\,\delta_1$$

8) Изменение метацентрической высоты:

$$m_1 = (m_0 - \mu) \cdot \frac{P_0}{P_0 + p_0} + \frac{1}{2}\,\frac{p_0\,\varepsilon_1}{P_0 + p_0}$$

9) Угол крена:

$$\theta_1 = \theta_0 \cdot \frac{3}{3 + m_1}$$

Поясним теперь примерами эти формулы и пользование табл. II совместно с табл. I.

Пример 1. Затоплены 1-я и 2-я группы отделений. Жилая палуба повреждена в районе 1-го отделения ее.

Определить осадку и остойчивость корабля.

По табл. I имеем:

II	III	V	VI	VIII	IX
	p	n	k	θ	μ
1-я группа	488	+4.17	—2.13	—	+0.41
2-я группа	215	+1.85	—0.87	—	0.00
Сумма	703	+6.02	—3.00	—	+0.41

Итак:

$$p_0 = 703; \quad n_0 = +6.02; \quad k_0 = -3.00; \quad \theta_0 = 0; \quad m_0 = +0.41$$

---

[1] Множитель 31 в знаменателе есть $\frac{L}{P} = \frac{11\,000}{356}$.

и, следовательно:

$$\delta_0 = n_0 - k_0 = +6.02 - (-3.00) = 6.02 + 3.00 = +9.02$$

Затем по табл. II для 1-го отделения имеем:

$$\xi = +11; \quad q = 44; \quad \mu = 0.41; \quad \lambda = 91$$

Следовательно, будет:

$$q_1 = 556 - 44 = 512;$$

$$x_1 = +11 \cdot \frac{556}{512} = +12;$$

$$\varepsilon_1 = \frac{703}{512} = 1.4;$$

$$R_1 = 378 - 91 = 287;$$

$$\delta_1 = 9.02 \cdot \frac{378}{287} + \frac{703 \cdot 12}{31 \cdot 287} = 11.9 + 0.9 = +12.8;$$

$$n_1 = 1.4 + 0.53 \cdot 12.8 + \frac{12}{356} \cdot 12.8 = 1.4 + 6.8 + 0.4 = +8.6;$$

$$k_1 = 1.4 - 0.47 \cdot 12.8 + \frac{12}{356} \cdot 12.8 = 1.4 - 6.0 + 0.4 = -4.2;$$

$$m_1 = (0.41 - 0.41) \cdot \frac{11\,000}{11\,703} + \frac{1}{2} \cdot \frac{703 \cdot 1.4}{11\,703} = 0.0$$

Пример 2. Рассчитать, насколько выправится корабль, если при повреждениях, указанных в 1-м примере, затопить 8-ю группу, кроме № 133.

Затопление этой группы дает:

$$p_0 = 487; \quad n = 1.98; \quad k = +3.42; \quad m = +0.35$$

Прилагая эти величины к соответствующим суммам для 1-й и 2-й групп, имеем новые значения:

$$p_0 = 703 + 487 = 1190$$

$$n_0 = +6.02 - 1.98 = +4.04$$

$$k_0 = -3.00 + 3.42 = +0.42$$

$$m_0 = +0.41 + 0.35 = +0.76$$

Следовательно:

$$\delta_0 = +4.04 - 0.42 = +3.62$$

Затем, повторяя вычисление, имеем:

$$\varepsilon_1 = \frac{1190}{512} = 2.3;$$

$$\delta_1 = 3.62 \cdot \frac{378}{287} + \frac{1190 \cdot 12}{31 \cdot 287} = +4.8 + 1.6 = +6.4;$$

$$n_1 = 2.3 + 6.4 \cdot 0.53 + \frac{12}{356} \cdot 6.4 = 2.3 + 3.4 + 0.2 = +5.9;$$

$$k_1 = 2.3 - 6.4 \cdot 0.47 + \frac{12}{356} \cdot 6.4 = 2.3 + 3.0 + 0.2 = -0.5;$$

$$m_1 = (0.76 - 0.41) \cdot \frac{11\,000}{12\,190} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1190 \cdot 2.3}{12\,190} = 0.32 + 0.11 = +0.43$$

Пример 3. Затоплена 3-я группа отделений трюма и жилая палуб ь повреждена (2-е отделение).

По табл. I для 3-й группы имеем:

$$p_0 = 1417; \qquad n_0 = +10.17; \qquad k_0 = -4.05; \qquad m_0 = 1.09;$$

$$\delta_0 = +10.17 - (-4.05) = 10.17 + 4.05 = +14.22$$

По табл. II для 2-го отделения имеем:

$$\xi = +7; \qquad q = 39; \qquad \mu = 1.06; \qquad \lambda = 43$$

Вычисляя по формулам табл. II, получаем:

$$q_1 = 556 - 39 = 517;$$

$$x_1 = +7 \cdot \frac{556}{517} = +7.4;$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1417}{517} = 2.7;$$

$$R_1 = 378 - 43 = 335;$$

$$\delta_1 = 14.22 \cdot \frac{378}{335} + \frac{1417 \cdot 7.4}{31 \cdot 335} = 16.0 + 1.0 = +17.0;$$

$$n_1 = 2.7 + 0.53 \cdot 17 + \frac{7.4 \cdot 17}{356} = 2.7 + 9.0 + 0.3 = +12.0;$$

$$k_1 = 2.7 - 0.47 \cdot 17 + \frac{7.4 \cdot 17}{356} = 2.7 - 8.0 + 0.3 = -5.0;$$

$$m_1 = (1.09 - 1.06) \cdot \frac{11\,000}{12\,417} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1417 \cdot 2.7}{12\,417} = 0.03 + 0.15 = +0.18$$

Следовательно будет:

Углубление форштевня: 25.0 + 12.0 = 37.0 ф.

Углубление ахтерштевня: 26.0 — 5.0 = 21.0 „

Метацентрическая высота: 3.00 + 0.18 = 3.18 „

Ясно, что при такой осадке управление кораблем невозможно. Чтобы выправить корабль, положим, что затопляются: вся 9-я группа, вся 3-я группа, кроме отделения рулевой машины (№ 133), и вся 7-я группа.

По табл. I имеем:

$$p = 156 + 487 + 1142 = 1785$$

$$n = -0.68 - 1.98 - 2.79 = -5.45$$

$$k = +1.10 + 3.42 + 6.47 = +10.99$$

$$\mu = 0.00 + 0.35 + 0.77 = +1.12$$

Придавая эти величины к ранее полученным и соответствующим 3-й группе, имеем:

$$p_0 = 1417 + 1785 = 3202$$
$$n_0 = +10.17 - 5.45 = +4.72$$
$$k_0 = -4.05 + 10.99 = +6.94$$
$$m_0 = +0.40 + 1.12 = 1.52$$

Следовательнс:

$$\delta_0 = 4.72 - 6.94 = -2.22$$

Как видно, корабль приобретает свыше 2 ф. дифферента на корму, поэтому можно в группе 8-й не затоплять и отделение 134 — румпельное, тогда мы получили бы значения:

$$p_0 = 3055 \text{ т}$$
$$n_0 = +5.41 \text{ ф.}$$
$$k_0 = +5.83 \text{ „}$$
$$m_0 = 1.46 \text{ „}$$

и было бы:

$$\delta_0 = -0.42 \text{ ф.}$$

или, округляя:

$$\delta_0 = -0.4 \text{ ф.}$$

Затем по формулам табл. II имеем:

$$q_1 = 556 - 39 = 517;$$
$$x_1 = 7 \cdot \frac{556}{517} = +7.5;$$
$$\varepsilon_1 = \frac{3055}{517} = 5.9;$$
$$R_1 = 378 - 43 = 335;$$
$$\delta_1 = -0.4 \cdot \frac{378}{335} + \frac{3055 \cdot 7.4}{31 \cdot 335} = -0.45 + 0.22 = -0.23$$

или кругло $\delta_1 = -0.2$;

$$n_1 = +5.9 + 0.53 \cdot (-0.2) + \frac{7.5 \cdot (-0.2)}{356} = +5.8;$$
$$k_1 = +5.9 - 0.47 \cdot (-0.2) + \frac{7.5 \cdot (-0.2)}{356} = +6.0;$$
$$m_1 = (1.46 - 1.06) \cdot \frac{11\,000}{14\,055} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3055 \cdot 5.9}{14\,055} = 0.31 + 0.64 = +0.95.$$

Итак, после выравнивания будет:
Углубление форштевня: $25 + 5{,}8 = 30.8$ ф.
Углубление ахтерштевня: $25.5 + 6.0 = 31.5$ ф.
Метацентрическая высота: $3.00 + 0.95 = 3.95$ ф.

А так как при этом корабль не лишен ни котлов, ни машин, ни руля, то ясно, что он может быть управляемым.

Пример 4. От таранного удара близ миделя повреждены жилая палуба, надводный борт, переборка бортового коридора и угольных ям в правом кормовом кочегарном отделении, так что повреждены и затопляются через пробоины отделения: №№ 70, 72, 76, 78, 82, 84 и 88.

Достаточно взгляда на табл. I, чтобы видеть, что в этом случае крен составит около 20°, если не принять никаких мер. Табл. II показывает, что начальная метацентрическая высота уменьшается *на 4.02 ф.* от потери площади грузовой. Эта потеря настолько велика, что корабль опрокидывается.

Необходимо принять меры: 1) к уменьшению крена — открыть дверь (в диаметральной переборке котельного отделения этой двери нет) и *горловины* угольных ям № 83 и № 85. Тогда крен будет ничтожный; 2) принять меры к увеличению остойчивости, затопляя все *междудонные* отделения.

Таким образом, затопляются, кроме поврежденных, еще следующие отделения:

междудонные: №№ 17, 18, 19; 42, 43, 44; 67, 68, 69; 90, 91; 108 и 109; котельное (№ 89) и угольные ямы (№№ 83 и 85).

Табл. I дает:

	p	n	k	θ	m
№№ 17, 18, 19	149	+1.03	—0.36	—	+0.25
„ 42, 43, 44		+0.89	—0.10	—	+0.39
„ 67, 68, 69	229	+0.34	—9.40	—	+0.36
„ 90 и 91	216	—0.08	+0.56	—	+0.26
„ 108 и 109	154	0.32	+0.80	—	+0.25
„ 70, 72, 76 и 78	147	+0.10	+0.08	+3°.32	+0.03
„ 82, 83, 84 и 85	410	+0.88	+0.60	—	+0.32
„ 88 и 89	1210	+1.99	+0.60	—	+1.26
Сумма	2575	+4.76	+3.68	+3°.32	+3.12

Итак:

$p_0 = 2575$; $n_0 = +4.76$; $k_0 = +3.68$; $\theta_0 = +3°.32$;

$m_0 = +3.12$

$\delta_0 = n_0 - k_0 = 4.76 - 3.68 = +1.08$

Из табл. II имеем для 5-го отделения:

$\xi = -2$; $q = 90$; $\mu = 4.02$; $\lambda = 14$

Вычисляя по формулам табл. II, имеем:

$$q_1 = 556 - 90 = 466;$$

$$x_1 = -2 \cdot \frac{556}{466} = -2.2;$$

$$\varepsilon_1 = \frac{2575}{466} = 5.5 \text{ фута};$$

$$R_1 = 378 - 14 = 364;$$

$$\delta_1 = 1.08 \cdot \frac{378}{364} - \frac{2575 \cdot 2.2}{31 \cdot 364} = 1.12 - 0.5 = +0.72;$$

$$n_1 = 5.5 + 0.53 \cdot 0.72 - \frac{2.2}{356} \cdot 0.72 = 5.5 + 0.4 = +5.9;$$

$$k_1 = 5.5 - 0.47 \cdot 0.72 - \frac{2.2}{356} \cdot 0.72 = 5.5 - 0.3 = +5.2;$$

$$m_1 = (3.12 - 4.02) \cdot \frac{11\,000}{13\,575} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2575 \cdot 5.5}{13\,575} = -0.73 + 0.51 = -0.22;$$

$$\theta_1 = +3°.32 \cdot \frac{3}{3 - 0.22} = 3°.32 \cdot \frac{3}{2.78} = +3°.6.$$

Таким образом, корабль будет иметь:
Углубление форштевня: $25 + 5.9 = 30.9$ ф.
Углубление ахтерштевня: $26 + 5.2 = 31.2$ ф.
Крен: $\theta_1 = +3°.6$ (на правую сторону).
Метацентрическая высота:[1] $3.00 - 0.22 = 2.78$ ф.

Эти примеры в достаточной мере поясняют пользование таблицами и важность выравнивания корабля затоплением отделений при борьбе с пробоинами.

§ **67.** По поводу этого последнего примера приводим для образца со всеми подробностями расчет, подтверждающий высказанное положение, что корабль, при допущенных повреждениях и отсутствии двери в диаметральной переборке, опрокидывается.

Чтобы выполнить этот расчет, принимаем за координатную плоскость zy — плоскость шпангоута, проходящего через центр тяжести корабля, направив ось z-ов по диаметральной плоскости вверх и ось y-ов перпендикулярно диаметральной плоскости вправо, т. е. в сторону погружающегося борта. Начало координат может быть взято произвольно, удобно его брать так, чтобы все координаты z были положительными, в виду чего оно и взято в точке K на 25 ф. ниже грузовой ватерлинии корабля (фиг. 84).

Пусть G есть центр тяжести корабля, C — центр величины при наклоном на угол θ положении, M — метацентр при этом же угле крена, и пусть координаты этих точек суть соответственно:

---

[1] Предполагая, что начальная метацентрическая высота была 3.00 ф.

Точки

$$G \ldots \quad KG = b$$

$$C \ldots \quad KE = y_c;\ CE = z_c$$

$$M \ldots \quad y_m \text{ и } z_m$$

Тогда для равновесия корабля необходимо соблюдение условия:

$$y_c \cos\theta + z_c \sin\theta - b \sin\theta = 0 \qquad (1)$$

предполагая при этом, что водоизмещение корабля, за вычетом поврежденных отсеков, равно первоначальному.

Критериумом устойчивости этого положения равновесия служит знак трехчлена

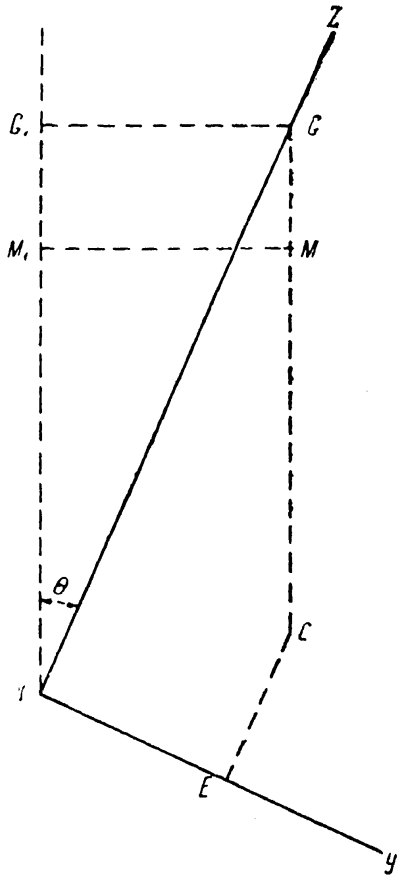
$$z_m \cos\theta - y_m \sin\theta - b \cos\theta \qquad (2)$$

представляющего собой вертикальное расстояние $M_1 G_1$ между метацентром и центром тяжести.

Заметим, что трехчлен, стоящий в левой части формулы (1), представляет собою плечо восстановляющей (если он > 0) или кренящей (если < 0) пары.

Если при каком-нибудь частном значении угла θ трехчлен (1) окажется отрицательным, а трехчлен (2) положительным, то это показывает, что равновесие еще не наступило и что корабль будет продолжать увеличивать свой крен. Если же при каком-либо частном значении θ оба трехчлена отрицательные, то это показывает, что корабль опрокидывается.

Таким образом, весь вопрос сводится к вычислению величин y_c, z_c, y_m, z_m при разных значениях угла θ.



Фиг. 84.

Для броненосца „Петропавловск“ вместе с таблицами, показывающими влияние повреждений на крен, дифферент и остойчивость, были составлены и подробные расчеты остойчивости, совершенно подобные приведенным выше и относящимся к броненосцу „Слава“.

Заметив, что в этих таблицах за начало координат принято положение Ц. В. C_0 в прямом положении корабля, лежащее на 10.80 ф. ниже грузовой ватерлинии, увидим, что при принятом в настоящем расчете расположении осей, начало которых в точке O (фиг. 85), надо ко всем значениям z, показанным в упомянутой таблице, прибавить 14.20, и получится такая таблица, относящаяся к неповрежденному кораблю при нормальном углублении:

Крен θ	Координаты Ц. В.		Метацентр. радиус r_0	Отстояние центра тяж. площ. накл. ват. от диам. плоскости
	y_c	z_c		
0°	0.00	14.20	16.37	0.00
10	2.86	14.45	16.65	0.33
20	5.74	15.23	17.76	0.88
30	8.53	16.53	16.23	1.02
40	10.75	18.03	12.82	—0.14

Чтобы вычислить координаты центра величины и метацентра дл поврежденного корабля в наклонном его положении, сделаем, во-первых, следующие обозначения на фиг. 85:

HH — горизонт воды,

$II_1 I_2$ — верхняя палуба,

$FF_1 F_2$ — батарейная палуба,

ND — жилая палуба,

AB — накрашенная на корабле естественная грузовая,

AI_2 — наклонная ватерлиния, отсекающая объем V_0 у неповрежденного корабля,

v_0 — объем затопленных отделений, считая их по накрашенную грузовую AB (т. е. v_0 есть объем ABK),

η_0 и ζ_0 — координаты центра тяжести объема v_0

v_1 — объем слоя между HH и AI_2, считая его полностью, т. е. как-будто бы корабль был переуглублен без повреждения,

η_1 и ζ_1 — координаты центра тяжести слоя v_1

v' — объем добавочного слоя $ABDE$ между 48-й и 61-й переборками,

η' и ζ' — координаты центра тяжести слоя v'

v_2 — объем призмы (потерянной) между 48 и 61 шпангоутами на жилой и батарейной палубах, т. е. объем, сечение которого есть трапеция $DEF_1 I_1 I_2 F_2$

η_2 и ζ_2 — координаты центра тяжести объема v_2

v_3 — объем призмы (потерянной) на батарейной палубе между 32-м и 48-м шпангоутами, т. е. объем, сечение которого есть трапеция $F_1 F_2 I_1 I_2$,

η_3 и ζ_3 — координаты центра тяжести объема v_3

Замечаем, во-первых, что толщина слоя $AEI_1 I_2$, которую обозначим через e_1, должна быть выбрана так, чтобы было:

$$v_1 - v' - v_2 - v_3 - v_0 = 0 \qquad (3)$$

Допуская это и применяя теорему моментов, имеем:

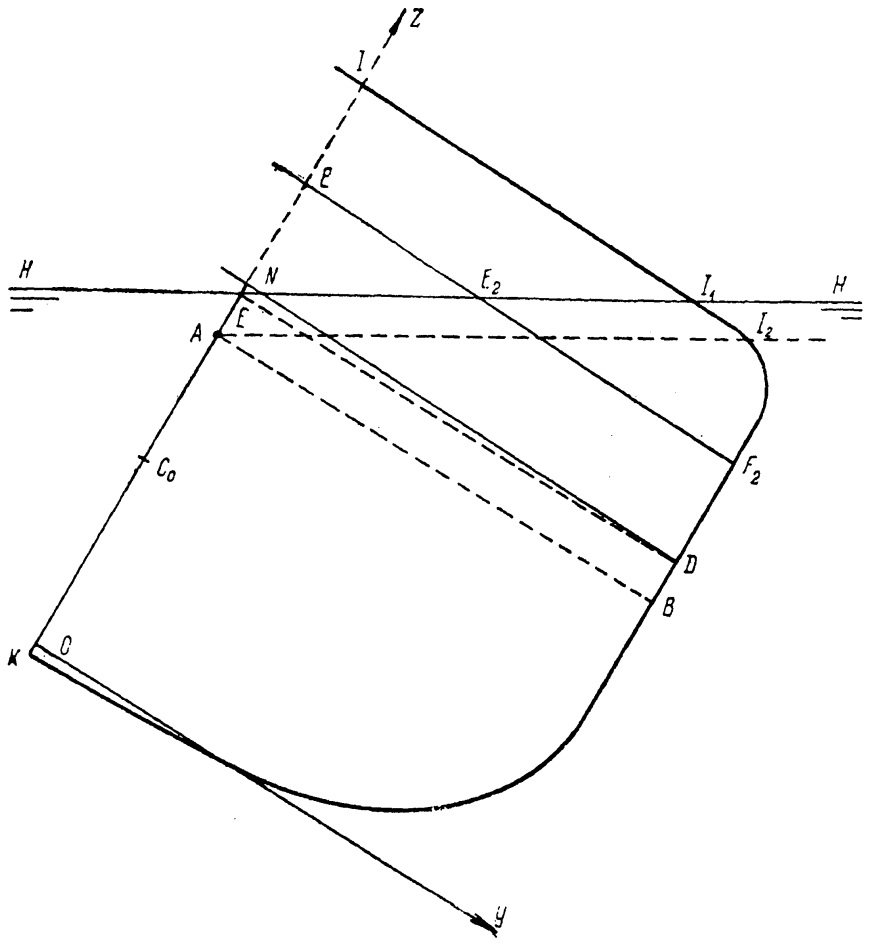
$$V_0 \cdot y_c = V_0 y_0 + v_1 \eta_1 - v' \eta' - v_2 \eta_2 - v_3 \eta_3 - v_0 \eta_0$$

откуда:

$$y_c = y_0 + \frac{v_1 \eta_1}{V_0} - \frac{v' \eta' + v_0 \eta_0}{V_0} - \frac{v_2 \eta_2 + v_3 \eta_3}{V_0} \tag{4}$$

и точно так же:

$$z_c = z_0 + \frac{v_1 \zeta_1}{V_0} - \frac{v' \zeta' + v_0 \zeta_0}{V_0} - \frac{v_2 \eta_2 + v_3 \zeta_3}{V_0} \tag{5}$$



Фиг. 85.

Затем, обозначая через ρ_1 метацентрический радиус при наклонном положении корабля и утраченной поврежденной части грузовой имеем:

$$y_m = y_c - \rho_1 \cdot \sin\theta \tag{6}$$

$$z_m = z_c + \rho_1 \cdot \cos\theta \tag{7}$$

Формулы (4), (5), (6) и (7) и послужат для нашего вычисления.

Нетрудно видеть, что, если равновесие возможно, то крен составит около 30°; намечаем сперва приближенно наклонную ватерлинию так, чтобы толщина слоя составляла около 3 ф. и вычисляем приближенные величины объемов v_2, v_3, v'. Окажется: $v_2 = 450$ т; $v_3 = 150$ т; $v' = 150$ т и, так как $v_0 = 370$ т, то $v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v' = 1620$ т, и, следовательно, $e_1 = \frac{1620}{556} = 2.91$ ф. Берем круглое $e_1 = 3$ ф., проводим наклонную действующую ватерлинию HH и выносим ее на чертеж, с которого и сни-

маем затем данные для дальнейших вычислений, для упрощения которых возьмем взамен криволинейных площадей равные им трапеции, и центры тяжести этих трапеций определим графически.

Таким образом, получаем,

$$v_2 = \frac{6.2 + 35.0}{2} \cdot 15.5 \frac{52}{35} = 474 \text{ т};$$

$$\eta_2 = 22.0 \text{ ф}; \quad \zeta_2 = 25 + 8.8 = 33.8 \text{ ф};$$

$$v_3 = \frac{5.3 + 20.2}{2} \cdot 7.7 \cdot \frac{64}{35} = 180 \text{ т};$$

$$\eta_3 = 26.2 \text{ ф}; \quad \zeta_3 = 25 + 14 = 39 \text{ ф};$$

$$v' = \frac{35 \cdot 3 \cdot 52}{35} = 156 \text{ т};$$

$$\eta' = 17.5 \text{ ф}; \quad \zeta' = 1.[illegible] + 25 = 26.5 \text{ ф}.$$

Чтобы вычислить v_0, $v_0\eta_0$, $v_0\zeta_0$, обратимся к тем вычислениям, которые послужили для составления табл. I, и где показаны под соответственными №№ отделений их объемы, считанные по естественную грузовую ватерлинию, и положения центров тяжести их.

Пользуясь этими данными, имеем:

№№ отделений	v	η	$v\eta$	ζ	$v\zeta$
70	26	32.0	} 1470	16.5	} 760
72	20	32.0		16.5	
76	8	30.5	} 427	23.0	} 322
78	6	30.5		23.0	
82	114	26.0	} 5340	14.0	} 11340
84	91	26.0		14.0	
88	605	9.7	5870	14.0	

$$v_0 = 870; \quad v_0\eta_0 = 13\,107; \quad v_0\zeta_0 = 12\,422$$

Для слоя v_1 имеем:

$$v_1 = 870 + 156 + 180 + 474 = 1\,680$$

Толщина слоя $e_1 = \frac{1\,680}{560} = 3.00$ ф.

Чтобы получить место центра тяжести слоя, берем данные расчетов остойчивости и нижеприводимых двух вспомогательных табличек и получаем:

$$\eta_1 = \varepsilon_1 \cos 30° = -0.07; \qquad \zeta_1 = 25 + \frac{e_1}{2} + \varepsilon_1 \sin 30° = 26.5$$

и формула (4) дает:

$$y_c = 8.53 - \frac{1\,680 \cdot 0.07}{11\,000} - \frac{156 \cdot 17.5 + 13\,107}{11\,000} - \frac{474 \cdot 22 + 180 \cdot 26.2}{11\,000} =$$

$$= 8.53 - 0.01 - 1.44 - 1.37 = 5.71$$

$$z_c = 16.53 + \frac{1\,680 \cdot 26.5}{11\,000} - \frac{156 \cdot 26.5 + 12\,422}{11\,000} - \frac{474 \cdot 33.8 + 180 \cdot 39}{11\,000} =$$

$$= 16.53 + 4.05 - 1.51 - 2.09 = 16.98$$

$$r = y_c \cos 30° + z_c \sin 30° - b \sin 30° = 5.71 \cdot 0.866 -$$

$$- (27.58 - 16.98) \cdot \frac{1}{2} = 4.94 - 5.30 = -0.36$$

Чтобы вычислить координаты метацентра, надо сперва вычислить величину метацентрического радиуса.

Для этой цели составляем следующую таблицу:

Наклон ветерлинии $\theta = 30°$; $e_1 = 3.00$ ф.

№№ сечений	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	9.8	7.7	0.96	0.94	0.94	0.46
2	28.8	27.8	8.29	7.73	23.88	21.48
3	29.5	30.8	8.70	9.49	25.67	29.22
4	29.5	37.8	8.70	14.29	25.67	54.01
5	29.5	38.3	8.70	14.67	25.67	56.18
6	29.5	37.5	8.70	14.06	25.67	52.73
7	29.5	30.3	8.70	9.18	25.67	27.72
8	29.5	27.2	8.70	7.40	25.67	20.12
9	17.0	10.0	2.89	1.00	4.91	1.00
	231.6	247.4	64.34	78.41	183.75	263.02
	247.4		—78.41			183.75
	479.0		—14.07			446.77

$$s = 479 \cdot 41 = 19\,700$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{1407}{479} = -1.47$$

$$s\varepsilon^2 = 42\,600$$

$$\frac{s\varepsilon^2}{V_0} = \frac{42\,600}{384\,000} = 0.11$$

$$\rho = \frac{446.77}{27.6} - 0.11 = 16.17 - 0.11 = 16.06$$

Наклон ватерлинии $\theta = 30°$; $e_1 = 1.5$ ф.

№№ сечений	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$
1	9.2	7.2	0.85	0.52
2	29.4	27.1	7.64	7.34
3	31.0	30.0	9.61	9.00
4	32.7	37.0	10.69	13.69
5	32.7	37.6	10.69	14.14
6	32.7	36.8	10.69	13.54
7	32.0	29.0	10.24	8.41
8	31.4	25.8	9.85	6.65
9	16.2	8.7	2.62	0.76
	247.3	239.2	73.89	74.05
	239.2		—74.05	
	486.5		— 0.16	

$$\varepsilon = -\frac{1}{2} \cdot \frac{16}{486} = -0.02$$

$$\varepsilon_1 = (-1.47 - 0.02 \cdot 4 + 1 \cdot 1.02)\frac{1}{6} = -0.08$$

Чтобы вычислить ρ_1, определяем момент инерции потерянной площади ватерлинии;

Потеря между 48-м и 61-м шпангоутами:

$$\frac{1}{3} \cdot 32^3 \cdot 52 = 568\,000$$

Потеря между 32-м и 48-м шпангоутами:

$$\frac{1}{3}(32^3 - 17^3) \cdot 64 = 594.000$$

$$i = 1\,162\,000$$

$$\varepsilon = \frac{32 \cdot 52 \cdot 16 + 15 \cdot 64 \cdot 24.5}{19\,700 - 32 \cdot 52 - 15 \cdot 64} = \frac{50\,200}{17\,100} = 2.93$$

$$i_0 = i - s \cdot \varepsilon^2 = 1\,162\,000 - 17\,100 \cdot (2.93)^2 = 1.162\,000 - 146\,800 = 1\,015\,200$$

$$\rho_1 = \rho - \frac{i_0}{V_0} = 16.06 - \frac{1\,015\,200}{384\,000} = 16.06 - 2.64 = 13.42$$

Значит, координаты метацентра будут:

$$y_m = 5.71 - 13.42 \sin 30° = 5.71 - 6.71 = -1.00$$

$$z_m = 16.93 + 13.42 \cos 30° = 16.93 + 11.62 = 28.55$$

и, следовательно, будет:

$$G_1 M_1 = 28.55 \cos 30° + 1.00 \cdot \sin 30° - 27.58 \cdot \cos 30° =$$

$$= 0.97 \cos 30° + 1.00 \sin 30° = 0.84 + 0.50 = 1.34$$

Итак, при $\theta = 30°$ имеем:

$$r = -0.36$$

$$G_1 M_1 = +1.34$$

что показывает, что равновесие при этом угле крена места не имеет и, так как $G_1 M_1 > 0$ и $r < 0$, то крен должен быть больше 30°.

Если бы метацентрическая высота сохраняла свою величину 1.34, то добавочный крен составил бы приблизительно:

$$57°.3 \cdot \frac{0.36}{1.34} = 15°.4$$

значит, надо бы взять $\theta = 45°.4$, но так как для 45° нет готовых данных об остойчивости, то берем $\theta = 40°$ и проделываем совершенно то же вычисление, какое проделано для $\theta = 30°$.

Пользуясь результатами первого приближения, проводим наклонную ватерлинию так, что толщина слоя v_1 есть 3.75 ф., тогда, пользуясь чертежом, получаем следующие величины:

$$v' = \frac{35 \cdot 4.3 \cdot 52}{35} = 223 \text{ т}; \quad \eta' = 17.5 \text{ф.}; \quad \zeta' = 27.2 \text{ ф.};$$

$$v_2 = \frac{35 + 16.2}{2} \cdot 14.4 \cdot \frac{52}{35} = 547 \text{ т}; \quad \eta_2 = 20.7 \text{ ф.}; \quad \zeta_2 = 35.5 \text{ ф.};$$

$$v_3 = \frac{15 + 26.6}{2} \cdot 7.6 \frac{64}{35} = 290 \text{ т}; \quad \eta_3 = 22.7 \text{ ф.}; \quad \zeta_3 = 39.5 \text{ ф.}$$

Чтобы вычислить v_1, η_1, ζ_1 и метацентрический радиус, составляем опять вспомогательные таблички для наклонных под углом $\theta = 40°$ ватерлиний, проведенных одна на 3.75 ф, выше той, которая отсекает объем V_0, и другая на 1.88 ф., получим: (см. табл. на стр. 298):

Наклон ватерлинии $\theta = 40°$; $e_1 = 1.88$ ф.

№№ сечений	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$
1	11.0	7.8	1.21	0.61
2	26.0	27.0	6.76	7.29
3	26.0	29.8	6.76	8.88
4	26.0	35.8	6.76	12.82
5	26.0	36.4	6.76	13.25
6	26.0	35.6	6.76	12.67
7	26.0	27.3	6.76	7.45
8	26.0	24.3	6.76	5.90
9	20.2	8.3	4.08	0.69
	213.2	232.3 213.2	52.6	69.56 52.61
		445.5		—16.95

$s = 445.5 \cdot 41 = 18\,250$ кв. ф.

$q = \frac{s}{35} = 521$ т.

$e = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1695}{445.5} = -19.1$ ф.

Наклон ватерлинии $\theta = 40°$; $e = 3.75$ ф.

№№ сечений	a	b	$\frac{a^2}{100}$	$\frac{b^2}{100}$	$\frac{a^3}{1000}$	$\frac{b^3}{1000}$
1	12.2	8.4	1.49	0.71	1.81	0.59
2	22.3	28.5	4.97	8.12	11.09	23.15
3	22.3	31.4	4.97	9.86	11.09	30.96
4	22.3	37.8	4.97	14.29	11.09	54.01
5	22.3	38.5	4.97	14.82	11.09	57.07
6	22.3	37.7	4.97	14.21	11.09	53.58
7	22.3	29.5	4.97	8.70	11.09	25.67
8	22.3	26.3	4.97	6.92	11.09	18.19
9	20.8	10.1	4.33	1.02	9.00	1.03
	189.1	248.2 189.1	40.61	78.65 40.61	88.44	264.35 88.44
		437.3		—38.04		352.69

$s = 437.3 \cdot 41 = 17\,920$ кв. ф.

$q = \frac{s}{35} = 512$ т.

$\varepsilon = -\frac{38.04}{2.437.3} = -4.35$

$\rho = \frac{352.69}{27.6} - \frac{s \cdot \varepsilon^2}{384\,000} = 12.78 - \frac{339\,000}{384\,000} = 12.78 - 0.88 = 11.90$

Для ватерлинии $\theta = 40°$, $e = 0$ имеем по расчетам остойчивости:

$$q = 526; \quad \varepsilon = -0.14$$

Итак, будет:

$$q_1 = \frac{1}{6}(526 + 4 \cdot 551 \cdot 512) = 520 \text{ т}$$

$$-\varepsilon_1 = \frac{1}{6}(0.14 + 4 \cdot 1.91 + 4.35) = 2.02.$$

Итак, для $v_1 = 1\,930$; $\eta_1 = \varepsilon_1 \cos 40° = -2.02 \cdot 0.77 = -1.6$;

$$\zeta_1 = 25 + \frac{e_1}{2} - \varepsilon_1 \sin 40° = 25 + 1.86 - 2.02 \cdot 0.64 = 25.6.$$

Толщина слоя $e_1 = \frac{1\,930}{520} = 3.72$ ф.

Чтобы вычислить ρ_1 для поврежденного корабля, имеем следующие утраченные площади:

	Площадь	Плечо	Момент
На жилой палубе:			
(от 48-го до 61-го шп.) $s = 23.2 \cdot 52 =$	1 210	(16.0)	19 400
На батарейной палубе:			
(от 32-го до 48-го шп.) $s = 11.7 \cdot 64 =$	750	(20.8)	15 600
	1 960		35 000

$\varepsilon = \frac{35\,000}{15\,860} + 4.35 = 2.21 + 4.35 = 6.58$ (влево от диаметральной плоскости по наклонной ватерлинии).

Момент инерции на жилой палубе:

$$\frac{1}{3}(28.8^3 - 5.6^3) \cdot 52 = 410\,000$$

Момент инерции на батарейной палубе:

$$\frac{1}{3}(28.8^3 - 17^3) \cdot 64 = 405\,000$$

$$-15\,860 \cdot (2.21)^2 = \frac{-77\,400}{737\,600}$$

Значит:

$$\rho_1 = 11.90 - \frac{737\,600}{384\,000} = 11.90 - 1.92 = 9.98 \text{ ф.}$$

Таким образом получается такая табличка:

v	η	$v\eta$	ζ	$v\zeta$
1930	—1.6	— 3090	25.6	+49400
—223	17.5	— 3910	27.2	— 6060
—547	20.7	—11300	35.5	—19450
—290	22.7	— 6590	39.5	—11500
—870	—	—13107	—	—12422
+1930		—37997		—49432
—1930				+49400
0				—32

$$\frac{\Sigma v\eta}{V_0} = -\frac{37997}{11000} = -3.45; \qquad \frac{\Sigma v\zeta}{V_0} = 0.00$$

Следовательно, координаты центра величины будут:

$$y_c = y_0 - 3.45 = 10.75 - 3.45 = 7.30; z_c = 18.03 + 0.00 = 18.03$$

Плечо восстановляющей пары:

$$r = y_c \cos 40° - (27.58 - 18.03) \sin 40° = 7.30 \cdot 0.766 - 9.55 \cdot 0.743 =$$

$$= 5.49 - 6.14 = -0.55$$

Координаты метацентра:

$$y_m = 7.30 - 9.98 \sin 40° = 7.30 - 6.42 = 0.88$$

$$z_m = 18.03 + 9.98 \cos 40° = 18.03 + 7.65 = 25.68$$

$$G_1 M_1 = -y_m \sin\theta + (z_m - b)\cos\theta =$$

$$= -0.8 \sin 40° - (27.58 - 25.68) \cos 40° = -0.57 - 1.45 = -2.02$$

Итак, при угле $\theta = 40°$

$$r = -0.55; \qquad G_1 M_1 = -2.02$$

следовательно, корабль опрокидывается, что было затем подтверждено опытом на модели.

§ 68. Как другой пример подобного рода расчетов и таблиц приведем броненосец „Слава“. На этом броненосце нижняя броневая палуба лежит почти в плоскости грузовой ватерлинии, поэтому при расчете все отделения трюма можно принимать сверху закрытыми.

Таблица

Броненосец „Слава“

Влияние затопления отделений трюма на крен, дифферент и остойчивость, когда надводный борт не поврежден

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
№ отделения	Наименование отделений	Объем отделения по ниж. бронев. палубу (куб. ф.)	Изменение среднего углубления (футы)	Изменение углубления форштевня (футы)	Изменение углубления ахтерштевня (футы)	Крен	Изменение метацентрической высоты (футы)
	Группа 1-я. От 0-го до 13-го шпангоута						
1	Таранное: 1—5-й шп., под карапасом . . .	26	0.04	0.25	—0.14	0°00	0.02
2	„ 1—5 „ над „ . . .	15	0.02	0.14	—0.08	0°00	0.00
3	Мокрой провиз.: 5—13-й шп., под платф. .	100	0.15	0.83	—0.43	0°00	0.10
4	„ „ 5—13 „ над „ .	105	0.16	0.88	—0.46	0°00	0.05
5	Шкиперское: 5—13-й шп., над карапасом .	117	0.18	0.98	—0.51	0°00	0.00
	Группа 2-я. От 13-го до 26-го шпангоута						
6	Междудонное: 13—19-й шпангоуты	80	0.12	0.59	—0.29	0°00	0.11
7	„ 19—26 „	117	0.18	0.76	—0.32	0°00	0.16
8	Междудонное борт.: 13—19-й шп., правое .	28	0.04	0.21	—0.10	0°42	0.02
9	„ „ 13—19 „ левое . .	28	0.04	0.21	—0.10	—0°42	0.02
10	„ „ 19—26 „ правое .	34	0.05	0.22	—0.10	0°76	0.02
11	„ „ 19—26 „ левое . .	34	0.05	0.22	—0.10	—0°76	0.02
12	Бортов. коридор: 13—19-й шп., правый . .	25	0.04	0.19	—0.09	0°32	0.01
13	„ „ 13—19 „ левый . . .	25	0.04	0.19	—0.09	—0°32	0.01
14	„ „ 19—26 „ правый .	33	0.05	0.21	—0.09	0°67	0.01
15	„ „ 19—26 „ левый . . .	33	0.05	0.21	—0.09	—0°67	0.01
16	Коридор за бронею: 13—19-й шп., правый .	21	0.03	0.16	—0.08	0°29	0.00
17	„ „ „ 13—19 „ левый .	21	0.03	0.16	—0.08	—0°29	0.00
18	„ „ „ 19—26 „ правый .	18	0.03	0.12	—0.05	0°39	0.00
19	„ „ „ 19—26 „ левый .	18	0.03	0.12	—0.05	—0°39	0.00
20	Торп. зап.: 13—17½-й шп., под платф. прав.	39	0.06	0.30	—0.14	0°23	0.04
21	„ „ 13—17½ „ „ „ лев. .	39	0.06	0.30	—0.14	—0°23	0.04
22	Проходы и выходы в отдел. зап. 13—19-й	14	0.02	0.10	—0.05	0°00	0.02
23	Зарядн. отд. мин. Уайтх.: 17½—19-й, пр. .	19	0.03	0.14	—0.06	0°13	0.02
24	„ „ „ „ 17½—19 шп., лев.	19	0.03	0.14	—0.06	—0°13	0.02
25	Патр. 75-мм на платф.: 13—15½-й шп. . . .	44	0.07	0.34	—0.16	0°00	0.02
26	Мин. загр.: 19—22-й шп., под платф. прав.	38	0.06	0.26	—0.11	0°38	0.04
27	„ „ 19—22 „ „ „ лев. .	38	0.06	0.26	—0.11	—0°38	0.04
28	Проход: 18—22-й шп.	7	0.01	0.05	—0.02	0°00	0.01
29	Крюйт-камера 12-д. 22—26-й шп., пр. . . .	66	0.10	0.42	—0.17	0°75	0.07
30	„ „ „ 22—26 „ лев. . .	66	0.10	0.42	—0.17	—0°75	0.07
31	Вход в крюйт-камеру	19	0.03	0.12	—0.05	0°00	0.02
32	Крюйт-камера 12-д. по платф, прав. . . .	25	0.04	0.19	—0.08	0°22	0.01
33	„ „ „ „ „ лев. . . .	25	0.04	0.19	—0.08	—0°22	0.01
34	Вход в верхнюю крюйт-камеру	14	0.02	0.10	—0.05	0°00	0.01
35	Бомб. погреба 12-д. подб. отдел.	216	0.34	1.46	—0.63	0°00	0.05
36	Отдел. кубр. за выкл. подбаш.	233	0.36	1.59	—0.70	0°00	0.00
37	Подвод. торп. аппарат: 23—26-й шп. . . .	156	0.24	0.96	—0.38	0°00	0.16

(Продолженіе)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
	Группа 3-я. От 26-го до 32-го шпангоута						
38	Междудонное: 26—32-й шп.	122	0.19	0.67	—0.23	0°00	0.17
39	Борт. межд.: 26—32-й шп., правое	33	0.05	0.18	—0.06	0°95	0.02
40	„ „ 26—32 „ левое	33	0.05	0.18	—0 06	—0°95	0.02
41	Борт кор.: 26—32-й шп., правый	29	0.04	0.15	—0.06	0°78	0.01
42	„ коридор: 26—32-й шп., левый	29	0.04	0.15	—0.06	—0°78	0.01
43	Коридор за бронею: 26—32-й шп., правый	18	0.03	0.10	—0.03	0°50	0.00
44	„ „ „ 26—32 „ левый .	18	0.03	0.10	—0.03	—0°50	0.00
45	Канатн. ящики, все вместе	45	0.07	0.26	—0.09	0°00	0.04
46	Патр. погр. мелкой ар. под пл., 26—32-й шп.	209	0.33	1.12	—0.35	0°00	0.22
47	Патронный погреб 6-дюйм. на платф. . . .	107	0.17	0.59	—0.19	0°00	0.06
48	Бомб. погр. 6-дюйм. на платф., правый . .	35	0.05	0.19	—0.07	0°66	0.02
49	„ „ 6-дюйм. „ „ левый . . .	35	0.05	0.19	—0.07	—0°66	0.02
50	Подбаш. и упр. баш. на платф. и кубрик. все	386	0.60	2.06	—0.66	0°00	0.04
	Группа 4-я. Носовое котельное отделение						
51	Междудонное: 32—38-й шп.	143	0.22	0.65	—0.15	0°00	0.21
52	„ 38—44 „	145	0.22	0.52	—0.03	0°00	0.21
53	Борт. межд.: 32—38-й шп., правое	34	0.05	0.15	—0.04	1°20	0.02
54	„ „ 32—38 „ левое	34	0.05	0.15	—0.04	—1°20	0.02
55	„ „ 38—44 „ правое	36	0.06	0.13	0	1°29	0.03
56	„ „ 38—44 „ левое	36	0.06	0.13	0	—1°29	0.03
57	Борт. корид.: 32—38 „ правый	29	0.04	0.13	—0.03	0°94	0.01
58	„ „ 32—38 „ левый	29	0.04	0.13	—0.03	—0°94	0.01
59	„ „ 38—44 „ правый	31	0.05	0.11	0	1°02	0.01
60	„ „ 38—44 „ левый	31	0.05	0.11	0	—1°02	0.01
61	Кор. за брон.: 32—38-й шп., правый . . .	18	0.03	0.08	—0.01	0°61	0.00
62	„ „ „ 32—38 „ левый	18	0.03	0.08	—0.01	—0°61	0.00
63	„ „ „ 38—44 „ правый . . .	28	0.03	0.07	0	0°63	0.00
64	„ „ „ 38—44 „ левый	28	0.03	0.07	0	—0°63	0.00
65	Угольная яма попер.: 32—44-й шп., ...	180	0.26	0.88	—0.23	0°00	0.10
66	„ „ на кубр.: 34—42-й шп., правая	65	0.10	0.26	—0.04	1°69	0.00
67	„ „ „ „ 34—42 „ левая .	65	0.10	0.25	—0.04	—1°69	0.00
68	„ „ попер.: 42—44 „ . . .	285	0.44	0.93	—0.02	0°00	0.16
69	Котельное отделение со входами	1250	1.95	4.87	—0.53	0°00	0.65
	Группа 5-я. От 44-го до 47-го шпангоута						
70	Междудонное: 44—47-й шп.	75	0.11	0.21	0.02	0°00	0.11
71	Бортов. межд.: 44—47 „ правое	19	0.03	0.06	0.01	0°68	0.01
72	„ „ 44—47 „ левое	19	0.03	0.06	0.01	—0°68	0.01
73	Бортов. кор.: 44—47-й шп., правый	16	0.02	0.04	0	0°52	0.01
74	„ „ 44—47 „ левый	16	0.02	0.04	0	—0°52	0.01
75	Кор. за брон.: 44—47 „ правый	9	0.01	0.02	0	0°31	0.00
76	„ „ „ 44—47 „ левый	9	0.01	0.02	0	—0°31	0.00
77	75-мм патр. погр. под платф., правый . . .	68	0.11	0.20	0.03	0°78	0.07
78	75-мм „ „ „ „ левый . . .	68	0.11	0.20	0.03	—0°78	0.07
79	6-д. „ „ „ „ правый . . .	59	0.09	0.17	0.02	0°53	0.03
80	6-д. „ „ „ „ левый . . .	59	0.09	0.17	0.02	—0°53	0.03
81	6-д. бомб. „ „ „ правый . . .	20	0.03	0.06	0.01	0°48	0.01
82	6-д. „ „ „ „ левый	20	0.03	0.06	0.01	—0°48	0.01
83	6-д. подбаш. на платф. и куб., правое . .	104	0.16	0.28	0.06	2°50	0.01
84	6-д. „ „ „ „ „ левое . . .	104	0.16	0.28	0.06	—2°50	0.01
85	Остальн. отдел. куб. (карц. и проч.)	87	0.14	0.26	0.04	0°00	0.00

(Продолжение)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
	Группа 6-я. От 47-го до 59-го шпангоута (кормовое котельное,						
86	Междудонное: 47—53-й шп.	150	0.23	0.33	0.15	0°00	0.21
87	„ 53—59	145	0.22	0.17	0.26	0°00	0.21
88	Бортов. межд.: 47—53-й шп., правое . . .	39	0.06	0.09	0.04	1°40	0.03
89	„ „ 47—53 „ левое	39	0.06	0.09	0.04	—1°40	0.03
90	„ „ 53—59 „ правое	39	0.06	0.05	0.07	1°40	0.03
91	„ „ 53—59 „ левое	39	0.06	0.05	0.07	—1°40	0.03
92	Борт. кор.: 47—53 „ правый . . .	31	0.05	0.07	0.03	1°02	0.02
93	„ „ 47—53 „ левый	31	0.05	0.07	0.03	—1°02	0.02
94	„ „ 53—59 „ правый . . .	30	0.05	0.04	0.06	0°99	0.02
95	„ „ 53—59 „ левый	30	0.05	0.04	0.06	—0°99	0.02
96	Кор. за брон.: 47—53 „ правый . . .	18	0.03	0.04	0.02	0°61	0.00
97	„ „ „ 47—53 „ левый	18	0.03	0.04	0.02	—0°61	0.00
98	„ „ „ 53—59 „ правый	18	0.03	0.02	0.03	0°61	0.00
99	„ „ „ 53—59 „ левый	18	0.03	0.02	0.03	—0°61	0.00
100	Попер. угольн. ямы: 47—49-й шп., пом. тур.	240	0.37	0.60	0.17	0°00	0.19
101	„ „ „ 57—59 „	266	0.41	0.24	0.56	0°00	0.15
102	Угольн. ямы на куб.: 49—57-й шп., прав. .	65	0.10	0.12	0.08	1°75	0.00
103	„ „ „ „ 49—57 „ лев. . .	65	0.10	0.12	0.08	—1°75	0.00
104	Котельное кормовое с выходами	1250	1.95	0.37	1.59	0°00	0.65
	Группа 7-я. От 59-го до 71-го шпангоута (машинное отделение)						
105	Междудонное: 59—65-й шп.	186	0.29	0.06	0.49	°00	0.26
106	„ 61—71 „	186	0.39	—0.12	0.64	0°00	0.26
107	Бортов. межд.: 59—65-й шп., правое . . .	32	0.05	0.01	0.08	1°13	0.02
108	„ „ 59—65 „ левое	32	0.05	0.01	0.08	—1°13	0.02
109	„ „ 65—71 „ правое . . .	32	0.05	—0.02	0.11	1°12	0.02
110	„ „ 65—71 „ левое	32	0.05	—0.02	0.11	—1°12	0.02
111	Бортов. кор.: 59—65-й шп., правый	24	0.04	0.01	0.07	0°76	0.01
112	„ „ 59—65 „ левый	24	0.04	0.01	0.07	—0°76	0.01
113	„ „ 65—71 „ правый	24	0.04	—0.01	0.09	0°76	0.01
114	„ „ 65—71 „ левый . . .	24	0.04	—0.01	0.09	—0°76	0.01
115	Кор. за брон.: 59—65-й шп., правый . . .	18	0.03	0.01	0.05	0°62	0.00
116	„ „ „ 59—65 „ левый	18	0.03	0.01	0.05	—0°62	0.00
117	„ „ „ 65—71 „ правый . . .	18	0.03	—0.01	0.06	0°61	0.00
118	„ „ „ 65—71 „ левый	18	0.03	—0.01	0.06	—0°61	0.00
119	Машинное отделение, правое	978	1.52	—0.35	2.87	14°57	0.42
120	„ „ левое	978	1.52	—0.35	2.87	—14°57	0.42
	Группа 8-я. От 71-го до 77-го шпангоута (кормовые 6-д. башни и управл. ими)						
121	Междудонное: 71—77-й шп.	195	0.30	—0.32	0.83	0°00	0.25
122	Бортов. межд.: 71—77-й шп., правое . . .	24	0.04	—0.04	0.11	0°82	0.01
123	„ „ 71—77 „ левое	24	0.04	—0.04	0.11	—0°82	0.01
124	Бортов. кор.: 71—77 „ правый . . .	16	0.02	—0.03	0.06	0°52	0.00
125	„ „ 71—77 „ левый	16	0.02	—0.03	0.06	—0°52	0.00
126	Кор. за брон.: 71—77 „ правый	18	0.03	—0.03	0.08	0°60	0.00
127	„ „ „ 71—77 „ левый	18	0.03	—0.03	0.08	—0°60	0.00
128	Машин. клап.: 71—77 „ правое	23	0.04	—0.03	0.10	0°41	0.03
129	„ „ 71—77 „ левое	23	0.04	—0.03	0.10	—0°41	0.03
130	Кор. греб. винт.: 71—84 й шп., правый . .	53	0.09	—0.09	0.25	0°47	0.05
131	„ „ „ 71—84 „ левый . . .	53	0.09	—0.09	0.25	—0°47	0.05
132	Патронный погреб 47-мм и 37-мм	100	0.15	—0.20	0.45	0°00	0.11
133	6-д. бомб. погреб на платф., правый . . .	38	0.06	—0.06	0.16	0°98	0.04
134	6-д. „ „ „ „ левый . . .	38	0.06	—0.06	0.16	—0°98	0.04
135	Подбаш. обеих башен на пл. кубр. . . .	377	0.59	—0.60	1.62	0°00	0.05

(Продолжение)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
136	Патронный погреб 75-мм на платф.	52	0.08	—0.08	0.22	0°00	0.03
137	Платф. погр. 6-дюйм. на платф., прав. . .	48	0.07	—0.09	0.21	0°48	0.03
138	„ „ 6-дюйм. „ „ лев. . . .	48	0.07	—0.09	0.21	—0°48	0.03
	Группа 9-я. От 77-го до 87-го шпангоута (12-д. кормовая башня)						
139	Междудонное: 77—87-й шп.	170	0.26	—0.44	0.86	0°00	0.18
140	Бортов. межд.: 77—87 „ правое	50	0.08	—0.14	0.27	1°40	0.02
141	„ „ 77—87 „ левое	50	0.08	—0.14	0.27	—1°40	0.02
142	Борт. кор. (сух.): 77—87-й шп., правый . .	65	0.10	—0.19	0.25	1°59	0.01
143	„ „ „ 77—87 „ левый . . .	65	0.10	—0.19	0.25	—1°59	0.01
144	Кор. за брон.: 77—87 „ правый . .	26	0.04	—0.08	0.14	0°80	0.00
145	„ „ „ 77—87 „ левый . . .	26	0.04	—0.08	0.14	—0°80	0.00
146	Подбаш. 12-д. ор. и 12-д. баш. погр. . . .	375	0.59	—1.18	2.12	0°00	0.11
147	12-д. крюйт-камера правая	95	0.15	—0.24	0.49	1°28	0.05
148	12-д. „ „ левая	95	0.15	—0.24	0.49	—1°28	0.05
149	Ледник на кубрике, левый	65	0.10	—0.15	0.32	—0°71	0.00
150	Винный погреб на кубрике, правый	27	0.04	—0.06	0.13	0°45	0.00
151	Остальное пространство кубрика	88	0.14	—0.22	0.45	0°00	0.00
	Группа 10-я. Рулевое и румпельное в корму от 87-го шпангоута						
152	Кормового дейдвуда	98	0.15	—0.39	0.61	0°00	0.06
153	Штурвальн. рулев. маш.	59	0.09	—0.23	0.37	0°00	0.00
154	Сухарное на кубр. прав. (87—90-й шп.) . .	55	0.09	—0.21	0.35	0°88	0.00
155	„ „ „ левое	55	0.09	—0.21	0.35	—0°88	0.00
156	Румпельное	125	0.19	—0.60	0.87	0°00	0.00

§ **69.** Покажем теперь самый порядок расположения вычислений, служащих для составления таблиц, показывающих влияние затопления отделений.

Для примера возьмем броненосец „Слава“. Как уже сказано, на этом корабле нижняя броневая палуба лежит почти в уровень с грузовою ватерлинией, поэтому при расчете отделения трюма можно считать закрытыми сверху и пользоваться формулами, приведенными на стр. 268 и 269, беря лишь вместо формулы (4), показывающей изменение метацентрической высоты, формулу (15), стр. 270, т. е.

$$\mu = \frac{p}{P_0}[h_0 - G_0 M_0 - z]$$

чтобы было проще рассчитывать совокупное влияние затопления не одного, а группы отделений.

Броненосец „Слава“

Влияние повреждений нижней броневой палубы — *Таблица II*

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
№ отделения	Наименование отделений	Утрачен. площадь ватер. линии s (кв. футы)	Расстояние x ц. т. утрач. площ. от ц. т. грузовой ватерлинии (футы)	$\xi = \frac{sx}{S_0}$ (футы)	$q = \frac{s}{35}$ (тонны)	Потеря поперечн. метацентрич. высоты μ (футы)	Потеря продольн. метацентрич. высоты λ (футы)
1	Впереди 13-й переборки	630	+178	+ 6.5	18	0.04	40
2	От 13-й до 30-й переборки	2440	+124	+13.5	70	0.67	78
3	Угольная яма: 30—37-й шпанг. правая . .	460	+ 81	+ 1.7	13.2	0.40	6
4	„ „ 30—37 „ левая . . .	460	+ 81	+ 1.7	13.2	0.40	6
5	Баня: 37—41-й шпанг., правая	300	+ 60	+ 0.8	8.5	0.28	2
6	„ 37—41-й „ левая	300	+ 60	+ 0.8	8.5	0.28	2
7	Угольная яма: 41—44-й шпанг.. правая . .	230	+ 46	+ 0.5	6.6	0.22	1
8	„ „ 41—44 „ левая . . .	230	+ 46	+ 0.5	6.6	0.22	1
9	Средняя часть: 30—44 „	1270	+ 68	+ 3.9	36.3	0.11	12
10	Угольная яма: 44—53 „ правая . .	710	+ 23	+ 0.7	20.3	0.71	1
11	„ „ 44—53 „ левая . . .	710	+ 23	+ 0.7	20.3	0.71	1
12	„ „ 53—59 „ правая . .	470	— 6	— 0.1	13.4	0.47	—
13	„ „ 53—59 „ левая . . .	470	— 6	— 0.1	13.4	0.47	—
14	Средняя часть: 44—59 „	1360	+ 11	+ 0.7	39.0	0.12	1
15	Операц. пункт: 59—72 „ правый . .	1410	— 44	— 2.8	40.3	0.52	6
16	Пространство: 59—72-й шпанг., левая часть	915	— 44	— 1.8	26.0	0.50	4
17	Угольная яма: 59—63 „ правая .	220	— 26	— 0.3	6.3	0.27	—
18	„ „ 59—63 „ левая . . .	220	— 26	— 0.3	6.3	0.27	—
19	Вод. цистерны: 68—72 „ правые . .	210	— 62	— 0.6	6.0	0.25	2
20	„ „ 68—72 „ левые . .	210	— 62	— 0.6	6.0	0.25	2
21	Маш. мастерск. 72—78 „ правая . .	620	— 81	— 2.2	17.8	0.41	8
22	„ кладовая и проход левый	785	— 81	— 2.8	22.4	0.45	10
23	Отсек между 78—87-й переборками . . .	1900	— 40	— 9.3	54.2	0.92	47
24	„ „ 87—100 „ . . .	1905	—148	—12.6	54.3	0.64	85
25	Коридор бортовой: 13—19 шпанг., правый	130	+151	+ 0.9	3.7	0.06	6
26	„ „ 13—19 „ левый .	130	+151	+ 0.9	3.7	0.06	6
27	„ „ 19—26 „ правый	150	+125	+ 0.8	4.3	0.15	5
28	„ „ 19—26 „ левый .	150	+125	+ 0.8	4.3	0.15	5
29	„ „ 26—32 „ правый	130	+ 99	+ 0.6	3.7	0.21	3
30	„ „ 26—32 „ левый .	130	+ 99	+ 0.6	3.7	0.21	3
31	„ „ 32—38 „ правый	130	+ 76	+ 0.4	3.7	0.27	2
32	„ „ 32—38 „ левый .	130	+ 76	+ 0.4	3.7	0.27	2
33	„ „ 38—44 „ правый	130	+ 52	+ 0.3	3.7	0.30	1
34	„ „ 38—44 „ левый .	130	+ 52	+ 0.3	3.7	0 30	1
35	„ „ 44—47 „ правый	62	+ 35	0.0	1.8	0.14	—
36	„ „ 44—47 „ левый .	62	+ 35	0.0	1.8	0.14	—
37	„ „ 47—53 „ правый	120	+ 17	0.0	3.4	0.28	—
38	„ „ 47—53 „ левый .	120	+ 17	0.0	3.4	0.28	—
39	„ „ 53—59 „ правый	130	— 6	0.0	3.7	0.30	—
40	„ „ 53—59 „ левый .	130	— 6	0.0	3.7	0.30	—
41	„ „ 59—65 „ правый	130	— 30	— 0.2	3.7	0.30	—
42	„ „ 59—65 „ левый .	130	— 30	— 0.2	3.7	0.30	—
43	„ „ 65—72 „ правый	150	— 56	— 0.4	4.3	0.35	1
44	„ „ 65—72 „ левый .	150	— 56	— 0.4	4.3	0.35	1
45	„ „ 72—78 „ правый	130	— 81	— 0.5	3.7	0.28	2
46	„ „ 72—78 „ левый .	130	— 81	— 0.5	3.7	0.28	2
47	„ „ 78—87 „ правый	195	—111	— 1.0	5.6	0.35	5
48	„ „ 78—87 „ левый .	195	—111	— 1.0	5.6	0.35	5

Элементы броненосца приведены на стр. 222. Пользуясь ими, получаем следующие формулы, в которых всем постоянным, относящимся к рассматриваемому броненосцу, и приписаны их численные значения:

1) Изменение среднего углубления $\varepsilon = \frac{p}{643}$.

2) Изменение углубления форштевня $n = \varepsilon + 4\frac{px}{100\,000}$.

3) Изменение углубления ахтерштт. $k = \varepsilon - 3.44\frac{px}{100\,000}$.

4) Изменение метацентр. высоты $\mu = \frac{p}{14\,181}[h - z - G_0 M_0]$.

5) Крен . . . . . $\theta = \frac{py}{P \cdot G_0 M_0} 57°3 = \frac{py}{1\,000}$.

Для вычисления по этим формулам служит приведенная на стр. 308—309 схема, в которой сперва заполняются столбцы I—IV, пользуясь данными, доставляемыми практическими чертежами корабля, а затем и все остальные. Все вычисления следует производить по логарифмической линейке.

§ 70. Относительно влияния на корабль разного рода повреждений может быть поставлено два главных вопроса:

1) При данном повреждении остается ли корабль на воде или же тонет, или опрокидывается, и если остается, то какое принимает положение равновесия и какая его остойчивость в этом вообще наклонном или косом положении равновесия?

2) Корабль, получив данное повреждение, остался на воде в некотором наклонном положении равновесия; спрашивается, в какой мере он может быть выравнен затоплением других отделений, кроме поврежденных, и каковы будут *после выравнивания* его осадка, оставшийся (вообще малый) крен и остойчивость?

Эти два вопроса существенно различаются между собою. Первый вопрос относится более к предварительному изучению корабля или его проекта в смысле подразделения его трюма и надводных частей переборками. Понятно, что при этом надлежит переборки располагать так, чтобы корабль мог выносить возможно большие повреждения, оставаясь после них на воде и не опрокидываясь. Ясно, что при таком изучении корабля бóльшая или меньшая сложность расчета и бóльшая или меньшая трата времени на его производство являются делом второстепенным.

Иначе обстоит дело со вторым вопросом; он ставится личному составу, управляющему кораблем, в наиболее грозной форме, внезапно, и ответ требуется немедленный. В самом деле, размер получаемого кораблем повреждения вне власти личного состава корабля, поэтому, если это повреждение таково, что при данном устройстве корабля оно ведет к его гибели, то корабль и потонет или опрокинется раньше, нежели поспеют принять какие-либо меры. Но когда корабль после повреждения остался на воде, то дальнейшее его спасение от гибели

уже в значительной мере зависит от тех мер, которые будут приняты личным составом. Главная из этих мер должна состоять в том, чтобы сделать корабль способным быть управляемым — это может быть выполнено лишь выравниванием корабля.

С первого взгляда может казаться, что выравнивание наилучшим образом достигается, откачав воду из поврежденных отсеков. Но на деле это далеко не так; количество воды, вливающееся, например, через пробоину площадью в 1 кв. ф., погруженную на 16 ф., составляет около 2000 т. в час. Даже с такою течью наиболее могучие водоотливные средства едва бы справились, площадь же пробоин может составлять десятки и сотни кв. ф. Таким образом, надо вообще считать, что поврежденные отделения корабля останутся затопленными, а тогда выравнивание может быть достигнуто единственно затоплением других отделений, кроме поврежденных. Вот выбор этих-то отделений и придется делать личному составу при грозной обстановке, при которой промедление или ошибка может вести к гибели корабля. Поэтому и надо возможно облегчить личному составу этот выбор и вместе с тем доставить данные о том, что при данном повреждении может быть выравниванием достигнуто и в какое состояние корабль может быть приведен.

С этой целью и составлены вышеприведенные таблицы, именно, чтобы, приступая к выравниванию корабля, руководствоваться не глазомером, а заранее заготовленными данными расчета и, принимая какую-либо меру, вперед знать и последствия ее.

Поэтому и таблицы расположены так, чтобы ответ на вопрос о состоянии корабля *после выравнивания* получался точный и путем самых простых арифметических действий, не сложнее столь обычного на корабле расчета — исправления румбов, рассчитываемые же предварительно крен и дифферент, получаемые кораблем до выравнивания, служат лишь как бы аргументами для входа в ту же таблицу и выбора отделений для затопления.

Эти отделения будут разные, смотря по обстоятельствам, а именно: если затопленные от повреждений отделения вызвали хотя бы и допустимый крен или допустимое изменение дифферента, но, будучи открытыми сверху, вызвали и большое уменьшение остойчивости, то прежде всего надо затопить глухие отделения между днами (т. е. принять водяной баласт), чтобы восстановить остойчивость, и таблицы тотчас же укажут, в какой мере это достижимо, и сколько надо затопить таких междудонных отделений; после того, по тем же таблицам можно тотчас же выбрать, какие отделения надо затопить, чтобы спрямить в должной мере корабль, не опасаясь за его остойчивость.

Может быть и другой случай, что корабль имеет значительный крен, но, будучи высокобортным, и при большом крене сохраняет большой запас остойчивости, тогда нет надобности принимать лишней воды, чтобы

Вычисление влияния затопления

№ отделения	Наименование отделений	I	II	III	IV
		Объемы отделений p (тонны)	Абсцисы центра тяж. отделений x (футы)	Расстояние центра тяжести отделен. от диам. плоскости y (футы)	$h - z - G_0M_0$
	Группа 1-я **От 0-го до 13-го шпангоута**				
1	Таранное, от 1-го до 5-го шп., под карапас . .	26	197	0	9
2	„ „ 1-го до 5-го „ над карапас . .	15	197	0	0
3	Мокрой провизии: 5—13-й шп., под платф. . .	100	170	0	14.5
4	„ пров. 5—13-й шп., над пл. под кар. . .	105	172	0	7
5	Шкип.: 5—13-й шп., над карап., под броней . .	117	172	0	0
	Группа 2-я **От 13-го до 26-го шпангоута**				
6	Междудонное: 13—19-й шпанг.	80	148	0	19
7	„ 19—26-й „	117	125	0	20
8	Междуд. бортов.: 13—19-й шпанг. правое . . .	28	150	+15	8.5
9	„ „ 13—19 „ левое	29	150	—15	8.5
10	„ „ 19—26 „ правое . . .	34	125	+22.5	8.5
11	„ „ 19—26 „ левое	34	125	—22.5	8.5
12	Кор. бортовой: 13—19 „ правый . . .	25	150	+13	4
13	„ „ 13—19 „ левый	25	150	—13	4
14	„ „ 19—26 „ правый . . .	33	124	+20.5	5.5
15	„ „ 19—26 „ левый	33	124	—20.5	5.5
16	Кор. за броней: 13—19-й „ правый . . .	21	150	+14	— 2
17	„ „ „ 13—19 „ левый	21	150	—14	— 2
	Группа 9-я **12-д. кормовые башни (от 77-го до 87-го шпангоута)**				
139	Междудонное, от 77-го до 87-го шпангоута . .	170	—103	0	15
140	Бортовое междудонное: 77—78-й шп., правый .	50	—111	+28	6
141	„ „ 77—78-й „ левый . .	50	—111	—28	6
142	Борт. кор. (сухарное): 77—78-й шп., правый .	65	—111	+24.5	2
143	„ „ „ 77—78 „ левый . . .	65	—111	—24.5	2
144	Кор. за бронею: 77—87-й шп., правый	26	—111	+31	— 2
145	„ „ „ 77—87 „ левый	26	—111	—31	— 2
146	Подбаш. 12-дюйм. ор. и 12-дюйм. бомб. погр. .	375	—118	0	4
147	12-дюйм. крюйт-камера, правая	95	—103	+13.5	8
148	„ „ „ левая	95	—103	—13.5	8
149	Ледник на кубрике, левый	65	— 97	—11	0
150	Винный погреб на кубрике, правый	27	— 95	+17	0
151	Остальная часть кубрика	88	—103	0	0
	Группа 10-я **Рулевые и румпельные в корму от 87-го шпангоута**				
152	Кормового дейдвуда	98	—138	0	8
153	Штурвальные и рулевые машины	59	—138	0	0
154	Сухарное на кубрике, правое (87—91)	55	—138	+16	0
155	„ „ „ левое	55	—138	—16	0
156	Румпельное	125	—138	0	0

отделений трюма броненосца „Слава"

V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
Изменение среднего углубления $\varepsilon = \frac{p}{643}$	px	$px \cdot N;\ \left(N = \frac{4}{100\,000}\right)$	$px \cdot K;\ \left(K = \frac{3.44}{100\,000}\right)$	Измен. углубл. носа $n = \varepsilon + px \cdot N$ (футы)	Измен. углубл. кормы $k = \varepsilon - px \cdot K$ (футы)	$p(h - z - G_0M_0) = M$	Крен $\theta = \frac{py}{1000}$	Измен. метацентрической высоты $\mu = \frac{M}{P}$ (футы)
0.04	5130	0.21	0.18	0.25	—0.14	234	0°00	0.02
0.02	2980	0.12	0.10	0.14	—0.08	0	0°00	0.00
0.15	17000	0.68	0.58	0.83	—0.43	1450	0°00	0.10
0.16	18100	0.72	0.62	0.88	—0.46	735	0°00	0.05
0.18	20120	0.80	0.69	0.98	—0.51	0	0°00	0.00
0.12	11800	0.47	0.41	0.59	—0·29	1520	0°00	0.11
0.18	14600	0.58	0.50	0.76	—0·32	2340	0°00	0.16
0.04	4200	0.17	0.14	0.21	—0·10	238	+0°42	0.02
0.04	4200	0.17	0.14	0.21	—0·10	238	—0°42	0.02
0.05	4250	0.17	0.15	0.22	—0.10	289	+0°76	0.02
0.05	4250	0.17	0.15	0.22	—0.10	289	—0°76	0.02
0.04	3750	0.15	0.13	0.19	—0 .09	100	+0°32	0.01
0.04	3750	0.15	0.13	0.19	—0 09	100	—0°32	0.01
0.05	4090	0.16	0.14	0.21	—0.09	181	+0°67	0.01
0.05	4090	0.16	0.14	0.21	—0.09	181	—0°67	0.01
0.03	3150	0.13	0.11	0.16	—0.08	—42	+0°29	0.00
0.03	3150	0.13	0.11	0.16	—0.08	—42	—0°29	0.00
0.26	—17500	—0.70	—0.60	—0.44	0.86	2550	0°00	0.18
0.08	— 5550	—0.22	—0.19	—0.14	0.27	300	+1°40	0.02
0.08	— 5550	—0.22	—0.19	—0.14	0.27	300	—1°40	0.02
0.10	— 7272	—0.29	—0.25	—0.19	0.25	130	+1°59	0.01
0.10	— 7272	—0.29	—0.25	—0.19	0.25	130	—1°59	0.01
0.04	— 2890	—0.12	—0.10	—0.08	0.14	—52	+0°81	0.00
0.04	— 2890	—0.12	—0.10	—0.08	0.14	—52	—0°81	0.00
0.59	—44300	—1.77	—1.53	—1.18	2.12	1500	0°00	0.11
0.15	— 9790	—0.39	—0.34	—0.24	0.49	760	+1°28	0.05
0.15	— 9790	—0.39	—0.34	—0.24	0.49	760	—1°28	0.05
0.10	— 6300	—0.25	—0.22	—0.15	0.32	0	—0°71	0.00
0.04	— 2560	—0.10	—0.09	—0.06	0.13	0	+0°46	0.00
0.14	— 9070	—0.36	—0.31	—0.22	0.45	0	0°00	0.00
0.15	—13500	—0.54	—0.46	—0.39	0.61	784	0°00	0.06
0.09	— 8140	—0.32	—0.28	—0.23	0.37	0	0°00	0.00
0.09	— 7590	—0 30	—0.26	—0.21	0.35	0	+0°88	0.00
0 09	— 7590	—0.30	—0.26	—0.21	0.35	0	—0°88	0.00
0.19	—19750	—0 79	—0.68	—0.60	0.87	0	0°00	0.00

эту остойчивость еще увеличивать, нет надобности спрямлять вполне корабль, а лишь постольку, сколько надо для котлов и машин.

§ **71.** Из рассмотрения таблиц и приложенных к ним примеров можно видеть, насколько вынослив корабль к повреждениям, пока его жилая палуба и надводный борт не повреждены. Но эта „живучесть" достигается лишь выравниванием корабля, затопляя другие отделения, кроме поврежденных. Между тем обыкновенно на судах устраивается весьма тщательно разработанная водоотливная система и совершенно отсутствует гораздо важнейшая система *затопления отделений* для выравнивания корабля. Назначение водоотливной системы остается попрежнему важным — откачивать воду из неповрежденных отделений в случае фильтрации переборок, потрясенных, например, взрывом. В борьбе же с течью через пробоину, как уже упомянуто выше, всякая водоотливная система бессильна.

Итак: *необходимо для всякого корабля вырабатывать и устраивать систему для затопления отделений трюма для выравнивания корабля.*

1) Это затопление может производиться или автоматически, например, когда соединяются достаточно широкими протоками симметричные отсеки противоположных бортов, чтобы по возможности избегать крена при аварии, или же это затопление должно производиться „по желанию". Полезно отливные трубы турбин снабжать клинкетами или кранами с отростками, к которым можно бы было приращивать парусинные шланги большого диаметра, соответственно производительности турбин, чтобы, пользуясь этими шлангами и беря воду из поврежденных отсеков, качать ее в те, которые выбраны для затопления, если для этого затопления нет других более действительных средств.

2) Так как через пробоину может вливаться столь большое количество воды, что ранее, чем поспеют принять меры, корабль получит опасный или гибельный крен, то в устранение этого следует, пользуясь таблицами и проделывая ряд примеров воображаемых повреждений, выяснить себе, какие двери и горловины в *продольных* переборках надлежит всегда держать *открытыми*. Если окажется, что где-либо необходимой двери недостает (например, в диаметральной переборке котельного отделения), то необходимо такую дверь проделать, но так, чтобы в случае надобности ее можно было задраить с батарейной палубы. Тогда при пробоине опасного крена образоваться не может или, если он образуется, то на весьма непродолжительное время. После выяснения повреждений можно двери задраить, и из *неповрежденных* отделений воду перекачать в другие, затопление которых выравнивало бы одновременно и крен и дифферент.

3) Необходимо всегда помнить, что плавучесть и остойчивость корабля обеспечиваются не только подразделением трюма, но, главным образом, и *надводных* частей корабля. Между тем часто трюмы подраз-

деляются на излишне большое число отсеков, а жилая палуба, особенно же батарейная, на слишком малое, так что повреждение одного участка палубы сразу лишает корабль значительной доли остойчивости, повреждение двух участков гибельно. При столкновении или таранном ударе, взрыве мины, повреждение жилой палубы неизбежно, поэтому необходимо, чтобы *подразделение палуб на отсеки соответствовало подразделению трюма в том смысле, чтобы местное повреждение палубы и надводного борта не влекло за собою утраты остойчивости корабля.*

Вообще на целость надводного борта на многих кораблях не было обращено достаточного внимания, так, например, канатные клюзы устраивались на батарейной палубе и лишали плавучести всю носовую ее часть до первой переборки, которая из-за канатов относилась далеко в корму (например на „Петропавловске“ на 60 ф.) Поэтому следует вообще клюзы выносить на верхнюю палубу, тогда на жилой и батарейной палубах в носовой части можно поставить поперечные переборки в более близком друг от друга расстоянии. На жилой палубе котельные и машинные кожухи следует устраивать в виде двух непрерывных (конечно, с водонепроницаемыми дверями) переборок; от переднего котельного кожуха до носового броневого траверза или башни и от кормового машинного до кормового траверза надо ставить диаметральную переборку. В кормовой части из-за удобств кают-компании часто отставляют поперечные переборки слишком далеко друг от друга, их следует вести соответственно трюмным до верхней палубы. Таким образом, жилая палуба подразделится на гораздо меньшие участки, нежели на многих судах делалось и делается.

4) Если в котельных отделениях устраивается диаметральная переборка, то ее следует главным образом рассматривать как одну из основных связей корабля и непременно делать с дверями, которые должно держать постоянно *открытыми* и задраивать лишь когда, приступив к выравниванию корабля, признают необходимым перекачать воду из неповрежденного отделения в иные, выбранные для затопления.

5) Вообще при проектировании корабля его „живучесть “или непотопляемость при повреждениях должна быть признана основным качеством, которое должно быть подтверждаемо расчетами. Основным требованием от этих расчетов могло бы быть таковое: *подразделения трюма и надводных частей корабля должны быть в таком взаимном соответствии, чтобы корабль, вынося возможно бо́льшие повреждения, оставаясь на воде, утрачивал плавучесть ранее остойчивости, короче говоря, если повреждения таковы, что гибель корабля неизбежна, то, чтобы он тонул, не опрокидываясь.*

6) Водонепроницаемость и целость палуб, особенно нижней, имеет первостепенное значение в обеспечении живучести корабля, поэтому своевременное задраивание ее люков столь же важно, как горловин или дверей в трюме, а так как промедление в таком задраивании может

быть вызвано тем, что из нижних помещений нет других выходов, то необходимо иметь шахты с платформ и карапасов на батарейную палубу для выхода людей.

§ 72. Гибель кораблей «Рояль Джордж» в 1798 г., «Виктории» в 1892 г. и «Гангута». В § 60 рассмотрена причина гибели корабля «Captain»; из других поучительных случаев гибели судов обратим внимание на вышеуказанные три.

Корабль «Рояль Джордж» был также совершенно новый и только-что снаряжен для дальнего плавания и стоял на Спитгедском рейде, готовясь к уходу. Оказалось нужным исправить незначительную течь одного из забортных клапанов; для этого корабль накренили, вдвинув все пушки одного борта и выдвинув все пушки другого. Так как при этом порта нижнего дека оказались весьма близки от воды, то в них немного заплескивало водою, и крен корабля мало-помалу увеличивался, вода же скоплялась вдоль борта по палубе. За четверть часа до 8 часов старший офицер обратил внимание, что воды накопилось уже порядочно и что нижний косяк портов уже близок к уровню воды за бортом. Он доложил командиру, что следует корабль спрямить, тем более, что повреждение клапана было исправлено. Было приказано выждать четверть часа и спрямить корабль одновременно с подъемом флага и подъемом брамреев, но вода дошла до уровня косяков портов, хлынула в порта, и корабль затонул почти моментально, причем погибло около 900 человек команды и офицеров, в том числе и адмирал.

Английский броненосец «Виктория» был флагманским кораблем командовавшего в Средиземном море адмирала Трайона. Во время эволюций эскадры днем, при мертвом штиле, этот корабль был протаранен броненосцем «Comperdown». Таранный удар пришелся как раз против самой передней переборки жилой палубы; вода сейчас же затопила отделения ниже карапаса и некоторые отделения на карапасной палубе. Адмирал, бывший сам на мостике, принял командование и послал командира убедиться, закрыты ли двери водонепроницаемых переборок. После доклада, что двери закрыты, адмирал приказал дать малый ход машинам, направил корабль к берегу, кораблям эскадры поднял сигнал, что присылать шлюпок не надо. Между тем корабль продолжал погружаться носом, и вода заливала жилую палубу; затем носовая оконечность погрузилась под воду и вместе с тем броненосец понемногу кренился. По мере погружения верхней палубы, вода захватывала и в жилой большее и большее протяжение, причем некоторое время машина еще продолжала работать; затем дошла до башни, хлынула через ее основание в батарейную палубу, и корабль почти моментально опрокинулся и быстро пошел ко дну, причем погибло до 400 человек, в том числе и адмирал. От момента столкновения до гибели корабля прошло около 20 минут.

Разбор причины гибели «Виктории» указал на опасность, которая происходит от потери площади грузовой ватерлинии, влекущей за собою

и соответствующую потерю остойчивости. Объем поврежденных отделений на «Виктории» составлял всего около 600 тонн. Если бы своевременно были затоплены кормовые отделения трюма и некоторые отделения левого борта, чтобы выравнять корабль, то он мог бы свободно плавать; не выравнивая же корабль, следовало, в виду повреждения надводного борта и жилой палубы, опасаться потери поперечной остойчивости.

Что действительно спасение «Виктории» могло быть достигнуто затоплением кормовых отделений и выравниванием корабля, подтверждается не только расчетом, но и опытами с моделью этого корабля, в которой были сделаны все отделения трюма в виде отдельных ящиков.

Такой опыт и был произведен вице-адмиралом С. О. Макаровым, предложившим и устройство моделей с отделениями для исследования остойчивости корабля в поврежденном состоянии.

«Гангут», коснувшись камня, получил пробоину в средней части, вода залила котельное отделение, корабль стал крениться, и крен достиг всего 10—12°; тогда корабль начали спрямлять, не имея данных о влиянии затопления отделений, и в конце концов, пробыв на воде семь часов, корабль затонул, опрокинувшись *поврежденным бортом вверх*, стоя на якоре на 15-саженной глубине в 2 кабельтовых от 5-саженной банки, бывшей у него под ветром.

На высокоборном «Гангуте», при задраенных пушечных портах батареи, крен мог безопасно доходить до 20° и более и при штиле спрямлять корабль не было никакой надобности, в особенности спрямлять быстро, напуская воду во многие отделения, что перекренило корабль на другую сторону.

§ 73. Боевая остойчивость и ее обеспечение. Сравнение диаграмм «Монарха» и «Кептэна» показывает, какое большое влияние имеет на запас остойчивости корабля высота его надводного борта.

Если на судах парусных корабль мог подвергаться действию внезапно приложенной пары в виде шквала и получать при этом большой крен, то современные боевые корабли могут получать большие крены вследствие затопления отсеков при пробоинах, в особенности при минных, которые настолько велики, что отсек затопляется почти моментально и, значит, кренящее его действие может быть уподоблено действию пары, внезапно приложенной.

Понятно, что было бы весьма выгодно совершенно не иметь на корабле односторонне расположенных больших отделений, но практически это невыполнимо, так как необходимо располагать механизмы так, чтобы по возможности обеспечить их от одновременной потери. Это вызывает отделение их одного от другого продольными переборками, когда они расположены в том же поперечном отсеке, и отделение их также продольными переборками от других судовых помещений, когда механизмы расположены в разных поперечных отсеках. Таким образом, является

естественным требование, чтобы остойчивость корабля была обеспечена в такой мере, чтобы минная или торпедная пробоина в наибольшем из машинных отделений сообщала кораблю лишь такой крен, при котором у него оставался бы достаточный запас остойчивости, т. е. чтобы корабль мог лежать с этим креном столько времени, сколько нужно для его выравнивания затоплением других отделений.

Рассматривая диаграммы остойчивости различных больших кораблей, можно убедиться, что при первоначальной метацентрической высоте около 4 ф. восходящая ветвь их диаграммы всегда идет, по крайней мере, до такого угла крена, при котором кромка верхней палубы уходит под воду. Следовательно, предыдущим требованием определяется высота надводного борта. Но торпедная пробоина может быть получена кораблем и в том случае, когда его борт избит снарядами.

Как опыт войны, так и опыты мирного времени, произведенные или расстрелом старых судов или на полигонах, показали, что фугасные снаряды, снаряженные сильно действующими веществами, как-то: лидит, мелинит, шимоза, тол и т. п., производят огромные разрушения тонкого (около 10—12 мм) небронированного борта, производя пробоины с развороченными краями как внутрь, так и внаружу. Заделка таких пробоин судовыми средствами почти невозможна, во всяком случае она столь продолжительна, что не может быть и речи об ее исполнении в бою.

Совершенно не то действие этих снарядов на борт забронированный броня, даже сравнительно тонкая (100—130 мм), пробивается лишь в исключительных случаях; при ударах, близких к нормали, пробоина получается с совершенно гладким входным отверстием, диаметр которого немногим больше диаметра снаряда. Такая пробоина не только имеет сравнительно ничтожную площадь, но и может быть почти моментально задраена, если имеются заготовленные щиты или мешки с ворсою, подобные клюзсакам.

Бронебойные снаряды дают также пробоины, диаметр которых равен калибру снарядов, и входное отверстие, совершенно гладкое.

Таким образом, можно рассчитывать на целость и водонепроницаемость в бою лишь *забронированнаго* борта, и, следовательно, высота и площадь его должны быть таковы, чтобы им обеспечивался вышеуказанный необходимый запас остойчивости и плавучести корабля.

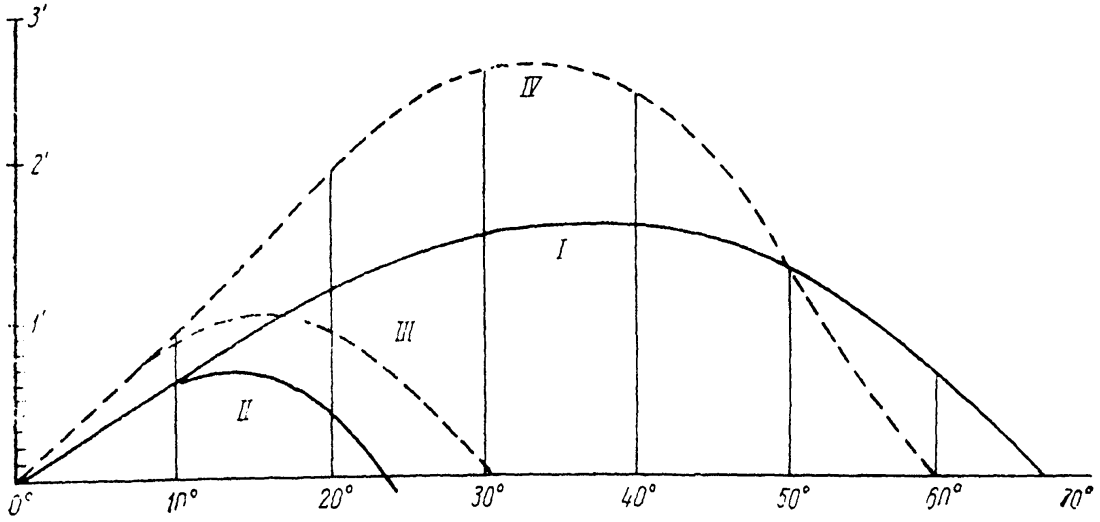
Запас остойчивости, рассчитанный в том предположении, что все незабронированные части корабля разбиты, и называется его *боевою остойчивостью.*

Чтобы нагляднее показать значение высот и площади бронирования на обеспечение боевой остойчивости корабля, приведем диаграммы Рида для броненосца «Слава» и «Павел I» по первоначальному и измененному проекту последнего.

На фиг. 86 (стр. 315) изображены диаграммы для броненосца «Слава» при нормальном состоянии его нагрузки в двух предположениях: *I* — когда

надводный незабронированный борт цел и *II* — когда надводный незабронированный борт разбит, а порта 75 мм орудий открыты или также разбиты, ибо они не броневые.

Диаграммы *I* и *II* с ясностью показывают, в какой сравнительно слабой степени обеспечена остойчивость этого корабля, в особенности, если принять во внимание, что всякая перегрузка или затопление отделений ведет к еще большему ее уменьшению. Очевидно, что при избитом надводном борте не только затопления машинного отделения, но и какой-либо угольной ямы или даже положения руля на борт достаточно, чтобы корабль опрокинулся. На фиг. 87 (стр.316) изображено схематическое бронирование этого корабля; из этого чертежа видно, что, когда небронирован-



Фиг. 86.

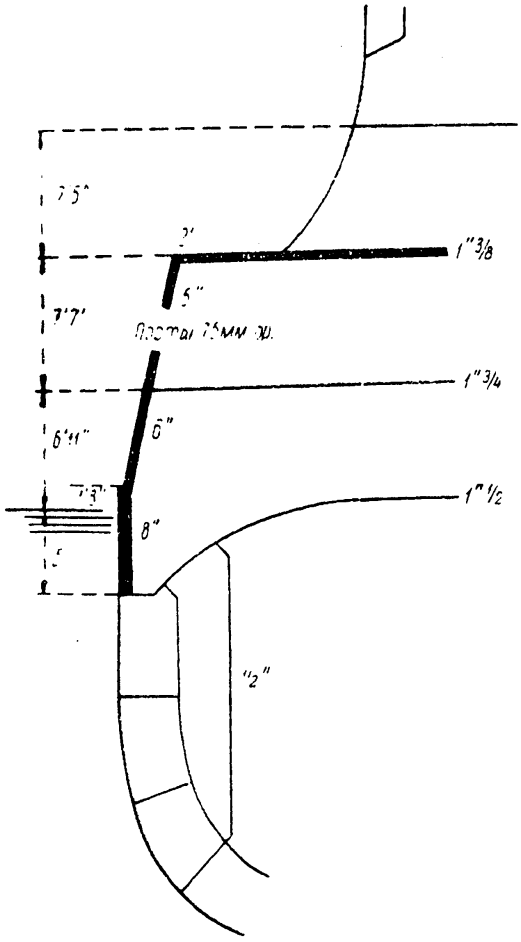
ный борт разбит, то корабль перестает быть высокобортным и, как низкобортный, не имеет достаточного запаса остойчивости при своей нормальной метацентрической высоте в 3.7 ф.

На фиг. 86 изображены также диаграммы остойчивости корабля «Павел I», причем диаграмма *III* изображает боевую остойчивость этого корабля при начальной метацентрической высоте 5 ф., т. е. около 1.5 м по первоначальному его проекту, когда он имел лишь нижний пояс бортовой брони. В этом случае, хотя остойчивость и была гораздо более обеспеченной, нежели на кораблях предыдущего типа, но недостаточно, чтобы противостоять торпедной пробоине в машинном отделении, поэтому и было решено поставить еще верхний пояс брони и иметь, таким образом, борт забронированным по верхнюю палубу; тогда остойчивость обеспечена вполне, как то видно по диаграмме *IV*, имея в виду, что затопление машинного отделения дает около 17° крена.

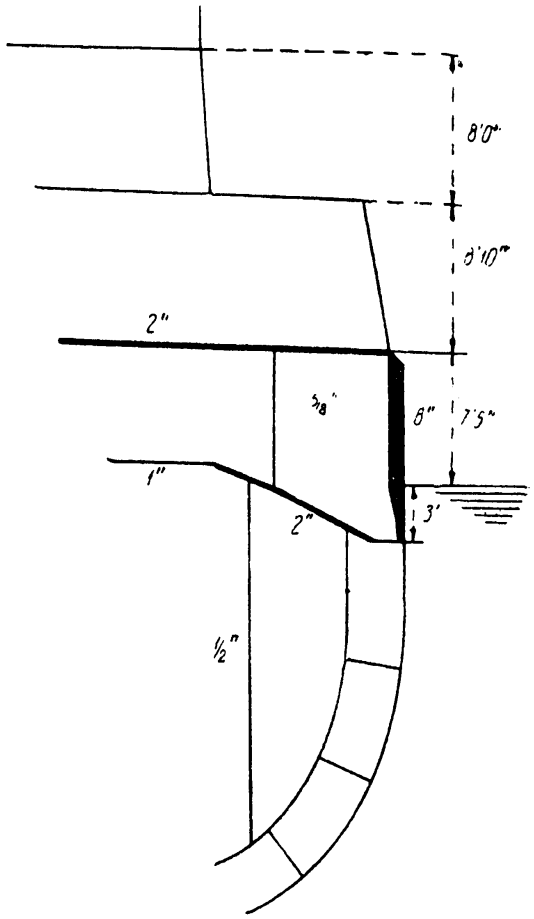
Схемы бронирования этого корабля по первоначальному проекту и по измененному изображены на фиг. 88 и 89.

Обеспечение боевой остойчивости и плавучести современных новейших кораблей сделано в общем подобно, как на «Павле», только нижний

толстый пояс повышен до 3 м над грузовой, так что он обеспечивает запас боевой плавучести в такой мере, что дает возможность выравнивать корабль при самых больших повреждениях не только в любом поперечном отсеке, но даже в двух смежных отсеках. Скос броневой палубы делается для того, чтобы в случае, если снаряд пробьет броню, то задержать его осколки от проникания в котельные, машинные или иные отделения трюма, для той же цели служит и броневая переборка, являющаяся продолжением этого скоса. Нижняя палуба делается по воз-



Фиг. 87.



Фиг. 88.

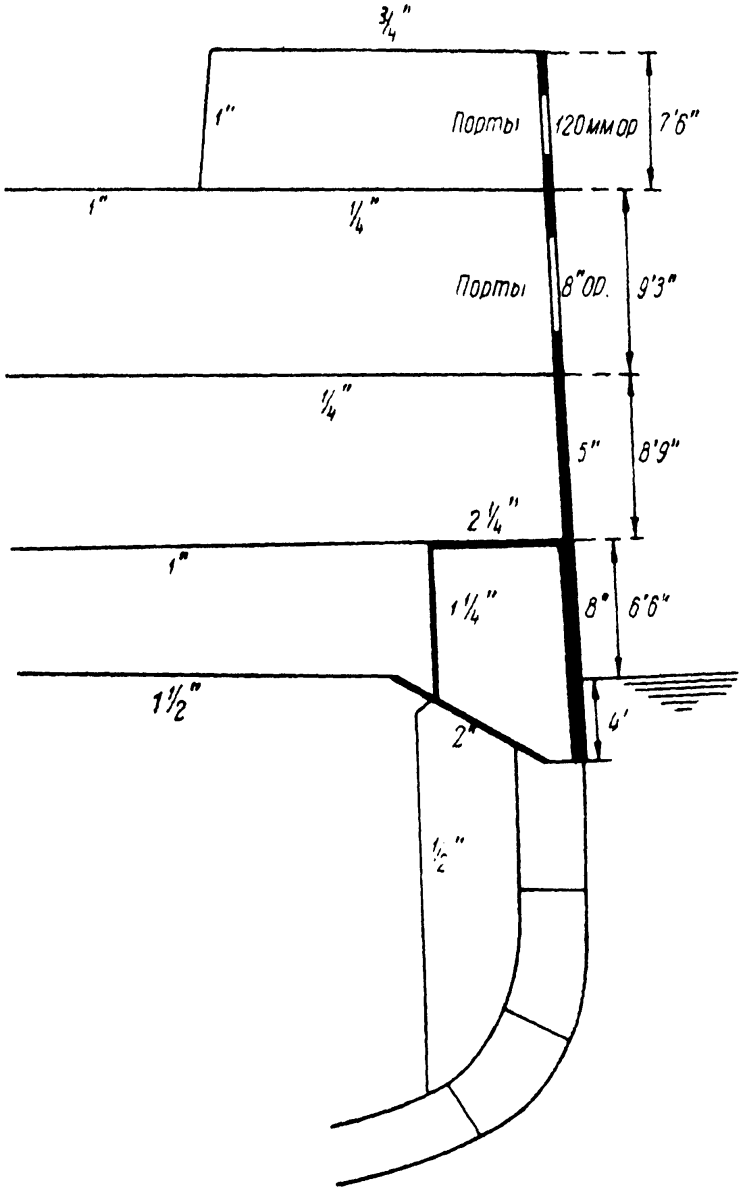
можности выше над грузовой ватерлинией, чтобы в случае пробоины в броневом поясе на нее не могла бы заливаться вода и корабль не лишался бы остойчивости. Этой же цели способствует и броневая продольная переборка.

Пространство между нижнею палубою и среднею, которая делается броневою, на значительной части корабля занято углем и в других частях подразделено водонепроницаемыми переборками, что и обеспечивает сохранение площади действующей ватерлинии даже при пробоине в нижнем броневом поясе.

Верхний пояс брони обеспечивает не только прикрытие противоминной артиллерии, но и запас боевой остойчивости корабля, причем

пушечные порты сделаны настолько высоко над водою, чтобы при торпедной пробоине в машинном отделении вода в них не заливала.

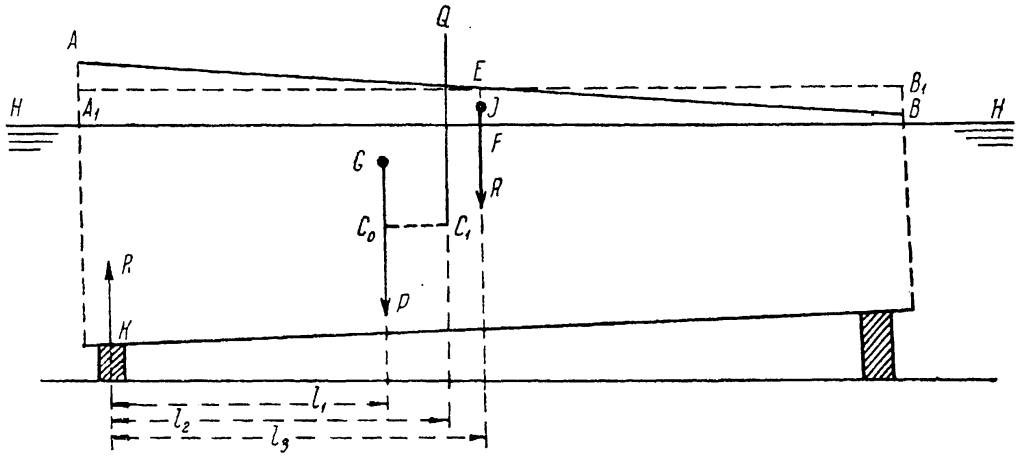
Не вдаваясь в большие подробности, повторим лишь основной принцип: *плавучесть и остойчивость корабля обеспечиваются целостью и водонепроницаемостью надводного его борта.*



Фиг. 89.

§ 74. Остойчивость корабля при вводе в док. Давление на кормовой блок. Положим, что корабль вследствие аварии имеет значительный дифферент на корму, с которым и вводится в док, верхняя поверхность блоков которого имеет уклон к горизонту, равный α, меньший угла дифферента корабля. При вводе корабля в док, после того как он коснется пяткою ахтерштевня кормового блока, остойчивость его изменяется; требуется определить величину наибольшего давления на кормовой блок и изменение остойчивости корабля.

Итак, положим, что корабль, которого углубление носом h_1, кормою h_2, вводится в док, блоки которого имеют уклон α. Наибольшее давление на кормовой блок будет в тот момент, когда корабль всем килем начнет касаться линии блоков; пусть HH (фиг. 90) есть горизонт воды в этот момент, AB — естественная грузовая корабля. Проведем через точку E, центр тяжести площади грузовой AB, плоскость A_1B_1, параллельную горизонту воды, т. е. составляющую с килем угол α, тогда $AA_1 + BB_1 = \delta$ представит изменение дифферента корабля, а EF изменение среднего его углубления; обозначим через R давление на кормовой блок. Для равновесия корабля необходимо, во-первых, чтобы величина этого давления вместе с силою поддержания равнялась весу корабля, иначе, чтобы величина давления R равнялась весу воды в объеме оголившегося слоя;



Фиг. 90.

во-вторых, необходимо, чтобы сумма моментов всех сил относительно любой точки, лежащей в плоскости их, равнялась нулю. Примем за эту точку — точку K.

Чтобы проще составить уравнение моментов, вообразим, что корабль погружен по ватерлинию A_1B_1 и что в центре тяжести слоя J к нему приложена сила R, равная весу этого слоя. Сила поддержания тогда будет приложена в точке C_1 — центре величины, соответствующем ватерлинии A_1B_1, а эта точка найдется из того условия, что центр величины, бывший при естественной грузовой в C_0, переместится пропорционально изменению дифферента, — именно будет:

$$C_0C_1 : (AA_1 + BB_1) = (R_0 - a) : L$$

где R_0 есть возвышение продольного метацентра. Следовательно,

$$C_0C_1 = \frac{R_0 - a}{L} \cdot \delta$$

причем

$$\delta = (h_2 - h_1) = L \operatorname{tg} \alpha$$

Из уравнения моментов:

$$Pl_1 + Rl_3 - Ql_2 = 0 \qquad (*)$$

заметив, что:

$$Q = P \quad \text{и} \quad l_2 = l_1 + C_0 C_1$$

получим:

$$R = P \cdot \frac{C_0 C_1}{l_3} = P \cdot \frac{R_0 - a}{L} \cdot \frac{\delta}{l_3}$$

Обыкновенно величина l_3 весьма близка к $\frac{L}{2}$, так что

$$R = 2P \cdot \frac{R_0 - a}{L} \cdot \frac{\delta}{L} \qquad (I)$$

Величина $(R_0 - a)$ близка к L, и формулу (I) можно заменить такою приближенной:

$$R = 2P \cdot \frac{\delta}{L} \qquad (II)$$

Формула (I) показывает, что давление на кормовой блок как раз такое, которое надо бы приложить, чтобы изменить дифферент корабля на требуемую величину δ, предполагая, что его водоизмещение осталось без перемены.

Рассмотрим теперь изменение остойчивости. Положим, что корабль накренился на угол θ, причем мы попрежнему предполагаем горизонт поднятым до HH (фиг. 91), а в центре тяжести J слоя приложенным вес его R.

Когда корабль был на чистой воде, восстанавливающая пара была $\mathfrak{M} = P \cdot GN = P \cdot GM \cdot \sin\theta$, теперь же из этой пары надо вычесть пару R с плечом $KJ \cdot \sin\theta$, и новый момент будет: $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M} - R \cdot KJ \cdot \sin\theta$ или иначе:

$$\mathfrak{M}_1 = P\left[GM - \frac{R}{P} \cdot KJ\right]\sin\theta$$

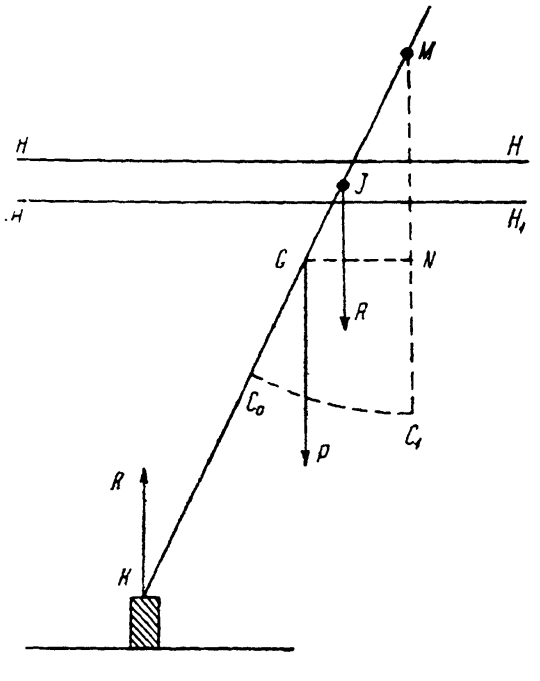
Сравнив это выражение с выражением первоначального момента $\mathfrak{M}$, видим, что влияние давления на блок равносильно тому, что метацентрическая высота уменьшилась на величину $\frac{R}{P} \cdot KJ$, иными словами, на такую величину, как будто бы груз, равный R, был перенесен с киля на грузовую.

Совершенно подобное же уменьшение остойчивости происходит и в том случае, когда корабль коснется мели.

При вводе, в особенности же при выводе корабля из дока необходимо заботиться, чтобы все отверстия, расположенные вблизи грузовой ватерлинии, были заделаны или задраены, так как вследствие расхода запасов воды или угля при стоянке в доке или приема некоторых грузов корабль может получить, освобождаясь от подпор в момент всплы-

тия, внезапный крен. Поучительным в этом смысле примером может служить случай с крейсером „Кубань“, который, при выводе из дока в Либаве, в доке же почти опрокинулся и затонул. Ранее этот крейсер был простым пассажирским пароходом, и на нем для погрузки угля были сделаны особые лац-порты, нижняя кромка которых возвышалась всего на 0.75 м над грузовой ватерлинией. Стоянкою в доке воспользовались для окраски части угольных ям, и лац-порты были оставлены открытыми.

В момент всплытия крейсера, перед выводом из дока, он получил крен около 5° и черпнул открытыми лац-портами, да вдобавок еще одну из боковых подпор, которая свободно скользила по борту, когда крейсер кренился, зажало между бортом и стенкою дока, и она не дала крейсеру спрямиться до величины статического его крена, т. е. около $2^1/_2 — 3°$. Вода устремилась в лац-порты и залила угольные ямы, крен возрос до 20—25°, крейсер соскользнул с блоков, на которые он сперва сел, и затонул, лежа с креном свыше 20°, упираясь боковым килем на дно дока.



Фиг. 91.

Метацентрическая высота этого крейсера была около 0.45 м, и достаточно было израсходовать с одного борта тонн 30 угля или воды, чтобы он получил крен в 3°. Если бы лац-порты были задраены, то этот крен прошел бы без всякого вреда, хотя первый размах и был бы около 5 — 6°, открытые же порты повели к крупной аварии.

Вообще при стоянке в доке следует избегать значительных приемов и расходов угля или воды или иных грузов и во всяком случае тщательно следить за симметричным их расходованием или приемом, так как иначе при выводе из дока корабль может принять чувствительный крен, а при отделении от блоков может сделать размах с углом, вдвое бо́льшим статического крена.

§ 75. О моментах инерции плоской фигуры. При изучении наклонений корабля около произвольной оси нам необходимо будет пользоваться свойствами моментов инерции площадей.

1. *Соотношение между моментами инерции относительно параллельных осей.* В § 6 дано определение момента инерции площади, ограниченной какой-либо кривою линией, и выведено соотношение между моментами инерции относительно параллельных осей, именно:

$$I_1 = I_0 + k^2 S$$

где I_1 есть момент инерции относительно какой-либо оси, I_0 момент инерции относительно оси, ей параллельной, проведенной через центр тяжести данной площади S.

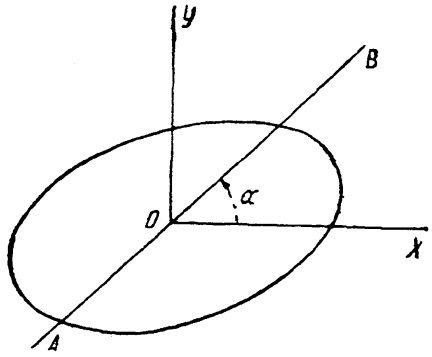
2. *Соотношение между моментами инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести.* Проведем через центр тяжести данной площади O оси координат Ox и Oy и положим, что относительно этих осей вычислены моменты инерции площади (производство такого вычисления было показано в § 7).

Пусть будут:

$$I_x = \lim \Sigma y^2 \sigma; \quad I_y = \lim \Sigma x^2 \sigma$$

эти моменты инерции.

Проведем через точку O (фиг. 92) какую-нибудь ось AB, составляющую с осью Ox угол α, и обозначим через I_α момент инерции данной площади относительно этой оси.



Фиг. 92.

Расстояние точки (x, y) до оси AB выразится так:

$$r = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$

следовательно, будет:

$$I_\alpha = \lim \Sigma r^2 \sigma = \lim \Sigma (y^2 \cos^2 \alpha - 2xy \sin \alpha \cos \alpha + x^2 \sin \alpha) \sigma = \cos^2 \alpha \lim \Sigma y^2 \sigma + \sin^2 \alpha \lim \Sigma x^2 \sigma - 2 \sin \alpha \cos \alpha \lim \Sigma xy \sigma \quad (1)$$

Встречающееся здесь количество $\lim \Sigma xy\sigma$ называют обыкновенно *центробежным моментом*, а в английских руководствах *произведением инерции;* обозначим его через I_{xy}, тогда предыдущая формула напишется так:

$$I_\alpha = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - 2 I_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \quad (2)$$

3. *Главные оси инерции.* Докажем следующую теорему: *для всякой площади существуют по крайней мере два взаимно перпендикулярных направления, таких, что, если их принять за новые оси координат* $O\xi$ *и* $O\eta$, *то* 1) *произведение инерции* $I_{\xi\eta} = \lim \Sigma \xi \eta \sigma$ *равно нулю,* 2) *один из моментов инерции* $I_\xi = \lim \Sigma \eta^2 \sigma$ *или* $I_\eta = \lim \Sigma \xi^2 \sigma$ *будет наибольший из всех, а другой наименьший.* Такие две оси называются главными осями инерции для рассматриваемой площади.

Чтобы доказать эту теорему, стоит только составить выражение $I_{\xi\eta}$. Обозначим через α угол $xO \cdot \xi$, тогда будет:

$$\xi = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$

$$\eta = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$

$$I_{\xi\eta} = \lim \Sigma (x\cos\alpha + y\sin\alpha)\cdot(y\cos\alpha - x\sin\alpha)\sigma =$$

$$= \lim \Sigma [(y^2 - x^2)\sin\alpha\cos\alpha + xy(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)]\sigma =$$

$$= \sin\alpha\cos\alpha\cdot(I_x - I_y) + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) I_{xy} =$$

$$= \frac{1}{2}(I_x - I_y)\sin 2\alpha + I_{xy}\cos 2\alpha \qquad (**)$$

Уравняв эту величину 0, получим для определения α уравнение.

$$\frac{1}{2}(I_x - I_y)\sin 2\alpha + I_{xy}\cos 2\alpha = 0 \qquad (*)$$

Откуда

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 I_{xy}}{(I_y - I_x)} \qquad (3)$$

Из этой формулы следует, что, когда I_x не $= I_y$, то для угла 2α найдутся значения:

$$2\alpha_1;\quad 2\alpha_1 + \pi;\quad 2\alpha_1 + 2\pi;\quad 2\alpha_1 + 3\pi;\ldots\quad 2\alpha_1 + k\pi$$

причем $2\alpha_1$ есть наименьший по абсолютной величине из углов, определяемых формулой (3), следовательно, значения угла α будут:

$$\alpha_1;\quad \alpha_1 + \frac{\pi}{2};\quad \alpha_1 + \pi;\quad \alpha_1 + \frac{3\pi}{2};\ldots \quad \text{и т. д.}$$

Очевидно, что направления α_1 и $\alpha_1 + \frac{\pi}{2}$ взаимно перпендикулярны, направление $(\alpha_1 + \pi)$ есть обратное α_1 и, следовательно, составляет с ним одну прямую, направление $\left(\alpha_1 + \frac{3\pi}{2}\right)$ есть обратное направлению $\alpha_1 + \frac{\pi}{2}$, с которым составит одну прямую, и т. д., вообще бесчисленное множество значений угла α, удовлетворяющих уравнению (3), соответствует только *двум* взаимно перпендикулярным прямым. Если одну из этих прямых принять за ось $O\xi$, а другую за $O\eta$, то количество $I_{\xi\eta} = \lim \Sigma\xi\eta\sigma$ будет равно нулю.

Если будет $I_x = I_y$, но I_{xy} не $= 0$, то уравнение (*) напишется так:

$$\cos 2\alpha = 0$$

и даст для 2α значения:

$$\frac{\pi}{2};\quad \frac{3\pi}{2};\quad \frac{5\pi}{2};\quad \frac{7\pi}{2}\ldots$$

которые соответствуют двум взаимно перпендикулярным прямым:

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \quad \text{и} \quad \alpha = \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$$

Наконец, обратим внимание еще и на тот случай, когда $I_x = I_y$ и вместе с тем $I_{xy} = 0$, тогда, очевидно, $I_{\xi\eta} = 0$ при всяком α и из уравнения (2) следует: $I_\alpha = I_x = I_y$, т. е. моменты инерции около *всякой* оси между собою равны, и всякая ось есть главная.

Таким образом, первая часть теоремы доказана.

Чтобы доказать вторую часть теоремы, положим, что оси $O\xi$ и $O\eta$ — главные оси, т. е. $I_{\xi\eta} = 0$, и что $I_\xi > I_\eta$, и составим выражение момента инерции относительно какой-либо оси, составляющей угол β с осью ξ; тогда в силу формулы (2) будем иметь:

$$I_\beta = I_\xi \cos^2\beta + I_\eta \sin^2\beta \qquad (2')$$

Замечая, что

$$\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$$

имеем

$$I_\beta = I_\xi - (I_\xi - I_\eta)\sin^2\beta$$

что показывает, что

$$I_\beta < I_\xi \qquad (4)$$

Точно так же можем написать:

$$I_\beta = I_\eta + (I_\xi - I_\eta)\cos^2\beta$$

что показывает, что

$$I_\beta > I_\eta \qquad (5)$$

Из формул (4) и (5) следует, что

$$I_\xi > I_\beta > I_\eta \qquad (6)$$

т. е. что один из главных моментов инерции, когда они не равны между собою, есть наибольший из всех, другой — наименьший; когда же оба главных момента инерции между собою равны, то будет $I_\beta = I_\xi = I_\eta$, т. е. величина момента инерции такой площади не зависит от направления оси, проходящей через ее центр тяжести.

Нетрудно видеть, что если данная площадь имеет ось симметрии, то эта ось есть одна из главных осей инерции, ибо для этой оси, которую примем за OX, произведение инерции

$$I_{xy} = \lim \Sigma xy\,\sigma = 0$$

ибо всякому элементу σ с координатами $(x, +y)$ соответствует другой элемент с координатами $(x, -y)$ и, следовательно, что все члены суммы попарно уничтожаются.

Так как главные оси взаимно перпендикулярны, то второю главною осью будет перпендикуляр к оси симметрии.

Если площадь имеет две оси симметрии взаимно перпендикулярных, то очевидно, что эти две оси и будут главными осями инерции.

Если площадь имеет две оси симметрии, составляющие между собою угол, не равный 90°, то для такой площади всякая ось есть главная и все моменты инерции между собою равны; например, квадрат — здесь и прямая, соединяющая средины параллельных сторон, есть ось симметрии, и диагональ есть ось симметрии; следовательно, моменты инерции около всех осей, проходящих через центр квадрата, между собою равны.

4. *Вычисление моментов инерции.* Чтобы вычислить моменты инерции и положение главных осей какой-либо площади, можно поступать таким образом:

1) Провести две взаимно перпендикулярные оси координат и разбить данную площадь на алгебраическую сумму простых площадей.

2) По формулам § 3 вычислить положение центра тяжести данной площади.

3) Принять центр тяжести за новое начало координат и провести через него оси, параллельные старым.

4) Относительно этих осей вычислить для каждой из простых площадей моменты инерции I_x и I_y и центробежный момент I_{xy}.

Вычисление I_x и I_y было показано в § 7; мы имели для простой площади:

$$I_x = \frac{1}{3}\int_a^b y^3\,dx \tag{7}$$

$$I_y = \int_a^b yx^2\,dx \tag{8}$$

Чтобы вычислить центробежный момент площ. $ABCD$ на фиг. 93, имеем:

$$\text{центробежный момент площ. } MNPQ = \lim \Sigma\, u\,x\,du\,dx =$$

$$x\,dx \cdot \lim \Sigma\, u\,du = x\,dx \cdot \int_0^y u\,du = \frac{1}{2}y^2\,x\,dx$$

и, следовательно:

$$I_{xy} = \frac{1}{2}\int_a^b y^2\,x\,dx \tag{9}$$

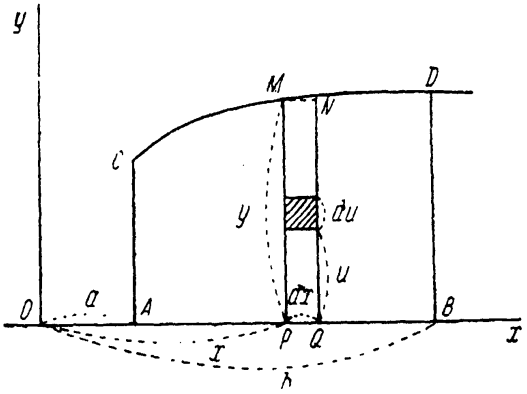
Когда кривая задана чертежом, то интегралы (7), (8), (9) вычисляются по приближению, пользуясь одною из формул квадратур.

Заметим, что, когда заданная площадь разбивается на такие простые (фиг. 94), которые лежат по обе стороны оси x-ов, то, называя через y_1 и y_2 длины ординат соответствующих абсциссе x, будем иметь:

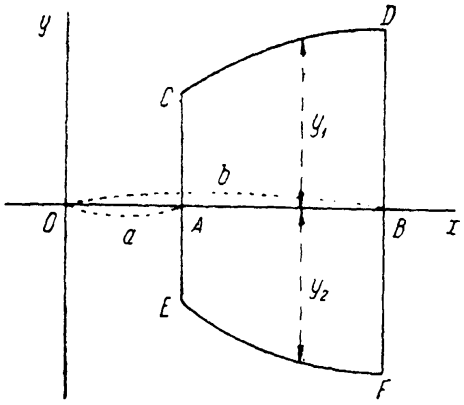
$$I_x = \frac{1}{3}\int_a^b (y_1^3 + y_2^3)\,dx \qquad (7')$$

$$I_y = \int_a^b (y_1 + y_2)\,x^2\,dx \qquad (8')$$

$$I_{xy} = \frac{1}{2}\int_a^b (y_1^2 - y_2^2)\,x\,dx \qquad (9')$$



Фиг. 93.



Фиг. 94.

5. Вычислив по формулам (7′, 8′, 9′) моменты инерции и центробежные моменты простых площадей, составляющих данную площадь, берем их алгебраическую сумму, составленную так же, как и полная площадь, и получим I_x, I_y и I_{xy} для этой площади.

Вычислив по вышесказанному величины I_x, I_y и I_{xy} для всей площади, определим направление главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x} \qquad (3)$$

где α есть угол, составляемый направлением главной оси с направлением положительной оси x, считаемый от этой последней в сторону положительной оси Oy (направление оси Oy соответствует значению $\alpha = 90^\circ$).

Пусть α_1 и $\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$ (фиг. 95) суть направления главных осей $O\xi$ и $O\eta$, тогда очевидно, что Ox составляет с направлением оси $O\xi$ угол $-\alpha_1$ и с направлением оси $O\eta$ угол $-\alpha_2 = -\left(\alpha_1 + \frac{\pi}{2}\right)$ и так как $I_{\xi\eta} = 0$, то формула (2) даст:

$$\left.\begin{aligned} I_x &= I_\xi \cos^2\alpha_1 + I_\eta \sin^2\alpha_1 \\ I_y &= I_\xi \sin^2\alpha_1 + I_\eta \cos^2\alpha_1 \end{aligned}\right\} \qquad (***)$$

Так как I_x и I_y у нас известны и угол α_1 определен по формуле (3), то из этих двух уравнений и найдем величины I_ξ и I_η.

Для решения уравнений (***) удобно поступить так: сложим эти два уравнения, тогда получим:

$$I_\xi + I_\eta = I_x + I_y \tag{10}$$

вычтем второе из них из первого и заменим разность $\cos^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_1$ ее величиною $\cos 2\alpha_1$, тогда будет:

$$I_\xi - I_\eta = \frac{I_x - I_y}{\cos 2\alpha_1} \tag{11}$$

Из уравнений (10) и (11) следует:

$$\left.\begin{aligned} I_\xi &= \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \frac{1}{2}\cdot\frac{I_x - I_y}{\cos 2\alpha_1} \\ I_\eta &= \frac{1}{2}(I_x + I_y) - \frac{1}{2}\cdot\frac{I_x - I_y}{\cos 2\alpha_1} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Заметим, что в силу формулы (3) будет:

$$\cos 2\alpha_1 = \frac{I_y - I_x}{\sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}} \quad \text{и}$$

$$\sin 2\alpha_1 = \frac{2I_{xy}}{\sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}}$$

и формулы (12) можно заменить такими:

$$\left.\begin{aligned} I_\xi &= \frac{1}{2}(I_x + I_y) - \frac{I_{xy}}{\sin 2\alpha_1} \\ I_\eta &= \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \frac{I_{xy}}{\sin 2\alpha_1} \end{aligned}\right\} \tag{12'}$$

которыми и можно воспользоваться для проверки вычисления.

Таким образом, найдем как направления главных осей инерции данной площади, так и величины главных моментов инерции.

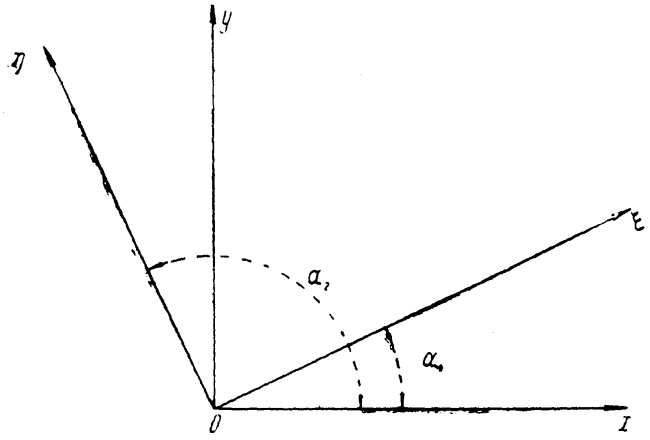
Задача. Вывести формулы, выражающие I_ξ и I_η и α через I_x, I_y и $I_{\frac{\pi}{4}}$, где $I_{\frac{\pi}{4}}$ есть момент инерции относительно оси, составляющей угол в 45° с осью x.

§ 76. Наклонения корабля около произвольной оси. Главные метацентры. Когда корабль имеет односторонне затопленные отделения, то положение его равновесия может значительно отличаться от прямого, действующая грузовая будет несимметрична, и те условия остойчивости, которые были выведены для прямого положения, требуют обобщения и на этот случай.

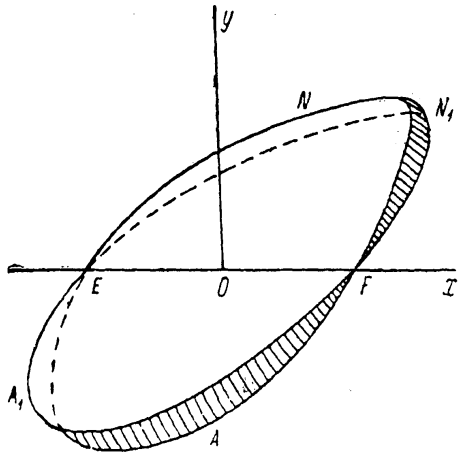
Положим, что корабль плавает так, что плоскость AN (фиг. 96) служит действующей ватерлинией, которую мы для краткости будем называть грузовой, и пусть он наклонился на весьма малый угол θ, так что плоскость A_1N_1 стала грузовой.

Отметим прямую пересечения этих двух плоскостей — будем эту прямую называть осью наклонения и примем ее за ось Ox.

Если при наклонении водоизмещение не изменяется, то, как было показано в §§ 8 и 49, ось наклонения проходит через центр тяжести площади действующей грузовой; эту точку примем за начало координат, направив ось Oy влево и ось Oz вниз, эти оси примем неизменно связанными с кораблем.



Фиг. 95.



Фиг. 96.

Обозначим через C_0 центр величины и через G центр тяжести корабля для положения равновесия. Координаты этих точек относительно осей Ox, Oy, Oz, связанных с кораблем, пусть будут:

центра тяжести G . . . . . a, b, c

центра величины C_0 . . . . . a, b, c_0

ибо обе точки должны лежать на той же отвесной линии.

Вычислим теперь координаты относительно тех же осей центра величины C_1 после того, как корабль, сохраняя водоизмещение неизменным, наклонился на угол θ, предполагаемый весьма малым. Обозначим эти координаты через a_1, b_1, c_1. Чтобы определить новое положение центра величины, мы вычислим проекции его перемещения на оси координат, т. е. разности $(a_1 - a)$, $(b_1 - b)$, $(c_1 - c_0)$, а для этого стоит только разделить алгебраическую сумму моментов клиновых объемов AA_1EF и ENN_1F, вышедшего и вошедшего, на водоизмещение V_0. Вообразив,

что каждый из этих объемов разбит на элементарные призмы с основанием σ, и взяв сумму их моментов, мы будем иметь:

$$a_1 - a_0 = \frac{1}{V_0} \cdot \lim \Sigma x (y \cdot \operatorname{tg} \theta) \cdot \sigma = \frac{\operatorname{tg} \theta}{V_0} \cdot \lim \Sigma xy\sigma$$

$$b_1 - b_0 = \frac{1}{V_0} \cdot \lim \Sigma y (y \cdot \operatorname{tg} \theta) \cdot \sigma = \frac{\operatorname{tg} \theta}{V_0} \cdot \lim \Sigma y^2 \sigma$$

$$c_1 - c_0 = \frac{1}{V_0} \cdot \lim \Sigma \left(\frac{y \operatorname{tg} \theta}{2}\right)(y \operatorname{tg} \theta)\sigma = -\frac{1}{2} \frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{V_0} \cdot \lim \Sigma y^2 \sigma,$$

ибо $y \operatorname{tg} \theta$ есть высота этой элементарной призмы, основание которой σ имеет координаты (x, y). Суммирование надо распространять на всю площадь действующей ватерлинии AN.

Пользуясь принятым в предыдущем параграфе обозначением для моментов инерции и написав вместо $\operatorname{tg} \theta$ самый угол θ, имеем следующие выражения проекций перемещения центра величины на оси координат, неизменно связанные с кораблем:

1) По оси наклонения:

$$a_1 - a_0 = \frac{I_{xy}}{V_0} \cdot \theta$$

2) Перпендикулярно оси наклонения (в плоскости наклонения):

$$b_1 - b_0 = \frac{I_x}{V_0} \cdot \theta$$

3) Перпендикулярно к грузовой:

$$c_1 - c_0 = -\frac{1}{2} \frac{I_x}{V_0} \cdot \theta^2$$

(I)

Из этих формул видны следующие свойства перемещения центра величины при весьма малых наклонениях корабля:

1) При наклонении корабля около произвольной оси, центр величины перемещается вообще не только в плоскости наклонения, но и перпендикулярно к ней.

2) Перемещение центра величины происходит в плоскости наклонения только в том случае, когда ось наклонения есть *главная* ось инерции площади действующей грузовой.

3) Слагающая перемещения центра величины, *перпендикулярная* к плоскости грузовой *второго* порядка по отношению к углу крена θ, слагающие же *параллельные* этой плоскости *первого* порядка относительно сказанного угла, следовательно, касательная плоскость к геометрическому месту центров величины (поверхность центров) параллельна соответствующей действующей ватерлинии.

Найдем теперь выражения проекций перемещения центра величины на главные оси инерции действующей грузовой.

Пусть эти оси будут $O\xi$ и $O\eta$ и положим, что ось наклонения Ox составляет с осью $O\xi$ угол α, тогда будем иметь следующие общие формулы преобразования координат:

$$\xi = x \cos\alpha - y \sin\alpha$$

$$\eta = x \sin\alpha + y \cos\alpha$$

и, следовательно, обозначив через ξ_1 и η_1 разность координат точек C_0 и C_1 получим:

$$\xi_1 = (a_1 - a_0) \cos\alpha - (b_1 - b_0) \sin\alpha$$

$$\eta_1 = (a_1 - a_0) \sin\alpha + (b_1 - b_0) \cos\alpha$$

и, подставляя из формулы (I), имеем:

$$\xi_1 = (I_{xy} \cos\alpha - I_x \sin\alpha) \cdot \frac{\theta}{V_0}$$

$$\eta_1 = (I_{xy} \sin\alpha + I_x \cos\alpha) \cdot \frac{\theta}{V_0}$$

по формулам (**) и (***) § 75 имеем.

$$I_{xy} = (I_\xi - I_\eta) \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$I_x = I_\xi \cos^2\alpha + I_\eta \sin^2\alpha$$

подставляя, получаем:

$$\xi_1 = [(I_\xi - I_\eta) \sin\alpha \cdot \cos^2\alpha - (I_\xi \cos^2\alpha + I_\eta \sin^2\alpha) \sin\alpha] \frac{\theta}{V_0} = -\frac{I_\eta}{V_0} \cdot \theta \sin\alpha$$

$$\eta_1 = [(I_\xi - I_\eta) \sin^2\alpha \cdot \cos\alpha + (I_\xi \cos^2\alpha + I_\eta \sin^2\alpha) \cos\alpha] \cdot \frac{\theta}{V_0} = \frac{I_\xi}{V_0} \cdot \theta \cos\alpha$$

Таким образом, проекция перемещения центра величины корабля, наклонившегося на весьма малый угол θ около оси, составляющей угол α с главною осью инерции $O\xi$ грузовой, выразится так:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= -\frac{I_\eta}{V_0} \cdot \theta \sin\alpha \\ \eta_1 &= \frac{I_\xi}{V_0} \cdot \theta \cos\alpha \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II)}$$

Заметив, что при наклонении около главной оси инерции центр величины перемещается в плоскости наклонения, можно истолковать формулы II следующим образом: перемещение ξ_1 (фиг. 97) можно вообразить происшедшим от наклонения на угол $\theta_1 = \theta \sin\alpha$ около положительной оси $O\eta$ (поворот около положительной оси переводит ось Oz в ось Ox,

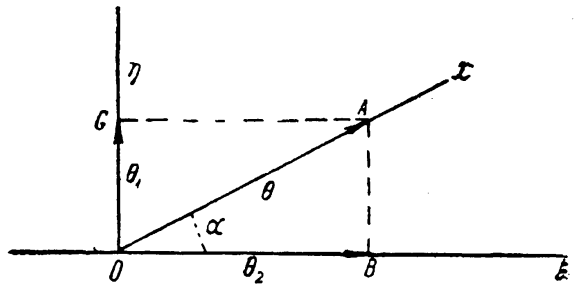
поэтому знак —). Перемещение η_1 можно вообразить происшедшим от поворота на угол $\theta_2 = \theta \cos\alpha$ около оси $O\xi$.

Величины этих поворотов θ_1 и θ_2 получаются, если вращение на угол θ около оси Ox разложить по правилу параллелограма по осям $O\xi$ и $O\eta$.

Таким образом, формула II выражает такую теорему:

Весьма малое наклонение корабля около произвольной оси Ox может быть разложено по правилу параллелограма на наклонения около главных осей инерции площади грузовой, и перемещения центра величины можно рассчитывать отдельно и независимо для каждого из этих поворотов.

Эта теорема показывает, что для корабля, у которого всегда одна из главных осей, даже и в наклонном положении, близка к направлению, перпендикулярному диаметральной плоскости, другая же параллельна ей, всякое наклонение может быть заменено наклонением около продольной оси — крен и наклонением около продольной оси — дифферент, которые и могут быть рассчитываемы для малых углов независимо от другого.



Фиг. 97.

В § 38 было дано общее определение метацентра как предельного положения основания общего перпендикуляра к двум последовательным линиям поддержания, и было показано, что возвышение этой точки над центром величины выражается отношением момента инерции площади грузовой относительно оси наклонения к водоизмещению корабля и что для остойчивости корабля необходимо, чтобы метацентр лежал выше центра тяжести.

Из того свойства моментов инерции, что один из главных моментов инерции есть наименьший из всех, а другой наибольший — следует, что метацентр, соответствующий наклонению около одной из главных осей, располагается *ниже* всех прочих; метацентр же, соответствующий наклонению около другой главной оси, перпендикулярной к первой, располагается *выше* всех прочих. Эти два метацентра называются *главными*, и их возвышения над центром величины выражаются формулами:

$$\rho_1 = \frac{I_\xi}{V_0} \quad \text{и} \quad \rho_2 = \frac{I_\eta}{V_0}$$

Заметим, что, при наклонении около главной оси инерции площади грузовой, центр величины не выходит из плоскости наклонения и, следовательно, линии поддержания в пределе *пересекаются* между собою как раз в соответствующих главных метацентрах.

Таким образом, мы можем высказать такую теорему: *чтобы корабль был остойчив для наклонений около произвольной оси, необходимо,*

чтобы центр тяжести его лежал ниже обоих главных метацентров.

При прямом положении корабля, когда грузовая имеет своею осью симметрии прямую пересечения своего с диаметральной плоскостью, один из главных метацентров есть как раз тот, который соответствует наклонениям в плоскости шпангоута — *поперечный метацентр*, другой в плоскости диаметральной — *продольный метацентр.*

При больших наклонениях корабля в плоскости шпангоута, хотя главные оси инерции площади действующей грузовой и меняются, но все-таки направление одной из них, как уже сказано, остается весьма близким к продольному, т. е. параллельному диаметральной плоскости, как и для естественной грузовой, поэтому и для больших наклонений достаточно вычисления только поперечной остойчивости.

§ 77. Сохраняя водоизмещение корабля, можно провести бесчисленное множество таких плоскостей, которые отсекают данный подводный объем V_0; огибающая этой системы плоскостей представляет собою некоторую поверхность, которую называют *катящеюся* поверхностью или поверхностью *плавания*. Первое название происходит от того, что, если корабль наклонять так, чтобы его водоизмещение сохранялось, то сказанная поверхность будет постоянно оставаться касательною к горизонтальной плоскости, совпадающей с уровнем воды, и, следовательно, упомянутая поверхность при таком наклонении корабля катится по этой плоскости.

Из сказанного в предыдущем параграфе видно:

1) Всякая касательная плоскость к катящейся поверхности отсекает от корабля один и тот же подводный объем V_0, и наоборот — всякая плоскость, отсекающая данный подводный объем V_0, касается к катящейся поверхности.

2) Точка касания катящейся поверхности с соответствующей плоскостью ватерлинии лежит в центре тяжести площади этой ватерлинии.

Из этого последнего свойства следует, что *катящуюся поверхность можно рассматривать как геометрическое место центров тяжести площадей ватерлиний, отсекающих от корабля данный подводный объем* V_0.

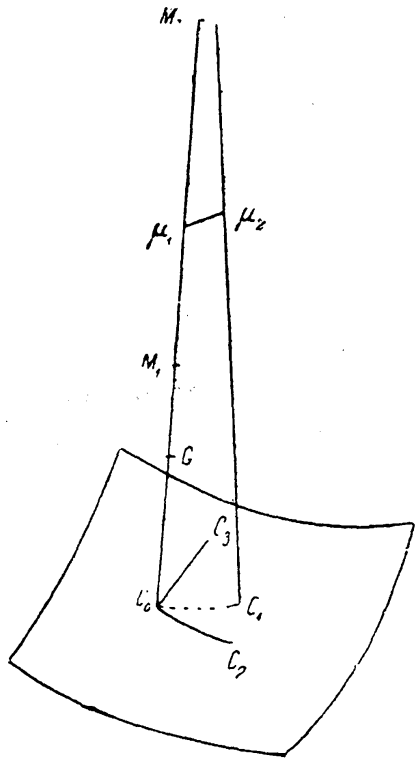
Каждой ватерлинии, отсекающей данный объем V_0, соответствует определенное положение центра величины. Геометрическое место этих точек образует тоже некоторую поверхность, которую называют *поверхностью центров.*

Ясно, что каждой точке катящейся поверхности соответствует точка поверхности центров; из сказанного в § 76 следует, что *в соответствующих точках касательные плоскости к поверхности центров и к катящейся поверхности между собою параллельны.*

При равновесии корабля или плавающего тела вообще, его центр тяжести G и центр величины C лежат на одной и той же отвесной линии,

а так как соответствующая ватерлиния, отсекающая такой объем жидкости V_0, вес которого равен весу тела, будет совпадать с уровнем жидкости, то по свойству касательных плоскостей к поверхности центров следует, что касательная плоскость к этой поверхности в точке C горизонтальна, а, значит, прямая CG, соединяющая эту точку с центром тяжести G, есть *нормаль* к поверхности центров.

Это свойство поверхности центров сводит разыскание положений равновесия плавающего тела вообще к геометрической задаче — а именно, к проведению нормали из центра тяжести тела к поверхности центров. Поверхность центров определяется, зная вес тела и обводы его, каждой же из вышеупомянутых нормалей соответствует положение равновесия тела — именно то, при котором эта нормаль примет вертикальное направление.



Фиг. 98.

Те точки, которые мы называли *метацентрами*, имеют по отношению к поверхности центров также вполне определенный геометрический смысл.

В самом деле, пусть G (фиг. 98) есть центр тяжести плавающего тела, C_0 центр величины при одном из положений равновесия, так что прямая $C_0 G$ есть нормаль в точке C_0 к поверхности центров. Положим, что тело выведено из положения равновесия наклонением на весьма малый угол θ около некоторой оси, и пусть соответствующий центр величины будет в точке C_1; проведем в этой точке нормаль к поверхности центров. Из теории поверхностей известно, что вообще эта нормаль в точке C_1 не будет лежать в одной плоскости (т. е. не будет ни пересекаться ни параллельна) нормали $C_0 G$ в бесконечно-близкой точке C_0. Но на каждой из этих нормалей есть такая точка (μ_1 и μ_2), что прямая $\mu_1\mu_2$ перпендикулярна как к $C_0\mu_1$, так и к $C_1\mu_2$. Предельное положение точки μ, когда угол θ приближается к нулю, направление же оси наклонения сохраняется, и есть соответствующий этой оси наклонения метацентр.

В теории поверхностей показывают также, что около всякой точки C_0 поверхности можно взять точку C_1 так, чтобы соответствующие нормали в пределе *пересекались*, стоит только точку C_1 брать на так называемых *линиях кривизны* поверхности, проходящих через точку C_0; как известно, через каждую точку поверхности таких линий вообще проходят *две*, пересекающихся под *прямым* углом, пусть одна из них есть $C_0 C_2$, другая $C_0 C_3$. Для точки C_0 на каждой из этих линий лежит свой центр

кривизны — предельное пересечение нормали $C_0 G$ с бесконечно-близкою к ней. Пусть M_1 и M_2 суть эти центры кривизны: M_1 для линии $C_0 C_2$ и M_2 для линии $C_0 C_3$, тогда радиусы кривизны $C_0 M_1$ и $C_0 M_2$ по величине один *больше* радиуса кривизны $C_0 \mu_2$ всякой линии $C_0 C_1$, проходящей по поверхности через точку C_0, другой *меньше* его.

Точки M_1 и M_2, так называемые *центры кривизны* поверхности в данной точке C_0, и представляют собою *главные метацентры* для того положения корабля, когда точка C_0 есть его центр величины.

Мы не будем приводить аналитического доказательства всех вышеперечисленных свойств поверхностей, отсылая к курсу приложений анализа к геометрии, ибо этими свойствами не приходится пользоваться при практических расчетах, относящихся к кораблю.

Поверхность центров и катящаяся поверхность обладают еще многими замечательными свойствами и соотношениями. Исследование этих свойств составляет предмет так называемой „геометрии корабля“, и изложение их можно найти в 1-м томе сочинения Pollard et Dudebout „Théorie du navire“.

§ 78. Определение положения равновесия корабля при больших наклонениях. В §§ 61, 62, 63 и 64 было показано, как приближенно определить крен и дифферент корабля, когда в нем затоплены некоторые отделения, пользуясь метацентрической формулой для начальной остойчивости. Но эта формула для больших наклонений и при больших повреждениях корабля становится уже неточной, поэтому, когда требуется определить положение равновесия корабля, сильно отличающееся от прямого, надо пользоваться приемом последовательных приближений подобно тому, как показано в § 67, и поступать следующим образом:

1) По правилам, изложенным в §§ 61, 62, 63 и 64, определить крен и дифферент корабля.

2) По этому крену и дифференту вынести на теоретический чертеж соответствующую действующую ватерлинию. Если корабль будет сидеть по эту ватерлинию, то это и будет его приближенное положение равновесия (1-ое приближение).

3) Проведя на теоретическом чертеже вышеуказанную ватерлинию, надо вычислить: а) отсекаемый ею объем корабля, дающий плавучесть, б) соответствующее положение центра величины, в) положение центра тяжести площади этой ватерлинии, г) главные оси инерции и главные моменты инерции, д) положение главных метацентров.

4) Через главные оси инерции действующей ватерлинии провести две плоскости, к ней перпендикулярные, на эти плоскости проектировать центр величины, центр тяжести корабля и соответствующий главный метацентр.

5) Сделать поправку на избыток или недостаток водоизмещения, отсекаемого проведенной приближенной грузовой, и, пользуясь простою метацентрической формулой и изложенными в §§ 61, 62, 63 и 64 приемами,

Сокращенная таблица

	0		1		2		3		4	
a	a^2	a^3	a^2	a^3	a^2	a^3	a^2	a^3	a^2	a^3
0.1	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00
0.2	0.04	0.01	0.04	0.01	0.05	0.01	0.05	0.01	0.06	0,01
0.3	0.09	0.03	0.10	0.03	0.10	0.03	0.11	0.04	0.12	0.04
0.4	0.16	0.06	0.17	0.07	0.18	0.07	0.18	0.08	0.19	0.09
0.5	0.25	0.13	0.26	0.13	0.27	0.14	0.28	0.15	0.29	0.16
0.6	0.36	0.22	0.37	0.23	0.38	0.24	0.40	0.25	0.41	0.26
0.7	0.49	0.34	0.50	0.36	0.52	0.37	0.53	0.39	0.55	0.41
0.8	0.64	0.51	0.66	0.53	0.67	0.55	0.69	0.57	0.71	0.59
0.9	0.81	0.73	0.83	0.75	0.85	0.78	0,86	0.80	0.88	0.83
1.0	1.00	1.00	1.02	1.03	1.04	1.06	1.06	1.09	1.08	1.12
1.1	1.21	1.33	1.23	1.37	1.25	1.40	1.28	1.44	1.30	1.48
1.2	1.44	1.73	1.46	1.77	1.49	1.81	1.51	1.86	1.54	1.91
1.3	1.69	2.20	1.72	2.25	1.74	2.30	1.77	2.35	1.80	2.41
1.4	1.96	2.74	1.99	2.80	2.02	2.86	2.04	2.92	2.07	2.99
1.5	2.25	3.88	2.28	3 44	2.31	3.51	2.34	3.58	2.37	3.65
1.6	2.56	4.10	2.59	4.17	2.62	4.25	2.66	4.33	2.69	4.41
1.7	2.89	4.91	2.92	5.00	2.96	5.09	2.99	5.18	3.03	5.27
1.8	3.24	5.83	3.28	5.93	3.31	6.03	3.35	6.13	3.39	6.23
1.9	3.61	6.86	3.65	6.97	3.69	7.08	3.72	7.19	3.76	7.30
2.0	4.00	8.00	4.04	8.12	4.08	8.24	4.12	8.37	4.16	8.49
2.1	4.41	9.26	4.45	9.39	4.49	9.53	4.54	9.66	4.58	9.80
2.2	4.84	10.65	4.88	10.79	4.93	10.94	4.97	11.09	5.02	11.24
2.3	5.29	12.17	5.34	12.33	5.38	12.49	5.43	12.65	5.48	12.81
2.4	5.76	13.82	5.81	14.00	5.86	14.17	5.90	14.35	5.95	14.53
2.5	6.25	15.63	6.30	15.81	6.35	16.00	6.40	16.19	6.45	16.39
2.6	6.76	17.58	6.81	17.78	6.86	17.98	6.92	18.19	6.97	18.40
2.7	7.29	19.68	7.34	19.90	7.40	20.12	7.45	20.35	7.51	20.57
2.8	7.84	21.95	7.90	22.19	7.95	22.43	8.01	22.66	8.07	22.91
2.9	8.41	24.39	8.47	24.64	8.53	24.90	8.58	25.15	8.64	25.41
3.0	9.00	27.00	9.06	27.27	9.12	27.54	9.18	27.82	9.24	28.09
3.1	9.61	29.79	9.67	30.08	9.73	30.37	9.80	30.66	9.86	30.96
3.2	10.24	32.77	10.30	33.08	10.37	33.39	10.43	33.70	10.50	34.01
3.3	10.89	35.94	10.96	36.26	11.02	36.59	11.09	36.93	11.16	37.26
3.4	11.56	39.30	11.63	39.65	11.70	40.00	11.76	40.35	11.83	40.71
3.5	12.25	42.88	12.32	43.24	12.39	43.61	12.46	43.99	12.53	44.36
3.6	12.96	46.66	13.03	47.05	13.10	47.44	13.18	47.83	13.25	48.23
3.7	13.69	50.65	13.76	51.06	13.84	51.48	13.91	51.90	13.99	52.31
3.8	14.44	54.87	14.52	55.31	14.59	55.74	14.67	56.18	14.75	56.62
3.9	15.21	59.32	15.29	59.78	15.37	60.24	15.44	60.70	15.52	61.16
4.0	16.00	64.00	16.08	64.48	16.16	64.96	16.24	65.45	16.32	65.94
4.1	16.81	68.92	16.89	69.43	16.97	69.93	17.06	70.44	17.14	70.96
4.2	17.64	74.09	17.72	74.62	17.81	75.15	17.89	75.69	17.98	76.23
4.3	18.49	79.51	18.58	80.06	18.66	80.62	18.75	81.18	18.84	81.75
4.4	19.36	85.18	19.45	85.77	19.54	86.35	19.62	86.94	19.71	87.53
4.5	20.25	91.13	20.34	91.73	20.43	92.35	20.52	92.96	20.61	93.58
4.6	21.16	97.34	21.25	97.97	21.34	98.61	21.44	99.25	21.53	99.90
4.7	22.09	103.8	22.18	104.5	22.28	105.2	22.37	105.8	22.47	106.5
4.8	23.04	110.6	23.14	111.3	23.23	112.0	23.33	112.7	23.43	113.4
4.9	24.01	117.6	24.11	118.4	24.21	119.1	24.30	119.8	24.40	120.6

5		6		7		8		9	
a^2	a^3	a^2	a^3	a^2	a^3	a^2	a^3	a^2	a^3
0.02	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.03	0.01	0.04	0.01
0.06	0.02	0.07	0.02	0.07	0.02	0.08	0.02	0.08	0.02
0.12	0.04	0.13	0.05	0.14	0.05	0.14	0.05	0.15	0.06
0.20	0.09	0.21	0.10	0.22	0.10	0.23	0.11	0.24	0.12
0.30	0.17	0.31	0.18	0.32	0.19	0.34	0.20	0.35	0.21
0.42	0.27	0.44	0.29	0.45	0.30	0.46	0 31	0.48	0.33
0.56	0.42	0.58	0.44	0,59	0.46	0.61	0.47	0.62	0.49
0.72	0.61	0.74	0.64	0.76	0.66	0.77	0.68	0.79	0.70
0.90	0.86	0.92	0.88	0.94	0.91	0.96	0.94	0.98	0.97
1.10	1.16	1.12	1.19	1.14	1.23	1.17	1.26	1.19	1.30
1.32	1.52	1.35	1.56	1.37	1.60	1.39	1.64	1.42	1.69
1.56	1.95	1.59	2.00	1.61	2.05	1.64	2.10	1.66	2.15
1.82	2.46	1.85	2.52	1.88	2.57	1.90	2.63	1.93	2.69
2.10	3.05	2.13	3.11	2.16	3.18	2.19	3.24	2.22	3.31
2.40	3.72	2.43	3.80	2.46	3.87	2.50	3.94	2.53	4.02
2.72	4.49	2.76	4.57	2.79	4.66	2.82	4.74	2.86	4.83
3.06	5.36	3.10	5.45	3.13	5.55	3.17	5.64	3.20	5.74
3.42	6.33	3.46	6.43	3.50	6.54	3.53	6.64	3.57	6.75
3.80	7.41	3.84	7.53	3.88	7.65	3.92	7.76	3.96	7.88
4.20	8.62	4.24	8.74	4.28	8.87	4.33	9.00	4.37	9.13
4.62	9.94	4.67	10.08	4.71	10.22	4.75	10.36	4.80	10.50
5.06	11.39	5.11	11.54	5.15	11.70	5.20	11.85	5.24	12.01
5.52	12.98	5.57	13.14	5.62	13.31	5.66	13.48	5.71	13.65
6.00	14.71	6.05	14.89	5.10	15.07	6.15	15.25	6.20	15.44
6.50	16.58	6.55	16.78	6.60	16.97	6.65	17.17	6.71	17.37
7.02	18.61	7.08	18.82	7.13	19.03	7.18	19.25	7.24	19.47
7.56	20.80	7.62	21.02	7.67	21.25	7.73	21.48	7.78	21.72
8.12	23.15	8.18	23.39	8.24	23.64	8.29	23.88	8.35	24.14
8.70	25.67	8.76	25.93	8.82	26.20	8.88	26.46	8.94	26.73
9.30	28.37	9.36	28.65	9.42	28.93	9.49	29.22	9.55	29.50
9.92	31.26	9.99	31.55	10.05	31.86	10.11	32.16	10.18	32.46
10.56	34.33	10.63	34.65	10.69	34.97	10.76	35.29	10.82	35.61
11.22	37.60	11.29	37.93	11.36	38.27	11.42	38.61	11.49	38.96
11.90	41.06	11.97	41.42	12.04	41.78	12.11	42.14	12.18	42.51
12.60	44.74	12.67	45.12	12.74	45.50	12.82	45.88	12.89	46.27
13.32	48.63	13.40	49.03	13.47	49.43	13.54	49.84	13.62	50.24
14.06	52.73	14.14	53.16	14.21	53.58	14.29	54.01	14.36	54.44
14.82	57.07	14.90	57.51	14.98	57.96	15.05	58.41	15.13	58.86
15.60	61.63	15.68	62.10	15.76	62.57	15.84	63.04	15.92	63.52
16.40	66.46	16.48	66.92	16.56	67.42	16.65	67.92	16.73	68.42
17.22	71.47	17.31	71.99	17.39	72.51	17.47	73.03	17.56	73.56
18.06	76.77	18.15	77.31	18.23	77.85	18.32	78.40	18.40	78.95
18.92	82.31	19.01	82.88	19.10	83.45	19.18	84.03	19.27	84.60
19.80	88.12	19.89	88.72	19.98	89.31	20.07	89.92	20.16	90.52
20.70	94.20	20.79	94.82	20.88	95.44	20.98	96.07	21.07	96.70
21.62	100.5	21.72	101.2	21.81	101.8	21.90	102.5	22.00	103.2
22.56	107.2	22.66	107.9	22.75	108.6	22.85	109.2	22.94	109.9
23.52	114.1	23.62	114.8	23.72	115.5	23.81	116.2	23.91	116.9
24.50	121.3	24.60	122.0	24.70	122.8	24.80	123.5	24.90	124.3

определить добавочный крен и дифферент (поправка к первому приближению).

6) По этим поправкам построить действующую грузовую второго приближения, которое обыкновенно и доставит требуемое положение равновесия с достаточною точностью.

7) Для этой новой ватерлинии вычислить перечисленные в п. 3 элементы. Возвышение главного поперечного метацентра над центром тяжести укажет меру остойчивости корабля при этом наклонном положении равновесия.

Все формулы для этого процесса развиты в §§ 61, 62, 63, 64 и 75, и самое вычисление, кроме длинноты, не представляет никаких затруднений. Для большей части вопросов практики первого приближения достаточно, и ко второму приходится прибегать лишь в исключительных случаях.

По отношению к кораблю разыскание положений равновесия облегчается тем, что надо иметь лишь одно положение равновесия, наиболее близкое к прямому, — если оно окажется неустойчивым, то говорят, что корабль опрокидывается.

В общем случае, когда имеется плавающее тело, вполне замкнутое, и надо определить, в каких положениях оно может плавать, находясь в равновесии, вопрос становится весьма сложным.

Для примера предлагается рассмотреть следующую задачу: определить все положения устойчивого равновесия однородного прямоугольного бруса квадратного сечения; длина бруса l велика по сравнению со стороною квадрата a, удельный вес бруса δ. Рассмотреть случаи:

$$\delta = \frac{1}{4}; \quad \delta = \frac{1}{2}; \quad \delta = \frac{9}{10}.$$

СТАТИКА СУДОПОДЪЕМА[1]

Введение

§ 1. Предметом статики судоподъема служит рассмотрение и исследование возникающих при составлении проектов судоподъемных работ вопросов об определении положений равновесия корабля в разных стадиях его подъема и исследование остойчивости корабля в этих положениях. Такое теоретическое исследование необходимо для обоснования проекта и обеспечения безопасности и успеха работы.

Прежде чем рассматривать частные случаи и способы подъема затонувшего корабля, необходимо изложить общий метод решения вопросов статики, при этом возникающих, и предпослать этому изложению необходимые сведения из аналитической геометрии. Метод, который мы будем применять, состоит в пользовании „началом возможных перемещений“ и „обобщенными координатами“ подобно тому, как это мною развито для определения положений равновесия корабля, имеющего значительные повреждения.

§ 2. Нам придется определять положение как самого корабля в пространстве, так и различных точек в корабле; это достигается при помощи системы координатных плоскостей, из которых одна неизменна в корабле, другая неизменно связана с землей. Систему плоскостей и осей, неизменных в корабле, обозначим через $Oxyz$ и будем называть *относительной*; за начало координат O возьмем пятку ахтерштевня, которой в первой стадии подъема корабль опирается о грунт, предполагаемый вполне твердым; за плоскость Ozx возьмем диаметральную плоскость корабля; за ось Oz — кормовой перпендикуляр; за ось Ox — килевую линию, которую примем параллельно плоскости теоретической грузовой, накрашенной на корабле; за плоскость Oyz возьмем плоскость шпангоута, проведенную через кормовой перпендикуляр. Будем говорить, что корабль находится в прямом положении, когда плоскость его грузовой ватерлинии *горизонтальна*; ясно, что при этом другие две плоскости *вертикальны*.

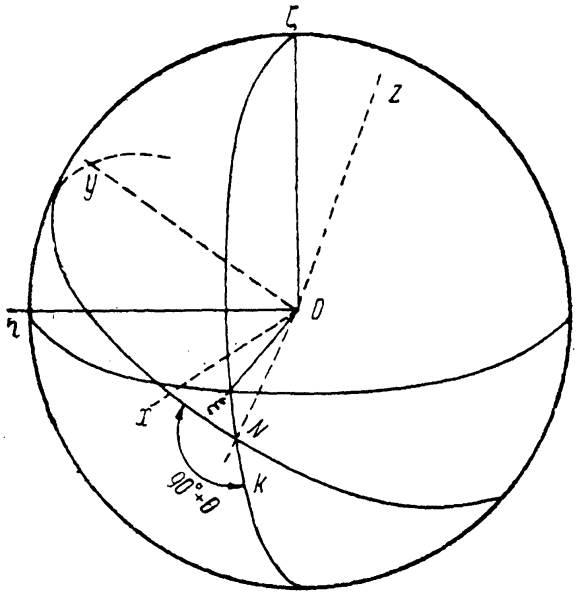
За положительную ось xx возьмем ту часть килевой линии Ox, которая направлена в нос, за положительную ось yy возьмем ту часть

---

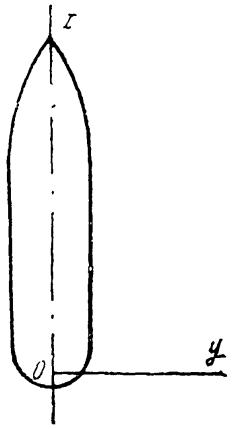
[1] Напечатано в сборнике „Судоподъем“, № 2 (30), 1945 г.

прямой Oy, которая направлена к *правому* борту, за положительную ось zz возьмем ту часть прямой Oz, которая направлена к верхней палубе корабля, тогда, если смотреть (фиг. 2) по оси Oz на плоскость днища Oxy, то ось Oy направлена *вправо* от Ox.

За координатные оси, неизменно связанные с землей, которые будем называть *абсолютными*, возьмем прямые $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$, соответственно совпадающие с Ox, Oy, Oz при прямом положении корабля и сохраняющие свое положение при наклонениях корабля. Положение корабля относительно земли определяется положением осей $Oxyz$ относительно осей $O\xi\eta\zeta$, что достигается заданием следующих *шести* величин:



Фиг. 1.



Фиг. 2.

а) координат

$$\xi_0 = 0; \quad \eta_0 = 0; \quad \zeta_0 = 0 \tag{1}$$

точки O относительно осей $O\xi\eta\zeta$ и

б) трех так называемых Эйлеровых углов

$$\varphi, \psi, \theta \tag{2}$$

при помощи которых определяются *направления* в пространстве осей Ox, Oy, Oz при наклонениях корабля.

Углы φ, ψ, θ представлены на вспомогательной сфере (фиг. 1), пользуясь которой из сферических треугольников

$$\begin{array}{lll} xN\xi, & xN\eta, & xN\zeta \\ yN\xi, & yN\eta, & yN\zeta \\ zN\xi, & zN\eta, & zN\zeta \end{array}$$

по основной формуле сферической тригонометрии находятся следующие выражения косинусов углов между осями координат $Oxyz$ и $O\xi\eta\zeta$:

$$\left.\begin{aligned}
a_1 &= \cos\left(\widehat{x,\xi}\right) = \cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi\sin\theta\\
b_1 &= \cos\left(\widehat{x,\eta}\right) = \sin\varphi\sin\theta\\
c_1 &= \cos\left(\widehat{x,\zeta}\right) = -\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\sin\theta\\
a_2 &= \cos\left(\widehat{y,\xi}\right) = -\sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\psi\sin\theta\\
b_2 &= \cos\left(\widehat{y,\eta}\right) = \cos\varphi\cos\theta\\
c_2 &= \cos\left(\widehat{y,\zeta}\right) = \sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\sin\theta\\
a_3 &= \cos\left(\widehat{z,\xi}\right) = \sin\psi\cos\theta\\
b_3 &= \cos\left(\widehat{z,\eta}\right) = -\sin\theta\\
c_3 &= \cos\left(\widehat{z,\zeta}\right) = \cos\psi\cos\theta
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Все эти формулы точные, т. е. имеют место при *всяких* значениях углов φ, ψ, θ.

Этим формулам соответствует следующая таблица косинусов углов между осями координат:

	x	y	z
ξ	a_1	a_2	a_3
η	b_1	b_2	b_3
ζ	c_1	c_2	c_3

(4)

Часто приходится переходить от координат $Oxyz$ к координатам $O\xi\eta\zeta$ и обратно. Пользуясь „теоремой проекций“ и таблицей (4), „преобразование координат“ выполняется по следующим формулам:

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= a_1 x + a_2 y + a_3 z\\
\eta &= b_1 x + b_2 y + b_3 z\\
\zeta &= c_1 x + c_2 y + c_3 z
\end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

и обратно:

$$\left.\begin{aligned}
x &= a_1\xi + b_1\eta + c_1\zeta\\
y &= a_2\xi + b_2\eta + c_2\zeta\\
z &= a_3\xi + b_3\eta + c_3\zeta
\end{aligned}\right\} \qquad (II)$$

Совершенно подобно преобразуются проекции сил; пусть, например, проекции силы F на оси Ox, Oy, Oz суть X, Y, Z, тогда ее проекции на оси $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ будут:

$$\left.\begin{aligned} \Xi &= a_1 X + a_2 Y + a_3 Z \\ \mathrm{H} &= b_1 X + b_2 Y + b_3 Z \\ \mathrm{Z} &= c_1 X + c_2 Y + c_3 Z \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{I}')$$

и обратно:

$$\left.\begin{aligned} X &= a_1 \Xi + b_1 \mathrm{H} + c_1 \mathrm{Z} \\ Y &= a_2 \Xi + b_2 \mathrm{H} + c_2 \mathrm{Z} \\ Z &= a_3 \Xi + b_3 \mathrm{H} + c_3 \mathrm{Z} \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{II}')$$

Подобные же формулы имеют место и для моментов, взятых относительно координатных осей, *имеющих общее начало:*

$$\left.\begin{aligned} m_\xi &= a_1 m_x + a_2 m_y + a_3 m_z \\ m_\eta &= b_1 m_x + b_2 m_y + b_3 m_z \\ m_\zeta &= c_1 m_x + c_2 m_y + c_3 m_z \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{III})$$

и обратно:

$$\left.\begin{aligned} m_x &= a_1 m_\xi + b_1 m_\eta + c_1 m_\zeta \\ m_y &= a_2 m_\xi + b_2 m_\eta + c_2 m_\zeta \\ m_z &= a_3 m_\xi + b_3 m_\eta + c_3 m_\zeta \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{III}')$$

Если *абсолютные* координаты точки приложения силы F суть ξ, η, ζ, то моменты этой силы относительно осей $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ будут:

$$\left.\begin{aligned} m_\xi &= \mathrm{Z} \cdot \eta - \mathrm{H} \cdot \zeta \\ m_\eta &= \Xi \cdot \zeta - \mathrm{Z} \cdot \xi \\ m_\zeta &= \mathrm{H} \cdot \xi - \Xi \cdot \eta \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{IV})$$

Обозначим через x, y, z относительные координаты точки приложения силы F, которые можно вычислить по формуле (II). Моменты m_x, m_y, m_z относительно осей координат Ox, Oy, Oz выразятся формулами:

$$\left.\begin{aligned} m_x &= Z \cdot y - Y \cdot z \\ m_y &= X \cdot z - Z \cdot x \\ m_z &= Y \cdot x - X \cdot y \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{IV}')$$

Эйлеровы углы φ, ψ, θ взяты по корабельной системе, т. е. так, что при совпадении осей $Oxyz$ с осями $O\xi\eta\zeta$ углы:

$$\varphi = 0$$
$$\psi = 0$$
$$\theta = 0$$

и если эти оси лишь „мало“ отклонены от осей $O\xi\eta\zeta$, то *все три* угла остаются „малыми“. Под словом „малый“ угол надо разуметь, что с требуемой от вычисления точностью можно полагать

$$\cos\varphi = \cos\psi = \cos\theta = 1 \tag{5}$$

и

$$\sin\varphi = \varphi; \quad \sin\psi = \psi; \quad \sin\theta = \theta \tag{6}$$

причем в формулах (6) φ, ψ, θ представляют „числовую“ меру соответствующих углов.

Например, если довольствоваться относительною точностью до $2^0/_0$, то формулу (5) можно применять, пока

$$\varphi \leqslant 11^\circ 30'; \quad \psi \leqslant 11^\circ 30'; \quad \theta \leqslant 11^\circ 30'$$

ибо $\cos 11^\circ 30' = 0.9799$ отличается от 1 на $2^0/_0$ величины.

Формулы (6) с тою же относительною точностью в $2^0/_0$ применимы, пока

$$\varphi \leqslant 20^\circ; \quad \psi \leqslant 20^\circ; \quad \theta \leqslant 20^\circ$$

ибо $\sin 20^\circ = 0.342$, числовая же мера угла 20° есть 0.349, и разность составляет кругло $2^0/_0$ от этой величины. Если довольствоваться указанною точностью, для практики более нежели достаточной, то делая в формуле (3) указанные замены и отбрасывая члены высших порядков, т. е. такие, как $\varphi\psi$, $\varphi\theta$... и т. п., получим следующую *приближенную* таблицу, которая точна лишь до членов 1-го порядка:

	x	y	z
ξ	1	$-\varphi$	ψ
η	φ	1	$-\theta$
ζ	$-\psi$	θ	1

(7)

Эта таблица бывает полезна, доставляя исходное приближение, которое затем может быть исправляемо по точным формулам.

Заметим, что когда углы φ, ψ, θ малые, то они имеют простое механическое значение, а именно: для корабля на плаву угол φ представляет *курсовой угол*, угол ψ — *угол дифферента*, угол θ — *крен*; мы удержим эти названия и для поднимаемого корабля.

ГЛАВА I

Подъем корабля продутыми понтонами, скрепленными намертво с кораблем; присоса нет

§ 3. Для ясности изложения мы рассмотрим сначала простейший из вопросов, с которым приходится иметь дело при судоподъеме, а именно: корабль, вес которого в воде равен P, поднимается понтонами, пайтовленными к нему неизменно, так что корабль и понтоны представляют *одно* твердое тело; понтоны продуты, и воды в них нет; корабль целиком заполнен водою и твердым грузом, так что в нем нет воздуха.

Плавучесть понтонов $Q < P$, но корабль уже днищем оторвался от грунта и опирается на дно моря лишь пяткою ахтерштевня.

Требуется определить положение равновесия корабля и исследовать устойчивость этого положения, т. е., говоря языком теории корабля, определить меру остойчивости корабля, предполагая, что корабль вполне погружен в воду.

Возьмем за начало O координат $O\xi\eta\zeta$ точку, которой корабль опирается о грунт; примем, что она совпадает с пяткою ахтерштевня; ось $O\xi$ проведем горизонтально, параллельно тому положению диаметральной плоскости, которое эта плоскость занимала, когда корабль лежал на грунте до отрыва (можно было бы взять и всякое другое горизонтальное направление, но взятое указанным образом несколько упрощает выкладки).

Положение равновесия, которое корабль примет после отрыва от грунта, определяется, как уже сказано:

1) координатами

$$\xi_0 = 0; \quad \eta_0 = 0; \quad \zeta_0 = 0 \tag{8}$$

точки O;

2) Эйлеровыми углами

$$\varphi, \psi, \theta \tag{9}$$

Укажем следующие обозначения:

а) Вес корабля в воде P.

Точка приложения этой силы G совпадает с центром тяжести корабля; пусть ее координаты суть

$$x_g, y_g, z_g \quad \text{и} \quad \xi_g, \eta_g, \zeta_g$$

ибо в общем случае центр тяжести может вследствие намытого ила выкинутых или смещенных грузов и не лежать в диаметральной плоскости корабля, т. е. координата y_g может быть так же, как и другие две, не равной нулю.

б) Сила поддержания Q.

Эта сила в рассматриваемом случае слагается из плавучести отдельных *понтонов, прикрепленных к кораблю намертво.* Число этих понтонов для простоты возьмем шесть, рассуждение же будем вести так, чтобы оно без изменений относилось к любому числу понтонов. Составляем следующую таблицу:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
№ понтона	Плавучесть	Координаты ц. т. понтона			Моменты		
		x	y	z	qx	qy	qz
1	q_1	x_1	y_1	z_1	q_1x_1	q_1y_1	q_1z_1
2	q_2	x_2	y_2	z_2	q_2x_2	q_2y_2	q_2z_2
3	q_3	x_3	y_3	z_3	q_3x_3	q_3y_3	q_3z_3
4	q_4	x_4	y_4	z_4	q_4x_4	q_4y_4	q_4z_4
5	q_5	x_5	y_5	z_5	q_5x_5	q_5y_5	q_5z_5
6	q_6	x_6	y_6	z_6	q_6x_6	q_6y_6	q_6z_6
Суммы . .	Q	$x_q=M_1:Q$	$y_q=M_2:Q$	$z_q=M_3:Q$	M_1	M_2	M_3

Само собою разумеется, что при вычислении по этой схеме надо обращать внимание на знаки координат x_i, y_i, z_i.

Таким образом имеем:

$$Q=q_1+q_2+q_3+\ldots+q_6 \tag{10}$$

$$x_q=\frac{M_1}{Q};\quad y_q=\frac{M_2}{Q};\quad z_q=\frac{M_3}{Q} \tag{11}$$

в) Давление на пятку ахтерштевня R.

Мы примем сперва, что давление на грунт *вертикально,* тогда очевидно будет:

$$R=P-Q \tag{12}$$

Координаты пятки ахтерштевня обозначим соответственно через:

$$x_\gamma,\ y_\gamma,\ z_\gamma \quad \text{и} \quad \xi_\gamma,\ \eta_\gamma,\ \zeta_\gamma$$

При избранных осях координат будет

$$x_\gamma = y_\gamma = z_\gamma = 0 \tag{13}$$

и

$$\xi_\gamma = \eta_\gamma = \zeta_\gamma = 0 \tag{14}$$

Составим теперь условия равновесия корабля, а именно: 1) сумма проекций всех сил, действующих на корабль — на каждую из осей координат в отдельности, должна равняться нулю; 2) сумма моментов всех сил, действующих на корабль относительно каждой из осей координат в отдельности, должна равняться нулю.

Все три силы P, Q, R, действующие на корабль, — вертикальные, их проекции на оси $O\xi\eta\zeta$ пишутся сразу и будут:

$$\begin{aligned}
&\text{сила } P \ldots P_\xi = 0; \quad && P_\eta = 0; && P_\zeta = -P \\
&\text{сила } Q \ldots Q_\xi = 0; && Q_\eta = 0; && Q_\zeta = Q \\
&\text{сила } R \ldots R_\xi = 0; && R_\eta = 0; && R_\zeta = R
\end{aligned}$$

Таким образом, первое условие равновесия сводится к уравнению

$$-P + Q + R = 0 \tag{15}$$

из которого следует очевидное равенство:

$$R = P - Q \tag{16}$$

Моменты будем брать относительно осей $Oxyz$, для которых известны точки приложения сил, так что, составив проекции сил на оси $Oxyz$, стоит только воспользоваться первой группой формул (IV), чтобы получить их моменты. Указанные проекции по формулам II′ будут:

$$\left.\begin{aligned}
&P_x = X_p = -c_1 P; \quad && P_y = Y_p = -c_2 P; && P_z = Z_p = -c_3 P \\
&Q_x = X_q = c_1 Q; && Q_y = Y_q = c_2 Q; && Q_z = Z_q = c_3 Q \\
&R_x = X = c_1 R; && R_y = Y_\gamma = c_2 R; && R_z = Z_\gamma = c_3 R
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Следовательно, уравнения моментов будут:

$$\left.\begin{aligned}
m_k &= (Z_p y_g - Y_p z_g) + (Z_q y_q - Y_q z_q) = 0 \\
m_y &= (X_p z_g - Z_p x_g) + (X_q z_q - Z_q x_q) = 0 \\
m_z &= (Y_p x_g - X_p y_g) + (Y_q x_q - X_q y_q) = 0
\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Подставив вместо X_p, Y_p, Z_p их значения (17), получим:

$$\left.\begin{aligned}
&-P[c_3 y_g - c_2 z_g] + Q[c_3 y_q - c_2 z_q] = 0 \\
&-P[c_1 z_g - c_3 x_g] + Q[c_1 z_q - c_3 x_q] = 0 \\
&-P[c_2 x_g - c_1 y_g] + Q[c_2 x_q - c_1 y_q] = 0
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Перегруппировав члены, имеем:

$$\left.\begin{aligned} m_x &= c_3[Qy_q - Py_g] - c_2[Qz_q - Pz_g] = 0 \\ m_y &= c_1[Qz_q - Pz_g] - c_3[Qx_q - Px_g] = 0 \\ m_z &= c_2[Qx_q - Px_g] - c_1[Qy_q - Py_g] = 0 \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Нетрудно видеть, что эти уравнения не являются независимыми, а что одно из них есть следствие двух других: в самом деле, умножив первое из них на c_1, второе на c_2, третье на c_3 и сложив, мы получим тожество:

$$0 = 0$$

следовательно, эти уравнения между собою совместны и их можно написать в виде следующей пропорции:

$$\frac{c_3}{Qz_q - Pz_g} = \frac{c_2}{Qy_q - Py_g} = \frac{c_1}{Qx_q - Px_g} \quad (21)$$

но величины c_1, c_2, c_3 связаны соотношением

$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1 \quad (22)$$

Это равенство в соединении с предыдущей пропорцией дает:

$$\frac{c_3^2}{K^2} = \frac{c_2^2}{L^2} = \frac{c_1^2}{M^2} = \frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}{K^2 + L^2 + M^2} = \frac{1}{K^2 + L^2 + M^2} \quad (23)$$

причем для простоты письма положено:

$$\left.\begin{aligned} K &= Qz_q - Pz_g \\ L &= Qy_q - Py_g \\ M &= Qx_q - Px_g \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Отсюда следует:

$$\left.\begin{aligned} c_3 &= \frac{K}{\pm\sqrt{K^2 + L^2 + M^2}} \\ c_2 &= \frac{L}{\pm\sqrt{K^2 + L^2 + M^2}} \\ c_1 &= \frac{M}{\pm\sqrt{K^2 + L^2 + M^2}} \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

В этих трех формулах надо брать один и тот же знак — именно тот, который имеет количество K, ибо углы ψ и θ по абсолютной величине меньше 90°, если только корабль не лежит днищем вверх; значит количество

$$c_3 = \cos\psi\cos\theta$$

будет *положительное*, какой бы знак ни имели углы ψ и θ.

Таким образом, в формуле (25), если $K>0$, то перед корнем надо брать знак +, если же $K<0$, т. е. отрицательное, то перед корнем надо брать знак (—), дабы c_3 было положительное.

После того как величины c_1, c_2, c_3 найдены, надо обратиться к равенствам:

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= -\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\sin\theta \\ c_2 &= \sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\sin\theta \\ c_3 &= \cos\psi\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (25')$$

Здесь прежде всего необходимо заметить, что любое из этих равенств есть следствие двух остальных, ибо при всяких значениях углов φ, ψ, θ имеет место равенство

$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1 \qquad (25'')$$

Таким образом, в системе (25′) мы имеем лишь *два* независимых уравнения, а не три, и значит можем определить лишь *два* угла ψ и θ, т. е. углы дифферента и крена, — курсовой же угол φ остается произвольным. Проще всего принимать $\varphi=0$ и брать уравнения:

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= -\sin\psi \\ c_2 &= \cos\psi\sin\theta \\ c_3 &= \cos\psi\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Эти три уравнения на основании равенства (25″) являются совместными и дают

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{c_2}{c_3} \qquad (26')$$

$$\operatorname{tg}\psi = -\frac{c_1}{c_3}\cos\theta \qquad (27)$$

Так как $c_3>0$, то угол θ имеет тот же знак, как c_2, угол ψ имеет знак обратный с c_1. Формулы (26′) и (27) имеют то преимущество, что здесь углы θ и ψ определяются по их тангенсам, т. е. при всяком их значении точнее, чем по синусам или косинусам.

Обозначим значения углов θ и ψ, определяемые по формулам (26′) и (27), через θ_0 и ψ_0, так что при положении равновесия будет

$$\varphi = \varphi_0 = 0; \quad \theta = \theta_0; \quad \psi = \psi_0 \qquad (28)$$

Вычисляем вдобавок к известным уже косинусам c_1, c_2, c_3 остальные 6 косинусов:

$$a_1,\ b_1;\ a_2,\ b_2;\ a_3,\ b_3$$

и так как для точки O — пятки ахтерштевня — абсолютные координаты суть:

$$\xi_\gamma = 0; \qquad \eta_\gamma = 0; \qquad \zeta_\gamma = 0$$

и относительные

$$x_\gamma = 0; \qquad y_\gamma = 0; \qquad z_\gamma = 0$$

то положение корабля будет вполне определенно и его легко представить на чертеже.

Заменяя в формуле (3) величины φ, ψ, θ их значениями (28), мы получим следующие формулы, относящиеся к положению равновесия корабля:

$$\begin{aligned}
a_1^0 &= \cos\left(\widehat{x,\xi}\right) = \cos\psi_0 \\
b_1^0 &= \cos\left(\widehat{x,\eta}\right) = 0 \\
c_1^0 &= \cos\left(\widehat{x,\zeta}\right) = -\sin\psi_0 \\
a_2^0 &= \cos\left(\widehat{y,\xi}\right) = \sin\psi_0 \sin\theta_0 \\
b_2^0 &= \cos\left(\widehat{y,\eta}\right) = \cos\theta_0 \\
c_2^0 &= \cos\left(\widehat{y,\zeta}\right) = \cos\psi_0 \sin\theta_0 \\
a_3^0 &= \cos\left(\widehat{z,\xi}\right) = \sin\psi_0 \cos\theta_0 \\
b_3^0 &= \cos\left(\widehat{z,\eta}\right) = -\sin\theta_0 \\
c_3^0 &= \cos\left(\widehat{z,\zeta}\right) = \cos\psi_0 \cos\theta_0
\end{aligned}$$

На основании этих значений таблица косинусов углов между осями при положении равновесия корабля будет:

	x	y	z
ξ	$\cos\psi_0$	$\sin\psi_0 \sin\theta_0$	$\sin\psi_0 \cos\theta_0$
η	0	$\cos\theta_0$	$-\sin\theta_0$
ζ	$-\sin\psi_0$	$\cos\psi_0 \sin\theta_0$	$\cos\psi_0 \cos\theta_0$

(29)

Пользуясь формулами (I) и последней таблицей по снятым с чертежа корабля координатам его центра тяжести x_g, y_g, z_g и координатам x_q, y_q, z_q его центра плавучести Q легко вычислить абсолютные координаты ξ_g, η_g, ζ_g и ξ_q, η_q, ζ_q этих точек и нанести их проекции на плоскости $O\xi\zeta$, $O\xi\eta$, $O\eta\zeta$. Совершенно так же для вычерчивания положения корабля, сняв с его чертежа координаты x, y, z достаточного числа точек и вычислив соответствующие значения ξ, η, ζ, построим их проекции.

§ 4. Перейдем теперь к рассмотрению условий устойчивости найденного положения равновесия, причем опять применим чисто аналитический метод.

Положение равновесия твердого тела можно считать устойчивым, если для любого достаточно малого перемещения надо *затрачивать* работу вдобавок к работе сил, действующих на тело, чтобы произвести это перемещение, иными словами: элементарная работа сил, *действующих* на тело, должна быть *отрицательная* для *всякого* весьма малого перемещения тела из занимаемого им положения равновесия в любое смежное.

Мы видим, что в нашем случае положение равновесия тела определяется частными значениями углов φ, ψ, θ, эти частные значения были обозначены через

$$\varphi_0,\ \psi_0,\ \theta_0 \tag{30}$$

Вообще, если телу будет сообщено какое-либо вращательное перемещение, то Эйлеровы углы получат некоторые приращения, которые мы обозначим через

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma \tag{31}$$

и обратятся в

$$\varphi+\alpha,\quad \psi+\beta,\quad \theta+\gamma \tag{32}$$

Обозначим через δV элементарную работу сил, действующих на тело при перемещении тела из положения $(\varphi,\ \psi,\ \theta)$ в положение $(\varphi+\delta\varphi;\ \psi+\delta\psi;\ \theta+\delta\theta)$.

Эта работа выразится равенством

$$\delta V=\Phi\delta\varphi+\Psi\delta\psi+\Theta\delta\theta \tag{33}$$

в котором Φ, Ψ и Θ обозначают некоторые функции переменных φ, ψ, θ, которые составляются так, как будет показано ниже.

В большей части случаев эти функции будут таковы, что имеют место равенства

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\psi}=\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi};\quad \frac{\partial\Phi}{\partial\theta}=\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi};\quad \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}=\frac{\partial\Theta}{\partial\psi} \tag{34}$$

т. е. выражение (33) представляет полный дифференциал некоторой функции $V(\varphi, \psi, \theta)$

$$V=V_0+U(\varphi,\psi,\theta) \tag{35}$$

где V_0 есть произвольная постоянная.

В этом случае функции Φ, Ψ, Θ представляют частные производные функции V, или, что то же, U, по соответствующим переменным, т. е

$$\Phi=\frac{\partial U}{\partial\varphi};\quad \Psi=\frac{\partial U}{\partial\psi};\quad \Theta=\frac{\partial U}{\partial\theta} \tag{36}$$

По началу „возможных работ“ положение равновесия определяется из равенства

$$\delta V=\Phi\delta\varphi+\Psi\delta\psi+\Theta\delta\theta=0$$

которое должно иметь место при *всяких* бесконечно-малых значениях перемещений $\delta\varphi$, $\delta\psi$, $\delta\theta$, вследствие чего это равенство (37) распадается на следующие три;

$$\Phi(\varphi, \psi, \theta) = 0; \qquad \Psi(\varphi, \psi, \theta) = 0; \qquad \Theta(\varphi, \psi, \theta) = 0 \tag{38}$$

или, что то же:

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial \psi} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial \theta} = 0 \tag{38'}$$

Решение уравнений (33) или (38′) и доставит те системы значений

$$\varphi = \varphi_0; \qquad \psi = \psi_0; \qquad \theta = \theta_0 \tag{39}$$

которыми определяется положение равновесия, если оно одно, или те системы значений:

$$\left.\begin{array}{lll} \varphi = \varphi_0; & \psi = \psi_0; & \theta = \theta_0; \\ \varphi = \varphi_1; & \psi = \psi_1; & \theta = \theta_1; \\ \hline \varphi = \varphi_i; & \psi = \psi_i; & \theta = \theta_i; \end{array}\right\} \tag{40}$$

если этих положений равновесия не одно, а несколько.

Покажем теперь, каким образом составить функции Φ, Ψ, Θ. Обратимся к фиг. 1. Чтобы составить выражение Φ, стоит только вообразить, что тело получило бесконечно-малое перемещение $\delta\varphi$ и что $\delta\psi = \delta\theta = 0$.

В этом случае элементарная работа сил, действующих на тело, выразится на основании формулы (37) так:

$$\Phi(\varphi, \psi, \theta) \cdot \delta\varphi$$

С другой стороны, перемещение $\delta\varphi$ представляет поворот на угол $\delta\varphi$ около той оси, которой на вспомогательной сфере соответствует ось Oz; при таком повороте приложенные к телу силы совершают работу

$$m_z \cdot \delta\varphi$$

где m_z есть сумма моментов всех сил относительно оси Oz корабля следовательно, будет:

$$\Phi = m_z = \Sigma(Y \cdot x - X \cdot y) \tag{41}$$

По формулам преобразования координат и проекций сил надо m_z выразить через переменные φ, ψ, θ, и мы получим выражение функции $\Phi(\varphi, \psi, \theta)$. Совершенно так же, обращаясь к тому же чертежу, видим, что перемещение $\delta\psi$ представляет поворот около оси $O\eta$ вспомогательной сферы, следовательно, элементарная работа будет равна

произведению момента m_η сил, действующих на тело, на угол поворота $\delta\psi$; таким образом будет:

$$\Psi\,\delta\psi = m_\eta \cdot \delta\psi$$

т. е.

$$\Psi = m_\eta = b_1 m_x + b_2 m_y + b_3 m_z$$

Но по формуле (3)

$$b_1 = \sin\varphi\cos\theta; \quad b_2 = \cos\varphi\cos\theta; \quad b_3 = -\sin\theta$$

и по формулам (IV)

$$m_x = \Sigma(Z\cdot y - Y\cdot z); \quad m_y = \Sigma(X\cdot z - Z\cdot x); \quad m_z = \Sigma(Y\cdot x - X\cdot y)$$

Таким образом будет

$$\Psi = m_x\cdot\sin\varphi\cos\theta + m_y\cos\varphi\cos\theta - m_z\sin\theta \tag{42}$$

Наконец, $\delta\theta$ представляет поворот около оси ON, так что будет

$$\Theta = m_{ON}$$

где через m_{ON} обозначен момент сил около оси, проведенной через точку O корабля параллельно „линии узлов“ ON на вспомогательной сфере. По теореме проекции будет

$$m_{ON} = m_x\cos\varphi + m_y\cos(\varphi + 90°) = m_x\cos\varphi - m_y\sin\varphi$$

Таким образом

$$\Theta = m_x\cos\varphi - m_y\sin\varphi \tag{43}$$

Полученные выражения Φ, Ψ, Θ совершенно общие и относятся к любому телу и любой совокупности сил, на него действующих.

Условия равновесия тела в нашем случае будут, как уже сказано:

$$\Phi = 0; \quad \Psi = 0; \quad \Theta = 0 \tag{38}$$

из этих уравнений определяются значения углов φ, ψ, θ при положении равновесия тела.

§ 5. Прежде чем составлять эти уравнения для нашего частного случая, покажем общий критерий устойчивости положения равновесия. При сделанных обозначениях и существовании функции U мы имеем вообще выражение

$$V(\varphi, \psi, \theta) = V_0 + U(\varphi, \psi, \theta)$$

представляющее полную работу сил при перемещении тела из какого-либо заданного положения до положения (φ, ψ, θ). Следовательно, работа действующих на тело сил при переходе из положения равновесия

$$\varphi = \varphi_0; \quad \psi = \psi_0; \quad \theta = \theta_0$$

к смежному с ним

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha; \quad \psi = \psi_0 + \beta; \quad \theta = \theta_0 + \gamma$$

будет выражаться равенством:

$$\Delta U_0 = U(\varphi_0 + \alpha, \psi_0 + \beta, \theta_0 + \gamma) - U(\varphi_0, \psi_0, \theta_0) \tag{44}$$

и так как по предположению величины α, β, γ весьма малые, то выражение (44) можно разложить по ряду Тейлора по степеням величин α, β, γ, и мы получим:

$$\Delta U_0 = \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi}\right)_0 \alpha + \left(\frac{\partial U}{\partial \psi}\right)_0 \beta + \left(\frac{\partial U}{\partial \theta}\right)_0 \gamma + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}\right)_0 \alpha^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \psi^2}\right)_0 \beta^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}\right)_0 \gamma^2 + \right.$$

$$\left. + 2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi\, \partial \psi}\right)_0 \alpha\beta + 2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi\, \partial \theta}\right)_0 \alpha\gamma + 2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \psi\, \partial \theta}\right)_0 \beta\gamma\right] + \ldots . \tag{45}$$

где скобки $(\ldots)_0$ показывают, что после дифференцирования надо в выражении, стоящем в этих скобках, величины φ, ψ, θ заменить их значениями φ_0, ψ_0, θ_0, соответствующими положению равновесия. На основании формулы (38′) члены первого порядка относительно α, β, γ пропадают, и если члены второго порядка не пропадают тождественно, то при достаточно малых α, β, γ знак ΔU_0 будет определяться знаком этих членов второго порядка, а чтобы равновесие было устойчивое, надо чтобы было

$$\Delta U_0 < 0, \tag{46}$$

при всяких значениях α, β, γ, если же будет

$$\Delta U_0 > 0, \tag{47}$$

то равновесие будет неустойчивое; таким образом, исследование устойчивости сведено к исследованию вопроса о том, при каких условиях однородный многочлен второй степени относительно букв α, β, γ сохраняет при *всяких вещественных значениях* этих букв один и тот же знак, обращаясь в нуль лишь для *значений*

$$\alpha = \beta = \gamma = 0$$

Для конкретизации возьмем случай, представляемый формулой (47). На основании формул (34) и (36) будет вообще

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 U}{\partial\varphi^2}=\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi};\quad \frac{\partial^2 U}{\partial\psi^2}=\frac{\partial\Psi}{\partial\psi};\quad \frac{\partial^2 U}{\partial\theta^2}=\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\\ &\frac{\partial^2 U}{\partial\varphi\,\partial\psi}=\frac{\partial\Phi}{\partial\psi}=\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi};\quad \frac{\partial^2 U}{\partial\varphi\,\partial\theta}=\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}=\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\\ &\frac{\partial^2 U}{\partial\psi\,\partial\theta}=\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}=\frac{\partial\Theta}{\partial\psi}\end{aligned}\right\} \tag{48}$$

следовательно, будет

$$\Delta(U)_0=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right)_0\alpha^2+\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\psi}\right)_0\beta^2+\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)_0\gamma^2+2\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}\right)_0\alpha\beta+\right.$$
$$\left.+2\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\right)_0\alpha\gamma+2\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\psi}\right)_0\beta\gamma\right\} \tag{49}$$

Сделаем для краткости письма следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right)_0=A;\quad \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\psi}\right)_0=B;\quad \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)_0=C;\\ &\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}\right)_0=D;\quad \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\right)_0=E;\quad \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\psi}\right)_0=F\end{aligned}\right\} \tag{50}$$

тогда, обозначая стоящую в { } величину через N, имеем

$$N=A\alpha^2+B\beta^2+C\gamma^2+2D\alpha\beta+2E\alpha\gamma+2F\beta\gamma \tag{51}$$

и нам надо определить, при каких соотношениях между коэффициентами A, B, C, D, E, F эта величина остается положительной при всяких вещественных значениях переменных α, β, γ.

Представим выражение N в виде суммы квадратов линейных относительно α, β, γ полиномов, из которых первый заключает все три переменных α, β, γ, второй — две, скажем β и γ, и третий одну, скажем γ.

Для этого берем совокупность N_1 членов, содержащих букву α, умножаем и делим их на A и дополняем до полного квадрата, тогда получим:

$$N_1=\frac{1}{A}[A^2\alpha^2+2AD\alpha\beta+2AE\alpha\gamma+D^2\beta^2+E^2\beta^2+2DE\beta\gamma]-$$
$$-\frac{D^2}{A}\beta^2-\frac{E^2}{A}\gamma^2-\frac{2DE}{A}\beta\gamma=\frac{1}{A}(A\alpha+D\beta+E\gamma)^2-$$
$$-\frac{D^2}{A}\beta^2-\frac{E^2}{A}\gamma^2-\frac{2DE}{A}\beta\gamma$$

Таким образом, будет:

$$N=\frac{1}{A}\{(A\alpha+D\beta+E\gamma)^2+(AB-D^2)\beta^2+(AC-E^2)\gamma^2+$$
$$+2(AF-DE)\beta\gamma\}=\frac{1}{A}\{(A\alpha+D\beta+E\gamma)^2+N_2\} \tag{52}$$

Заметим, что многочлен N_2 буквы α не содержит, и в него входят только буквы β и γ.

Положим

$$AB-D^2=G;\quad AC-E^2=H;\quad AF-DE=I \tag{53}$$

тогда будет

$$N_2=G\beta^2+H\gamma^2+2I\beta\gamma \tag{54}$$

Дополнив до полного квадрата, имеем:

$$\begin{aligned} N_2&=\frac{1}{G}\left[G^2\beta^2+2GI\beta\gamma+I^2\gamma^2+\frac{HG-I^2}{G}\gamma^2\right]= \\ &=\frac{1}{G}(G\beta+I\gamma)^2+\frac{HG-I^2}{G}\gamma^2 \end{aligned} \tag{55}$$

следовательно, будет

$$N=\frac{1}{A}(A\alpha+D\beta+E\gamma)^2+\frac{1}{AG}(G\beta+I\gamma)^2+\frac{HG-I^2}{AG}\gamma^2 \tag{56}$$

Чтобы „форма“ N при всяких значениях α, β, γ оставалась положительной, необходимо, чтобы было

$$A>0;\quad AG>0;\quad HG-I^2>0 \tag{57}$$

и чтобы величина N обращалась в нуль лишь при $\alpha=\beta=\gamma=0$, надо величину $HG-I^2$ не обращать в нуль.

Но

$$HG-I^2=(AB-D^2)(AC-E^2)-(AF-DE)^2 \tag{58}$$

Отсюда ясно, что должно быть

$$AB-D^2>0\quad\text{и}\quad AC-E^2>0 \tag{59}$$

Но делая первое преобразование, мы могли бы члены $A\alpha$ и $B\beta$ обменять местами, тогда во втором полиноме остались бы только буквы α и γ, и мы получили бы вдобавок к условиям (59) еще условие:

$$BC-F^2>0 \tag{60}$$

Таким образом, должно быть:

$$AB-D^2>0;\quad AC-E^2>0;\quad BC-F^2>0. \tag{61}$$

Само собою разумеется, что эти три условия заключают в себе условия

$$A>0;\quad B>0;\quad C>0 \tag{62}$$

Развив, имеем

$$HG-I^2=ABC+2DEF-BE^2-AF^2-CD^2 \tag{63}$$

и нетрудно проверить, что

$$HG - I^2 = \begin{vmatrix} A, & D, & E \\ D, & B, & F \\ E, & F, & C \end{vmatrix} \tag{64}$$

Значит, должно быть

$$\begin{vmatrix} A, & D, & E \\ D, & B, & F \\ E, & F, & C \end{vmatrix} > 0 \tag{65}$$

Тогда два из условий (61), скажем второе и третье, являются следствием первого и этого последнего (65). Сопоставляя все эти выводы и обозначая через ε величину ± 1, имеем следующую теорему:

Теорема. *Чтобы однородный многочлен второй степени, содержащий одну, две или три переменных, при всяких вещественных значениях этих переменных сохранял постоянный знак* (ε), *необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно, два или все три условия:*

$$\varepsilon A > 0; \quad \varepsilon^2 \begin{vmatrix} A, & D \\ D, & B \end{vmatrix} > 0; \quad \varepsilon^2 \begin{vmatrix} A, & D, & E \\ D, & B, & F \\ E, & F, & C \end{vmatrix} > 0 \tag{66}$$

В самом деле, если условия (61), (62), (65) выполнены, то „квадратичная форма N“ будет *положительная*, т. е. N будет принимать при всяких вещественных α, β, γ положительные значения; очевидно, что в этом случае надо брать $\varepsilon = +1$, тогда будет форма $N = \varepsilon N$, коэффициенты формы εN, суть εA, $\varepsilon B \ldots \varepsilon F$, и мы получим условия (66). Если будет $A < 0$, $B < 0 \ldots$. и т. д., то надо брать $\varepsilon = -1$, и тогда форма $-N = \varepsilon N$ будет положительная, и критерии (61), (62,) (65) обратятся в следующие:

$$\varepsilon A > 0; \qquad \varepsilon B > 0; \qquad \varepsilon C > 0$$

$$\varepsilon^2 (AB - D^2) > 0; \qquad \varepsilon^2 (AC - E^2) > 0$$

$$\varepsilon^3 (BC - F^2) > 0; \qquad \varepsilon^3 (HG - I^2) > 0$$

а это и суть условия (66), указанные в теореме, которая, таким образом, является доказанной.

§ 6. Рассматриваемый случай равновесия является не только простейшим, но и основным, и от него можно переходить к другим, поэтому разовьем со всею подробностью выражения Φ, Ψ, Θ, их частные производные по φ, ψ, θ.

По формулам (20) и (24), когда действующие на корабль силы *вертикальны*, мы имели следующие выражения для моментов m_x, m_y, m_z:

$$m_x = c_3 L - c_2 K; \quad m_y = c_1 K - c_3 M; \quad m_z = c_2 M - c_1 L$$

причем величины K, L, M (24) переменных φ, ψ, θ не содержат и в этом смысле рассматриваются как постоянные.

По формулам (41), (42), (43) мы имели:

$$\Phi = c_2 M - c_1 L = M[\sin\varphi \sin\psi + \cos\varphi \cos\psi \sin\theta] - \\ - L[-\cos\varphi \sin\psi + \sin\varphi \cos\psi \sin\theta] \tag{66'}$$

$$\Psi = -(a_3 K + a_2 L + a_1 M) = -K \sin\psi \cos\theta + \\ + L(\sin\varphi \cos\psi - \cos\varphi \sin\psi \sin\theta) - \\ - M(\cos\varphi \cos\psi + \sin\varphi \sin\psi \sin\theta) \tag{67}$$

$$\Theta = m_x \cos\varphi - m_y \sin\varphi = (c_3 L - c_2 K)\cos\varphi - (c_1 K - c_3 M)\sin\varphi = \\ = -(c_1 \sin\varphi + c_2 \cos\varphi) K + c_3 (L \cos\varphi + M \sin\varphi) = \\ = -K \cos\psi \sin\theta + L \cos\varphi \cos\psi \cos\theta + M \sin\varphi \cos\psi \cos\theta \tag{68}$$

Дифференцируя эти выражения, получаем:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} &= M[\cos\varphi \sin\psi - \sin\varphi \cos\psi \sin\theta] - \\ &- L[\sin\varphi \sin\psi + \cos\varphi \cos\psi \sin\theta] = -Mc_1 - Lc_2 \\ \frac{\partial\Phi}{\partial\psi} &= M[\sin\varphi \cos\psi - \cos\varphi \sin\psi \sin\theta] - \\ &- L[-\cos\varphi \cos\psi - \sin\varphi \sin\psi \sin\theta] = -Ma_2 + La_1 \\ \frac{\partial\Phi}{\partial\theta} &= M\cos\varphi \cos\psi \cos\theta - L\sin\varphi \cos\psi \cos\theta = (M\cos\varphi - L\sin\varphi) c_3 \end{aligned}\right\} \tag{69}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} &= L(\cos\varphi \cos\psi + \sin\varphi \sin\psi \sin\theta) - \\ &- M(-\sin\varphi \cos\psi + \cos\varphi \sin\psi \sin\theta) = La_1 - Ma_2 \\ \frac{\partial\Psi}{\partial\psi} &= -K\cos\psi \cos\theta + L(-\sin\varphi \sin\psi - \cos\varphi \cos\psi \sin\theta) - \\ &- M(-\cos\varphi \sin\psi + \sin\varphi \cos\psi \sin\theta) = -Kc_3 - Lc_2 - Mc_1 \\ \frac{\partial\Psi}{\partial\theta} &= K\sin\psi \sin\theta - L\cos\varphi \sin\psi \cos\theta - M\sin\varphi \sin\psi \cos\theta = \\ &= -Kb_3 \sin\psi - (L\cos\varphi + M\sin\varphi) a_3 \end{aligned}\right\} \tag{70}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi} &= -L\sin\varphi \cos\psi \cos\theta + M\cos\varphi \cos\psi \cos\theta = (M\cos\varphi - L\sin\varphi)\, c_3 \\ \frac{\partial\Theta}{\partial\psi} &= K\sin\psi \sin\theta - L\cos\varphi \sin\psi \cos\theta - M\sin\varphi \sin\psi \cos\theta = \\ &= -Kb_3 \sin\psi - (L\cos\varphi + M\sin\varphi) \cdot a_3 \\ \frac{\partial\Theta}{\partial\theta} &= -K\cos\psi \cos\theta - L\cos\varphi \cos\psi \sin\theta - M\sin\varphi \cos\psi \sin\theta = \\ &= -Kc_3 + (L\cos\varphi + M\sin\varphi) b_3 \cos\psi \end{aligned}\right\} \tag{71}$$

Из этих формул видно, что соотношения

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\psi}=\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi};\quad \frac{\partial\Phi}{\partial\theta}=\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi};\quad \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}=\frac{\partial\Theta}{\partial\psi}$$

имеют место тождественно, т. е. выражение

$$\Phi d\varphi+\Psi d\psi+\Theta d\theta$$

есть полный дифференциал, так что функция $U(\varphi, \psi, \theta)$ существует, и мы получим по интегрировании

$$\begin{aligned}V=V_0+K\cos\psi\cos\theta+L(\sin\varphi\sin\psi+\cos\varphi\cos\psi\sin\theta)+\\+M[-\cos\varphi\sin\psi+\sin\varphi\cos\psi\sin\theta]=\\=V_0+Kc_3+Lc_2+Mc_1=V_0+U(\varphi,\psi,\theta)\end{aligned}$$

и легко проверить, что

$$\Phi=\frac{\partial U}{\partial\varphi};\quad \Psi=\frac{\partial U}{\partial\psi};\quad \Theta=\frac{\partial U}{\partial\theta} \tag{72}$$

§ 7. Заметим, что формулы (66′), (67), (68) получены в предположении, что действующие на тело силы P, Q и R вертикальны, в общем же случае будет по формулам (41), (42), (43)

$$\left.\begin{aligned}\Phi&=m_z=\Sigma(Y\cdot x-X\cdot y)\\\Psi&=m_x\sin\varphi\cos\theta+m_y\cos\varphi\cos\theta-m_z\sin\theta\\\Theta&=m_x\cos\varphi-m_y\sin\varphi.\end{aligned}\right\} \tag{73}$$

При равновесии должно быть

$$\Phi=0;\quad \Psi=0;\quad \Theta=0$$

Тогда формулы (73) принимают вид:

$$\begin{aligned}m_z&=0\\m_x\sin\varphi+m_y\cos\varphi&=0\\m_x\cos\varphi-m_y\sin\varphi&=0\end{aligned}$$

(в предположении, что $\cos\theta\neq 0$).

Отсюда следует

$$m_x=m_y=0$$

т. е. при равновесии должно быть

$$\left.\begin{aligned}m_x&=\Sigma(Z\cdot y-Y\cdot z)=0\\m_y&=\Sigma(X\cdot z-Z\cdot x)=0\\m_z&=\Sigma(Y\cdot x-X\cdot y)=0\end{aligned}\right\} \tag{74}$$

Эти формулы имеют место для любых осей координат $Oxyz$, неизменно связанных с телом, вне зависимости от места расположения начала координат и как бы ни были направлены в теле оси Ox, Oy и Oz.

Когда корабль опирается пяткою ахтерштевня о грунт, то следует брать начало как относительных координат $Oxyz$, так и абсолютных $O\xi\eta\zeta$ *в той же самой точке* O *— пятке ахтерштевня*, тогда в формулах (I) и (II) будет

$$\xi_0 = \eta_0 = \zeta_0 = 0$$

Формулы (III) тогда имеют место и дают

$$m_\xi = 0, \quad m_\eta = 0, \quad m_\zeta = 0 \tag{75}$$

причем силы могут быть какие угодно; обозначая их проекции на оси $O\xi\eta\zeta$ через

$$\Xi, \ \mathrm{H}, \ \mathrm{Z}$$

и координаты точек приложения через

$$\xi, \ \eta, \ \zeta$$

будем иметь равенства

$$\left.\begin{aligned} m_\xi &= \Sigma(\mathrm{Z}\cdot\eta - \mathrm{H}\cdot\zeta) = 0 \\ m_\eta &= \Sigma(\Xi\cdot\zeta - \mathrm{Z}\cdot\xi) = 0 \\ m_\zeta &= \Sigma(\mathrm{H}\cdot\zeta - \Xi\cdot\eta) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{76}$$

С этими уравнениями (75) и (76) надо затем поступать так, как указано в § 6.

§ 8. Применим сказанное в § 7 к определению положения равновесия и исследованию его устойчивости, когда силы P, Q, R *вертикальны*. Так как нам нужны только моменты m_x, m_y, m_z относительно осей Ox, Oy, Oz, то, обозначив попрежнему через (x_g, y_g, z_g) и (x_q, y_q, z_q) координаты точек P и Q и замечая, что координаты точки R равны нулю, получим по формуле (25)

$$c_3 = \frac{K}{S}; \quad c_2 = \frac{L}{S}; \quad c_1 = \frac{M}{S} \tag{77}$$

где

$$\left.\begin{aligned} K &= Qz_q - Pz_g \\ L &= Qy_q - Py_g \\ M &= Qx_q - Px_g \end{aligned}\right\} \tag{78}$$

$$S = \pm\sqrt{K^2 + L^2 + M^2}$$

(знак такой, чтобы было $KS > 0$)

и взяв $\varphi = 0$, мы попрежнему получим:

$$c_1 = -\sin\psi_0; \quad c_2 = \cos\psi_0 \sin\theta_0; \quad c_3 = \cos\psi_0 \cos\theta_0$$

По формулам (26′) и (27)

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{c_2}{c_3} \tag{26'}$$

$$\operatorname{tg}\psi_0 = -\frac{c_1}{c_3}\cos\theta_0 \tag{27}$$

найдем углы θ_0 и ψ_0, по которым построим положение равновесия корабля. Чтобы исследовать устойчивость этого положения, надо составить количества:

$$\left.\begin{aligned} A &= \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right)_0; \quad B = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\psi}\right)_0; \quad C = \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}\right)_0 \\ D &= \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}\right)_0 = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\psi}\right)_0; \quad E = \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\right)_0 = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right) \end{aligned}\right\} \tag{79}$$

$$F = \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\psi}\right)_0 = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_0$$

Воспользовавшись формулами (77), (78), (26′), полагая в них $\varphi = 0$, $\psi = \psi_0$, $\theta = \theta_0$, получим:

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta_0 &= \frac{c_2}{\sqrt{c_2^2 + c_3^2}} = \frac{L}{\sqrt{K^2 + L^2}}; \\ \cos\theta_0 &= \frac{c_3}{\sqrt{c_2^2 + c_3^2}} = \frac{K}{\sqrt{K^2 + L^2}}; \\ \sin\psi_0 &= -c_1 = -\frac{M}{S}; \quad \cos\psi_0 = \frac{\sqrt{K^2 + L^2}}{S} \end{aligned}\right\} \tag{80}$$

$$S = \pm\sqrt{K^2 + L^2 + M^2}$$

(знак брать так, чтобы было $S \cdot K > 0$)

Простая подстановка этих значений в формулы (69), (70), (71) доставляет следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned} A &= -\frac{M^2 + L^2}{S}; \quad B = -S; \quad C = -\frac{K^2 + L^2}{S} \\ D &= \frac{LS}{\sqrt{K^2 + L^2}}; \quad E = \frac{KM}{S}; \quad F = 0 \end{aligned}\right\} \tag{81}$$

Прилагая условия (66) вышеприведенной теоремы, видно, что надо брать $\varepsilon = -1$, чтобы произведение εA было положительное, тогда $\varepsilon N = -N$ будет принимать при всяких α, β, γ положительные значения и, значит, N будет принимать отрицательные значения.

Итак берем $\varepsilon = -1$, тогда будет

$$\varepsilon A = \frac{M^2 + L^2}{S} > 0 \tag{82}$$

$$\varepsilon^2 \begin{vmatrix} A, & D \\ D, & B \end{vmatrix} = AB - D^2 = \frac{M^2 K^2}{K^2 + L^2} > 0 \tag{83}$$

$$\Delta = \varepsilon^3 \begin{vmatrix} A, & D, & E \\ D, & B, & 0 \\ E, & 0, & C \end{vmatrix} = -(ABC - BE^2 - CD^2) =$$

$$= -\left[- \frac{M^2 K^2 + M^2 L^2 + L^2 K^2 + L^4 - K^2 M^2 - L^2 K^2 - L^4 - L^2 M^2}{S} \right] = 0$$

Таким образом третье условие (66) *не выполнено*, ибо определитель

$$\Delta = 0 \tag{84}$$

Это есть случай исключительный, требующий отдельного рассмотрения. Формулы (56) и (64) показывают, что в этом случае будет:

$$N = \frac{1}{A}(A\alpha + D\beta + E\gamma)^2 + \frac{1}{AG}(G\beta + I\gamma)^2$$

третий же член пропадает.

Из этого выражения видно, что когда

$$A < 0 \text{ и } G = AB - D^2 > 0$$

то выражение N будет принимать отрицательные значения, но это выражение может обращаться в ноль не только при

$$\alpha = 0; \quad \beta = 0; \quad \gamma = 0$$

но и при таких значениях α, β, γ, при которых

$$\left.\begin{aligned} A\alpha + D\beta + E\gamma &= 0 \\ G\beta + I\gamma &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{85}$$

Заметим также, что в этом случае N представляет разность двух квадратов и разлагается на два линейных множителя относительно α и β.

Величины α, β, γ при бесконечно малых их значениях представляют соответственно повороты около осей Oz, $O\eta$ и ON, которые прилагаются к углам φ_0, ψ_0 и θ_0, определяющим положение корабля. Эти элементарные повороты слагаются между собой по правилу параллелограмма в одно вращение около некоторой оси OJ, такой, что при этом повороте работа приложенных к кораблю сил равна нулю.

Проф. В. Г. Власов указал на заседании ЭПРОН, что если ось вращения проходит через точку опоры O, центр тяжести корабля G

и точку приложения силы Q, то работа сил, действующих на корабль, равна нулю.

Из нашего анализа следует, что только *одна* прямая (85) обладает указанным свойством, значит, эта прямая и есть та ось, на которую указал проф. Власов, равенство же

$$\begin{vmatrix} A, & D, & E \\ D, & B, & 0 \\ E, & 0, & C \end{vmatrix} = 0 \tag{86}$$

представляет аналитическое условие существования этой прямой, ибо вышеуказанные три точки лишь в редких случаях лежат на одной прямой. Этот случай как бы соответствует безразличному равновесию корабля подобно тому, когда для надводного корабля центр величины и центр тяжести совпадают; правильнее этот случай причислить к неустойчивому равновесию. Во всех остальных случаях, как показал наш анализ, равновесие устойчивое, ибо выражение N отрицательное, т. е., чтобы привести корабль из положения

$$\varphi = \varphi_0; \quad \psi = \psi_0; \quad \theta = \theta_0$$

в положение

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha; \quad \psi = \psi_0 + \beta; \quad \theta = \theta_0 + \gamma$$

надо извне *затратить работу, равную:*

$$\Delta U_0 = U(\varphi_0 + \alpha, \psi_0 + \beta, \theta_0 + \gamma) - U(\varphi_0, \psi_0, \theta_0),$$

которая при весьма малых α, β, γ равна $-\frac{1}{2} N(\alpha, \beta, \gamma)$.

В теории корабля эта работа служит мерою *динамической остойчивости*, „быстрота“ ее нарастания при изменении углов ψ и θ, т. е. дифферента и крена, дает соответствующие моменты статической остойчивости:

$$-\frac{\partial U}{\partial \psi} = \Psi; \quad -\frac{\partial U}{\partial \theta} = \Theta$$

и наконец, быстрота нарастания этих моментов по разделении на вес корабля P дает соответствующие метацентрические высоты H_ψ и H_θ, так что будет

$$H_\psi = \frac{1}{P}\left(-\frac{\partial \Psi}{\partial \psi}\right)_0 = \frac{1}{P} B \tag{87}$$

$$H_\theta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial \theta}\right)_0 = -\frac{1}{P} C$$

Таким образом, выражения (87) дают для корабля, *вполне погруженного*, меру статической остойчивости, соответствующую понятию о продольной и поперечной метацентрической высоте надводного корабля.

§ 9. Может представиться, что насколько сложен анализ и вывод общих формул, то настолько же сложно будет и их приложение к определению положения равновесия корабля и исследованию его остойчивости. На самом же деле это далеко не так, ибо для расчетов нужны не выводы, а окончательные формулы. Чтобы это показать, дадим сводку формул и численный пример их приложения. Этот пример не взят из действительной практики, а чисто воображаемый и должен лишь служить для пояснения пользования общими формулами, выведенными выше.

Пример

1. Определение положения равновесия

Сводка расчетных формул:

$$1)\ K = Q \cdot z_q - P \cdot z_g;\quad L = Qy_q - Py_g \qquad (24)$$

$$M = Qx_q - Px_g$$

$$2)\ c_3 = \frac{K}{S};\quad c_2 = \frac{L}{S};\quad c_1 = \frac{M}{S} \qquad (25)$$

$$S = \pm\sqrt{K^2 + L^2 + M^2}$$

Знак при корне такой, чтобы было $c_3 > 0$

$$3)\ \operatorname{tg}\theta_0 = \frac{c_2}{c_3};\qquad \operatorname{tg}\psi_0 = -\frac{c_1}{c_3}\cos\theta_0 \qquad (26') \text{ и } (27)$$

4) Контроль: $c_1 = -\sin\psi_0$; $c_2 = \cos\psi_0 \sin\theta_0$

$$c_3 = \cos\psi_0 \cos\theta_0$$

	x	y	z
ξ	$a_1^0 = \cos\psi_0$	$a_2^0 = \sin\psi_0 \sin\theta_0$	$a_3^0 = \sin\psi_0 \cos\theta_0$
η	$b_1^0 = 0$	$b_2^0 = \cos\theta_0$	$b_3^0 = -\sin\theta_0$
ζ	$c_1^0 = c_1 = -\sin\psi_0$	$c_2^0 = c_2 = \cos\psi_0 \sin\theta_0$	$c_3^0 = c_3 = \cos\psi_0 \cos\theta_0$

По результатам этих вычислений составляются чертежи, представляющие проекции на плоскости координат $O\xi\eta\zeta$ корабля и сил P, Q, R, на него действующих, и горизонта воды; это даст наглядное представление о положении равновесия корабля.

II. Проверка остойчивости

$$\left.\begin{aligned} A&=-\frac{M^2+L^2}{S};\quad B=-S;\quad C=-\frac{K^2+L^2}{S};\\ D&=\frac{L\cdot S}{\sqrt{K^2+L^2}};\qquad \varepsilon=\frac{KM}{S};\quad F=0;\end{aligned}\right\}\qquad(81)$$

$$\varepsilon=-1.$$

Условия:

1) $\varepsilon A>0;\quad \varepsilon B>0;\quad \varepsilon C>0$ — удовлетворено

2) $\varepsilon^2\begin{vmatrix} A, & D\\ D, & B\end{vmatrix}=(AB-D^2)=\frac{M^2K^2}{K^2+L^2}$ — удовлетворено

3) $\varepsilon^3\begin{vmatrix} A, & D, & E\\ D, & B, & 0\\ E, & 0, & C\end{vmatrix}=-(ABC-BE^2-CD^2)=0$

Условия (1), (2) и (3) удовлетворены для всяких α, β, γ, кроме лежащих на прямой Власова.

Данные и вычисления чисел.

Возьмем из справочника Iohow'a пароход „Waregga", элементы которого в круглых цифрах таковы:

Длина между $\perp\perp$	$L=110$ м
Ширина наибольшая	$B=15.2$ м
Высота борта	$H=8.0$ м
Углубление в полном грузу	$T=6.9$ м

Примем, что вес этого парохода в воде

$$P=2600\text{ т}$$

Плавучесть понтонов

$$Q=2400\text{ т}$$

Давление на пятку ахтерштевня

$$R=P-Q=200\text{ т}$$

Пусть координаты точек приложения этих сил суть:

$$\begin{aligned} x_g&=51\text{ м};\quad x_q=55.7\text{ м};\quad x_\gamma=0\\ y_g&=0.5\text{ м};\quad y_q=0;\qquad y_\gamma=0\\ z_g&=4.0\text{ м};\quad z_q=5.5\text{ м};\quad z_\gamma=0\end{aligned}$$

По формуле (24) имеем:

$$\begin{aligned} K&=2400\cdot 5.5-2600\cdot 4.0=2800\text{ тм}\\ L&=0-2600\cdot 0.5=-1300\text{ тм}\\ M&=2400\cdot 55.7-2600\cdot 51=1080\text{ тм}\end{aligned}$$

I	II	III	IV	V	VI	VII
Моменты	$\frac{(I)}{1000}$	$(II)^2$	lg (II)	$\lg \frac{(II)}{S}$	c	$(VI)^2$
2800	2.8	7.84	0.4472	$\bar{1}.9326$	$c_3 = 0.8563$	0.7332
−1300	−1.3	1.69	0.1139 (n)	$\bar{1}.5993$ (n)	$c_2 = -0.3975$	0.1580
1080	1.08	1.166	0.0334	$\bar{1}.5188$	$c_1 = 0.3302$	0.1090
	$S^2 =$	10.696			$c_1^2+c_2^2+c_3^2 =$	1.0002
	$\lg S^2 =$	1.0292				
	$\lg S =$	0.5146				
	$\frac{1}{1000} S =$	3.271				

Итак, имеем:

$$c_3 = 0.8563 \qquad \lg c_3 = \bar{1}.9326$$
$$c_2 = -0.3975 \qquad \lg c_2 = \bar{1}.5993\ (n)$$
$$c_1 = 0.3302 \qquad \lg c_1 = \bar{1}.5188$$

Вычисление углов θ_0 и ψ_0 [формулы (26′) и (27)]

$$\lg c_2 = \bar{1}.5993\ (n)$$
$$\operatorname{colg} c_3 = 0.0674$$
$$\log \operatorname{tg} \theta_0 = 1.6667\ (n)$$
$$\theta_0 = -24°54'^{1}$$

$$\lg(-c_1) = \bar{1}.5188\ (n)$$
$$\operatorname{colg} c_3 = 0.0674$$
$$\log \cos \theta_0 = \bar{1}.9576$$
$$\log \operatorname{tg} \psi_0 = \bar{1}.5438\ (n)$$
$$\psi_0 = -19°16'$$

Контроль:

$$\lg \sin \psi_0 = \lg(-c_1) = \bar{1}.5188\ (n) \qquad \psi_0 = -19°17'$$
$$c_2 = \cos \psi_0 \sin \theta_0 \qquad c_3 = \cos \psi_0 \cos \theta_0$$
$$\lg \cos \psi_0 = \bar{1}.9750 \qquad \lg \cos \psi_0 = \bar{1}.9750$$
$$\log \sin \theta_0 = \bar{1}.6243\ (n) \qquad \log \cos \theta_0 = \bar{1}.9576$$
$$\lg c_2 = \bar{1}.5993\ (n) \qquad \log c_3 = \bar{1}.9326$$

Вычисление: $a_2^0 = \sin \psi_0 \sin \theta_0$ и $a_3^0 = \sin \psi_0 \cos \theta_0$

$$\lg \sin \theta_0 = \bar{1}.6243\ (n)$$
$$\lg \sin \psi_0 = \bar{1}.5188\ (n)$$
$$\lg a_2^0 = \bar{1}.1431$$
$$a_2^0 = 0.1390$$

$$\lg \cos \theta_0 = \bar{1}.9576$$
$$\lg \sin \psi_0 = \bar{1}.5188\ (n)$$
$$\lg a_3^0 = \bar{1}.4764\ (n)$$
$$a_3^0 = -0.2995$$

[1] Знак минус при θ_0 показывает, что положительная часть оси *Oy опускается вниз* (крен на правую сторону).

Остальные косинусы прямо выбираем из таблиц натуральных тригонометрических функций.

	x	y	z
ξ	$a_1^0 = 0.9449$	$a_2^0 = 0.1390$	$a_3^0 = -0.295$
η	$b_1^0 = 0.0000$	$b_2^0 = 0.9070$	$b_3^0 = +0.4210$
ζ	$c_1^0 = 0.3302$	$c_2^0 = 0.3975$	$c_3^0 = 0.8563$

По этим значениям косинусов легко вычертить в проекциях на плоскостях $O\xi\zeta$, $O\xi\eta$, $O\eta\zeta$ положение корабля и любой его точки, а также в проекциях на плоскости Oxz, Oxy, Oyz след горизонта воды и вообще нанести на чертеж всякую точку по данным ее абсолютным координатам. Для удобства составления таких чертежей следует в дополнение к таблице (4) косинусов составить таблицу самих углов:

$$\hat{x\xi},\quad \hat{x\eta},\quad \hat{x\zeta}\ldots\hat{z\zeta}$$

	x	y	z
ξ	$-19°11'^1$	$82°01'$	$162°26'$
η	$90°$	$24°54'$	$65°06'$
ζ	$70°17'$	$113°25'$	$31°06'$

Метацентрические высоты H_ψ, H_θ

$$\text{Продольная } H_\psi = \frac{1}{2600}(S) = \frac{1}{2600}\cdot 3271 = 1.26 \text{ м}$$

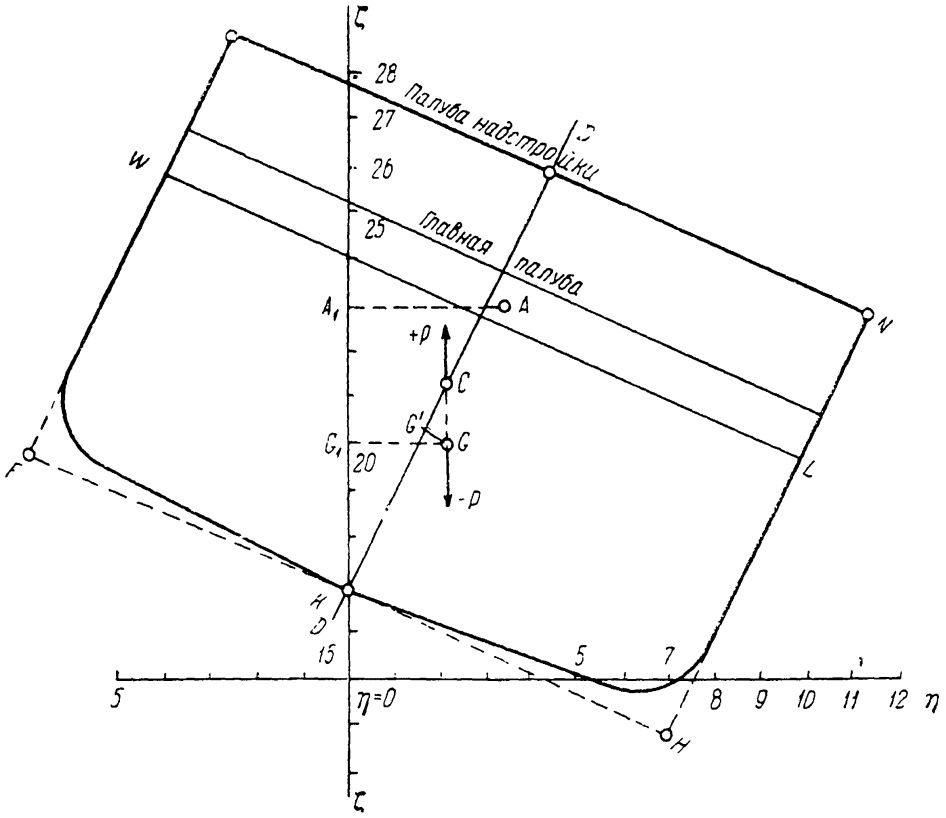
$$\text{Поперечная } H_\theta = \frac{1}{2600}\cdot\left[1000\,\frac{7.84 + 1.69}{3.271}\right] = \frac{9.53}{2.6\cdot 3.271} = 1.12 \text{ м}$$

$\lg 3271 = 3.5146$
$\operatorname{colg} 2600 = \bar{4}.5850$
$\lg H_\psi = 0.0996$
$H_\psi = 1.258$

$\lg 9.53 = 0.9791$
$\operatorname{colg} 2.600 = \bar{1}.5850$ (см. вычисл. $c_1 c_2 c_3$)
$\operatorname{colg} 3.271 = \bar{1}.4854$
$\lg H_\theta = 0.0495$
$H_\theta = 1.121$

[1] Знак минус берется потому, что угол $\hat{\xi x}$ должен приблизительно равняться углу ψ_0, который является отрицательным.

На основании результатов этого расчета составлены схемы (фиг. 3 и 4), показывающие положения корабля, главных точек, с которыми приходится иметь дело, расположения сил и пр. Построение фиг. 3 почти не требует пояснений: по найденному углу $\widehat{x\xi} = -19°11'$ тотчас же проводим ось Dx, вычисляем затем координаты точек ξ_g, η_g, ζ_g точки G и координаты ξ_q, η_q, ζ_q точки A приложения силы Q, по этим координатам и наносятся проекции этих точек.



Фиг. 3

Имеем:

$$\xi_g = a_1^0 x_g + a_2^0 y_g + a_3^0 z_g \quad \text{и} \quad \xi_q = a_1^0 x_q + a_2^0 y_q + a_3^0 z_q$$
$$\eta_g = b_1^0 x_g + b_2^0 y_g + b_3^0 z_g \qquad \eta_q = b_1^0 x_q + b_2^0 y_q + b_3^0 z_q$$
$$\zeta_g = c_1^0 x_g + c_2^0 y_g + c_3^0 z_g \qquad \zeta_q = c_1^0 x_q + c_2^0 y_q + c_3^0 z_q$$

Подставляя данные значения:

$$x_g = 51.0; \qquad y_g = +0.5; \qquad z_g = +4.0$$
$$x_q = 55.7; \qquad y_q = 0; \qquad z_q = 5.5$$

и значения α_1^0, $\alpha_2^0 \ldots c_3^0$ из таблицы (4) имеем:

$$\xi_g = 0.9444 \cdot 51.0 + 0.1390 \cdot 0.5 - 0.2995 \cdot 4.0 = 48.16 + 0.07 - 1.20 = \underline{47.03}$$

$$\eta_g = 0 + 0.9070 \cdot 0.5 + 0.4210 \cdot 4.0 = 0.454 + 1.684 = +2.138 \approx \underline{2.14}$$

$\zeta_g = 0.3302 \cdot 51.1 - 0.3975 \cdot 0.5 + 0.8563 \cdot 4.0 = 16.84 - 0.20 + 3.43 = \underline{20.07}$

$\xi_q = 0.9444 \cdot 55.7 + 0 - 0.2995 \cdot 5.5 = 52.60 - 1.65 = \underline{50.95}$

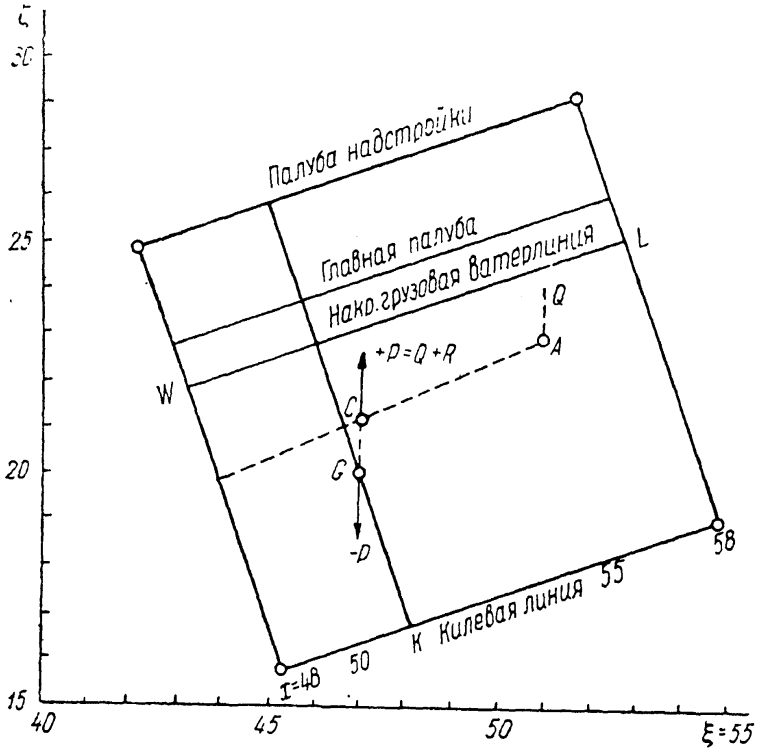
$\eta_q = 0 + 0 + 0.4210 \cdot 5.5 = 2.32$

$\zeta_q = 0.3302 \cdot 55.7 + 0 + 0.8563 \cdot 5.5 = 18.39 + 4.71 = \underline{23.00}$

Контроль

Должно быть:

$$-P\eta_g + Q\eta_q = 0, \quad \text{т. е. } P\eta_g = Q\eta_q$$
$$-P\xi_g + Q\xi_q = 0, \quad \text{т. е. } P\xi_g = Q\xi_q$$



Фиг. 4.

Имеем:

$$\left.\begin{aligned} P\eta_g &= 2600 \cdot \ 2.14 = 5564 \\ Q\eta_q &= 2400 \cdot \ 2.32 = 5569 \end{aligned}\right\} \text{ верно}$$

$$\left.\begin{aligned} P\eta_g &= 2600 \cdot 47.03 = 122278 \\ Q\xi_q &= 2400 \cdot 50.95 = 122280 \end{aligned}\right\} \text{ верно}$$

Но кроме точек A и G необходимо нанести на чертеж точку C приложения равнодействующей силы поддержания (плавучести понтонов) Q и реакции грунта R.

Эта равнодействующая направлена вверх, величина ее есть

$$Q + R = P$$

и при равновесии точка ее приложения C лежит на одной *отвесной* линии с точкой G, вместе с тем эта точка лежит на прямой OA, разделяя эту прямую в отношении

$$OC : OA = Q : P$$

т. е.

$$OC = \frac{Q}{P} \cdot OA = \frac{2400}{2600} \cdot OA = \frac{12}{13} \cdot OA$$

В этом же отношении находятся и соответствующие координаты, т. е.

$$x_c = \frac{12}{13} x_q = \frac{12}{13} \cdot 55.7 = 51.42$$

$$y_c = \frac{12}{13} y_q = \frac{12}{13} \cdot 0 = 0.00$$

$$z_c = \frac{12}{13} z_q = \frac{12}{13} \cdot 5.5 = 5.08$$

Затем имеем:

$$\xi_c = 0.9444\, x_c + 0.1390\, y_c - 0.2995\, z_c = 0.9444 \cdot 51.42 + 0 - 0.2995 \cdot 5.08 =$$
$$= 48.56 - 1.52 = \underline{47.04}$$

$$\eta_c = 0 \cdot x_c + 0.907\, y_c + 0.4210\, z_c = 0 + 0 + 0.4210 \cdot 5.08 = \underline{2.14}$$

$$\zeta_c = 0.3302\, x_c - 0.3975 \cdot 0 + 0.8563 \cdot z_c = 0.3302 \cdot 51.42 + 0 + 0.8563 \cdot 50.8 =$$
$$= 16.98 + 4.35 = \underline{21.33}$$

Следовательно:

$$\xi_c - \xi_g = 47.04 - 47.03 = 0.01 \approx 0.00$$

$$\eta_c - \eta_g = 2.14 - 2.14 = 0.00$$

$$\zeta_c - \zeta_g = 21.33 - 20.07 = 1.26$$

Первые два равенства показывают, что точки C и G лежат на одной и той же отвесной линии, и так как сила

$$Q + R = P$$

то корабль действительно находится в равновесии; из последнего равенства следует, что точка C лежит выше точки G на 1.26 м.

Разность

$$z_c - z_g = 5.08 - 4.00 = 1.08$$

представляет разность возвышений точек C и G над килем; как видно, эта разность весьма близка к величине H_θ, играющей роль метацентрической высоты для чисто поперечных наклонений. Величина же $\zeta_c - \zeta_g = 1.26$ оказалась равной H_ψ, т. е. метацентрической высоте для продольных наклонений.

Для вполне погруженного корабля, не опирающегося пяткой ахтерштевня на грунт, эти величины должны бы быть равны между собой.

При производстве расчета можно для исходного приближения принимать разность

$$z_c - z_g$$

за метацентрическую высоту, а затем делать полный поверительный расчет так, как изложено выше, чтобы иметь контроль, который обнаружит ошибку в вычислениях, если бы таковая вкралась.

Разница значений H_θ и H_ψ, $(z_c - z_g)$ и $(\zeta_c - \zeta_g)$ происходит от самой сути дела. Как уже сказано, величина H_θ относится к чисто поперечным наклонениям, величина H_ψ — к чисто продольным, величина же $z_c - z_g$ относится к прямому положению корабля и, наконец, $\zeta_c - \zeta_g$ — к наклоненному его положению, учитывая и угол крена θ_0 и угол дифферента ψ_0.

ГЛАВА II

Корабль подвержен присосу к грунту

§ 10. В §§ 3—9 выведены общие формулы, которыми определяются положение равновесия и условия остойчивости корабля, находящегося под водой и приподнятого прикрепленными к нему понтонами, так что он касается жесткого грунта, скажем скалы, лишь одною оконечностью, например, пяткою ахтерштевня. Само собою разумеется, что эти формулы относятся и к тому случаю, когда корабль касается грунта шпором форштевня, стоит только изменить направление осей кординат.

В этой главе будет рассмотрен случай подъема корабля, подверженного присосу, причем общие рассуждения будут поясняться примером подъема носовой части судна „Патагония“, потопленного торпедою близ Одессы в 1915 г., переломившегося пополам и поднятого в 1939 г.

§ 11. Относительно присоса точных данных вообще не имеется, да их быть не может ввиду бесконечного разнообразия грунтов, условий их размыва, числа и величины туннелей под днищем и т. п.

Можно лишь сказать следующее:

Присос, когда корабль плоским днищем лежит на дне моря горизонтально, т. е. без крена и дифферента или с весьма малым дифферентом, состоит из совокупности элементарных поверхностных сил, распределенных по днищу корабля, причем точный закон этого распределения неизвестен. Обыкновенно делается предположение, что все эти элементарные силы между собою параллельны и вертикальны, тогда они приводятся к одной равнодействующей S, также вертикальной, направленной вниз и приложенной к днищу корабля в диаметральной плоскости.

Так что слагающие силы S будут:

$$X_s = 0; \quad Y_s = 0; \quad Z_s = -S \tag{1}$$

Координаты точки приложения будут:

$$x = x_s; \quad y = 0; \quad z = 0 \tag{2}$$

Так как угол ψ предположен весьма малым, то будет

$$\xi_s = x_s; \quad \eta_s = 0; \quad \zeta_s = 0 \tag{1'}$$

$$\Xi_s = 0; \quad H_s = 0; \quad Z_s = -S \tag{2'}$$

Значит можно координаты η и y не рассматривать, ибо все силы и точки их приложения лежат в плоскости xOz.

Относительно величины силы S, на основании некоторых подъемов, принимают, что

где
$$\left.\begin{aligned} S &= kP \\ k &\cong 0.20 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Как уже сказано, точный закон распределения элементарных сил по днищу неизвестен, и в случае, например, „Патагонии", у которой кормовая часть отломана, можно делать разные предположения. Например:

1) Элементарные силы присоса распределены, как *вес* корабля, тогда будет:

$$x_s = x_p \tag{3'}$$

2) Элементарные силы распределены равномерно по площади плоского днища корабля, прилегающей к грунту, считая ее ограниченной началом закругления скулы; тогда точка приложения силы S будет в центре тяжести этой площади.

Таким образом, получим:

$$GH = \zeta_h - \zeta_p = \frac{Q}{P}\zeta_q - \zeta_p = \frac{Q \cdot \zeta_q - P \cdot \zeta_p}{P}$$

но

$$\zeta_q = x_q \sin\psi + z_q \cos\psi$$

$$\zeta_p = x_p \sin\psi + z_p \cos\psi$$

следовательно:

$$Q \cdot \zeta_q - P \cdot \zeta_p = [(Q \cdot x_q - P \cdot x_p)\sin\psi + (Q \cdot z_q - P \cdot z_p)\cos\psi] \cdot \frac{1}{P}$$

и на основании формулы (7) будет

$$GH = \frac{N}{P}(\sin^2\psi + \cos^2\psi) = \frac{N}{P} \tag{13}$$

Для остойчивости необходимо сохранение неравенства:

$$GH > 0, \text{ т. е. } N > 0 \tag{14}$$

Значит, в формулах (7) перед корнем надо брать знак +.

Кроме того, чтобы корабль поднимался кормой вверх, необходимо условие:

$$0^0 < \psi < 90^\circ$$

т. е.

$$\sin\psi > 0 \quad \text{и} \quad \cos\psi > 0$$

Значит, должно быть одновременно

$$Q \cdot x_q - P \cdot x_p > 0 \quad \text{и} \quad Q \cdot z_q - P \cdot z_p > 0 \tag{15}$$

Величина $GH = \frac{N}{P} = +\frac{1}{P} \cdot \sqrt{(Q \cdot x_q - P \cdot x_p)^2 + (Q \cdot z_q - P \cdot z_p)^2}$ (I)

играет роль метацентрической высоты, неравенства же (15) представляют условия, чтобы угол ψ был положительный и меньше 90°, т. е. корабль поднимался *кормой вверх*.

а) Силы и их проекции:

Вес корабля P:	$\Xi_p = 0;$	$H_p = 0;$	$Z_p = -P$
Подъемная сила Q:	$\Xi_q = 0;$	$H_q = 0;$	$E_q = Q$
Реакция R:	$\Xi_r = 0;$	$H_r = 0;$	$Z_r = R$

б) Координаты точек приложения (фиг. 6)

$$\begin{aligned} x_p &= OA; & z_p &= AG \\ x_q &= OB; & z_q &= BC \\ x_r &= 0; & z_r &= 0 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} \xi_p &= x_p\cos\psi - z_p\sin\psi; & \zeta_p &= x_p\sin\psi + z_p\cos\psi \\ \xi_q &= x_q\cos\psi - z_q\sin\psi; & \zeta_q &= x_q\sin\psi + z_q\cos\psi \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

в) Условия равновесия:

$$-P + Q + R = 0, \quad \text{следовательно } R = P - Q \tag{2}$$

$$\Sigma(Z\xi - \Xi\zeta) = -P \cdot \xi_p + Q \cdot \xi_q = 0 \tag{3}$$

Уравнение (3) принимает вид:

$$-P(x_p\cos\psi - z_p\sin\psi) + Q(x_q\cos\psi - z_q\sin\psi) = 0$$

т. е.

$$(-P \cdot x_p + Q \cdot x_q)\cos\psi - (Q \cdot z_q - P \cdot z_p)\sin\psi = 0 \tag{4}$$

откуда следует:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{Q \cdot x_q - P \cdot x_p}{Q \cdot z_q - P \cdot z_p} \tag{5}$$

Пусть

$$N = \pm\sqrt{(Q\cdot x_q - P\cdot x_p)^2 + (Q\cdot z_q - P\cdot z_p)^2} \tag{6}$$

тогда

$$\left.\begin{aligned}\cos\psi &= \frac{1}{N}(Q\cdot z_q - P\cdot z_p)\\ \sin\psi &= \frac{1}{N}(Q\cdot x_q - P\cdot x_p)\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

При равновесии точки G, H должны лежать на одной *отвесной* линии, т. е. должно быть:

$$\xi_h = \xi_p \tag{8}$$

Проверим, имеет ли это равенство место, когда угол ψ определяется формулами (7).

Имеем

$$\xi_h = \frac{Q}{P}\xi_q; \qquad \zeta_h = \frac{Q}{P}\zeta_q \tag{9}$$

На основании формул (7)

$$\xi_q = x_q\cos\psi - z_q\sin\psi = \frac{1}{N}[x_q(Q\cdot z_q - P\cdot z_p) - z_q(Q\cdot x_q - P\cdot x_p)] =$$
$$= \frac{1}{N}P(x_p z_q - x_q z_p)$$

следовательно:

$$\xi_h = \frac{Q}{N}(x_p z_q - x_q z_p) \tag{10}$$

с другой стороны:

$$\xi_p = x_p\cos\psi - z_p\sin\psi = \frac{1}{N}[x_p(Q\cdot z_q - P\cdot z_q) - z_p(Q\cdot x_q - P\cdot x_p)] =$$
$$= \frac{Q}{N}(x_p z_q - x_q z_p) \tag{11}$$

следовательно,

$$\xi_h = \xi_p \tag{12}$$

как и должно быть.

В равенствах (10) и (11) знак при N безразличен — равенство (12) все равно имеет место.

§ 12. Для того чтобы корабль в положении равновесия был остойчив, необходимо чтобы точка H лежала выше точки G, т. е. чтобы точка приложения равнодействующей подъемной силы Q и реакции R лежала выше центра тяжести G.

Но

$$GH = \zeta_h - \zeta_p$$

мы имели

$$\zeta_h = \frac{Q}{P}\zeta_q$$

Ввиду произвольности этих допущений можно назначить два крайних предела и взять из них среднее (фиг. 5).

За один предел примем описанный прямоугольник $ABCD$, его центр тяжести есть F_1, так что

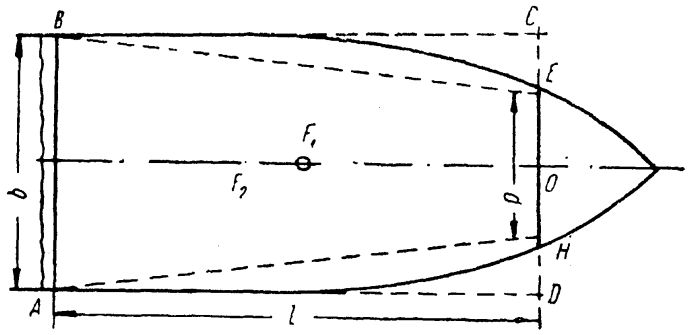
$$OF_1 = x_1 = \frac{1}{2} l$$

За другой предел примем трапецию $ABEH$, для нее центр тяжести есть F_2, так что

$$OF_2 = x_2 = \frac{l}{3} \cdot \frac{p+2b}{b+p}$$

и затем взять

$$x_s = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$



Фиг. 5.

Это есть простейший способ, которым и следует пользоваться.

§ 13. Действие присоса представляет ту характерную особенность, что когда подъемная сила Q, или ее момент, достигла некоторой величины, при которой присос преодолевается, то сила S обращается в нуль, и корабль приходит в движение. Мы ограничимся двумя важнейшими случаями этого движения.

1) Первый случай тот, когда имеет место неравенство

$$P - Q > 0$$

и корабль (в нашем случае) опирается носом о грунт и вращается около точки опоры или, точнее говоря, около оси Oy, проходящей через точку опоры O.

2) Второй случай тот, когда имеет место неравенство

$$P - Q < 0;$$

корабль начинает не только вращаться, но и всплывать, не касаясь носовой частью грунта; промежуточного же случая, когда корабль, поворачиваясь, так сказать, ползет носовой частью по грунту, вследствие непродолжительности такого движения, подробно рассматривать не будем (фиг. 6).

Допустим, что корабль лежит на грунте под постоянным углом

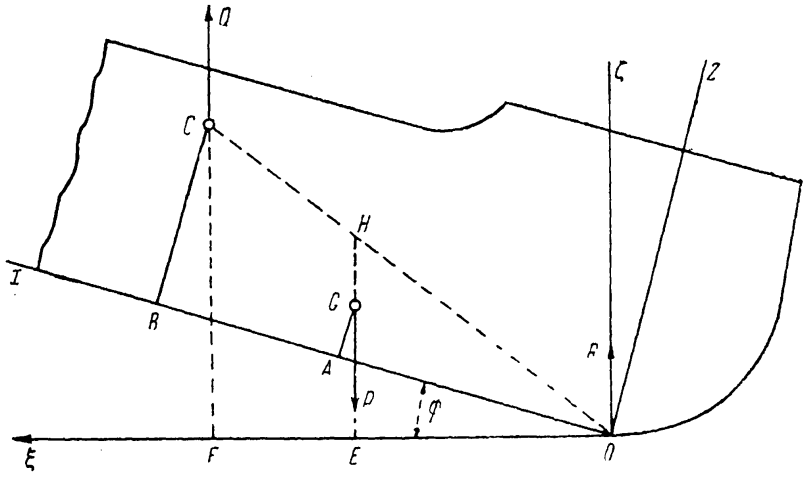
$$\psi = \psi_0$$

В понтоны в определенной последовательности накачивается воздух, и подъемная сила хотя и увеличивается, но пока присос не нарушен, то увеличивается и сила S, и все время имеет место равенство

$$Q \cdot x_q - P \cdot x_p - S \cdot x_s = 0, \qquad (*)$$

ибо все время остается $\psi = \psi_0$.

Наконец, наступает такое значение силы Q, при дальнейшем увеличении которого происходит отрыв, так что равенство (*) становится предельным и, обозначая через m весьма малую величину, имеем:



Фиг. 6.

до отрыва

$$Q \cdot x_q - P \cdot x_p - S \cdot x_s = +m$$

после отрыва

$$Q \cdot x_q - P \cdot x_p = -m$$

т. е. $P \cdot x_p$ и $Q \cdot x_q$ свои значения сохраняют, а сила присоса S обращается в нуль и остается равной нулю. Таким образом, от начальных значений

$$\psi = \psi_0; \quad \left(\frac{d\psi}{dt}\right)_0 = 0$$

бывших в момент отрыва, корабль начинает двигаться, вращаясь около опоры O.

Чтобы составить уравнение движения, положим, что в некоторое мгновение времени t корабль имел наклон ψ, тогда на него будет действовать момент

$$M_\psi = Q \cdot \xi_q - P \cdot \xi_p$$

и, пренебрегая сперва сопротивлением воды, получим уравнение движения

$$K\frac{d^2\psi}{dt^2} = Q\cdot\xi_q - P\cdot\xi_q \qquad \text{(I)}$$

где K есть момент инерции корабля *вместе с водой, находящейся в нем, и в понтонах*, ибо эта вода, будучи в корабле замкнута, участвует в его движении как одно целое с кораблем.

Но мы имели:

$$\xi_q = x_q\cos\psi - z_q\sin\psi$$
$$\xi_p = x_q\cos\psi - z_q\sin\psi$$

следовательно, будет по приведении:

$$Q\cdot\xi_q - P\cdot\xi_p = (Q\cdot x_q - P\cdot x_p)\cos\psi - (Q\cdot z_q - P\cdot z_p)\sin\psi$$

Величины

$$(Q\cdot x_q - P\cdot x_p) \quad \text{и} \quad (Q\cdot z_q - P\cdot z_p)$$

суть постоянные, которые мы уже имели.

Обозначим их соответственно через A и B, тогда будет

$$Q\cdot\xi_q - P\cdot\xi_p = A\cos\psi - B\sin\psi;$$

пусть будет

$$N = \sqrt{A^2 + B^2}$$

и положим

$$\sin\alpha = \frac{A}{N}\ ; \qquad \cos\alpha = \frac{B}{N}$$

тогда будет

$$A\cos\psi - B\sin\psi = N\sin(\alpha - \psi)$$

и уравнение (I) примет вид

$$K\frac{d^2\psi}{dt^2} = N\sin(\alpha - \psi)$$

Положим

$$\alpha - \psi = \omega$$

тогда будет

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = -\frac{d^2\omega}{dt^2}$$

и наше уравнение примет вид

$$K\frac{d^2\omega}{dt^2} + N\sin\omega = 0 \qquad \text{(II)}$$

т. е. известное уравнение движения маятника.

Из условия, что при

$$\psi = \alpha; \quad M_\psi = N\sin(\alpha - \alpha) = 0$$

следует, что α есть то значение угла ψ, которое соответствует равновесию и около которого корабль качается.

Регулируя заполнение понтонов, можно достичь такого положения, чтобы α был угол малый, например не более 10°, т. е. $\alpha \leqslant 0.17$, угол $\psi_0 = -5°\,10' = -0.09$, тогда ω не будет превосходить 0.26, и можно вместо $\sin\omega$ брать самый угол ω, тогда уравнение (II) примет вид:

$$K\frac{d^2\omega}{dt^2} + N\omega = 0$$

или, полагая

$$\frac{N}{K} = n^2$$

получим

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + n^2\omega = 0$$

Общий интеграл этого уравнения есть

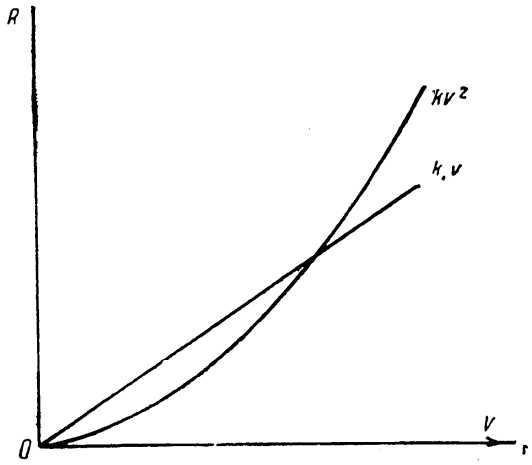
$$\omega = C_1 \cos nt + C_2 \sin nt$$

причем C_1 и C_2 суть произвольные постоянные, определяемые из начальных условий:
при $t=0$ должно быть:

$$\omega = \omega_0;\quad \frac{d\omega}{dt} = 0$$

отсюда следует

$$C_1 = \omega_0; \qquad C_2 = 0$$



Фиг. 7.

$$\omega = \omega_0 \cos nt$$

вводя период τ

$$n = \frac{2\pi}{\tau}$$

получим

$$\omega = \omega_0 \cos\frac{2\pi t}{\tau}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{K}{N}}$$

§ 14. Введем теперь *сопротивление воды* и для простоты примем его пропорциональным первой степени скорости, взяв коэффициент пропорциональности так, чтобы в требуемых пределах скорости кривые kv^2 и $k_1 v$ давали близкие значения.

Обозначая сопротивление через

$$2H\frac{d\omega}{dt}$$

и положив

$$\frac{2H}{K} = 2h$$

мы получим уравнение

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + 2h\frac{d\omega}{dt} + n^2\omega = 0 \qquad \text{(III)}$$

Общий интеграл этого уравнения есть

$$\omega = e^{-ht}\left[C_3 \cos n_1 t + C_4 \sin n_1 t\right]$$

где C_3 и C_4 постоянные произвольные, определяемые по начальным условиям: при $t=0$ должно быть

$$(\omega)_{t=0} = \omega_0; \quad \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{t=0} = 0$$

и мы получим

$$C_3 = \omega_0; \qquad C_4 = \frac{h}{n_1}\omega_0$$

Значит

$$\omega = \omega_0 e^{-ht}\left[\cos n_1 t + \frac{h}{n_1}\sin n_1 t\right]$$

и

$$n_1^2 = n^2 - h^2; \qquad n_1 = \sqrt{n^2 - h^2} = n\sqrt{1 - \frac{h^2}{n^2}}$$

Уравнение (III) показывает, что движение колебательное, затухающее. Наблюдение показывает, что это затухание колебаний происходит весьма энергично и корабль практически делает один полный размах; такое быстрое затухание происходит, например, если взять:

$$\frac{h}{n_1} = \frac{1}{2}; \qquad \text{т. е.} \qquad h = \frac{1}{2}n_1 = \frac{\pi}{\tau_1}$$

тогда будет

$$\omega = \omega_0 e^{-ht}\left[\cos\frac{2\pi t}{\tau_1} + \frac{1}{2}\sin\frac{2\pi t}{\tau_1}\right]$$

	t	$\frac{2\pi t}{\tau_1}$	e^{-ht}	ω
0	0	0	1	ω_0
1	$\frac{1}{4}\tau_1$	$\frac{\pi}{2}$	0.46	$0.23\,\omega_0$
2	$\frac{1}{2}\tau_1$	π	0.21	$-0.10\,\omega_0$
3	$\frac{3}{4}\tau_1$	$\frac{3}{2}\pi$	0.094	$-0.047\,\omega_0$
4	τ_1	2π	0.043	$+0.043\,\omega_0$

Чтобы наглядно показать, насколько быстро происходит затухание размахов, составим соответствующую табличку.

Из этой таблички видно, что если начальное отклонение есть ω_0, то первый *полуразмах* составит всего $-0.10\,\omega_0$, а первое отклонение в ту же сторону, как начальное, составит $+0.043\,\omega_0$, т. е. отклонение за один полный размах уменьшилось более чем в 20 раз,

Если бы сопротивления не было, то при $t=\frac{1}{4}\tau_1$ корабль проходил бы через свое положение равновесия и было бы $\omega=0$, а при сопротивлении корабль еще не доходит до этого положения, и угол наклонения составляет $0.23\,\omega_0$.

Это есть так называемое *опаздывание фазы.*

Таким образом, сделав практически *один* полный размах, корабль принимает положение

$$\omega=0.043\,\omega_0\approx 0$$

т. е.

$$\psi=\alpha-\omega\approx\alpha$$

это показывает, что корабль займет свое наклонное положение равновесия, исчисляемое по формуле:

$$\operatorname{tg}\psi=\operatorname{tg}\alpha=\frac{Q\cdot x_p-P\cdot x_q}{Q\cdot z_q-P\cdot z_p}$$

Мы видим, что сопротивление воды выражается формулой

$$U=2H\frac{d\omega}{dt}=2h\cdot K\cdot\frac{d\omega}{dt}$$

где K есть момент инерции корабля, но мы имеем

$$\frac{d\omega}{dt}=-\frac{1}{n_1}(n_1^2+h^2)\,\omega_0\,e^{-ht}\sin n_1 t=$$

$$=-\frac{n^2}{n_1}\,\omega_0\,e^{-ht}\sin n_1 t$$

или иначе

$$\frac{d\omega}{dt}=-\frac{2\pi\tau_1}{\tau^2}\cdot\omega_0\,e^{-ht}\sin n_1 t \qquad \text{(IV)}$$

Построив график этой функции по формуле (IV), построим и график функции U, т. е. сопротивления воды, и затем, считая эту силу приложенной на уровне верхней палубы, найдем ее влияние на остойчивость корабля в течение того времени, пока он поднимается кормой.

§ 15. В предыдущем расчете принято, что во время всплытия воздух из понтонов *не выходит*, между тем при подъеме „Патагонии“ понтоны были погружены в среднем на 20 м, т. е. воздух в них сжат до давления в 2 атм. по манометру, т. е. до 3 атм. абсолютных, а когда корабль поднимается, то давление будет равно атмосферному, и расширение воздуха даст значительное количество энергии, которая будет сообщать движение кораблю, подобно тому, как вырывающиеся газы сообщают движение ракете.

Вот этот-то энергетический расчет и следует произвести, чтобы получить суждение о количестве энергии, которая освобождается при стремительном выходе воздуха из понтонов.

Для простоты мы вообразим, что расширение происходит адиабатически, т. е. когда давление и объем связаны соотношением:

$$p = p_0 \left(\frac{v_0}{v}\right)^k$$

и

$$k = 1.4$$

Работа при расширении выражается формулой:

$$A = \int_{v_0}^{V} p\,dv = p_0 v_0^{\,k} \int_{v_0}^{V} v^{-k}\,dv = \frac{p_0 v_0^{\,k}}{1-k}\left[v^{1-k}\right]_{v_0}^{V} =$$

$$= \frac{p_0 v_0^{\,k}}{1-k}\left[V^{1-k} - v_0^{1-k}\right] = \frac{p_0 v_0^{\,k}}{k-1}\left[\left(\frac{1}{v_0}\right)^{k-1} - \left(\frac{1}{V}\right)^{k-1}\right]$$

Весь расчет поведем для одного килограмма воздуха. Обозначим давление, соответствующее объему V, через p и положим:

$$p = 10\,000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}; \qquad p_0 = 30\,000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$$

тогда будет, принимая вес одного куб. метра воздуха равным 1.29 кг:

$$V = \frac{1}{1.29} = 0.775 \text{ м}^3, \qquad \lg V = \bar{1}.8893$$

$$\lg \frac{1}{V} = 0.1107; \qquad (k-1)\lg \frac{1}{V} = 0.0443$$

$$\left(\frac{1}{V}\right)^{k-1} = 1.107; \qquad v_0 = V\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{k}}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{3}; \qquad \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{1.4}}$$

$$\lg 3 = 0.4771; \quad \frac{1}{k}\lg 3 = 0.3408; \quad \lg v_0 = \bar{1}.5485$$

$$\lg \frac{1}{v_0} = 0.4515; \quad (k-1)\lg \frac{1}{v_0} = 0.1806; \quad \left(\frac{1}{v_0}\right)^{k-1} = 1.516$$

$$\left(\frac{1}{v_0}\right)^{k-1} - \left(\frac{1}{V}\right)^{k-1} = 1.516 - 1.107 = 0.409; \quad \lg 0.409 = \bar{1}.6117$$

$$\lg p_0 = 4.4771$$

$$k \lg v_0 = \bar{1}.3679$$

$$\lg \frac{1}{k-1} = 0.3979$$

$$\lg \frac{p_0 v_0^{\,k}}{k-1} = 4.2429$$

$$\lg\left[\left(\frac{1}{v_0}\right)^{k-1} - \left(\frac{1}{V}\right)^{k-1}\right] = .6117$$

$$\lg A = 3.8546$$

$Q = 3000$ м³

Вес воздуха $= 1.29\,Q = 3870$ кг

$\lg 3870 = 3.5877$

$\lg A = 3.8546$

$\lg E = 7.4323$

$E = 27\,060\,000 \approx 27\,000\,000$ кгм

Полный вес корабля вместе с водой, в нем находящейся, можно рассчитать по следующим имеющимся в расчете ЭПРОНа данным:

Вес порожнего корпуса . . . . . 2410 т
Механизмы и пр. . . . . 686 т

Объем будет: $\frac{2410}{0.160} = 15\,000$ м^3. Следовательно, масса, приводимая в движение, составит

$$M = \frac{1}{g}[15000 + 2410 + 686] \approx 1810$$

или, в килограммах,

$$M = 1\,810\,000.$$

Значит, энергия $E = 27\,000\,000$ кгм могла бы сообщить этой массе такую скорость u, что

$$\frac{1}{2} M u^2 = E$$

откуда

$$u^2 = \frac{2 \cdot 27\,000\,000}{1\,800\,000} = 30$$

значит,

$$u = 5.48 \text{ м/сек.}$$

Эта скорость такова, что корабль мог бы быть ею подброшен на высоту

$$h = \frac{u^2}{2g} = \frac{30}{2 \cdot 9.81} = \frac{30}{20} = 1.5 \text{ м}$$

Рассчитаем же теперь, какою наибольшею кинетической энергией обладает корабль при своем колебательном движении. Эта энергия выражается формулой

$$E_1 = \frac{1}{2} K (\omega')^2$$

причем надо взять наибольшее значение ω', которое будет соответствовать приблизительно значению $n_1 t = \frac{\pi}{2}$, т. е. положению, показанному в табличке под № 1, так что тогда

$$\omega' = -\frac{n^2}{n_1} \omega_0 \cdot 0.46 \approx -0.46\, n_1 \omega_0$$

Значит, будет

$$E_1 = \frac{1}{2} (0.46)^2 \cdot n_1^2 \cdot \omega_0^2 \cdot K$$

но

$$n_1^2 = \frac{N}{K},$$

следовательно

$$n_1^2 K = N$$

и мы получим

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot 0.21 \cdot N \cdot \omega_0^2.$$

Но

$$N = P \cdot GH$$

причем

$$GH \cong 2.5; \qquad P = 3\,100\,000 \text{ кг}; \qquad \omega \leqq 0.3$$

тогда будет:

$$E_1 = 0.105 \cdot 3\,100\,000 \cdot 0.09 \cdot 2.5 = 77\,500 \text{ кгм}$$

Эта величина является совершенно ничтожной по сравнению с E, что указывает на то, что стремительный вылет на поверхность происходит главным образом от действия воздуха, вырывающегося из понтонов.

Само собою разумеется, что не вся энергия воздуха превращается в кинетическую энергию поднимаемого корабля (это соответствовало, так сказать, к. п. д., равному 1), но достаточно, если 25% пойдет на выбрасывание корабля, то и тогда для нашего случая он выскочил бы на 0.75 м, — величина, близкая к наблюдаемой.

Этот расчет сделан только как примерный, чтобы показать сущность дела и служит как бы переходом от статики к динамике судоподъема.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
№№	q	x_q	$q \cdot x_q$	z_q	$q \cdot z_q$				
1	430	8.5	3660	7.5	9700				
2	430	20.6	8850	7.5					
3	430	32.6	14000	7.5					
4	430	45.0	19300	6.5	10540				
4′	380	45.0	17100	6.5					
5	430	57.6	24800	6.5					
5′	380	57.6	21900	6.5					
6	125	23.2	2900	6.8	850				
7	75	35.3	2650	7.0	1050				
8	75	40.6	3040	7.0					
9	125	40.6	5080	14.0	1750				
10	215	67.0	14400	14.6	3140				
	3400		133500		27030				

$Q = 3400$
$x_q = 39.3$
$z_q = 7.95$
$P = 3100$
$x_p = 37.4$
$z_p = 5.00$

$Px_p = 116000$
$Pz_p = 15500$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{Qx_q - Px_p}{Qz_q - Pz_p}$$

Пример 1. Оставлена не продутой цистерна № 4′.

$$Qx_q = 133\,500 - 17\,100 = 116\,400$$
$$Px_p = \underline{116\,000}$$
$$Qx_q - Px_p = 400$$
$$Qz_q = 27\,030 - 2\,470 = 24\,560$$
$$Pz_p = \underline{15\,500}$$
$$Qz_q - Pz_p = 9\,060$$

$$\lg 400 = 2.6021$$
$$\operatorname{colg} 9\,060 = \bar{4}.0429$$
$$\lg \operatorname{tg} \psi = \bar{2}.6450$$
$$\psi = 2°32'$$

$$N^2 = (400)^2 + (9\,060)^2 = 82\,080\,000 + 160\,000 = 82\,240\,000$$

$$N = 9\,060$$
$$P = 3\,100$$
$$Q = 3\,020$$
$$P = \underline{3\,100}$$
$$R = 80 \text{ т}$$

$$\lg N = 3.9576$$
$$\operatorname{colg} 3\,100 = \bar{4}.5086$$
$$\lg GH = 0.4162$$
$$GH = 2.60 \text{ м}.$$

Пример 2. Оставлены не продутыми №№ 6, 7, 8, 9.

$$Qx_q = 133\,500 - (2\,900 + 2\,650 + 3\,040 + 5\,080) = 119\,830$$
$$Px_p = \underline{116\,000}$$
$$Qx_q - Px_p = 3\,830$$

$$\lg 3830 = 3.5832$$
$$\operatorname{colg} 7\,880 = \bar{4}.1035$$
$$\lg \operatorname{tg} \psi = \bar{1}.6867$$
$$\psi = 25°55' \approx 26°$$

$$Qz_q = 27\,030 - (850 + 1\,050 + 1\,750) = 23\,380$$
$$Pz_p = \underline{15\,500}$$
$$Qz_q - Pz_p = 7\,880$$

$$N^2 = (3\,830)^2 + (7\,880)^2 = 14\,670\,000 + 62\,090\,000 = 76\,760\,000$$
$$N = 8761; \qquad GH = \frac{P}{N} = \frac{8\,761}{3\,100} = 2.83 \text{ м}$$
$$R = 3\,100 - 3\,000 = 100 \text{ т}$$

При последовательной продувке понтонов следует для каждого из случаев, при которых *вес* корабля *больше* подъемной силы, рассчитать по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \cos\psi &= \frac{1}{N}(Qz_q - Pz_p) \\ \sin\psi &= \frac{1}{N}(Qx_q - Px_p) \end{aligned}\right\} \quad \operatorname{tg}\psi = \frac{Qx_q - Px_p}{Qz_q - Pz_p}$$

$$N = +\sqrt{(Qz_q - Pz_p)^2 + (Qx_q - Px_p)^2}$$
$$\overline{GH} = \frac{N}{P}$$

угол дифферента при равновесии, и надо, чтобы было

$$0° < \psi < 90°$$

и чтобы $\overline{GH}$ было ≥ 1 м.

Расчет производится подобно тому, как показано выше на примерах.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ КОРАБЛЯ, ИМЕЮЩЕГО ПРОБОИНУ[1]

§ 1. При разработке проекта корабля главные переборки распределяются соответственно назначению тех отсеков, которые этими переборками один от другого разделяются, как, например, — подбашенные, котельные, машинные и т. д.

После того как переборки распределены, необходимо проверить, остается ли корабль плавать, получив в один или два смежных отсека подводную пробоину от мины или авиабомбы.

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо, во-первых, определить положение равновесия корабля, имеющего поврежденные отделения затопленными, и, во-вторых, исследовать устойчивость такого вообще косого положения равновесия; при этом необходимо рассматривать лишь положение равновесия, ближайшее к прямому, т. е. когда верхняя палуба корабля находится целиком или частично над водой, а не то, когда корабль плавает вверх килем.

§ 2. Для решения каждого из этих вопросов применим аналитический метод, сопровождаемый необходимыми графическими построениями.

Возьмем в корабле следующие координатные плоскости, с ним неизменно связанные:

а) диаметральную плоскость;

б) плоскость грузовой ватерлинии при прямом положении корабля, не имеющего повреждений (накрашенную грузовую);

в) плоскость мидель-шпангоута.

Эти плоскости обозначим соответственно *xoz*, *xoy*, *yoz*. Очевидно, что при таком выборе начало координат лежит в точке *o* пересечения этих трех плоскостей. Положительную ось *ox* направим в *нос*, положительную ось *oz вниз* и положительную ось *oy* к *левому борту*, так что крен будет считаться положительным на левую сторону и угол дифферента положительным, когда ось *ox* (нос) поднята вверх.

Соответственно этим осям, неизменным в корабле, возьмем в пространстве неизменные оси координат $\Omega\xi$, $\Omega\eta$, $\Omega\zeta$, которые при прямом

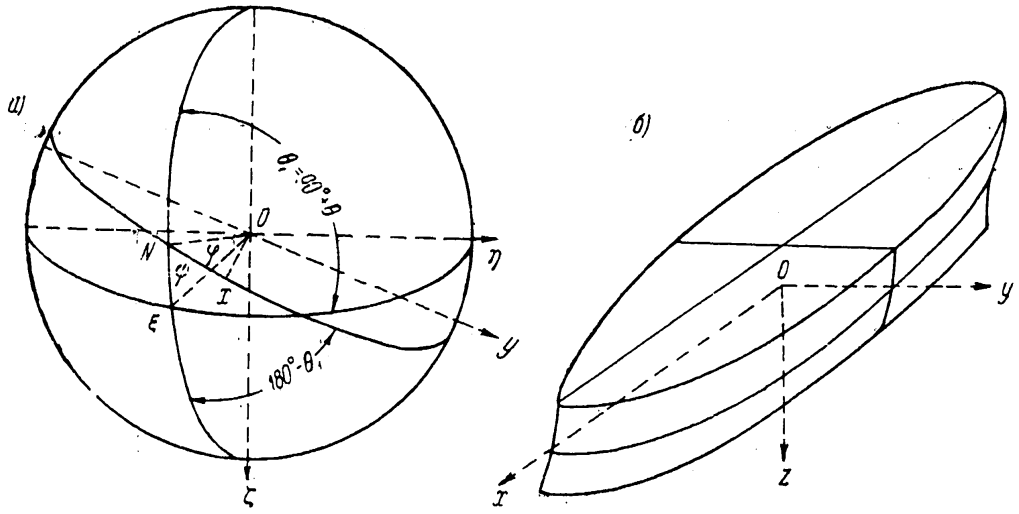
---

[1] Опубликовано в „Известиях Военно-морской академии имени К. Ворошилова", № 12, 1944 г.

положении равновесия и покое неповрежденного корабля совпадают соответственно с осями ox, oy, oz.

Для краткости речи оси $\Omega\xi$, $\Omega\eta$, $\Omega\zeta$ будем называть абсолютными, оси ox, oy, oz — относительными.

Положение корабля вообще будет определяться координатами ξ_0, η_0, ζ_0 точки o и тремя эйлеровыми углами ψ, θ, φ, причем систему этих углов берем „корабельную", а не „астрономическую"; расположение осей в корабле показано на фиг. 1, *б*, расположение эйлеровых углов на фиг. 1, *а*, так что угол ψ приблизительно равен углу дифферента, угол $\theta_1 = 90° + \theta$, причем θ есть угол крена и угол φ есть рыскание на курсе.



Фиг. 1.

Связь между относительными и абсолютными координатами устанавливается на основании следующей таблицы косинусов между соответствующими осями:

	x	y	z
ξ	a_1	b_1	c_1
η	a_2	b_2	c_2
ζ	a_3	b_3	c_3

(1)

Все эти девять косинусов выражаются через эйлеровы углы следующими формулами, которые, как это подробно показано в учении о качке корабля, получаются в результате применения основной формулы сферической тригонометрии к сферическим треугольникам $N\xi x$, $N\xi y$, $N\xi z$; $N\eta x$, $N\eta y$, $N\eta z$; $N\zeta x$, $N\zeta y$, $N\zeta z$, так что будет

$$\left.\begin{aligned}
&\cos(x,\ \xi) = a_1 = \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi\cos\theta_1\\
&\cos(x,\ \eta) = a_2 = \sin\varphi\sin\theta_1\\
&\cos(x,\ \zeta) = a_3 = -\cos\varphi\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi\cos\theta_1\\
&\cos(y,\ \xi) = b_1 = -\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi\cos\theta_1\\
&\cos(y,\ \eta) = b_2 = \cos\varphi\sin\theta_1\\
&\cos(y,\ \zeta) = b_3 = \sin\varphi\sin\psi - \cos\varphi\cos\psi\cos\theta_1\\
&\cos(z,\ \xi) = c_1 = \sin\psi\sin\theta_1\\
&\cos(z,\ \eta) = c_2 = \cos\theta_1\\
&\cos(z,\ \zeta) = c_3 = \cos\psi\sin\theta_1
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

причем $\theta_1 = \frac{\pi}{2} + \theta$, где θ есть приблизительно угол крена *левым* бортом вниз.

Стоит только сделать эту замену, и получим выражения косинусов a_1, $a_2 \ldots c_3$ через углы ψ, θ и φ, а именно:

$$\left.\begin{aligned}
&\cos(x,\ \xi) = a_1 = \cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi\sin\theta\\
&\cos(x,\ \eta) = a_2 = \sin\varphi\cos\theta\\
&\cos(x,\ \zeta) = a_3 = -\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\sin\theta\\
&\cos(y,\ \xi) = b_1 = -\sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\psi\sin\theta\\
&\cos(y,\ \eta) = b_2 = \cos\varphi\cos\theta\\
&\cos(y,\ \zeta) = b_3 = \sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\sin\theta\\
&\cos(z,\ \xi) = c_1 = \sin\psi\cos\theta\\
&\cos(z,\ \eta) = c_2 = -\sin\theta\\
&\cos(z,\ \zeta) = c_3 = \cos\psi\cos\theta
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Очевидно, что в нашем случае можно без ущерба общности положить

$$\xi_0 = 0; \quad \eta_0 = 0; \quad \varphi = 0 \qquad (4)$$

ибо осадка корабля, имеющего данную пробоину, его крен и дифферент не зависят от места корабля на море и его курса.

Тогда формулы (3) упрощаются и будут

$$\left.\begin{aligned}
&\cos(x,\ \xi) = a_1 = \cos\psi\\
&\cos(x,\ \eta) = a_2 = 0\\
&\cos(x,\ \zeta) = a_3 = -\sin\psi\\
&\cos(y,\ \xi) = b_1 = \sin\psi\sin\theta\\
&\cos(y,\ \eta) = b_2 = \cos\theta\\
&\cos(y,\ \zeta) = b_3 = \cos\psi\sin\theta\\
&\cos(z,\ \xi) = c_1 = \sin\psi\cos\theta\\
&\cos(z,\ \eta) = c_2 = -\sin\theta\\
&\cos(z,\ \zeta) = c_3 = \cos\psi\cos\theta
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

В дальнейшем мы будем пользоваться этими последними формулами.

При условиях $\xi_0 = 0$, $\eta_0 = 0$ формулы перехода от относительных координат к абсолютным и наоборот будут

$$\left.\begin{aligned} \xi &= a_1 x + b_1 y + c_1 z \\ \eta &= a_2 x + b_2 y + c_2 z \\ \zeta &= \zeta_0 + a_3 x + b_3 y + c_3 z \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

и

$$\left.\begin{aligned} x &= a_1 \xi + a_2 \eta + a_3 (\zeta - \zeta_0) \\ y &= b_1 \xi + b_2 \eta + b_3 (\zeta - \zeta_0) \\ z &= c_1 \xi + c_2 \eta + c_3 (\zeta - \zeta_0) \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Эта сводка чисто геометрических формул приведена здесь для удобства справок и пользования этими формулами, не выводя их всякий раз заново.

§ 3. Перейдем теперь к первой части нашей задачи, т. е. к определению положения равновесия поврежденного корабля.

Пусть центр тяжести G_0 неповрежденного корабля имеет координаты x_0, 0, z_0 и положим, что вследствие пробоины в корабле затоплены одно или несколько отделений, закрытых сверху, общий объем которых v_1 и положение общего центра тяжести которых есть x_1', y_1', z_1', так что затопление этих отделений равносильно приему *твердого* груза, вес коего $p_1 = qv_1$ (q есть вес 1 $м^3$ или 1 куб. ф. воды, смотря по тому, в каких мерах ведется расчет) в точку (x_1', y_1', z_1').

Тогда новое положение центра тяжести G_1 будет определяться координатами $(x_0 + g_1')$, f_1', $(z_0 + h_1')$, причем, если $P_0 = qV_0$ есть вес корабля в неповрежденном состоянии и V_0 его водоизмещение, то будет

$$P_0 x_0 + p_1 x_1' = (P_0 + p_1)(x_0 + g_1')$$

$$p_1 y_1' = (P_0 + p_1) f_1'$$

$$P_0 z_0 + p_1 z_1' = (P_0 + p_1)(z_0 + h_1')$$

Отсюда следует

$$\left.\begin{aligned} x_0 + g_1' &= \frac{P_0 x_0 + p_1 x_1'}{P_0 + p_1} = \frac{V_0 x_0 + v_1 x_1'}{V_0 + v_1} \\ f_1' &= \frac{p_1 y_1'}{P_0 + p_1} = \frac{v_1 y_1'}{V_0 + v_1} \\ z_0 + h_1' &= \frac{P_0 z_0 + p_1 z_1'}{P_0 + p_1} = \frac{V_0 z_0 + v_1 z_1'}{V_0 + v_1} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Таким путем определяются координаты центра тяжести G; от ζ_0, ψ и θ они не зависят.

Кроме „глухих" отсеков, могут быть затоплены отсеки, *открытые* сверху, т. е. такие, что количество воды в них изменяется при изменении посадки корабля.

Для расчета, как известно, надо такой отсек, взятый по *накрашенную* ватерлинию корабля, вычитать из первоначального водоизмещения V_0 корабля. Обозначая через v_2 совокупный объем (по накрашенную ватерлинию) всех таких отсеков, через x_2', y_2', z_2' — положение центра тяжести этого объема и через x_0, 0, $z_0 + a$ — координаты центра величины C_0 неповрежденного корабля, по формулам

$$\left.\begin{aligned} V_0 x_0 - v_2 x_2' &= (V_0 - v_2) x_0' \\ - v_2 y_2' &= (V_0 - v_2) y_0' \\ V_0 (z_0 + a) - v_2 z_2' &= (V_0 - v_2) z_0' \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

найдем координаты x_0', y_0', z_0' точки C_0' центра величины объема $V_0 - v_2$.

Очевидно, что корабль не будет плавать в первоначальном прямом положении, при котором

$$\zeta_0 = 0; \quad \psi = 0; \quad \theta = 0$$

а погрузится по некоторую новую ватерлинию $A'B'$ и примет положение определяемое значениями ζ_0, ψ, θ. При этом в воду войдет такой добавочный объем U, при котором будут соблюдены условия равновесия корабля, а именно: 1) что его вес $P_0 + p_1$ равен силе поддержания, т. е. $q(V_0 - v_2 + U)$, и 2) что центр тяжести лежит на одной *отвесной* линии с центром величины C_1 объема $(V_0 - v_2 + U)$.

Объем U зависит от величин ζ_0, ψ, θ так же, как и координаты его центра тяжести. Чтобы это наглядно показать, будем, где нужно, писать $U(\zeta_0, \psi, \theta)$ вместо U и обозначим через $X_1(\zeta_0, \psi, \theta)$, $Y_1(\zeta_0, \psi, \theta)$, $Z_1(\zeta_0, \psi, \theta)$ координаты центра величины C_1 корабля в наклонном положении.

Условия равновесия будут выражаться следующими равенствами:

$$[V_0 - v_2 + U(\zeta_0, \psi, \theta)]\, q = P_0 + p_1 = q(V_0 + v_1)$$

или иначе

$$U(\zeta_0, \psi, \theta) = v_1 + v_2 \qquad (I)$$

Составим абсолютные координаты ξ_1, η_1 центра тяжести G_1:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= a_1 (x_0 + g_1') + b_1 f_1' + c_1 (z_0 + h_1'), \\ \eta_1 &= a_2 (x_0 + g_1') + b_2 f_1' + c_2 (z_0 + h_1') \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

и центра величины C_1:

$$\left.\begin{aligned} \Xi_1 &= a_1 X_1 + b_1 Y_1 + c_1 Z_1 \\ \mathrm{H}_1 &= a_2 X_1 + b_2 Y_1 + c_2 Z_1 \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Тогда условия, чтобы линия $C_1 G_1$ была отвесной, выразятся уравнениями

$$\Xi_1 = \xi_1 \tag{II}$$

$$H_1 = \eta_1 \tag{III}$$

в которых обе части зависят от неизвестных ζ_0, ψ, θ.

Общее выражение этой зависимости будет весьма сложное, поэтому в каждом частном случае надо применять для определения значений неизвестных ζ_0, ψ и θ метод последовательных приближений, не развивая в *явном виде* вышеупомянутой зависимости; для этого необходимо сперва найти хотя бы грубое исходное приближение, а затем искать к нему последовательные поправки, которые будут становиться все меньше и меньше.

§ 4. Требуемое весьма грубое исходное приближение найдем, предположив, что обводы корабля при накрашенной ватерлинии $A_0 B_0$ прямостенные и простираются вверх и вниз до действующей ватерлинии $A_1 B_1$, какое бы положение эта ватерлиния не занимала.

В этом предположении цилиндричности действующих обводов уравнения (I), (II) и (III) принимают весьма простой аналитический вид, из которого исходные значения

$$\zeta_0 = \zeta_{00}; \quad \psi = \psi_0 \quad \text{и} \quad \theta = \theta_0 \tag{12}$$

легко находятся.

Итак, нам надо выразить величины U, X_1, Y_1, Z_1 в функции ζ_0, ψ и θ, предполагая обводы цилиндрическими, перпендикулярными к плоскости накрашенной ватерлинии $A_0 B_0$.

Вообразим, что площадь накрашенной ватерлинии подразделена на элементарные бесконечно малые площадки σ; объем U ограничен снизу плоскостью накрашенной ватерлинии $A_0 B_0$, которую для нашего грубого исходного приближения будем считать неповрежденной; сверху же этот объем ограничен действующей ватерлинией $A_1 B_1$.

Пусть координаты элементарной площадки σ суть x, y, 0; координаты соответствующей ей площадки действующей ватерлинии $A_1 B_1$ будут x, y, z, где z есть ордината плоскости $A_1 B_1$, соответствующая xy; тогда объем элементарной призмы будет $z\sigma$ и объем U будет[1]

$$U = -\sum_{S_0} z\, d\sigma = -\iint_{S_0} z\, dx\, dy \tag{13}$$

где S_0 есть площадь ватерлинии $A_0 B_0$.

---

[1] Когда ордината z действующей ватерлинии положительная, то соответствующая точка лежит *ниже* ватерлинии $A_0 B_0$, и, значит, элементарная призма $z d\sigma$ выходит из воды, отсюда знак (—) перед суммой и интегралами в формулах (13)—(16).

Моменты этого объема относительно плоскостей xoz, yoz и xoy будут

$$Ux_2 = -\sum_{S_0} xz\, d\sigma = -\iint_{S_0} xz\, dx\, dy \tag{14}$$

$$Uy_2 = -\sum_{S_0} yz\, d\sigma = -\iint_{S_0} yz\, dx\, dy \tag{15}$$

$$Uz_2 = \sum_{S_0} \frac{1}{2} z^2\, d\sigma = \frac{1}{2} \iint_{S_0} z^2\, dx\, dy \tag{16}$$

Уравнение действующей ватерлинии в координатах абсолютных есть

$$\zeta = 0 \tag{17}$$

Но мы имеем вообще (формула 6)

$$\zeta = a_3 x + b_3 y + c_3 z + \zeta_0$$

следовательно, уравнение плоскости $A_1 B_1$ в координатах относительных будет

$$-z = \frac{1}{c_3}(\zeta_0 + a_3 x + b_3 y) \tag{18}$$

Заметив, что интегрирование по всей площади S_0 равносильно интегрированию по переменной x от $x = -L$ до $x = +L$, где L есть полудлина корабля, и интегрированию по переменной y от $-y_0$ до $+y_0$, где y_0 есть ордината накрашенной ватерлинии, соответствующая абсциссе, получим

$$c_3 U = \int_{-L}^{+L} dx \int_{-y_0}^{+y_0} (a_3 x + b_3 y + \zeta_0)\, dy = 2a_3 \int_{-L}^{+L} y_0 x\, dx + 2\zeta_0 \int_{-L}^{+L} y_0\, dx$$

Но $2\int_{-L}^{+L} y_0\, dx = S_0 =$ площади ватерлинии $A_0 B_0$, $2\int_{-L}^{+L} x y_0\, dx = S_0 l_0 =$

$=$ статическому моменту S_0 относительно миделя.

Таким образом имеем

$$c_3 U = \zeta_0 S_0 + a_3 S_0 l_0 \tag{19}$$

Отсюда на основании уравнения (I) имеем

$$\zeta_0 = \frac{v_1 + v_2}{S_0} c_3 - a_3 l_0$$

На основании формул (5)

$$c_3 = \cos\psi \cos\theta, \quad a_3 = -\sin\psi$$

и получим

$$\zeta_0 = \frac{v_1 + v_2}{S_0} \cos\psi \cos\theta + l_0 \sin\psi \qquad (I')$$

Заметим, что ζ_0 считается положительным по оси $\Omega\zeta$ *вниз*; значит, когда ζ_0 положительное, то точка O лежит ниже точки Ω, т. е. накрашенная ватерлиния $A_0 B_0$ ниже действующей $A_1 B_1$.

Затем имеем выражения моментов:

$$c_3 Ux_2 = \iint\limits_{S_0} (a_3 x + b_3 y + \zeta_0)\, x\,dx\,dy = \int\limits_{-L}^{+L} x\,dx \int\limits_{-y_0}^{+y_0} (a_3 x + b_3 y + \zeta_0)\,dy =$$

$$= 2a_3 \int\limits_{-L}^{+L} x^2 y_0\,dx + 2\zeta_0 \int\limits_{-L}^{+L} x y_0\,dx = a_3 J_0 + S_0 l_0 \zeta_0$$

причем положено $J_0 = 2\int\limits_{-L}^{+L} x^2 y_0\,dx =$ моменту инерции площади S_0 около поперечной оси.

$$c_3 Uy_2 = \iint\limits_{S_0} (a_3 x + b_3 y + \zeta_0)\, y\,dy\,dx =$$

$$= \int\limits_{-L}^{+L} dx \int\limits_{-y_0}^{+y_0} (a_3 x + b_3 y + \zeta_0)\, y\,dy = \frac{2}{3} b_3 \int\limits_{-L}^{+L} y_0^3\,dx = b_3 I_0$$

причем положено $I_0 = \frac{2}{3}\int\limits_{-L}^{+L} y_0^3\,dx =$ моменту инерции площади S_0 около продольной оси.

$$2c_3 Uz_2 = \iint\limits_{S_0} (a_3 x + b_3 y + \zeta_0)^2\,dy = \int\limits_{-L}^{+L} dx \int\limits_{-y_0}^{+y_0} (a_3^2 x^2 + b_3^2 y^2 +$$

$$+ \zeta_0^2 + 2a_3 b_3 xy + 2a_3 x\zeta_0 + 2b_3 y\zeta_0)\,dy = 2\int\limits_{-L}^{+L} \Big[a_3^2 x^2 y_0 +$$

$$+ \frac{1}{3} b_3^2 y_0^3 + \zeta_0^2 y_0 + 2a_3 \zeta_0 x y_0 \Big]\,dx = a_3^2 J_0 + b_3^2 I_0 + \zeta_0^2 S_0 + 2a_3 \zeta_0 S_0 l_0$$

Итак, имеем формулы

$$\left.\begin{aligned} c_3 U &= \zeta_0 S_0 + a_3 S_0 l_0 \\ c_3 Ux_2 &= a_3 I_0 + S_0 l_0 \zeta_0 \\ c_3 Uy_2 &= b_3 I_0 \\ c_3 Uz_2 &= \frac{1}{2}(a_3^2 J_0 + b_3^2 I_0 + \zeta_0^2 S_0) + a_3 \zeta_0 S_0 l_0 \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

причем

$$\left.\begin{aligned} J_0 &= 2\int_{-L}^{+L} x^2 y_0\,dx, \quad I_0 = \frac{2}{3}\int_{-L}^{+L} y_0^3\,dx \\ S &= 2\int_{-L}^{+L} y_0\,dx, \quad S_0 l_0 = 2\int_{-L}^{+L} x y_0\,dx \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Все эти интегралы, относящиеся к грузовой ватерлинии $A_0 B_0$, обыкновенно имеются вычисленными вместе с основными элементами корабля, т. е. его объемным водоизмещением V_0 и координатами центра величины C_0 при прямом неповрежденном положении корабля.

Координаты центра величины C_0 неповрежденного корабля за вычетом объема v_2 суть x_0', y_0', z_0' и определяются формулами (9); когда же в воду войдет еще объем U, то центр величины придет в точку C_1, координаты которой X_1, Y_1, Z_1 определяются равенствами:

$$\left.\begin{aligned} (V_0 - v_2 + U)\,X_1 &= (V_0 - v_2)\,x_0' + U x_2 \\ (V_0 - v_2 + U)\,Y_1 &= (V_0 - v_2)\,y_0' + U y_2 \\ (V_0 - v_2 + U)\,Z_1 &= (V_0 - v_2)\,z_0' + U z_2 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Абсолютные координаты центра величины C_1 будут

$$\left.\begin{aligned} \Xi_1 &= a_1 X_1 + b_1 Y_1 + c_1 Z_1 \\ \mathrm{H}_1 &= 0 + b_2 Y_1 + c_2 Z_1 \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

На основании формул (5), (20), (22) уравнения равновесия

$$U - (v_1 + v_2) = 0 \tag{I}$$

$$\Xi_1 - \xi_1 = 0 \tag{II}$$

$$\mathrm{H}_1 - \eta_1 = 0 \tag{III}$$

выразились бы явно через неизвестные ζ_0, ψ и θ.

Как видно даже в нашем простейшем предположении, эти выражения были бы сложны, поэтому, не развивая их подробно, постараемся эти уравнения упростить.

Из уравнения (I) следует

$$U = v_1 + v_2 \tag{I'}$$

и первое из уравнений (20) дает

$$\zeta_0 = c_3 \frac{v_1 + v_2}{S_0} - a_3 l_0 \tag{24}$$

Таким образом величина ζ_0 становится известной, или, точнее говоря, выражается через ψ и θ и могла бы быть из уравнений (II) и (III) исключена.

На основании того же равенства (I′) и уравнений (20) уравнения (22) принимают вид:

$$(V_0+v_1)X_1=(V_0-v_2)x_0'+\frac{1}{c_3}(a_3J_0+S_0l_0\zeta_0)$$
$$(V_0+v_1)Y_1=(V_0-v_2)y_0'+\frac{b_3}{c_3}I_0 \qquad (25)$$
$$(V_0+v_1)Z_1=(V_0-v_2)z_0'+\frac{1}{c_3}\left[\frac{1}{2}(a_3^2J_0+b_3^2I_0+\zeta_0^2S_0)+a_3S_0l_0\zeta_0\right]$$

Будем сперва рассматривать величины ζ_0, ψ и θ как малые; на основании формул (5) получим следующую таблицу косинусов:

	x	y	z
ξ	1	0	ψ
η	0	1	$-\theta$
ζ	$-\psi$	θ	1

(*)

на основании которой уравнения (25) будут

$$(V_0+v_1)X_1=(V_0-v_2)x_0'-J_0\psi+S_0l_0\zeta_0$$
$$(V_0+v_1)Y_1=(V_0-v_2)y_0'+\theta I_0 \qquad (26)$$
$$(V_0+v_1)Z_1=(V_0-v_2)z_0'-\psi S_0l_0\zeta_0$$

Подставив эти значения в уравнения (23) и *удерживая в них лишь члены первого порядка*, получим на основании таблицы (*)

$$(V_0+v_1)\Xi_1=(V_0-v_2)x_0'-J_0\psi+S_0l_0\zeta_0+\psi(V_0-v_2)z_0'$$
$$(V_0+v_1)H_1=(V_0-v_2)y_0'+\theta I_0-\theta(V_0-v_2)z_0' \qquad (**)$$
$$\zeta_0S_0=(v_1-v_2)-l_0S_0\psi$$

Таким образом уравнения (II) и (III) будут

$$(V_0-v_2)x_0'+(v_1+v_2)l_0-[J_0-l^2S_0-$$
$$-(V_0-v_2)z_0']\psi-(V_0+v_1)\xi_1=0 \qquad (II')$$
$$(V_0-v_2)y_0'+[I_0-(V_0-v_2)z_0']\theta-(V_0+v_1)\eta_1=0 \qquad (III')$$

Из этих двух уравнений, в которых все величины известны, тотчас же находятся неизвестные ψ и θ; обозначим их через ψ_0 и θ_0 и значение ζ_0, следующее из (**), через ζ_{00}, так что будет

$$\zeta_0=\zeta_{00}=\frac{v_1+v_2}{S_0}+l_0\psi$$
$$\psi=\psi_0 \qquad (27)$$
$$\theta=\theta_0$$

Эти значения и примем за исходное приближение, соответствующее предположению о цилиндричности действующих обводов.

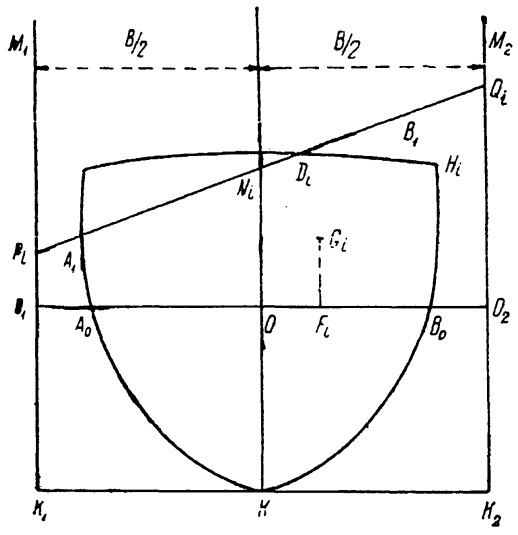
§ 5. По найденному исходному приближению найдем *первое* приближение следующим образом.

1) По найденным значениям $\psi = \psi_0$ и $\theta = \theta_0$, пользуясь формулами (5), вычисляем значения a_3, b_3, c_3, входящие в уравнение (18) действующей ватерлинии

$$-z = \frac{1}{c_3}(\zeta_{00} + a_3 x + b_3 y) \tag{18}$$

По уравнению (18) наносим на теоретический чертеж пересечение этой ватерлинии с каждым из девяти чебышевских шпангоутов, вычертив для удобства кормовые и носовые шпангоуты *полностью* на двух отдельных чертежах.

Это нанесение проще и точнее всего делается так, как показано на фиг. 2, а именно: пусть $M_1 K_1 K_2 M_2$ есть описанный около миделя прямоугольник и абсцисса i-го шпангоута есть x_i, а полуширина корабля $KK_1 = \frac{B}{2}$, так что уравнение прямой $K_1 M_1$ есть



Фиг. 2.

$$y = \frac{B}{2}$$

а прямой $K_2 M_2$

$$y = -\frac{B}{2}$$

тогда ординаты $O_1 P_i$, ON_i и $O_2 Q_i$ будут

$$\left.\begin{aligned} O_1 P_i &= -\frac{1}{c_3}\left(\zeta_{00} + a_3 x_i + \frac{1}{2} b_3 B\right) \\ O N_i &= -\frac{1}{c_3}(\zeta_{00} + a_3 x_i) \\ O_2 Q_i &= -\frac{1}{c_3}\left(\zeta_{00} + a_3 x_i - \frac{1}{2} b_3 B\right) \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

По этим ординатам наносим на чертеж точки P_i, N_i, Q_i; прямая $P_i Q_i$ и будет представлять пересечение плоскости действующей ватерлинии $A_1 B_1$ с i-ным шпангоутом. Точка N_i должна лежать на одной прямой, что служит контролем.

Совершенно так же поступаем для всех остальных шпангоутов.

2) После того как указанное построение выполнено, вычисляем для каждого шпангоута погрузившуюся или оголившуюся площадь $\omega_i = A_0 B_0 H_i D_i A_i$, причем для простоты заменяем криволинейные обводы

A_0A_1, D_iH_i и B_0H_i прямолинейными, проведенными наглаз так, чтобы площадь ω_i сохранила свою величину; вместе с тем определяем положение G_i центра тяжести площади ω_i, т. е. координаты $y_i = OF_i$ и $z_i = -F_iG_i$. Тогда действительно вошедший объем $U_1(\zeta_{00}, \psi_0, \theta_0)$ будет

$$U_1 = \int_{-L}^{+L} \omega\, dx \tag{29}$$

и его моменты

$$\begin{gathered} U_1 x_2' = \int_{-L}^{+L} \omega x dx, \quad U_1 y_2' = \int_{-L}^{+L} \omega y dx \\ U_1 z_2' = \int_{-L}^{+L} \omega z dx \end{gathered} \tag{30}$$

причем все эти интегралы тотчас же находятся, ибо шпангоуты взяты чебышевские.

Здесь необходимо иметь в виду, что в формулах (29) и (30) предположено, что объем U ограничен накрашенной ватерлинией A_0B_0, обводами борта B_0H_i, палубы H_iD_i, действующей ватерлинией A_1B_1 и обводом борта A_0A_1; но при повреждениях корабля борт и палубы могут иметь пробоины, и часть объема U_1 будет залита водой по ограничивающие ее переборки.

Эту утраченную часть объема U_1 обозначим через u_1 и моменты ее через u_1x_1', u_1y_1', u_1z_1'; они должны быть вычислены, руководствуясь расположением переборок, показанным на практических чертежах.

3) Так как найденные по исходному приближению значения ζ_{00}, ψ_0, θ_0 не суть истинные, то объем $U_1 - u_1$ не будет равен $v_1 + v_2$, поэтому координаты центра величины C_1', когда корабль погружен по ватерлинию A_1B_1, будут определяться уравнениями

$$\begin{aligned} (V_0 + v_1 - v_2 + U_1 - u_1) X_2 &= (V_0 - v_2) x_0' + U_1 x_2' - u_1 x_1' \\ (V_0 + v_1 - v_2 + U_1 - u_1) Y_2 &= (V_0 - U_2) y_0' + U_1 y_2' - u_1 y_1' \\ (V_0 + v_1 - v_2 + U_1 - u_1) Z_2 &= (V_0 - v_2) z_0' + U_1 z_2' + u_1 z_1' \end{aligned} \tag{31}$$

из которых величины X_2, Y_2 и Z_2 и найдутся, ибо все прочие уже вычислены.

По формулам (5), полагая в них $\psi = \psi_0$, $\theta = \theta_0$, вычисляем значения нужных нам косинусов, после чего по формулам

$$\begin{aligned} \Xi_2 &= a_1 X_2 + b_1 Y_2 + c_1 Z_2 \\ H_2 &= 0 + b_2 Y_2 + c_2 Z_2 \end{aligned} \tag{32}$$

находим соответствующие значениям $\zeta_0=\zeta_{00}$, $\psi=\psi_0$, $\theta=\theta_0$ значения величин Ξ_2 и H_2, которые обозначим через

$$\Xi_2(\zeta_{00},\ \psi_0,\ \theta_0);\qquad H_2(\zeta_{00},\ \psi_0,\ \theta_0) \tag{*}$$

чтобы показать, что это суть частные значения этих функций.

Найденными величинами U_1-u_1 и (*) уравнения (I), (II), (III) не будут удовлетворяться в точности. По подстановке этих значений в уравнения (I), (II), (III) в правых частях вместо 0 получим некоторые числа, которые обозначим через τ_0, δ_0, ε_0, так что будет

$$\begin{aligned} &U_1-u_1-(v_1+v_2)=\tau_0\\ &\Xi_2(\zeta_{00},\ \psi_0,\ \theta_0)-\xi_1=\delta_0\\ &H_2(\zeta_{00},\ \psi_0,\ \theta_0)-\eta_1=\varepsilon_0 \end{aligned} \tag{33}$$

Если бы у нас были составлены *аналитические* выражения функций $U_1(\zeta_0,\ \psi,\ \theta)$, $u_1(\zeta_0,\ \psi,\theta)$, $\Xi_2(\zeta_0,\ \psi,\ \theta)$, $H_2(\zeta_0,\ \psi,\ \theta)$, то, обозначая через α, β, γ те поправки, которые надо придать к найденным значениям ζ_0, ψ_0 и θ_0, чтобы получить величины $\zeta_{00}+\alpha$, $\psi_0+\beta$, $\theta_0+\gamma$, которые удовлетворяли бы уравнениям (I), (II), (III), мы, ограничиваясь первыми степенями величин α, β, γ, по теореме Тейлора получили бы для их определения уравнения

$$\left\{[U_1-u_1-(v_1+v_2)]+\frac{\partial(U-u_1)}{\partial\zeta_0}\alpha+\frac{\partial(U_1-u_1)}{\partial\psi}\beta+\frac{\partial(U_1-u_1)}{\partial\theta}\gamma\right\}_0=0$$

$$\left\{\Xi_2-\xi_1+\frac{\partial(\Xi_2-\xi_1)}{\partial\zeta_0}\alpha+\frac{\partial(\Xi_2-\xi_1)}{\partial\psi}\beta+\frac{\partial(\Xi_2-\xi_1)}{\partial\theta}\gamma\right\}_0=0$$

$$\left\{H_2-\eta_1+\frac{\partial(H_2-\eta_1)}{\partial\zeta_0}\alpha+\frac{\partial(H_2-\eta_1)}{\partial\psi}\beta+\frac{\partial(H_2-\eta_1)}{\partial\theta}\gamma\right\}_0=0$$

где $\{\}_0$ означает, что после дифференцирования надо положить $\zeta_0=\zeta_{00}$, $\psi=\psi_0$, $\theta=\theta_0$. Но $\{U_1-u_1-(v_1+v_2)\}_0=\tau_0$, $\{\Xi_2-\xi_1\}_0=\delta_0$, $\{H_2-\eta_1\}_0=\varepsilon_0$, тогда предыдущие уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} &\left\{\frac{\partial(U_1-u_1)}{\partial\zeta_0}\alpha+\frac{\partial(U_1-u_1)}{\partial\psi}\beta+\frac{\partial(U_1-u_1)}{\partial\theta}\gamma\right\}_0+\tau_0=0\\ &\left\{\frac{\partial(\Xi_2-\xi_1)}{\partial\zeta_0}\alpha+\frac{\partial(\Xi_2-\xi_1)}{\partial\psi}\beta+\frac{\partial(\Xi_2-\xi_1)}{\partial\theta}\gamma\right\}_0+\delta_0=0\\ &\left\{\frac{\partial(H_2-\eta_1)}{\partial\zeta_0}\alpha+\frac{\partial(H_2-\eta_1)}{\partial\psi}\beta+\frac{\partial(H_2-\eta_1)}{\partial\theta}\gamma\right\}_0+\varepsilon_0=0 \end{aligned} \tag{34}$$

из которых поправки α, β, γ и были бы найдены.

Аналитических выражений функций U_1-u_1, Ξ_2, H_2 мы не имеем и, следовательно, не можем составить аналитически уравнений (32); но, имея возможность, пользуясь чертежами корабля, весьма просто вычислять *численные* значения U_1-u_1, Ξ_2, H_2, когда величинам ζ_0, ψ, θ

приписываются любые численные значения, можно, как это показал Ньютон, составить уравнения (34) для определения поправок α, β, γ.

В предложении XLI, задача XXI, своих „Начал“ Ньютон дает свое знаменитейшее решение поставленного им „труднейшего“, по его словам, вопроса: „определить по заданным трем наблюдениям орбиту кометы, движущейся по параболе“.

Параболическая орбита определяется *пятью* элементами. Ньютон дает *графическое* решение этой задачи; ясно, что такое решение является приближенным, поэтому в предложении XLII, задача XXII, он ставит вопрос: „исправить найденную орбиту кометы“, иными словами, найти более точные значения элементов, которые удовлетворяли бы всей совокупности произведеных наблюдений; ясно, что вопрос, поставленный Ньютоном, имеет полную аналогию с нашим вопросом о корабле, поэтому и решение, данное Ньютоном, вполне приложимо и к нашему случаю.

Ньютон поступает следующим образом: он берет приближенные значения элементов и вычисляет по ним для времени наблюдений значения координат кометы, что делается довольно просто; затем он берет один из элементов, придает этому элементу, скажем, наклонность орбиты к плоскости эклиптики, малое приращение, например $10'$, и для тех же значений времени вычисляет измененные значения координат кометы. Сличив последние с первоначальными, ввиду малости приращения, говоря теперешними терминами, он получает частные дифференциалы этих координат по изменяемости указанного элемента (наклонности); разделив их на приданное этому элементу приращение, он получает соответствующие *численные* значения частных производных, затем составляет уравнения, подобные (34), решение которых и доставляет искомые поправки приближенных элементов.

Как видно, при этом ему нет надобности иметь *аналитические* выражения координат кометы через элементы орбиты, а достаточно иметь возможность вычислять их численные значения, совершенно подобно тому, как это имеет место в нашем случае.

Применяя этот метод к нашему случаю, мы, сохраняя значения ψ_0 и θ_0 неизменными, возьмем вместо $\zeta_0 = \zeta_{00}$ величину $\zeta_0 = \zeta_{00} + 0.5$ *м* и вычислим соответствующие значения $U_1 - u_1$, Ξ_2, H_2, а затем, сличив их с вычисленными при $\zeta_0 = \zeta_{00}$, по разделении на 0.50 получим значения частных производных

$$\left[\frac{\partial (U_1 - u_1)}{\partial \zeta_0}\right]_0; \qquad \left[\frac{\partial \Xi_2}{\partial \zeta_0}\right]_0; \qquad \left[\frac{\partial H_2}{\partial \zeta_0}\right]_0$$

Совершенно так же, взяв значения

$$\zeta_0 = \zeta_{00}; \quad \psi = \psi_0 + \frac{1}{57.3}; \quad \theta = \theta_0$$

получим значения

$$\left[\frac{\partial (U_1 - u_1)}{\partial \psi}\right]_0; \qquad \left[\frac{\partial \Xi_2}{\partial \psi}\right]_0; \qquad \left[\frac{\partial H_2}{\partial \psi}\right]_0$$

точно так же, взяв значения

$$\zeta_0 = \zeta_{00};\quad \psi = \psi_0;\quad \theta = \theta_0 + \frac{5}{57.3}$$

получим

$$\left[\frac{\partial (U_1 - u_1)}{\partial \theta}\right]_0;\qquad \left[\frac{\partial \Xi_2}{\partial \theta}\right]_0;\qquad \left[\frac{\partial H_2}{\partial \theta}\right]_0$$

Составляем уравнения (34), из которых и найдем поправки α, β, γ, причем α будет выражаться в метрах, а β и γ — в отвлеченной мере углов.

Таким образом исправленные значения будут

$$\zeta_0 = \zeta_{00} + \alpha;\quad \psi = \psi_0 + 57.3\,\beta;\quad \theta = \theta_0 + 57.3\,\gamma \qquad (35)$$

множитель 57.3 введен, чтобы поправки, как и самые углы ψ_0 и θ_0, выразить в градусной мере.

Заметим, что, после того как на чертеж будет нанесено измененное положение действующей грузовой, проще вычислять не самые величины $U_1 - u_1$, Ξ_2, H_2, а лишь их изменения, т. е. брать площади ω между первоначальным положением действующей ватерлинии и измененным.

Для проверки наносим на чертеж положение действующей ватерлинии $A_1 B_1$, соответствующей значениям (35), вычисляем величины $U_1 - u_1$, Ξ_2, H_2 и проверяем, будут ли уравнения (I), (II), (III) удовлетворены; если отступления более допустимых, то описанный процесс получения нового приближенного значения повторяем.

Как видно, при этом процессе лишь для получения исходного приближения делаются некоторые упрощающие предположения; в дальнейшем же все эти предположения исключаются.

Ясно, что вместо приращений 0.50 *м*, $1^\circ = \frac{1}{57.3}$, $5^\circ = \frac{5}{57.3}$ можно брать и другие величины применительно к размерам корабля, для которого производится расчет.

На этом заканчивается первая часть нашей задачи, т. е. определение положения равновесия корабля; остается вторая часть, т. е. исследование того, *устойчиво ли это положение равновесия.*

§ 6. Условие устойчивости равновесия любого плавающего тела состоит, как известно, в том, чтобы центр тяжести тела лежал *ниже* так называемого „малого“ метацентра этого тела. „Малым“ метацентром называют тот метацентр, возвышение которого над центром величины определяется значением

$$\rho = \frac{I}{V} \qquad (36)$$

Здесь I — *меньший* из двух главных моментов инерции площади действующей ватерлинии, а значит, и наименьший из всех моментов инерции этой площадки.

Таким образом, если мы для выше найденной, окончательной действующей ватерлинии обозначим координаты центра величины C через Ξ_c, H_c, Z_c, то координаты метацентра будут:

$$\Xi_m = \Xi_c; \quad H_m = H_c; \quad Z_m = Z_c - \rho$$

перед ρ взят знак минус, ибо метацентр лежит *выше* центра величины, ось же $\Omega\zeta$ принята положительной *вниз*.

Относительные координаты центра величины C: X_c, Y_c, Z_c, предполагаются уже вычисленными [формулы (31)], и на основании формул (6) абсолютная координата Z_c этой точки будет

$$Z_c = \zeta_0 + a_3 X_c + b_3 Y_c + c_3 Z_c \tag{37}$$

Значит, координата Z_m метацентра будет

$$Z_m = Z_c - \rho$$

Относительные координаты центра тяжести корабля суть [формулы (8)] $x_0 + g_1'$, f_1', $z_0 + h_1'$; следовательно, координата ζ_g центра тяжести будет

$$\zeta_g = \zeta_0 + a_3(x_0 + g_1') + b_3 f_1' + c_3(z_0 + h_1') \tag{38}$$

Так как для устойчивости равновесия надо, чтобы центр тяжести лежал *ниже* метацентра, то должно быть

$$\zeta_g > Z_m$$

иначе

$$\rho + \zeta_g - Z_c > 0 \tag{39}$$

Если условие (39) не выполнено, то корабль опрокидывается.

Остается показать, каким образом вычисляются главные моменты инерции площади действующей ватерлинии.

Это делается проще всего следующим способом. Сняв с чертежа ординаты действующей ватерлинии, вычисляют координаты центра тяжести E ее площади S, проводят через точку E координатные оси Ea, Eb и, вычертив действующую ватерлинию, вычисляют по какой-либо из формул квадратур интегралы

$$I_a = \frac{1}{3}\int_{-a_1}^{+a_2} (b_1^3 + b_2^3)\, da, \quad I_b = \int_{-a_1}^{+a_2} a_1^2 (b_1 + b_2)\, da,$$

$$K = \frac{1}{2}\int_{-a_1}^{+a_2} (b_1^2 - b_2^2)\, a\, da$$

при само собой понятных обозначениях.

Эти интегралы представляют соответственно момент инерции около оси Ea, момент инерции около поперечной оси Eb и центробежный момент.

Вычисляем угол α по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2K}{I_b - I_a}$$

тогда главные моменты инерции I и J находятся по формулам:

$$I_2 = \frac{1}{2}(I_a + I_b) + \frac{1}{2}\frac{I_a - I_b}{\cos 2\alpha}$$

$$J_2 = \frac{1}{2}(I_a + I_b) - \frac{1}{2}\frac{I_a - I_b}{\cos 2\alpha}$$

Берем меньший из моментов I_2 и J_2, — это и будет величина I наименьшего из всех моментов инерции площади S. По этому моменту I и вычисляем метацентрический радиус

$$\rho = \frac{I}{V}$$

причем

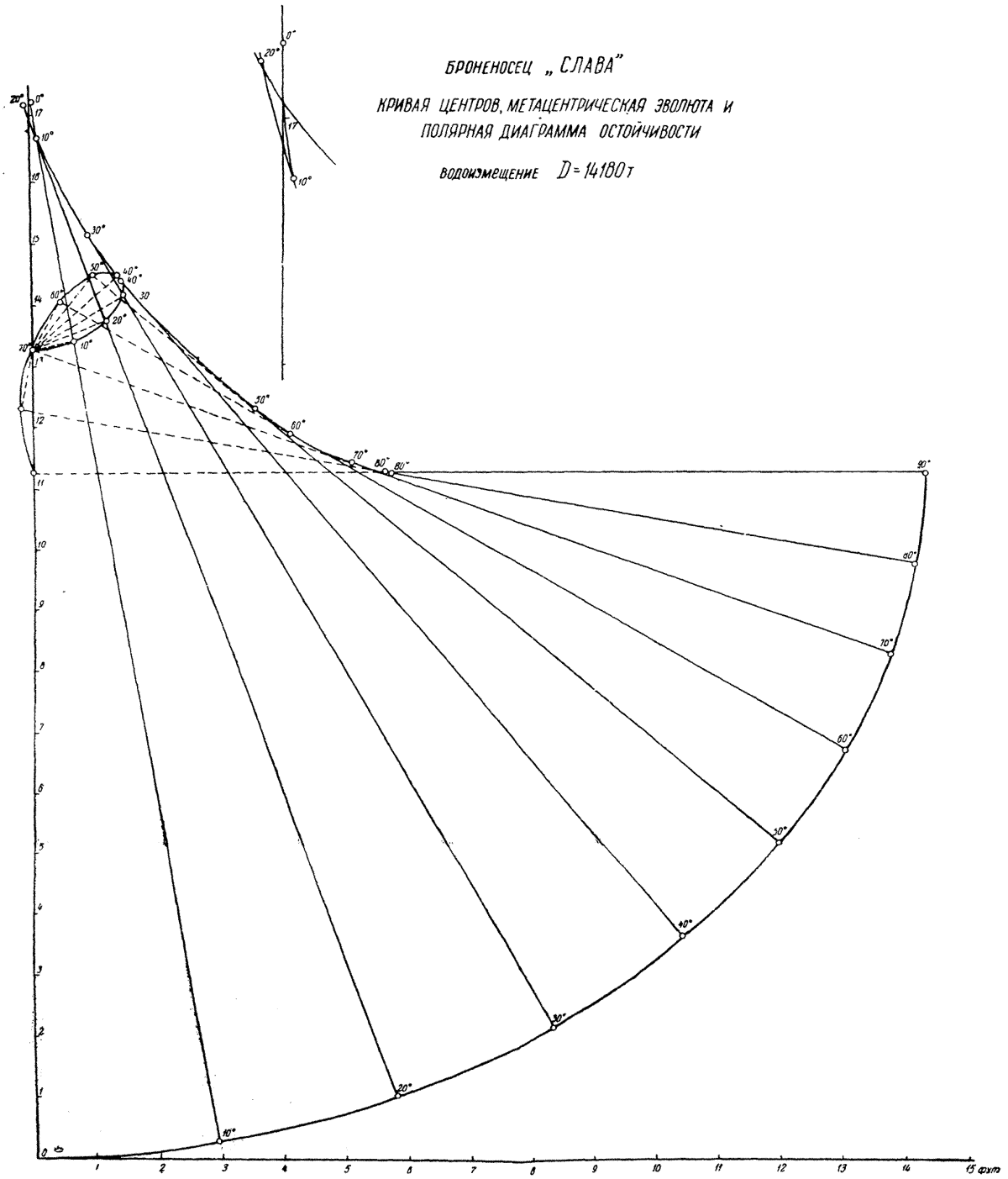
$$V = \frac{P_0 + p_1}{q} = V_0 + v_1$$

Есть и другие способы решения поставленного вопроса, но изложенный имеет то преимущество, что требует лишь вычисления объемов и положения центров тяжести их, пользуясь теоретическим чертежом, т. е. обычных и привычных для технических бюро вычислений.

БРОНЕНОСЕЦ „СЛАВА"

КРИВАЯ ЦЕНТРОВ, МЕТАЦЕНТРИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮТА И ПОЛЯРНАЯ ДИАГРАММА ОСТОЙЧИВОСТИ

ВОДОИЗМЕЩЕНИЕ $D = 14180$ т



Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Академии Наук СССР

*

Подписано к печати 25/V 1948 г.
М. 07914. Печ. л. 25 + 1 вкл.
Уч.-изд. л. 30. Тираж 3000.
Зак. № 1147.

*

1-я типография Издательства Академии Наук СССР, Ленинград,
В. О., 9 л., д. 12.

ОПЕЧАТКИ

Страница	*Строка*	*Напечатано*	*Следует читать*
53	4 сверху	$+\sum_2 \delta (k^2 - 2a_1 k - a^2_1)$	$+\sum_2 \delta (k^2 - 2a_1 k + a^2_1)$
178	Таблица, заголовок 3-го столбца	креняций	кренящий
185	4 сверху	$z_0 +$	$z_0 =$
240	3-ья таблица, заголовок столбца X	$y - \sin\theta$	$y - \rho \sin\theta$
270	4 снизу	$\frac{1}{2} \cdot \frac{p \cdot \varepsilon}{P + p}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{p \cdot \varepsilon}{P_0 + p}$
272	13 „	переработки	переборки