

А.Б. Калинина, Е.М. Кац, А.М. Тилипман

МАТЕМАТИКА В ТВОИХ РУКАХ

- Разноуровневые нешаблонные задачи
- Методические рекомендации и пояснения
- Ответы и подробные решения



1-4
КЛАССЫ

ЗАДАЧИ

1. ЧЕТВЁРТЫЙ ЛИШНИЙ



В математике, как и в жизни, существует немало задач, имеющих несколько правильных ответов. В начальной школе этот факт зачастую обходится стороной. Ученики привыкают, что у каждой задачи ровно один правильный ответ, ровно один правильный способ его получить и ровно один правильный способ записать и оформить решение. Важно приучить детей к мысли, что правильных ответов бывает несколько, что все они одинаково правильные, что нужно пытаться найти их все.



В каждой задаче этого раздела даны четыре картинки. Посмотрев на них, вы можете заметить, что какие-то три картинки из каждого ряда обладают общим признаком, а четвёртая – нет. Признаки могут быть самые разные: размер, цвет, способ закраски и т. д. Какая картинка лишняя и почему?

Уровень сложности: *

Уровень наглядности: ☀☀☀

1.1.

m

5

B

A

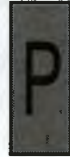
1.2.



1.3.



1.4.



1.5.

море

мачта

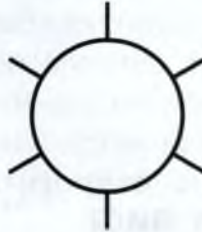
манка

парус

1.6.



1.7.



2. ЗАПЛАТКИ



Найдите закономерности и вставьте пропущенные символы.

Уровень сложности: *

Уровень наглядности: ☀☀☀

2.1. ■ * * ■ * * ■ * * ■ * * ____ * ■ * * ■ * *

2.2. ААОАА ____ ААОАААОААОАААО

2.3. □◆○○○□◆○○○□◆○ ____ ◆○○○□◆○○○

2.4. ШЕШЕЕШЕЕЕШЕШ ____ ШЕЕЕШЕШЕЕШЕ ____

2.5. ▲●▼●▲●▼__●▼●▲●▼●▲●▼●

2.6. 1231__12312__23123__23123123

3. РЕБУСЫ



Многие дети привыкли, что на уроках математики они имеют дело только с числами и геометрическими фигурами. Они думают, что математика – это когда складывают и вычитают. Но это не так! Математика – это умение действовать в рамках тех или иных правил игры. Ребусы – хороший пример таких правил.



Ребусы – это слова, в которых некоторые буквы заменены на картинки. Если расшифровать ребус **100 Л**, то получится слово **СТОЛ**. Слово «сто» пряталось за картинкой с числом 100.

Иногда в ребусах используют особые знаки. Например, в ребусе **ЛИ 100'** мы видим запятую после картинке с числом 100. Это значит, что при отгадывании ребуса нам понадобятся не все буквы слова «сто». Запятая после картинке означает, что нам нужно отбросить последнюю букву. Значит, зашифровано слово **ЛИСТ**.

Уровень сложности: *

Уровень наглядности: 0

3.1. ус3ца

3.2. путе6'вие

3.3. 3тон

3.4. р1а

3.5. о5

3.6. по2л

3.7. сес3ца

3.8. 6'

3.9. с3ж

3.10. 7я

3.11. 5'ка


3.12. 3буна


3.13. на6'вие


3.14. 5'но

3.15. Бор1о

3.16. 7'ена

3.17.  '100'ЁР

3.18. ПА 

3.19.  'АН

3.20.  'ПА

4. БРАТЬЯ И СЁСТРЫ



Правильно нарисованные схемы помогают в решении многих задач – и простых, и сложных. Прежде чем учить детей рисовать свои собственные схемы, необходимо показать, какие они бывают и чем они отличаются от рисунков.

Схемы в задачах этого раздела состоят из стрелочек и кружочков. В книге кружочки закрашены чёрным и серым цветом. Чёрный кружочек – мальчик, а серый – девочка. Важно обсудить с детьми, что это условность, и девочку можно обозначить красным кружочком, а мальчика синим. Можно и тех, и других рисовать одним цветом, но девочкам добавить банты или косички. Предложите детям придумать свои варианты условных обозначений.



Чёрный кружочек обозначает мальчика, серый – девочку. Жирная стрелка говорит: «Ты мой брат». Пунктирная стрелка говорит: «Ты моя сестра».



Ты мой брат



Ты моя сестра

Уровень сложности: *, **

Уровень наглядности: ☀☀, ☀☀☀

4.1. Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки.



а)



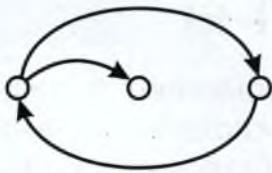
б)



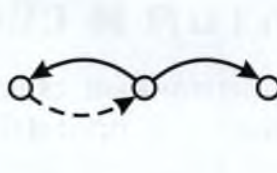
в)

4.2. Саша – брат Вали, но Валя не брат Саши. Нарисуйте стрелочками, как такое может быть.

4.3. Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки и дорисуйте все стрелочки.



а)



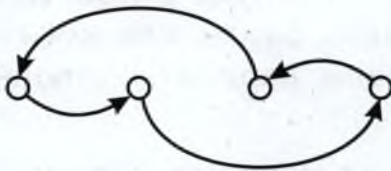
б)



в)

4.4. У Саши есть брат и сестра. Их зовут Валя и Женя. У Вали две сестры. Нарисуйте стрелочками, как такое может быть.

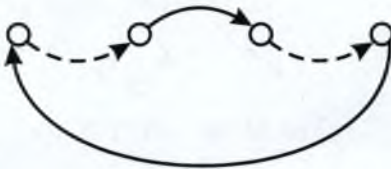
4.5. Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки и до-рисуйте все стрелочки.



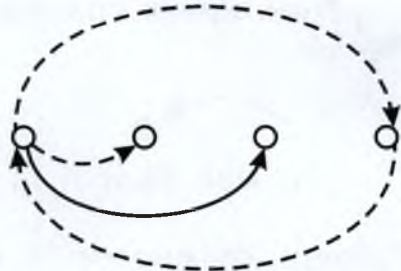
а)



б)

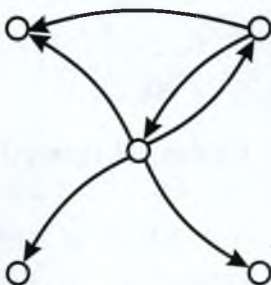


в)

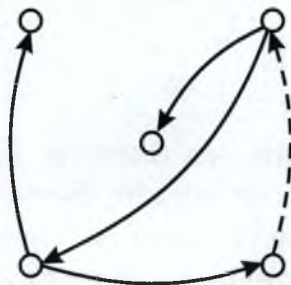


г)

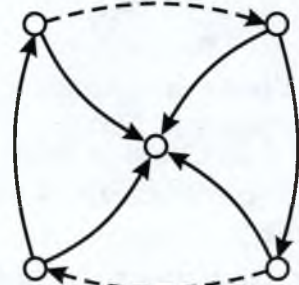
4.6. Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки.



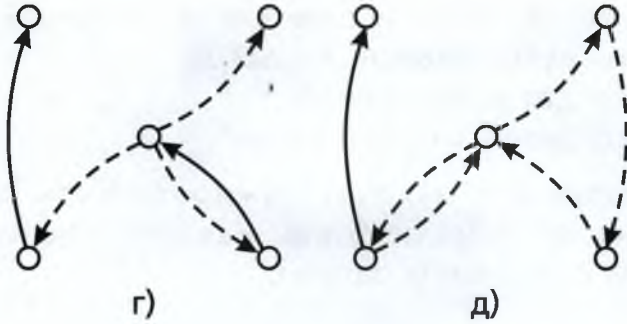
а)



б)



в)



5. Я СТАРШЕ ТЕБЯ



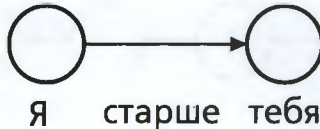
Задачи этого раздела учат детей обращаться с предложенной схемой. Важно понимать, что эти же задачи решаются и с помощью других схем. Например, можно отказаться от стрелочек, а вместо кружочков рисовать столбики разной высоты, – чем старше герой, тем выше столбик.



Если мы знаем, что Аня старше Бори, а Боря старше Вити, то мы можем нарисовать такую схему:



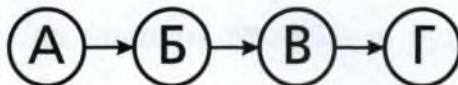
На этой картинке стрелка означает: «Я старше тебя».



Уровень сложности: * , **

Уровень наглядности: ⚙️ ⚙️ ⚙️

5.1. Ася старше Бори, Боря старше Веры, а Вера старше Гали.



Посмотрите на схему и ответьте на вопросы.

- Сколько детей старше Веры?
- Сколько детей младше Аси?
- Сколько детей младше Бори?



В следующих задачах нужно вписать в кружочки имена или первые буквы каждого имени в соответствии с условием задачи.

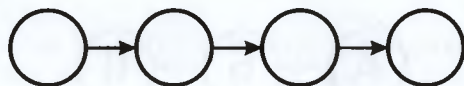
5.2. Алёша Попович младше, чем Илья Муромец. Илья Муромец младше, чем Добрыня Никитич.



5.3. Костя старше Миши, но младше Паши.



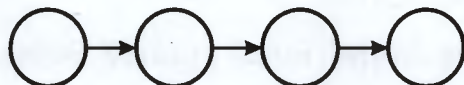
5.4. Егор старше Матвея, но младше Юры. Борис старше Юры.



5.5. Варя старше Инны и Оли. Инна старше Оли. Таня младше всех.



5.6. Коля старше всех. Сеня младше Коли, но старше двоих. Вова младше двоих, но старше Миши.



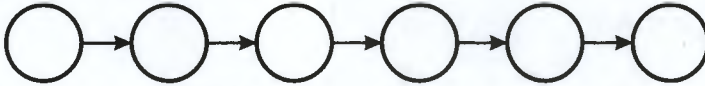
5.7. Юра младше всех. Вова младше двоих. Лёва младше Максима.



5.8. Даня старше всех. Марк моложе четверых. Тимур старше одного и младше троих. Сеня моложе Гоши.



5.9. Встретились 6 волшебников: Акс, Окс, Укс, Юкс, Икс и Екс – и стали выяснять, кто из них старше.



Оказалось, что Юкс младше всех.
 Акс младше двоих и старше троих.
 Окс младше Акса, но старше Икса.
 Екс старше Акса, но он не самый старший.

5.10. Семеро гномов выясняли, кто старше. Они узнали, что Белый старше всех, Серый старше пятерых, Зелёный старше четверых, Красный старше двоих, но младше Оранжевого, Фиолетовый старше Жёлтого.



6. ОТ БУКВЫ К БУКВЕ

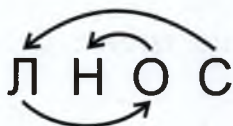


Дети очень любят шифровки. Секретные послания – что может быть интереснее! Предложите соседям по парте обменяться шифровками – придумывать их не менее увлекательно, чем разгадывать.

Задачи этого раздела довольно просты, но их можно сделать более трудными, убрав с рисунка несколько стрелок. Обратите внимание: количество правильных ответов может увеличиться!



На следующих картинках зашифрованы слова. Если вы будете двигаться от буквы к букве по стрелочкам, то сможете их разгадать.



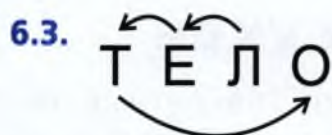
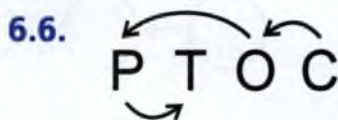
На этой картинке на букву **С** не указывает ни одна стрелка. Значит, первая буква загаданного слова – **С**. От неё стрелка идёт к букве **Л**. Значит, вторая буква – **Л**. Точно так же определим третью и четвёртую буквы и расшифруем слово:

С → Л → О → Н

Будьте внимательны! Из одних и тех же букв можно составить разные слова.

Уровень сложности: *, **

Уровень наглядности: ☀☀, ☀☀☀



6.9.



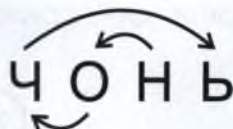
6.15.



6.10.



6.16.



6.11.



6.17.



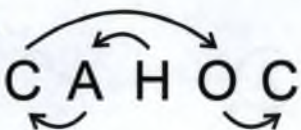
6.12.



6.18.



6.13.



6.19.



6.14.



6.20.



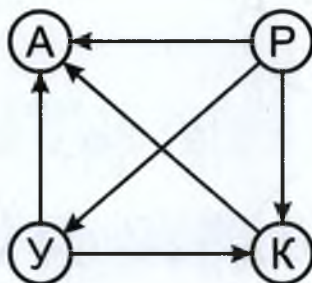
6.21.



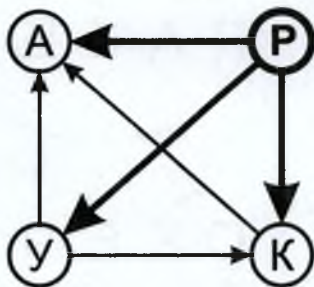


А теперь – более сложная задача. Каждая стрелочка означает, что одна буква говорит другой: «Ты стоишь после меня!» Надо обойти все буквы по одному разу и при этом всё время двигаться по стрелочкам.

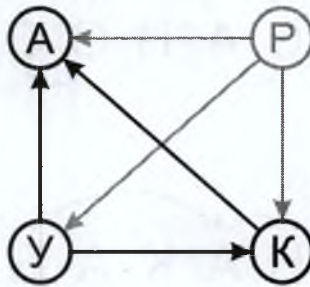
Разберём для примера такую шифровку:



Попробуем определить первую букву. Очевидно, что на неё не должна указывать ни одна стрелка. Все стрелки из неё должны только выходить. Значит, это буква **Р**. Выписываем эту букву, а с рисунка её стираем – вместе со всеми стрелочками, которые из неё выходят.

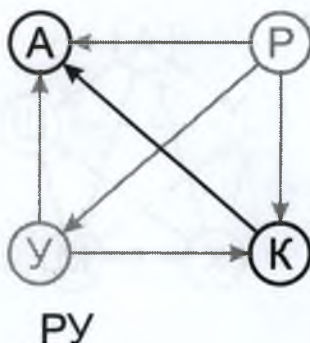
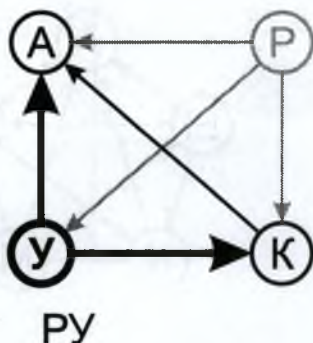


Р

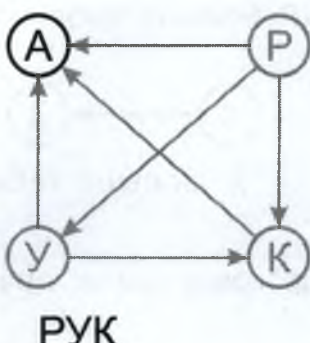
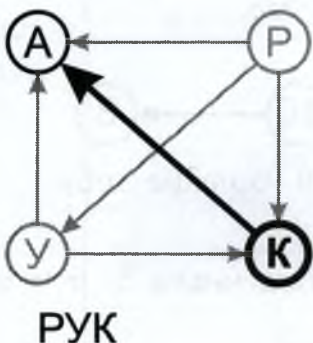


Р

Пора определить вторую букву. Теперь уже на неё не должна указывать ни одна стрелка. Все стрелки из неё должны только выходить. Значит, это буква **У**. Выписываем эту букву, а с рисунка её стираем – вместе со всеми стрелочками, которые из неё выходят.



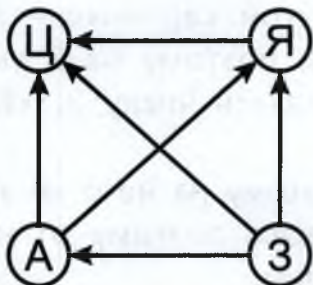
Остаются всего две буквы – **А** и **К**. По стрелкам легко определить, что **К** стоит перед **А**. Выписываем букву **К**, а с рисунка её стираем – вместе с выходящей из неё стрелочкой. Остаётся последняя буква – **А**.



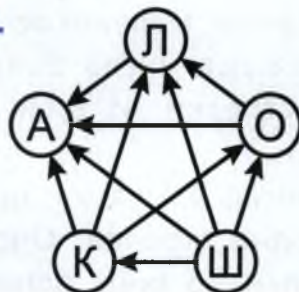
Выписываем букву **А** и получаем ответ: **РУКА**.

Во всех следующих задачах нужно расшифровать загаданное слово.

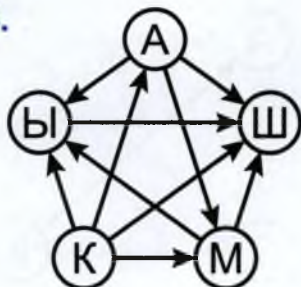
6.22.



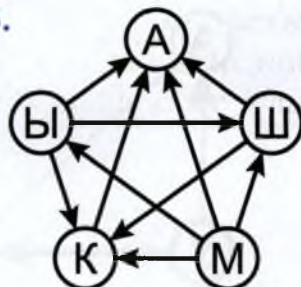
6.23.



6.24.



6.25.



7. Я БОЛЬШЕ ТЕБЯ



Сыграем в такую игру. Обведём два числа кружочками и соединим их стрелочкой так, чтобы она вела от большего числа к меньшему. Эта стрелочка будет означать, что одно число говорит другому: «Я больше тебя».

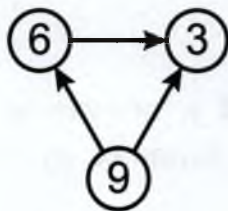


Я больше тебя



Я больше тебя

Так разговаривают друг с другом числа 3, 6 и 9:

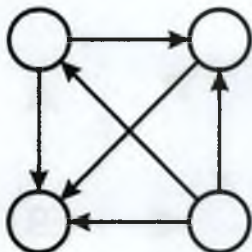


Самое маленькое число на этой картинке – 3. Оставшиеся два числа больше, чем 3, поэтому на 3 указывают две стрелки. И 6, и 9 могут сказать числу 3: «Я больше тебя».

Число 9 – самое большое, поэтому на него не указывает ни одна стрелка. Оно больше всех, поэтому от него идут стрелки ко всем остальным числам.

Разберём такую задачу.

Впишите числа 7, 9, 2 и 5 в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



Самое большое число здесь 9. Выпишем в ряд все числа от 1 до 9:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Обведём те из них, которые нужно вписать, кружками:

1 (2) 3 4 (5) 6 (7) 8 (9)

Возьмём самое левое из обведённых чисел – 2. Все числа, стоящие справа, больше, чем 2. Справа от 2 стоят три обведённых числа. Значит, три числа из нашей задачи могут сказать числу 2: «Я больше тебя!» Поэтому число 2 надо вписать в кружок, на который показывают три стрелки.

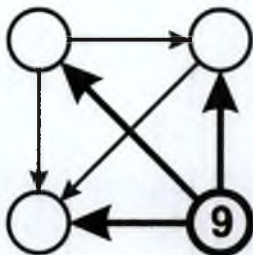
Возьмём следующее обведённое число – 5. Справа от 5 стоят два обведённых числа. Значит, два числа из нашей задачи могут сказать числу 5: «Я больше тебя!» Поэтому число 5 надо вписать в кружок, на который показывают две стрелки.

Возьмём следующее обведённое число – 7. Справа от числа 7 стоит только одно обведённое число – 9. Поэтому число 7 надо вписать в кружок, на который показывает только одна стрелка.

Последнее обведённое число – 9. Справа от 9 обведённых чисел больше нет. Значит, число 9 надо вписать в кружок, на который стрелки показывать не будут, – из этого кружка стрелки будут только выходить.

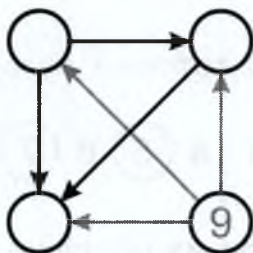
Можно решать и по-другому.

Самое большое число из 7, 9, 2 и 5 – это 9. Запишем его в тот кружок, на который не указывает ни одна стрелка.



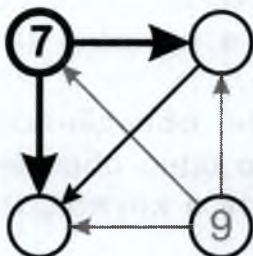
Остаётся вписать числа 7, 2 и 5.

Сотрём теперь все стрелки, выходящие из кружка с числом 9.



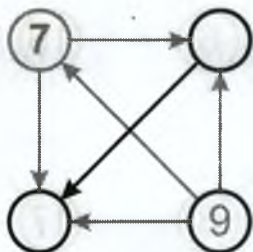
Из оставшихся чисел самое большое число – 7. К нему шла стрелка только от девятки, но мы её стёрли, и теперь семёрка говорит всем оставшимся числам: «Я больше тебя!»

Значит, число 7 надо вписать в тот кружок, на который не указывает ни одна стрелка.



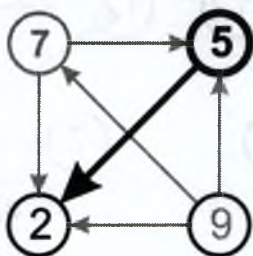
Остаётся вписать числа 2 и 5.

Сотрём теперь все стрелки, выходящие из кружка с числом 7.

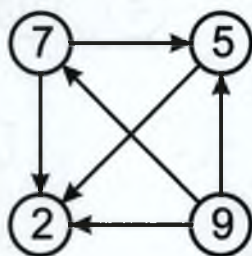


Из оставшихся чисел самое большое число – 5. Все стрелки, которые к нему вели, мы уже стёрли, и теперь пятёрка говорит всем оставшимся числам: «Я больше тебя!»

Значит, число 5 надо записать в тот кружок, на который не указывает ни одна стрелка.



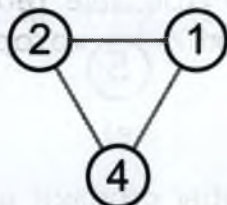
Ответ:



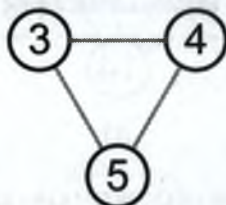
Уровень сложности: *

Уровень наглядности: ☀ ☀

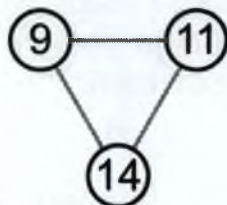
7.1. Нарисуйте стрелочки от большего числа к меньшему.



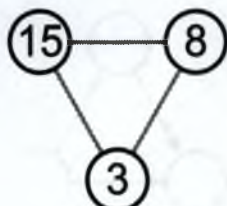
а)



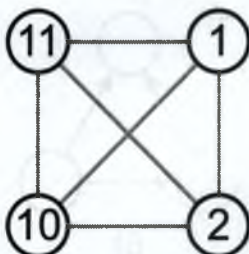
б)



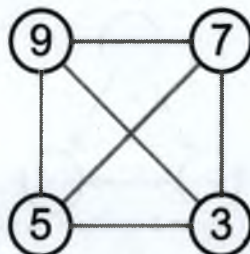
в)



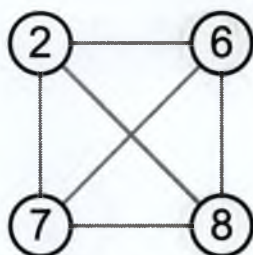
г)



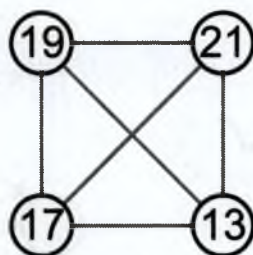
д)



е)

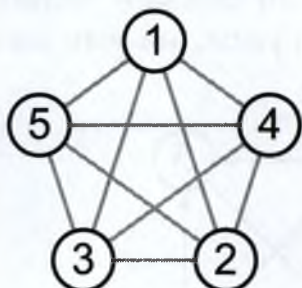


ж)

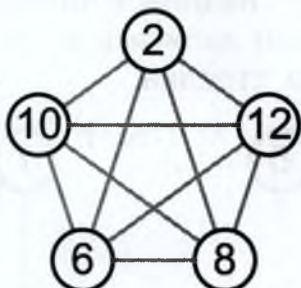


з)

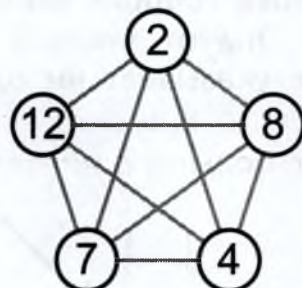
7.2. Нарисуйте стрелочки от большего числа к меньшему.



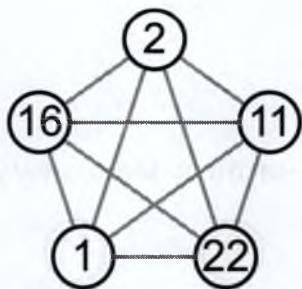
а)



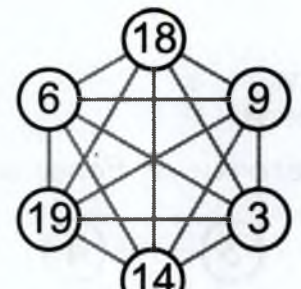
б)



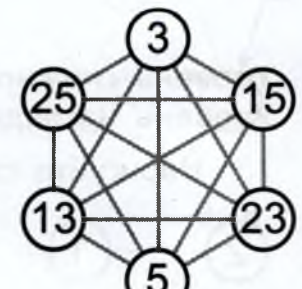
в)



г)

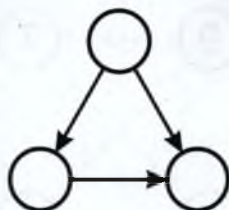


д)



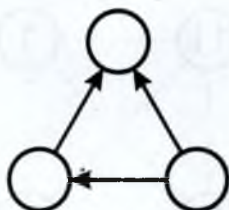
е)

7.3. Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



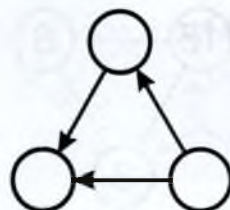
а)

2, 8, 4



б)

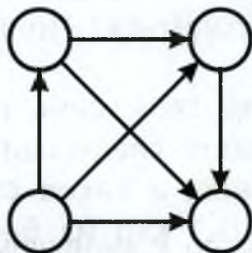
6, 11, 7



в)

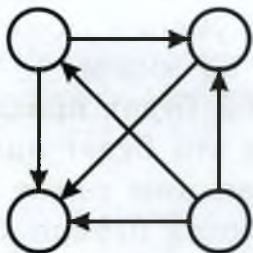
21, 12, 9

7.4. Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



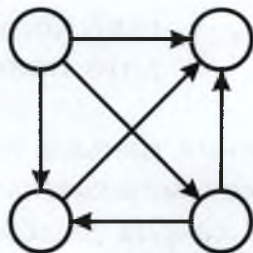
а)

4, 2, 6, 1



б)

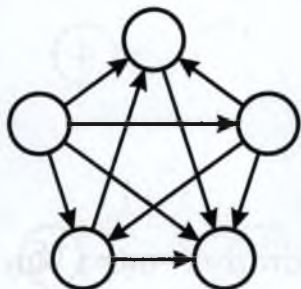
5, 7, 2, 9



в)

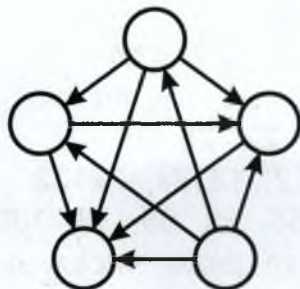
13, 4, 9, 19

7.5. Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



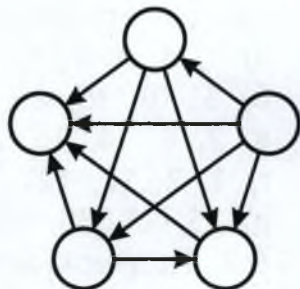
а)

8, 6, 9, 4, 3



б)

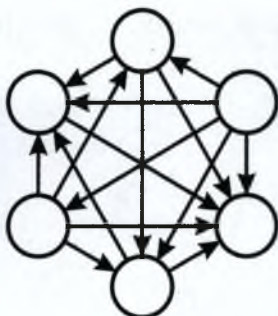
2, 11, 5, 1, 7



в)

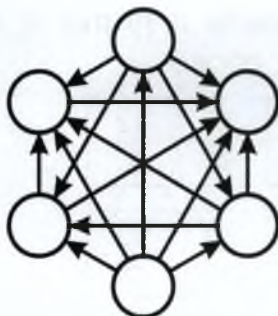
17, 9, 21, 3, 15

7.6. Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



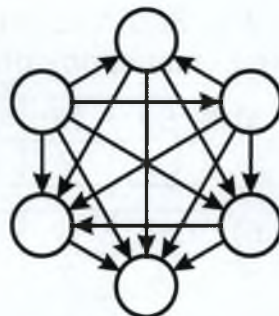
а)

2, 8, 3, 14, 7, 6



б)

3, 5, 7, 9, 11, 13



в)

15, 11, 5, 16, 1, 12

8. ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ



Зачем нужно уметь упорядочивать несколько чисел? Когда это умение может пригодиться? Приведите примеры из жизни.

Кто из детей будет праздновать свой день рождения раньше всех, а кто будет праздновать следующим? Какое мороженое в магазине самое дешёвое, а какое станет самым дешёвым, когда первое кончится? Кто из бегунов завоевал бронзовую медаль, кто – серебряную, а кто – золотую? Предложите детям придумать свои примеры.

Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: 0

8.1. Подчеркните те ряды чисел, в которых числа идут в порядке возрастания.

- а) 1, 4, 6, 7, 12, 35, 123, 432
- б) 5, 10, 15, 25, 20, 30, 35, 40
- в) 7, 8, 14, 15, 21, 22, 28, 29
- г) 1, 2, 12, 121, 212, 12121, 22122
- д) 75, 78, 85, 88, 65, 68, 95, 98, 105

8.2. Подчеркните те ряды чисел, в которых числа идут в порядке убывания.

- а) 999, 888, 777, 666, 444, 333, 22, 17
- б) 175, 176, 165, 155, 145, 135, 125, 115
- в) 99, 90, 89, 80, 78, 79, 70, 69, 60, 59
- г) 987, 876, 765, 654, 543, 432, 321, 210
- д) 707, 606, 505, 77, 66, 55, 17, 16, 15

8.3. Расположите числа в порядке возрастания и прочитайте зашифрованное слово.

а)

50	27	8	6	12
З	У	Р	А	Б

б)

48	17	35	20	95
А	Я	У	Г	Р

в)

121	59	12	50	41	19	94	42
А	И	Г	Н	С	У	Ц	Е

г)	15	7	91	2	67	13	57	32	43	21
	О	О	Я	Ф	И	Т	Ф	Р	А	Г

9. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ



В этих задачах важно не только увидеть закономерность, но и суметь её объяснить. Одну и ту же последовательность можно описать разными словами.

Например, последовательность 1, 3, 5, 7... можно описать так: «Все нечётные числа от 1 и далее». Можно сказать, что это возрастающая последовательность, в которой каждый следующий элемент на 2 больше, чем предыдущий, а первый элемент равен 1. Можно эту же самую последовательность задать формулой: элемент номер N равен $(2 \cdot N) - 1$.

Последовательность 1, 4, 9, 16... можно назвать последовательностью квадратов чисел от 1 и далее. Младшие школьники, как правило, замечают другую закономерность: второй элемент больше первого на 3, третий элемент больше второго на 5, четвёртый элемент больше третьего на 7. Следовательно, пятый элемент будет больше четвёртого на 9. Для большинства взрослых эта закономерность намного менее очевидна.

Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: 0

9.1. Продолжите последовательность.

а) 1, 3, 5, 7...

б) 15, 20, 25, 30, 35...

в) 10, 20, 30, 40...

г) 99, 88, 77, 66...

д) 1, 22, 333, 4444...

е) 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1...

ж) зима, весна, лето, осень, зима, весна...

з) четверг, пятница, суббота...

и) позавчера, вчера, сегодня...

- к) ночь, утро, день...
 л) 1, 4, 9, 16, 25...
 м) 20, 23, 26, 29, 32...

9.2. Продолжите последовательность.

- а) 20, 40, 60, 80...
 б) 1, 2, 4, 8...
 в) 3, 6, 9, 12...
 г) 220, 210, 200, 190...
 д) 19, 17, 15, 13...
 е) 91, 82, 73, 64...
 ж) 132, 121, 110, 99...
 з) 101, 212, 323, 434...
 и) 2, 3, 5, 8, 12, 17...

9.3. Продолжите последовательность.

- а) 4, 6, 8, 10...
 б) 5, 9, 13, 17...
 в) 30, 50, 70...
 г) 9, 12, 15, 18, ..., 24...
 д) 2, 10, 18, 26...
 е) 70, 65, 60, 55...
 ж) 31, 28, 25, 22, 19...
 з) 13, 23, 43, 83, 163...

9.4. Шуточные последовательности.

- а) 4, 3, 3, 6, 4, 5, 4...

Подсказка: под членами последовательности надо написать словами числа по порядку: один, два, три и т. д.

б) В таблице даны числа в определённой последовательности. Нужно найти закономерность и заполнить пустые клетки.

	7	4	6	3	4
31	28 или 29		30	31	30

9.5. Продолжите последовательность имён и добавьте недостающие имена.

Анна, Борис, Витя, ... , ... , Егор, Женя, Зина, ...

9.6. Многоножка на первую ногу надела один носок, на вторую ногу – два носка, на третью – три и т. д. Всего она надела 36 носков. Сколько ног у многоножки?

10. УДОБНЫЙ ПОДСЧЁТ



У многих детей есть любимые примеры, ответы на которые они знают наизусть, например $5 + 5$ или $6 + 4$. Важно подсказать детям, что в примерах на сложение, состоящих из многих действий, можно складывать числа в любом порядке и искать удобные пары среди слагаемых. Например, так:

$$2 + 4 + 6 + 8 = 2 + 8 + 4 + 6$$

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

10.1. Кто быстрее сможет найти сумму чисел:

$$1 + 2 + 9 + 3 + 8 + 4 + 7 + 6?$$

Как удобнее всего считать?

10.2. Кто может предложить удобный способ и найти сумму чисел: $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99$?

10.3. Найдите сумму чисел.

а) от 1 до 20

б) от 10 до 30

в) от 50 до 100

10.4. Сможете ли вы быстро найти сумму всех чисел в таблице?

2	6	6	7	3	8	6	3	4	3
8	2	4	3	4	7	7	6	3	8
4	8	2	4	6	6	4	7	6	7
6	4	8	2	7	4	3	2	7	6
7	3	7	8	2	3	8	4	8	2
3	7	3	6	8	2	2	8	2	4

10.5. Посчитайте:

а) $(2 + 3 + 4) / 3 = ?$

б) $(4 + 5 + 6) / 3 = ?$

в) $(3 + 5 + 7) / 3 = ?$

Заметили ли вы закономерность?

Если да, то попробуйте догадаться, чему равно:

г) $(22 + 23 + 24) / 3 = ?$

д) $(127 + 128 + 129) / 3 = ?$

е) $(9156 + 9157 + 9158) / 3 = ?$

11. ЦИФРЫ В МАСКАХ



Многим детям нравятся зашифрованные послания, и они с радостью берутся за разгадывание каждого нового шифра. Гораздо меньший энтузиазм вызывают у детей уравнения. Знак **х** в выражении $2 + \mathbf{x} = 5$ отпугивает многих, но стоит записать этот же пример в виде $2 + ? = 5$, как задача волшебным образом упрощается. Для взрослых обе записи равнозначны, но для учеников начальной школы второй вариант намного понятнее и проще.

Со временем школьники привыкают к тому, что буква **х** обозначает тайну, неизвестность, что она, по сути, тот же знак вопроса, только нарисованный по-другому. Попробуйте предложить детям уравнение, в котором неизвестное будет записано не буквой **х**, а, скажем, буквой **t** или – ещё того хуже – буквой **я**. Буква **я** не вызовет ни у кого никаких вопросительных ассоциаций, буква **я** не покажется никому загадочной, и у некоторых школьников в связи с этим снова возникнут затруднения.

Важно понимать, что выбор буквы **х** в качестве традиционного обозначения неизвестного во многом случаен. Ничто не мешает вместо иксов писать буквы **ё** или рисовать котят. Суть написанного от этого меняться не будет, и хорошо бы эту мысль осознать как можно раньше.




В задачах этого раздела цифры спрятались под масками с изображениями букв, зверей и геометрических фигур. Одна цифра притворилась овечкой, а другая – собачкой. Ещё одна цифра сделала вид, что она – звёздочка, а другая прикинулась луной. Определите, какие цифры спрятались под масками, если известно,

что одинаковые цифры выбрали одинаковые маски, а разные цифры – разные маски.



Уровень сложности: *, **, ***, ****

Уровень наглядности: 0


11.1. Какие цифры прячутся под масками зверей?



а)  + 1 = 5

д) 7 -  = 6

б)  +  = 4



е) 9 -  = 2




в)  - 2 = 3

ж)  +  +  = 9

г)  +  = 12

11.2. В этих примерах цифры снова надели на себя маски зверей, но на этот раз под уже знакомыми масками скрываются совсем другие цифры. Какие цифры прячутся под масками зверей?



а)  +  = 10


в)  +  +  = 6

 -  = 4

 +  = 3

б)  +  = 

 +  = 5

 - 3 = 1

11.3. На этот раз цифры надели на себя маски геометрических фигур. Какие цифры спрятались под масками в этих примерах?

$$а) \square + \square = 8$$

$$\square - \triangle = 1$$

$$\triangle + \triangle = \star$$

$$б) \star - \smile = 3$$

$$\star + \smile = 7$$

$$в) \odot + \smile = 10$$

$$\odot - \smile = 6$$

11.4. Цифры снова выбрали себе другие маски. Какие здесь спрятались цифры?

$$2 + 2 = \smile$$

$$\smile + \smile + \smile + \smile = \bullet$$

11.5. Какие цифры спрятались под масками в этих примерах?

$$а) \text{train} + \text{train} + 1 = 5$$

$$б) \text{train} + \text{train} + \text{train} - 1 = 8$$

$$в) \text{umbrella} = \text{tree} + \text{flower}$$

$$\text{tree} - \text{flower} = 7$$

11.6. На этот раз цифры решили спрятаться под масками букв, причём перед каждой новой задачей они выбирали себе новые маски. Какие здесь спрятались цифры?

- а) $A + A = 6$
- б) $A + A = 4, A + B = 3$
- в) $A + B = 4, A + A = 2$
- г) $A + A + A = 6, A + B = 5$
- д) $A + A = 14, B + B = 2, A + B + C = 10$
- е) $A + A = 8, A - B = 3$
- ж) $A + A = 18, A - B = 7$
- з) $A + A = 6, B + B + B = A, A + C = 7$

11.7. Какие цифры спрятались здесь?

- а) Ю + Я + Я = ЯЯ
- б) Й + Й + Й = ЭЙ
- в) Ё + Ж + Ж = ЁЖ
- г) ЦЦ + ЦЦ + W = WWW

12. ШАЛОВЛИВЫЙ ЛЁВА



Задачи этого раздела продолжают тему цифр в масках. На этот раз цифры спрятались ещё более радикальным образом – они просто исчезли!

Такие задачи помогают детям освоиться с понятиями «цифра» и «число», почувствовать между ними разницу. При всей своей простоте эта тема очень важна – даже некоторые взрослые путают цифры и числа.



На доске были написаны примеры. Шаловливый Лёва стёр несколько цифр. Аккуратная Катя хочет написать эти цифры заново. Помогите ей!

$$\text{[blacked out]} + 1 = 8$$

Какую цифру мог стереть Лёва?

Легко догадаться, что это была цифра 7.

Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: 0

12.1. Помогите Кате написать примеры заново.

а) $\text{[blacked out]} + 1 = 5$

г) $\text{[blacked out]} + 7 = \text{[blacked out]}5$

б) $3 + \text{[blacked out]} = 10$

д) $8 + \text{[blacked out]} = \text{[blacked out]}1$

в) $6 + \text{[blacked out]} = \text{[blacked out]}0$



Теперь Лёва не только стёр одну из цифр, но ещё и заменил одинаковые цифры на одинаковые буквы. Разберём пример:

$$A + A = \text{[blacked out]}2$$

Если A – это цифра, то сумма двух однозначных чисел будет точно меньше 19, и, значит, после знака равенства Лёва мог стереть только цифру 1. Итак, впишем 1 и получим уже более простой пример:

$$A + A = 12$$

Сумма двух одинаковых чисел даёт 12. Значит, A – это половина от 12, то есть 6. Итак, мы смогли восстановить все стёртые цифры и узнали, что обозначает буква A .

$$6 + 6 = 12$$

12.2. Восстановите исходные примеры.

а) $A + A = \text{[blacked out]}0$

б) $B + B = \text{[blacked out]}6$

12.3. Расшифруйте пример, если известно, что одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры: $A + B = AB$. Сколько вы можете предложить разных решений?

12.4. Можно ли узнать, что за цифру стёр Лёва? А можно ли узнать, какие цифры он заменил на B и Γ ?

$$B\Gamma + \text{[blacked out]} = B\Gamma$$

12.5. Полина написала на доске несколько примеров, составленных из чисел 1, 2, 3, 4 и 5. Лёва стёр почти все цифры. Найдите все решения.

а) - = 4

г) + = 5

б) + = 3

д) - = 1

в) - = 3

12.6. Восстановите пример.

$$\text{***} + 1 = \text{****}$$

12.7. В этом примере под звёздочками могли спрятаться разные цифры. Восстановите пример.

$$5* + **3 = **01$$

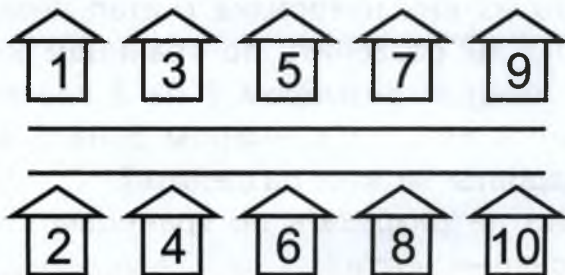
13. ЧЁТНОСТЬ



Эта тема очень нравится детям. Задолго до школы многие из них замечают, что если какое-то количество предметов не делится на две равные части, то достаточно добавить или отнять один предмет, и всё получится.

Определить чётность числа совсем не сложно – достаточно взглянуть на его последнюю цифру. Если число оканчивается на чётную цифру (0, 2, 4, 6, 8), то оно чётное и его можно разделить пополам.

Расскажите детям о том, что во многих городах принято присваивать домам на одной стороне улицы нечётные номера, а на другой стороне улицы – чётные.



Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: 0, ☀

13.1. У числа 2 есть соседи, это числа 1 и 3. Назовите:

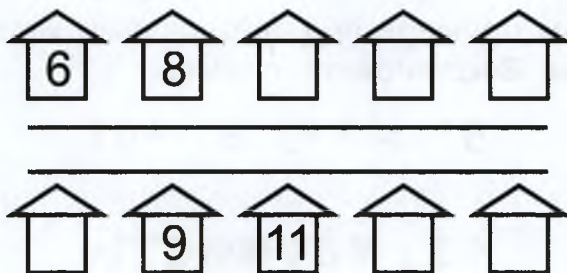
а) соседей числа 3;

б) соседей числа 5;

в) соседей числа 6.

Вы заметили, какие соседи у чётных чисел? А какие у нечётных чисел?

13.2. Посмотрите на эти дома. Напишите номера остальных домов.



13.3. На столе лежат 8 яблок. Разложите эти яблоки поровну на 2 тарелки. Сможете ли вы это сделать? А можно ли это сделать, если яблок будет 7?

13.4. У Насти было 3 конфеты, а у Алёны 7 конфет. Настя хотела свои конфеты разделить поровну, но у неё не получилось. Алёна тоже хотела разделить свои конфеты поровну, но у неё тоже не вышло. Тогда Настя и Алёна сложили свои конфеты вместе. Смогут ли они теперь разделить их поровну?

13.5. За забором гуляли утки и овечки, Карина насчитала 19 ног, а Мирон – 18. Один из них ошибся. Можете ли вы сказать, кто из них наверняка считал неверно?

13.6. Можно ли разделить по границам клеток на две равные части квадрат размером 2 на 2 клетки? А квадрат 3 на 3 клетки? А квадрат размером 5 на 5 клеток? Почему? Какие квадраты можно разделить?

13.7. Можно ли разрезать по границам клеток эти фигуры на две равные части?



а)



б)



в)



г)



д)

13.8. Можно ли разрезать по границам клеток эти фигуры на две равные части?



а)



б)



в)



г)



д)

13.9. Люся нарисовала три фигурки по клеткам и хочет разделить каждую из них на 2 равные части. Можете ли вы ей помочь? Все ли фигурки удалось разделить?



а)



б)



в)

13.10. Восемь детей встали в хоровод и кидают мяч через одного против часовой стрелки. Катя первая бросила мяч. Скоро ли достанется мяч Вале, который стоит рядом с ней с левой стороны? А что изменится, если один человек выйдет из хоровода?

13.11. Каким числом является:

а) сумма двух, трёх, четырёх, пяти чётных чисел?

- б) сумма двух, трёх, четырёх, пяти нечётных чисел?
- в) сумма чётного и нечётного чисел?
- г) произведение двух нечётных чисел?
- д) произведение чётного и нечётного чисел?

13.12. Буратино складывал числа 23 456 и 45 678, и у него получилось 68 901. Мальвина шла мимо него и сразу сказала, что ответ неверный, хотя она не могла так быстро сосчитать. Как она догадалась, что Буратино допустил ошибку?

13.13. Учительница попросила учеников загадать любое число, а потом сложить это число и следующее за ним (например, 234 и 235 или 156 и 157). У Сергея получилось 232. Учительница сказала, что он ошибся, хотя не знала, какое число он загадал. Почему она так решила?

13.14. Кристина и Алёна соревновались, кто точнее перемножит большие числа. Алёна умножала 30 на 27 и получила 807, а Кристина умножала 236 на 5 и получила 1205. Костя шёл мимо и, едва взглянув на их примеры, сказал, что они обе ошиблись. Как он смог это определить?

13.15. Может ли вращаться система из 9 шестерёнок, если первая шестерёнка сцеплена со второй, вторая – с третьей и т. д., а девятая – с первой? Нарисуйте своё решение.

13.16. Можно ли разменять 25 рублей, используя 10 монет достоинством 1, 3 и 5 рублей?

13.17. На чашечных весах стоит 14 гирь. Справа – только двухкилограммовые, слева – только пятикилограммовые. Сколько двухкилограммовых гирь на весах?

14. НАРИСУЙ СХЕМУ



Вспомогательные картинки – ключ к решению многих задач. Чем проще и схематичнее рисунок, тем удобнее им пользоваться. Никаких лишних деталей, долой ненужные подробности – схема должна отражать лишь те свойства предметов, что существенны для решения. Если нужно разрезать торт, рисуем кружочек и забываем про розочки и крем. Если нужно сравнить рост

людей, рисуем вертикальные чёрточки разной длины и забываем про волосы, рот, глаза и ботинки.

Некоторые дети считают, что не умеют рисовать. Покажите им примеры подобных картинок и объясните, что с таким заданием может справиться каждый.

Уровень сложности: *, **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

14.1. Во дворе в ряд стоят 4 мальчика. Между каждыми двумя мальчиками стоит по одной девочке. Сколько девочек? Сколько всего детей?

14.2. Дед посадил в ряд 5 яблонь, а внучка между яблонями посадила по 1 кусту смородины. Сколько кустов она посадила?

14.3. Девочки посадили в ряд 5 кустов роз, а мальчики между каждыми кустами посадили по 2 куста пионов. Сколько всего цветов они посадили?

14.4. Маша и Коля живут в одном доме и в одном подъезде. Когда Маша идёт домой из школы, она подходит к дому справа и заходит в четвёртый подъезд. Когда Коля идёт домой из института, он подходит к дому слева и заходит в четвёртый подъезд. Сколько подъездов в этом доме? Сделайте рисунок.

14.5. Юля сидит на парте второй спереди и четвёртой сзади. Сколько парт в её ряду? Сколько детей сидит за этими партами, если за каждой партой сидит по 2 человека?

14.6. Саша сидит на третьей парте спереди, и его парта предпоследняя. Сколько всего парт в ряду?

14.7. Класс шёл парами. Один из учеников посмотрел вперёд и насчитал девять пар, затем обернулся и насчитал пять пар. Сколько учеников шло в колонне?

14.8. Гоша живёт на этаже, пятом и сверху, и снизу. Сколько этажей в его доме?

14.9. Каким этажом сверху будет пятый этаж 12-этажного дома?

14.10. Андрей живёт в 16-этажном доме на 10-м этаже, если считать сверху. На каком этаже живёт Андрей?

14.11. Вася выше Серёжи, но ниже Пети. Кто самый высокий?

14.12. Яша не выше Пети, а Петя не выше Яши. Кто выше: Яша или Петя?

14.13. У Аси коса длиннее, чем у Оли, а у Алёны коса короче, чем у Оли. У кого самая длинная коса?

14.14. Слон слабее мухи, но сильнее кошки. Кто самый сильный?

14.15. Жирафов больше, чем слонов и львов. Обезьян больше, чем львов, но меньше, чем слонов. Кого меньше всего?

14.16. Миша, Саша и Вася живут в трёхэтажном доме на разных этажах. Миша живёт не ниже Васи, а Саша – не выше Васи. Кто где живёт?

14.17. И-ИКС больше, чем О-ОКС и У-УКС, но меньше, чем А-АКС. Кто самый большой?

14.18. Э-эх намного веселее У-уха, а А-ах чуть-чуть грустней Э-эха. Кто самый грустный?

14.19. У Кати волосы длиннее, чем у Светы, но короче, чем у Ани. У какой из девочек волосы самые длинные?

14.20. Саша выше Пети, но ниже Миши. Андрей выше Миши. Кто самый высокий? Кто самый низкий?

14.21. Вася старше Гриши, а Гриша старше Даши и Зины. Кто самый старший?

14.22. Портфель Коли помещается в портфеле Васи, а портфель Васи можно спрятать в портфель Севы. Какой из этих портфелей самый большой?

14.23. Температура тела у человека меньше, чем температура тела голубя, но выше, чем у слона. У кого из них самая низкая температура тела?

14.24. Аня младше Сони, но старше Тани. Маша старше Кати, но младше Тани. Кто самый старший?

14.25. Костя старше Серёжи и Васи, но младше Пети. Вася не самый младший. Кто самый старший? Кто самый младший?

14.26. Сергей Петрович старше, чем Антон Андреевич, но моложе, чем Василий Витальевич. А Пётр Петрович – старший брат Сергея Петровича. Кто самый молодой?

14.27. Дуб толще клёна, но тоньше баобаба. Осина тоньше клёна, но толще рябины. Какое дерево самое тонкое? Какое дерево самое толстое?

14.28. Дети бежали из класса в буфет. Андрей бежал быстрее, чем Ваня и Боря. Ваня прибежал раньше Гоши, но позже Бори. Кто прибежал в буфет первым, а кто последним?

14.29. Если провести более твёрдым по менее твёрдому, то на менее твёрдом может остаться царапина. Останется ли царапина, если провести стеклом по картону? А если провести картоном по стеклу?

14.30. Если провести стеклом по мрамору, то на мраморе останется царапина. А если провести алмазом по стеклу, царапина останется на стекле. Какой из этих материалов самый твёрдый?

14.31. В Китае живёт людей больше, чем в Индии. А в Индии людей больше, чем в России. В какой из этих стран больше всего людей?

14.32. Китай занимает больше места на Земле, чем Индия, но меньше, чем Россия. Какая из этих стран самая большая?

14.33. У Бори машинок больше, чем у Антона, но меньше, чем у Саши. У Саши и Серёжи машинок поровну. У Миши машинок больше, чем у Серёжи, но меньше, чем у Вани. У кого больше всего машинок?

14.34. Конфеты лежат в прямоугольной коробке, вдоль короткой стороны – 3 конфеты, вдоль длинной – 5. Маша съела все конфеты вдоль всех сторон. Сколько конфет она съела?

14.35. Конфеты лежат в треугольной коробке. В первом ряду 1 конфета, во втором – две, в третьем – три, в четвёртом – 4, в пятом – 5. Сколько всего конфет? Саша съел все конфеты вдоль всех стенок коробки. Сколько конфет осталось?

14.36. В двух коробках было по 10 конфет. Слостёна Маша съела несколько конфет из первой коробки. Слостёна Люба, увидев это, съела из второй коробки столько, сколько оставалось в первой. Сколько конфет осталось после этого в двух коробках?

14.37. Катя нашла квадратную коробку конфет и съела все конфеты вдоль всех сторон. В коробке осталось 9 конфет. Сколько конфет съела Катя?

14.38. Аня нашла квадратную коробку конфет, по 4 конфеты в каждом ряду, и съела все конфеты вдоль всех сторон. Сколько конфет осталось в коробке?

14.39. Гимнасты для выступления построились в 4 ряда, причём в первом ряду 2 человека, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько гимнастов в четвёртом ряду? Сколько всего гимнастов?

14.40. Улитка хочет залезть на дерево высотой 10 м. Днём она лезет вверх на 5 м, ночью спускается на 4 м. На какой день она доберётся до макушки дерева?

14.41. Бабушка вяжет шарф весь день. За день она успевает связать 80 см, а за ночь котёнок успевает распустить 20 см. На какой день длина шарфа станет равна 2 м?

14.42. Коза привязана к колышку верёвкой длиной 1 м. Нарисуйте, где она сможет съесть траву.

15. РАСПИЛЫ



Разобраться в этой теме помогает наглядный материал. Вместо палок и брёвен возьмите бумажные полоски. Из тех же полосок можно склеить и звенья цепи. Разрешите детям не только «пилить брёвна» ножницами, но и рвать их руками. Это доставит всем истинное удовольствие и внесёт приятное разнообразие в учебный процесс.

Уровень сложности: *, **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

15.1. Митя сломал палку в 2 местах. Сколько кусков у него вышло?

15.2. Настя распилала палку на 5 частей. Сколько распилов она сделала?

15.3. Палку длиной 80 см распилили на кусочки по 20 см каждый. Сколько вышло кусочков? Сколько сделали распилов?

15.4. Сколько нужно сделать распилов, чтобы длинное бревно распалось на 6 частей?

15.5. Три бревна по 3 м каждое распилили на бревна по 1 м. Сколько сделали распилов?

15.6. У Андрея была палка длиной 20 см. Он решил распилить её на палочки по 2 см каждая. Сколько распилов ему надо сделать?

15.7. У дедушки есть три доски по 2 м каждая. Сколько распилов ему нужно сделать, чтобы получить дощечки по 1 м каждая?

15.8. Зайцы пилят бревно. Они сделали 8 распилов. Сколько получилось чурбачков?

15.9. Две ленты по 10 м каждая разрезали на кусочки по 2 м. Сколько разрезов было сделано?

15.10. На складе лежат 4 трёхметровых бревна. Сколько распилов нужно сделать, чтобы распилить все эти брёвна на поленья по 50 см каждое?

15.11. У продавца есть кусок ткани длиной 10 м. Каждому покупателю он отрезает по 2 м. Сколько раз ему придётся отрезать, чтобы продать всю ткань?

15.12. У Алисы есть бублик. Она хочет разделить его на 6 частей. Сколько разрезов ей нужно сделать? Почему в задаче про бублик и про бревно получились разные ответы?

15.13. Зайцы распилили несколько брёвен. Они сделали 9 распилов и получили 15 чурбачков. Сколько брёвен они распилили?

15.14. Два кольца сцеплены между собой. Сколько надо сделать распилов, чтобы кольца расцепились?



15.15. Три кольца сцеплены между собой. Сколько надо сделать распилов, чтобы кольца расцепились?



15.16. Четыре кольца сцеплены между собой. Сколько надо сделать распилов, чтобы кольца расцепились?



15.17. На сколько частей разделится незамкнутая цепочка из 7 колец, если мы распилим одно звено (одно звено цепи, в том числе и распиленное, это тоже часть)?



15.18. На сколько частей распадётся круглая цепочка, если мы распилим 2 звена (одно звено цепи, в том числе и распиленное, это тоже часть)?



16. ИНТЕРВАЛЫ



Удачные схемы существенно упрощают решение этих задач. Без рисунка в них могут ошибиться и взрослые. Дети привыкли, встречая в условиях числа, складывать их или вычитать. Но в задачах этого раздела важно помнить про края интервала.

Задачи про лифты и лестничные пролёты вызывают у многих детей затруднения даже при наличии хорошего рисунка.

Уровень сложности: **, ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

16.1. На скамейке сидели три девочки. Между каждыми двумя девочками сел мальчик. Сколько мальчиков село на скамейку? Сколько стало детей на скамейке?

16.2. Костя выложил в ряд 6 слив. Катя между всеми сливами положила по одному яблоку. Аня между сливами и яблоками положила по вишенке.

- а) Сколько получилось яблок?
- б) Сколько получилось вишен?
- в) Сколько всего плодов?

16.3. Алла поставила на стол в ряд 5 чашек, между чашками положила ложки, а между ложками и чашками положила по салфетке. Сколько на столе ложек? Сколько на столе салфеток?

16.4. Маша рисует узор на закладке. Она закрашивает полосы шириной 1 см по очереди красным, жёлтым и оранжевым цветом, потом снова красным, жёлтым и оранжевым – и так всю закладку. Какой длины у Маши узор, если первую и последнюю полосы она закрасила красным цветом, а всего красных полосок получилось пять?

16.5. Дедушка строит забор и через каждый метр вкапывает столбик. Он уже вкопал 5 столбиков и построил между ними забор. Какой длины забор построил дедушка?

16.6. Рабочие тянут к дому электрические провода и ставят столбы каждые 10 м. Они уже повесили 70 м проводов. Сколько столбов они вкопали?

16.7. Костя разложил 5 камушков в ряд на расстоянии 2 см один от другого. Каково расстояние от первого до последнего камушка?

16.8. Витя разложил на столе камушки в ряд на расстоянии 2 см друг от друга. Сколько камушков он разложил, если ряд занял 10 см?

16.9. В одном ряду 9 камушков на расстоянии 6 см друг от друга. В другом ряду 25 камушков на расстоянии 2 см друг от друга. Какой ряд короче?

16.10. Перед домом построили прямой забор и через каждые 2 м поставили столбы. Какой длины забор, если всего вкопали 6 столбов? 10 столбов?

16.11. Рабочие вешают провода. Каждые 10 м они ставят столб. Сколько метров проводов они повесили на 8 столбов? на 15 столбов?

16.12. Ученики выстроились в линейку на расстоянии 2 м друг от друга. Вся линейка растянулась на 24 м. Сколько было учеников?

16.13. На уроке физкультуры дети встали в линейку на расстоянии 1 м друг от друга. Вся линейка растянулась на 20 м. Сколько было учеников?

16.14. Саша хочет огородить забором квадратную грядку со стороной 2 м. Он собирается вкапывать колышки через каждый метр. Сколько колышков ему понадобится? Сколько колышков будет вдоль одной стороны?

16.15. Катя, Настя и Лена иногда едят мороженое: Катя – каждые 2 дня, Настя – каждые 3 дня, Лена – каждые 5 дней. Сегодня они все ели мороженое. Через сколько дней они снова будут есть мороженое втроём?

16.16. Мальчик поднялся с 1-го этажа на 3-й и прошёл тридцать ступенек. Сколько ступенек он пройдёт, если будет подниматься с 1-го этажа на 6-й?

16.17. Во сколько раз путь с 1-го этажа на 15-й длиннее пути с 1-го этажа на третий?

16.18. а) Лифт поднимается с 1-го этажа на 4-й за 10 секунд. За какое время лифт поднимается с 1-го этажа на 16-й?

б) Другой лифт проезжает с 1-го этажа на 5-й за 20 секунд. Сколько времени этот лифт будет ехать с 1-го этажа на 25-й?

16.19. Доктор Пилюлькин велел Незнайке принимать по одной таблетке каждые 2 часа. Незнайка принял первую из 6 таблеток в 8 утра. Во сколько он принял последнюю таблетку? Сколько часов займёт лечение?

16.20. Вдоль беговой дорожки стоят 25 фонарных столбов на одинаковом расстоянии друг от друга. Бегун стартовал у первого столба и бежал с постоянной скоростью. Уже через 30 секунд бегун был возле 5-го столба. За какое время он пробежал всю дорожку?

16.21. Башенные часы отбивают три удара за 12 секунд. Сколько времени эти часы отбивают 12 ударов?

16.22. Двое часов начали и закончили бить одновременно. Одни часы бьют каждые 2 секунды, другие – каждые

3 секунды. Всего было сделано 9 ударов (совпавшие удары воспринимались как один удар). Сколько времени прошло между первым и последним ударом?

17. СОСЧИТАЙ ВСЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКИ



Прежде чем приступить к подсчёту квадратов и прямоугольников, следует поговорить с детьми о том, что такое прямоугольник и что такое квадрат. С этими понятиями дети знакомятся ещё до школы, но мало кто из них знает строгие определения.

Если взять картонный квадрат и на глазах у детей повернуть его и повесить на доску под углом, то многие дети уже начинают сомневаться – квадрат это или ромб. Не торопитесь прерывать их обсуждения, пусть они сами сформулируют, какие же свойства отличают квадрат от других геометрических фигур.

Теперь можно перейти к обсуждению прямоугольников. Все дети отлично понимают, как «должен выглядеть» квадрат и как прямоугольник. Однако если повесить на доску картонные прямоугольник, квадрат и точно такой же квадрат, но под углом, то вопрос «Сколько здесь прямоугольников?» вызовет затруднения.

Дискуссия о том, является ли квадрат прямоугольником, бывает очень жаркой. Дайте всем высказать свою точку зрения. Только после этого можно начать задавать формальные вопросы.

Прямоугольник – это какая фигура, выпуклая или невыпуклая? Сколько у неё вершин? Сколько у неё сторон? Что мы знаем про её углы?

У квадрата, как мы можем заметить, 4 вершины, 4 стороны и все углы прямые. Следовательно, квадрат является прямоугольником. Однако не все дети готовы это сразу принять. Им нужно время, чтобы привыкнуть к мысли, что квадрат – это ещё и прямоугольник.

Квадрат – это прямоугольник, но не простой, а такой, у которого все стороны равны. Так и второклассник Петя –

это ученик, но не любой, а только тот, который учится во втором классе и кого зовут Петей.

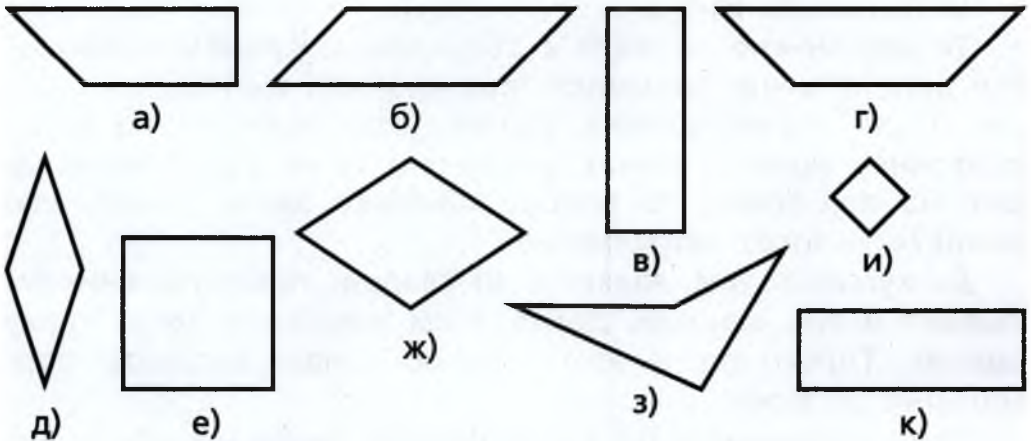
При подсчёте прямоугольников важно научить детей видеть не только маленькие прямоугольники, но и «большие», то есть состоящие из двух и более прямоугольников.

Подсчёт прямоугольников – задача, требующая не только аккуратности, но и использования алгоритмов. «Большие» прямоугольники могут пересекаться друг с другом. Достаточно сложно сосчитать их все ровно по одному разу. Удобнее всего считать отдельно все прямоугольники, состоящие из одной части, из двух частей, из трёх частей и т. д., а потом сложить полученные результаты.

Уровень сложности: *, **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

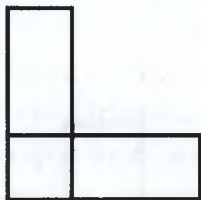
17.1. Определите, какие из следующих фигур прямоугольники.



17.2. В этой и следующих задачах сосчитайте количество прямоугольников на рисунке.



17.3.



17.4.



17.5.



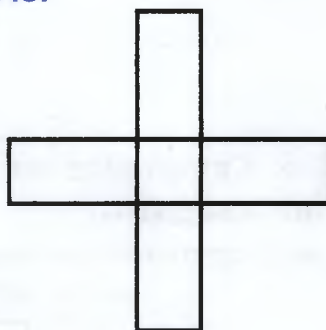
17.6.



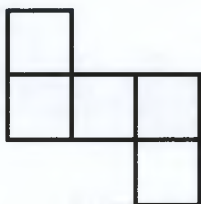
17.7.



17.8.



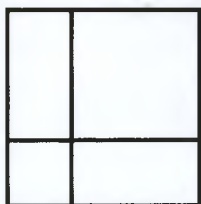
17.9.



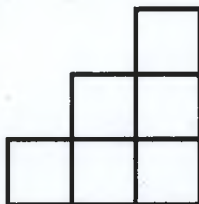
17.10.



17.11.



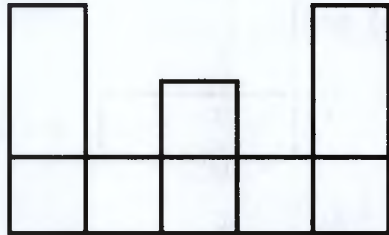
17.12.



17.13.



17.14.



17.15. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;
б) все прямоугольники (включая квадраты).



17.16. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;
б) все прямоугольники (включая квадраты).



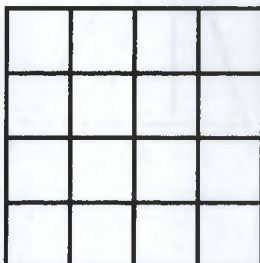
17.17. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;
б) все прямоугольники (включая квадраты).



17.18. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;
б) все прямоугольники (включая квадраты).



18. СОСЧИТАЙ ВСЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Задачи, связанные с подсчётом треугольников, требуют не только внимательности, но и логики при поиске ответа. Именно отсутствие алгоритма мешает детям посчитать все треугольники, не пропустив ни одного и не посчитав какие-то из треугольников дважды.

Один из самых удобных способов подсчёта такой: сначала считаем все самые маленькие треугольники, то есть такие, внутри которых нет никаких линий; затем переходим к тем, что состоят из двух частей; потом – из трёх частей и т. д.

Уровень сложности: *, **, ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀

18.1.



а)



б)



в)

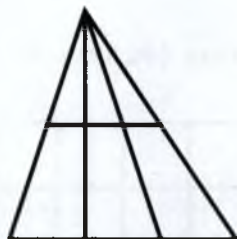


г)

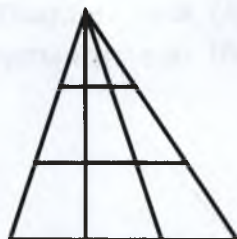
18.2.



а)

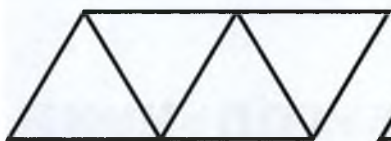


б)



в)

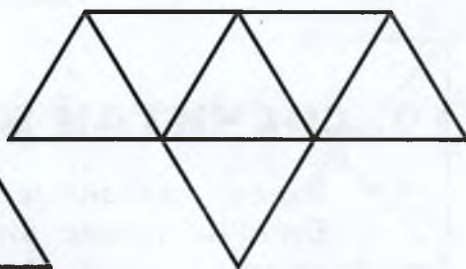
18.3.



а)

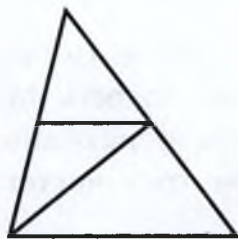


б)



в)

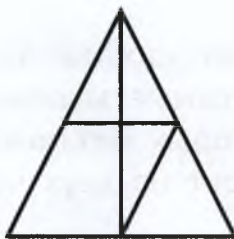
18.4.



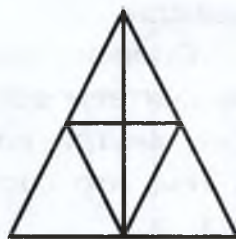
а)



б)

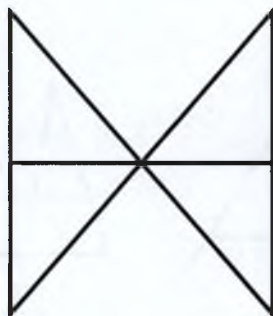


в)

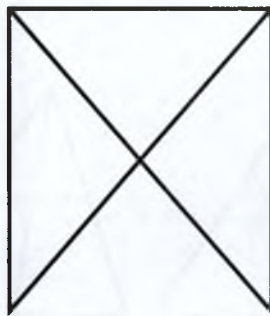


г)

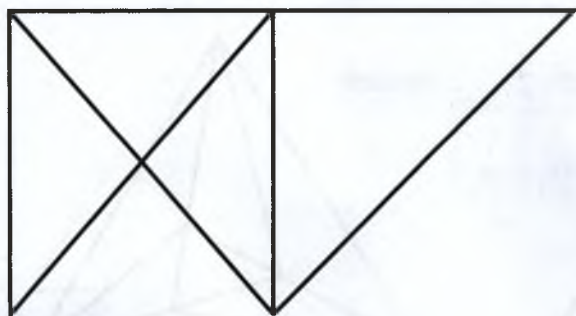
18.5.



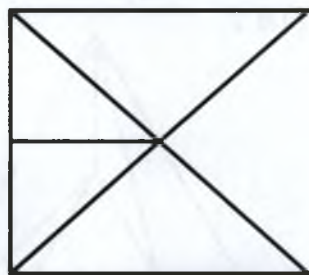
а)



б)

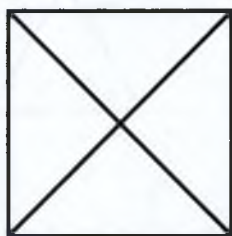


в)

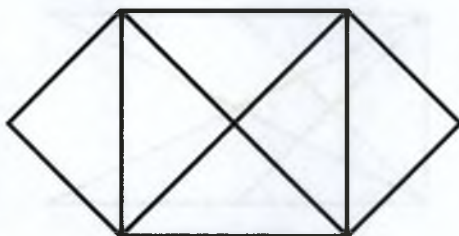


г)

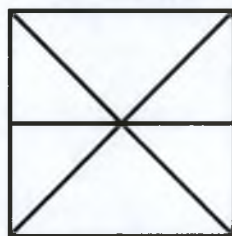
18.6.



а)



б)

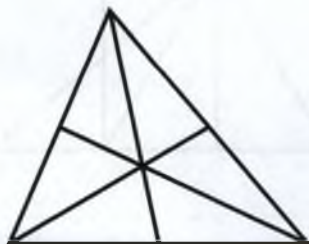


в)

18.7.

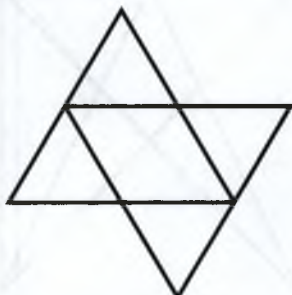


а)

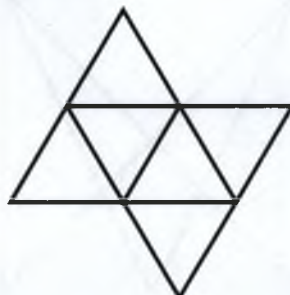


б)

18.8.

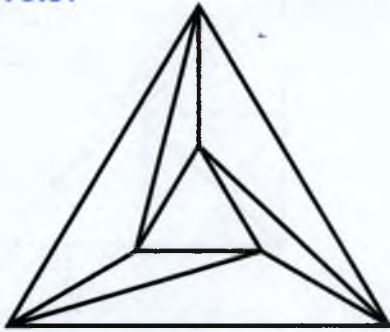


а)

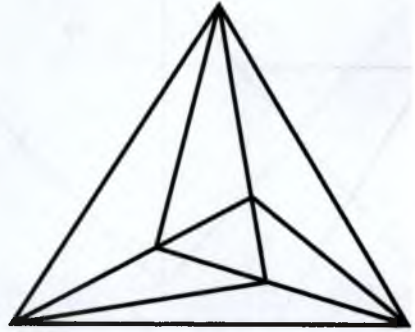


б)

18.9.

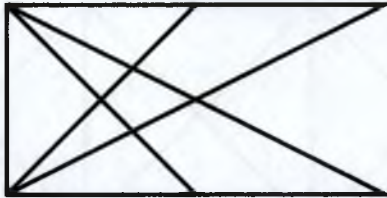


а)

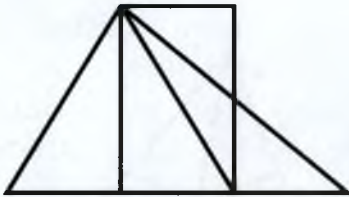


б)

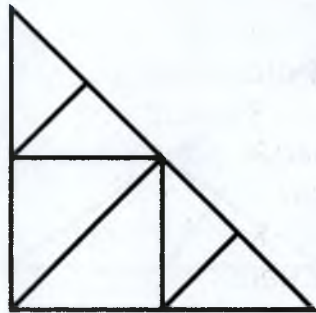
18.10.



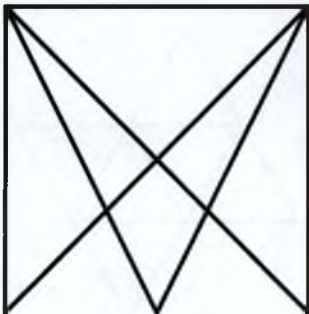
18.11.



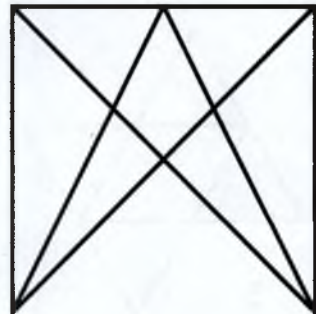
18.12.



18.13.

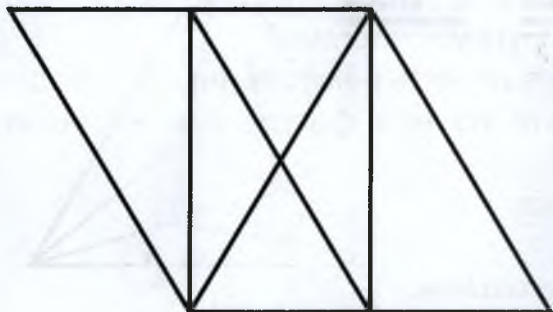


а)

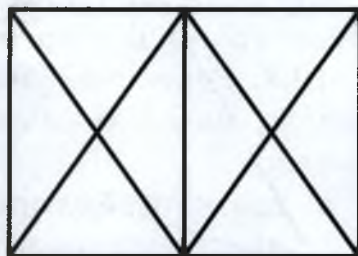


б)

18.14.



а)



б)

19. ЗАДАЧИ НА РАЗРЕЗАНИЕ



Некоторым детям для решения этих задач понадобятся не только бумага и карандаш, но и ножницы.

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

19.1. У треугольника отрезали три угла. Сколько углов у получившейся фигуры? Найдите все решения.

19.2. У квадратного стола отрезали один угол. Нарисуйте, какой формы теперь стол. Какие ещё могут быть варианты?

19.3. Круглый торт разрезали двумя прямыми разрезами. Какое наибольшее количество частей может получиться?

19.4. На сколько частей можно разделить широкую подкову двумя прямыми разрезами?



19.5. В круге отметили точку. Можно ли разрезать круг на 2 части так, чтобы из полученных частей можно было сложить новый круг – с центром в отмеченной точке?

19.6. Можно ли разрезать квадрат на 4 части (не обязательно равные) таким образом, чтобы каждая часть имела общие границы с тремя другими частями?

19.7. Нарисован выпуклый четырёхугольник. Проведите прямую линию и разрежьте по ней фигуру так, чтобы получились:

- а) два четырёхугольника;
- б) два треугольника;
- в) треугольник и пятиугольник.



19.8. Нарисован невыпуклый четырёхугольник. Проведите прямую линию и разрежьте по ней фигуру так, чтобы получились:

- а) два четырёхугольника;
- б) два треугольника;
- в) треугольник и пятиугольник.



19.9. В прямоугольнике 4 на 6 клеток провели диагональ. Сколько клеток она разрежала?

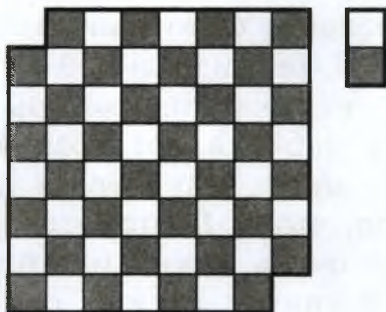


19.10. Нарисуйте в тетради квадратик. Разрежьте его на две равные части так, чтобы из них можно было сложить:

- прямоугольник;
- треугольник;
- параллелограмм.

19.11. Вася переломил плитку шоколада, потом переломил одну из получившихся частей. На сколько частей теперь разломана Васина шоколадка? Сколько получится частей, если он разломит ещё один кусочек пополам?

19.12. Можно ли разрезать шахматную доску, у которой вырезаны две противоположные клетки по углам, на доминошки, состоящие из двух клеток?



20. ТЕТРАМИНО



Дети знают, что фигуры из двух квадратиков называются «домино». Если добавить к доминошке третий квадратик, то можно получить две разные фигуры тримино – «полоску» и «уголок». Если добавить теперь четвёртый квадратик, то получится тетрамино.

Итак, тетрамино – это фигура, сложенная из четырёх одинаковых квадратиков так, что её можно вырезать из листа клетчатой бумаги.

Предложите детям составить как можно больше различных фигур тетрамино. Их должно получиться 5:

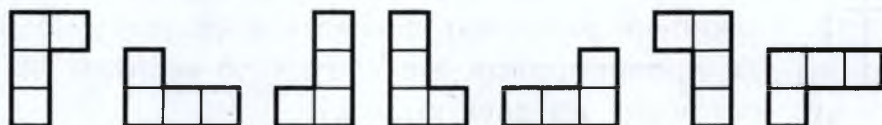


Остальные фигуры тетрамино получают в результате поворота этих 5 фигур и их зеркального отображения (то есть, переворота фигуры на другую сторону).

Например, из такой фигуры



мы можем получить следующие:



Многие дети знакомы с тетрамино благодаря компьютерной игре «Тетрис», реализованной на самых разных игровых платформах, включая телевизоры и мобильные телефоны. Но если у ребёнка нет возможности подержать фигуру тетрамино в руках, ему бывает сложно понять, что Г – это то же самое, что L. Поэтому для работы над задачами этого раздела очень важно изготовить реквизит для каждого ученика. Реквизит должен состоять из 2 одинаковых наборов тетрамино. В качестве материала удобнее всего использовать плотный картон и линолеум. Сторона квадратика должна быть не менее 2 см.

Прежде чем предлагать детям задачи на разрезание, попросите их сложить свои фигуры из двух одинаковых деталей тетрамино и зарисовать, что вышло. После этого можно предложить детям обменяться задачами.

Уровень сложности: *, **, ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

20.1. Разделите фигуру на 2 одинаковые детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



а)



б)



в)



г)



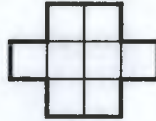
д)



е)



ж)



з)



и)

20.2. Разделите фигуру на 2 разные детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



а)



б)



в)



г)



д)



е)



ж)

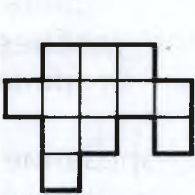


з)



и)

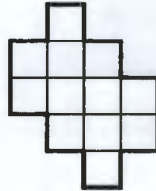
20.3. Разделите фигуру на 3 одинаковые детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



а)



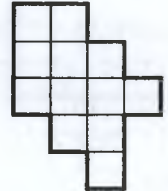
б)



в)



г)



д)



е)



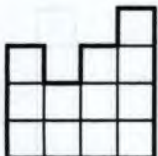
ж)



з)



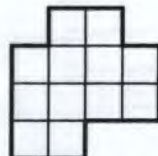
и)



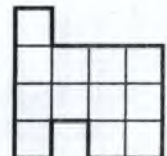
к)



л)



м)



н)

20.4. Разделите фигуру на 3 разные детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



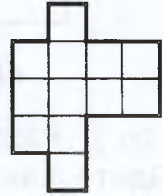
а)



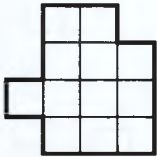
б)



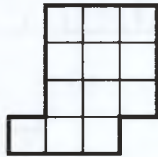
в)



г)



д)



е)



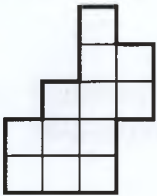
ж)



з)



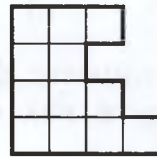
и)



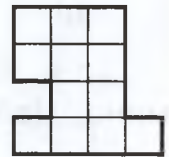
к)



л)



м)



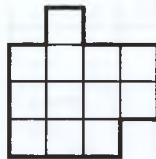
н)



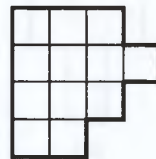
о)



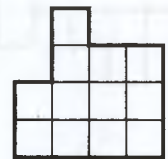
п)



р)

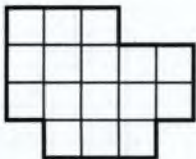


с)

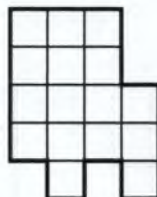


т)

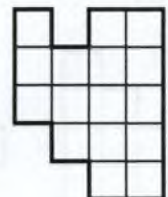
20.5. Разделите фигуру на 4 разные детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



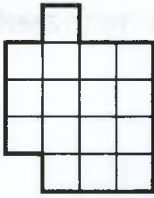
а)



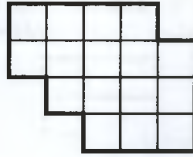
б)



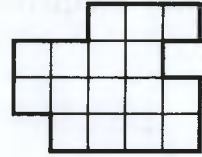
в)



г)



д)

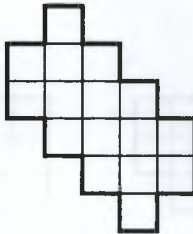


е)

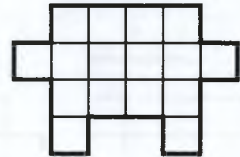
20.6. Разделите фигуру на 4 такие детали тетрамино:



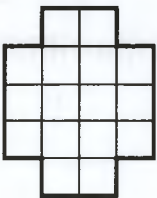
а)



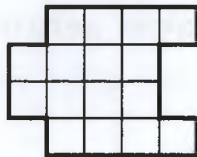
б)



в)



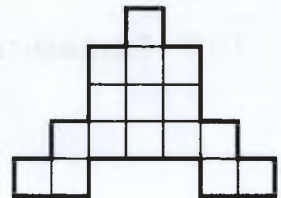
г)



д)

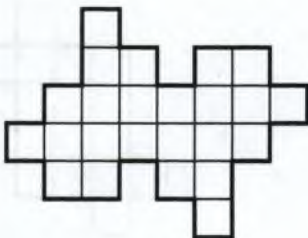


е)

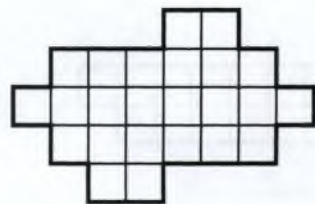


ж)

20.7. Разделите фигуру на 6 таких деталей тетрамино:



а)

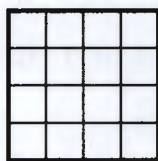


б)

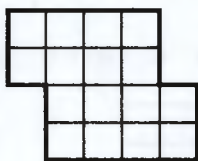
20.8. Разделите фигуру на 4 такие детали тетрамино:



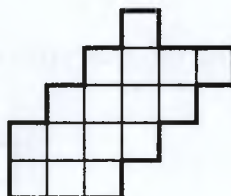
а)



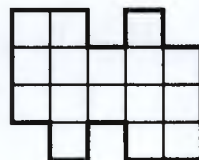
б)



в)



г)



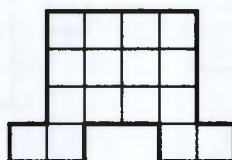
д)



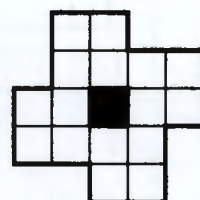
е)



ж)

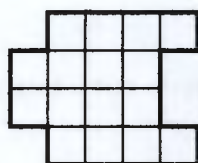


з)

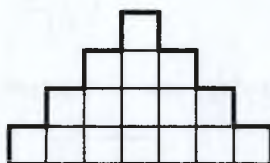


и)

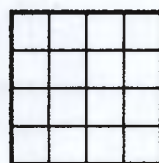
20.9. Разделите фигуру на 4 такие детали тетрамино:



а)



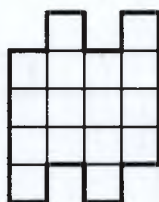
б)



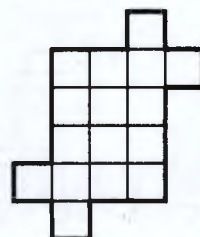
в)



г)



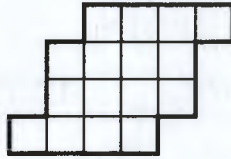
д)



е)



ж)

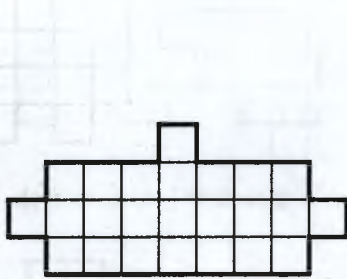


з)

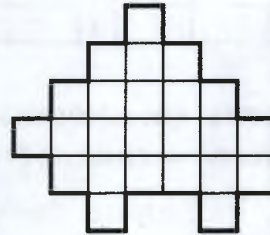


и)

20.10. Разделите фигуру на 6 таких деталей тетрамино:



а)



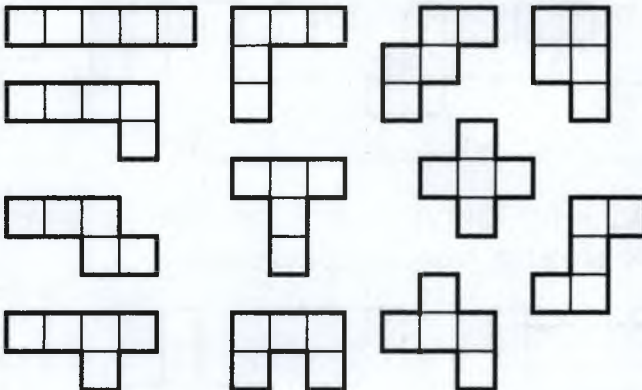
б)

21. ПЕНТАМИНО



Пентамино – это фигура, сложенная из пяти одинаковых квадратиков так, что её можно вырезать из листа клетчатой бумаги.

Предложите детям составить как можно больше различных фигур пентамино. Их должно получиться 12:



Остальные варианты можно получить поворотом или отражением.

Например, из такой фигуры



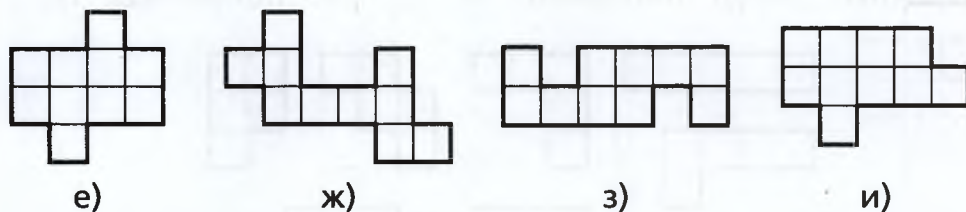
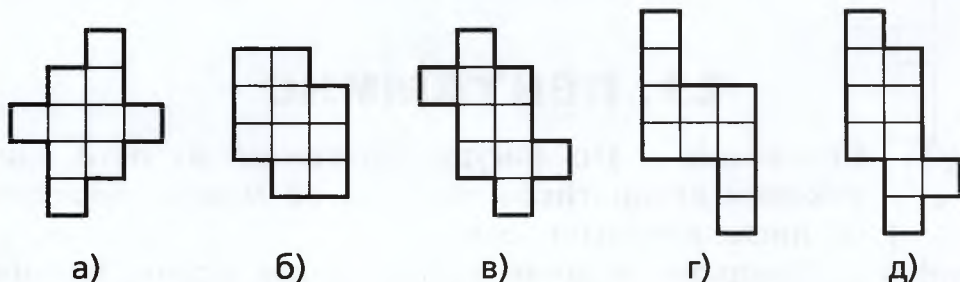
можно получить следующие:



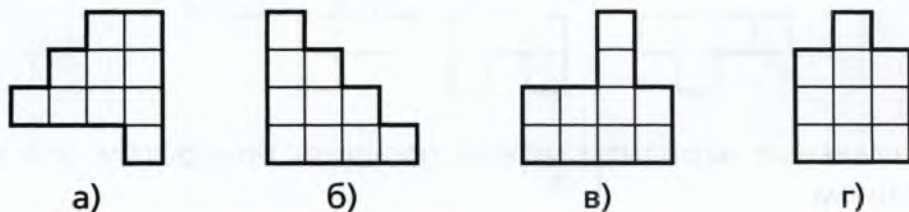
Уровень сложности: **, ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

21.1. Разделите фигуру на 2 одинаковые детали пентамино. Найдите как можно больше решений.



21.2. Разделите фигуру на 2 разные детали пентамино. Найдите как можно больше решений.





д)



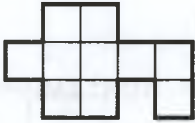
е)



ж)



з)



и)



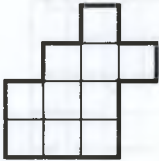
к)



л)



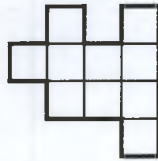
м)



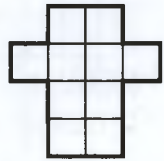
н)



о)



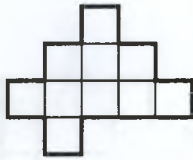
п)



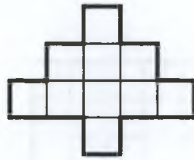
р)



с)



т)

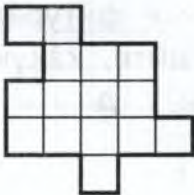


у)

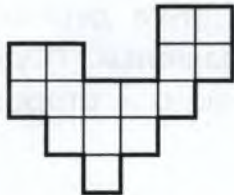


ф)

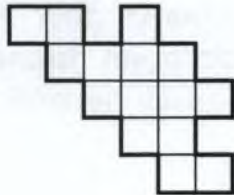
21.3. Разделите фигуру на 3 одинаковые детали пентамино. Найдите как можно больше решений.



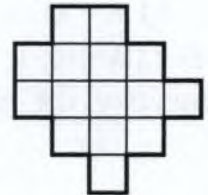
а)



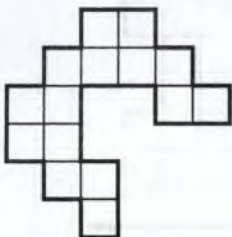
б)



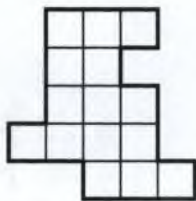
в)



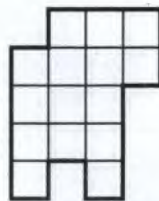
г)



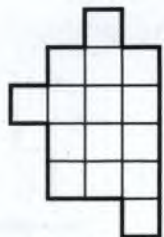
д)



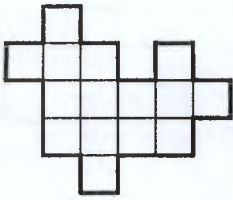
е)



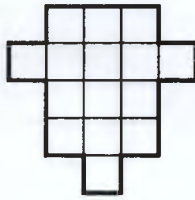
ж)



з)



и)

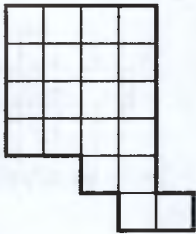


к)



л)

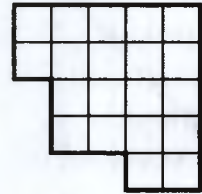
21.4. Разделите фигуру на 4 разные детали пентамино. Найдите как можно больше решений.



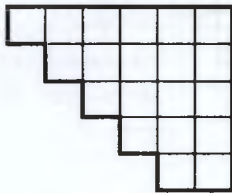
а)



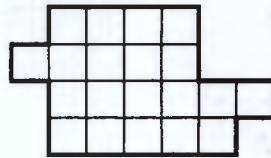
б)



в)

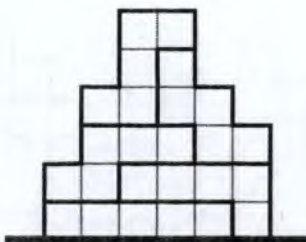


г)

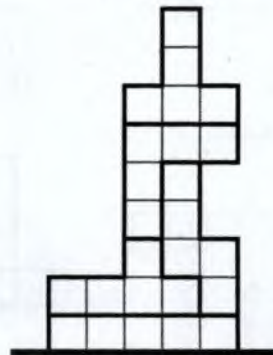


д)

21.5. Митя ставил друг на друга деревянные фигурки пентамино и построил такие башенки. Подпишите, какую фигурку он положил первой, какую – второй и т. д.



а)



б)

22. ТАНГРАМ



Танграм – одна из самых древних головоломок в мире. Её придумали в Китае несколько тысячелетий тому назад, но, несмотря на преклонный возраст, она популярна до сих пор. Родное, китайское, название танграма – «чи-чао-тю» – означает «хитроумный узор из семи частей». Суть головоломки в том, что каждая загаданная фигура должна быть сложена из всех семи кусочков танграма.

Для работы с танграмом каждому из учеников потребуется реквизит, сделанный из картона или линолеума. В продаже можно найти изготовленный фабричным способом деревянный или пластиковый танграм. В собранном виде семь маленьких кусочков составляют один большой квадрат. Но кроме квадрата из них можно сложить великое множество самых разнообразных фигур – силуэты людей, животных, предметов, цифр и букв. Многие можно сложить из кусочков танграма, но слово «вечность» из них не складывается никак.

Прежде чем приступить к задачам этого раздела, предложите детям самим сложить какие-нибудь интересные фигуры и придумать для них названия.

Уровень сложности: **, ***, ***, ****

Уровень наглядности: ☀ ☀



Сложите из этих частей фигуры.

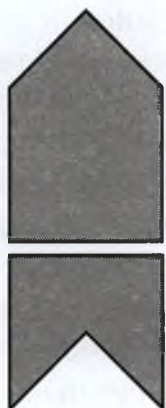
22.1.



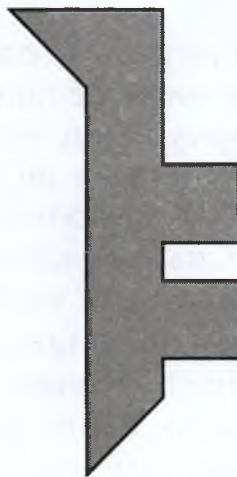
22.2.



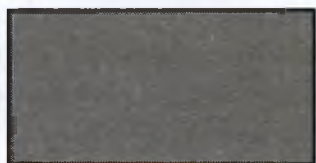
22.3.



22.4.



22.5.



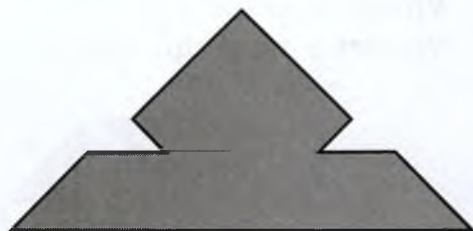
22.6.



22.7.



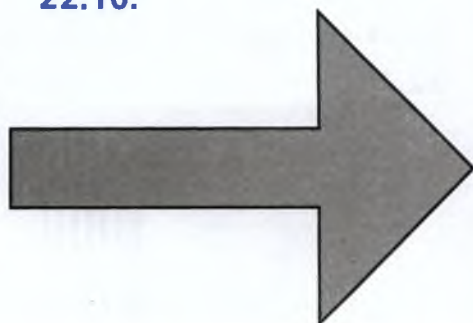
22.8.



22.9.



22.10.



22.11.



22.12.



22.13.



22.14.



22.15.



22.16.



22.17.



22.18.



22.19.



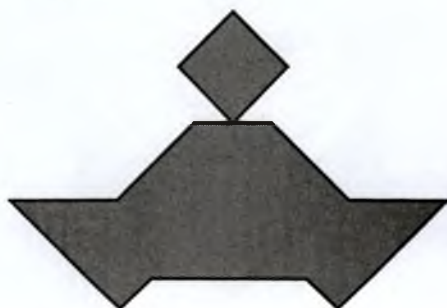
22.20.



22.21.



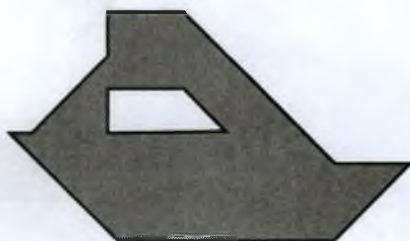
22.22.



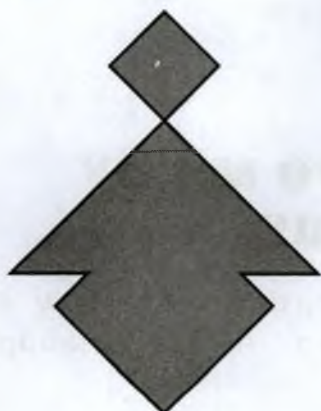
22.23.



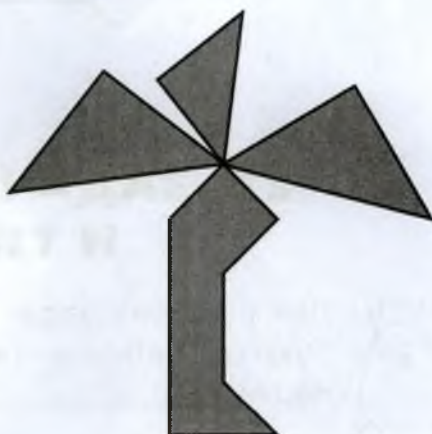
22.24.



22.25.



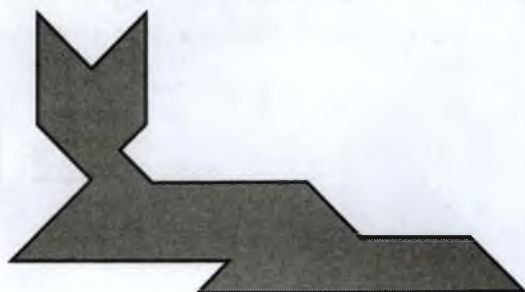
22.26.



22.27.



22.28.



22.29.



22.30.



23. ЗАДАЧИ ПРО МИШУ И ТИМОШУ



Для решения задач этого раздела ученикам потребуются наборы тетрамино, по 2–3 набора на парту.



Мама подарила близнецам Мише и Тимоше по два комплекта фигурок тетрамино: Мише – серые, а Тимоше – белые. Близнецы придумали новую игру: они берут по 2 или по 3 детали тетрамино и пытаются сложить из них одинаковые фигуры.

Например, Миша взял такие детали:



Тимоша взял такие:



Миша сложил из своих деталей фигуру:



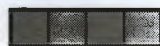
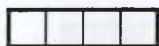
А Тимоша сложил эту же фигуру вот так:



Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: ☀☀

23.1. Нарисуйте фигуру, которую можно сложить и из Мишиных деталек, и из Тимошиных.



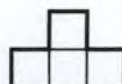
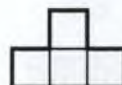
а)

б)



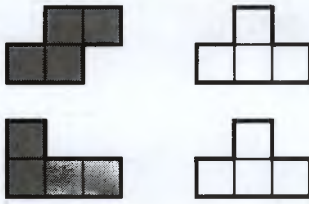
в)

г)

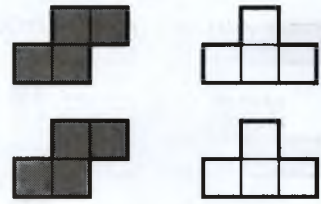


д)

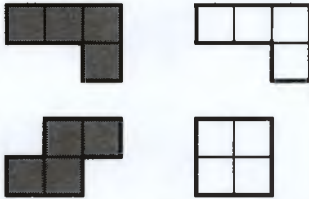
е)



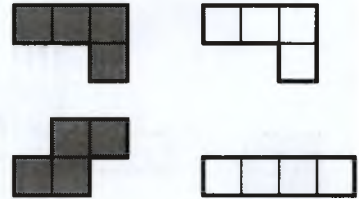
ж)



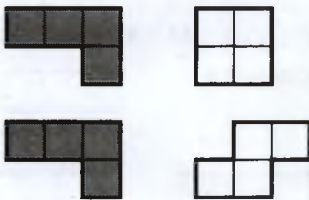
з)



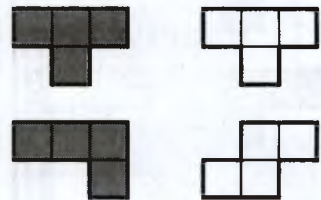
и)



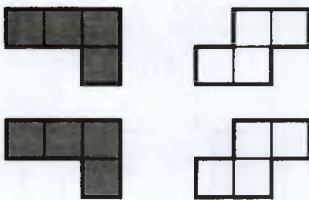
к)



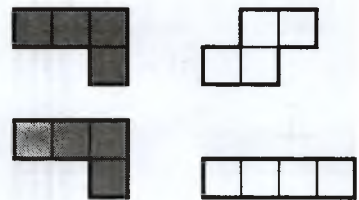
л)



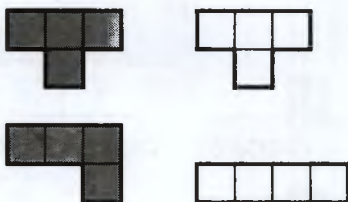
м)



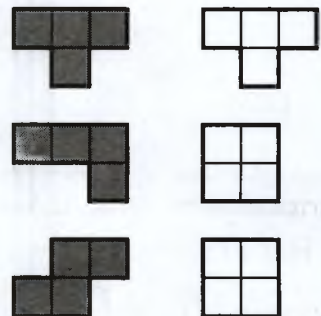
н)



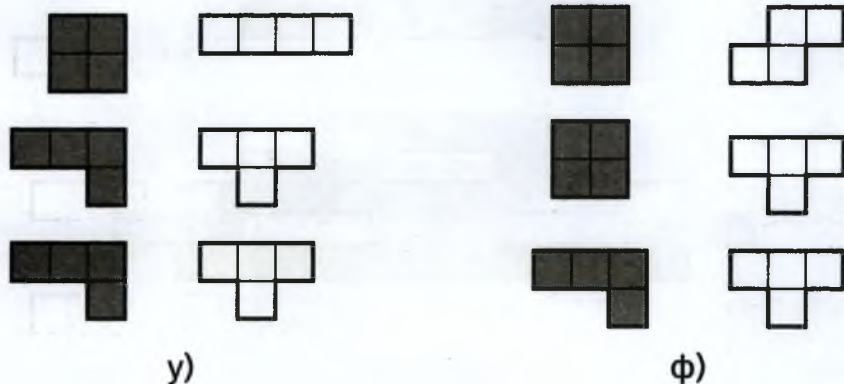
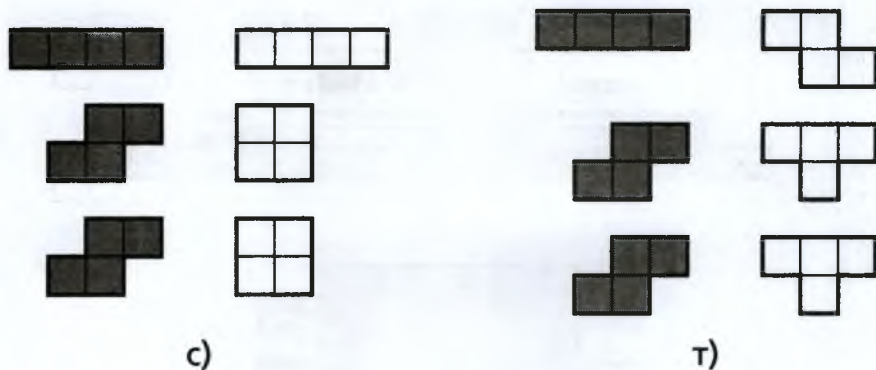
о)



п)



р)



24. КИРПИЧКИ



Даны блоки кирпичей такого вида:



Попробуйте сложить из всех этих блоков следующие фигуры. Нарисуйте на схемах границы блоков.

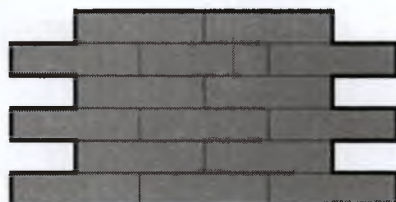
Уровень сложности: **, ***

Уровень наглядности: ⚙️ ⚙️

24.1.



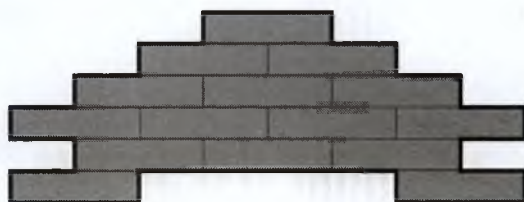
24.2.



24.3.



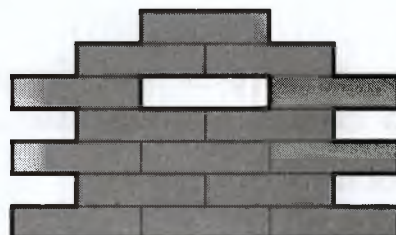
24.4.



24.5.



24.6.



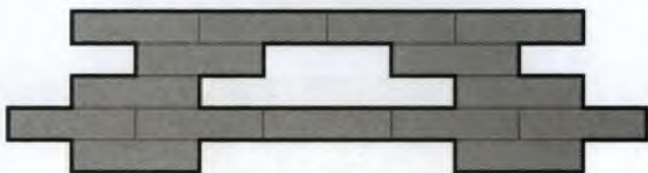
24.7.



24.8.



24.9.



24.10.



24.11.



24.12.



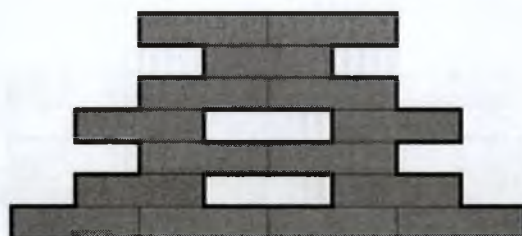
24.13.



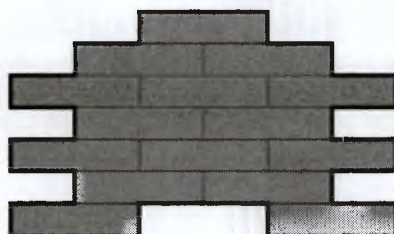
24.14.



24.15.



24.16.



24.17.



24.18.



24.19.



24.20.



25. ОБЪЕМНЫЕ И ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ



Эти задания предполагают практическую работу со спичками (счётными палочками) и кусочками пластилина. Сначала попросите детей сложить требуемые фигуры, потом сосчитать спички и шарики и уже потом нарисовать полученные фигуры на бумаге. Научите детей рисовать невидимые линии у объёмных фигур пунктиром.

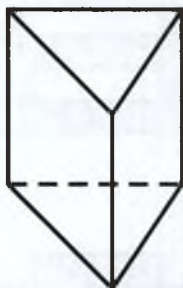
Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

25.1. Володя взял спички и кусочки пластилина и стал строить из них фигуры. Сколько спичек и сколько шариков пластилина ему понадобится для того, чтобы сложить следующие фигуры:

- а) квадрат;
- б) треугольник;
- в) ромб;
- г) кубик;

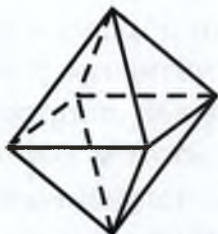
д) треугольную призму;



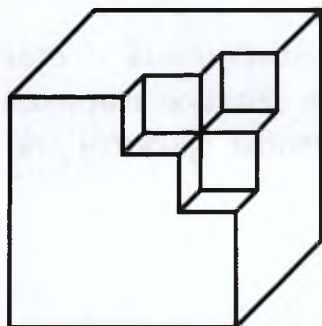
е) четырёхугольную пирамиду;



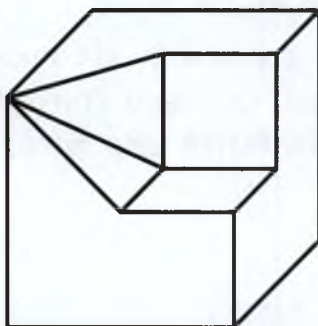
ж) октаэдр?



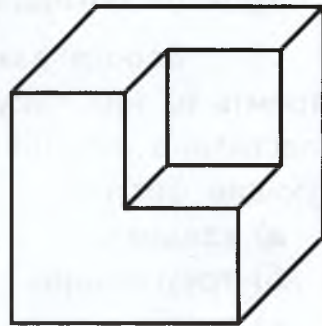
25.2. От кубиков отрезали разные части. Найдите недостающие детали.



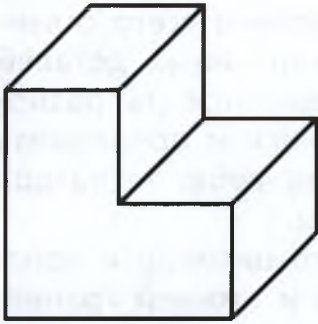
1)



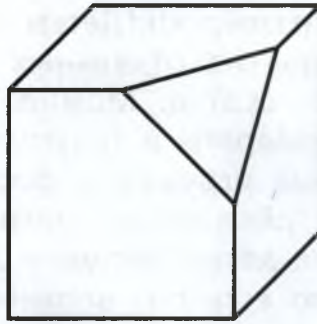
2)



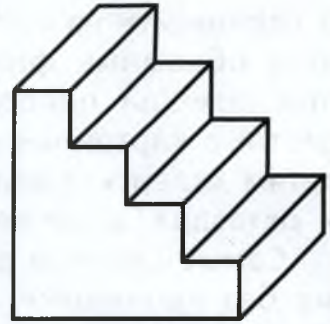
3)



4)



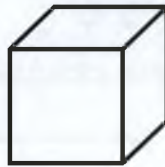
5)



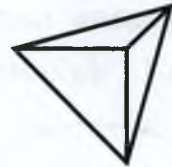
6)



а)



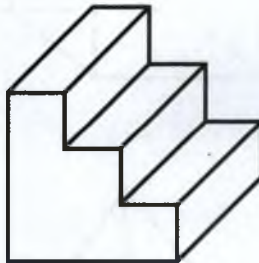
б)



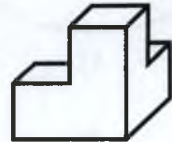
в)



г)



д)



е)

26. РАЗВЁРТКИ



Куб – простая геометрическая форма, знакомая детям с раннего возраста. Однако, если вы попросите детей нарисовать и тем более склеить кубик, это вызовет у многих большие затруднения.

Прежде чем учащиеся попробуют склеить куб, призму и пирамиду, дайте им повертеть в руках уже готовые фигурки, предложите посчитать ещё раз их грани и вершины. Затем возьмите картон или плотную бумагу для черчения

и перенесите на неё развёртки. Детям удобнее всего склеивать объёмные фигуры из отдельных картонных деталей при помощи полосок скотча. Можно приготовить разноцветные картонные квадраты и треугольники и предложить детям склеить ёлочные игрушки в форме куба, тетраэдра и октаэдра, а также трёхгранной призмы.

Самые простые для детей формы – это цилиндр и призма без «донышек», то есть без верхней и нижней граней. Когда дети самостоятельно склеят четырёхугольную призму без «донышек», предложите им склеить куб.

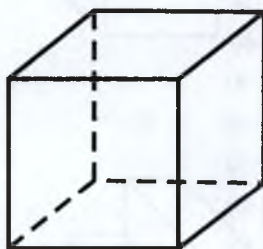
Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀☀

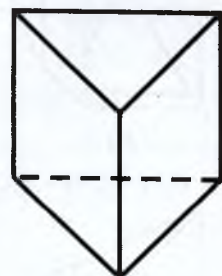
26.1. Найдите развёртки каждой из фигур.



1)



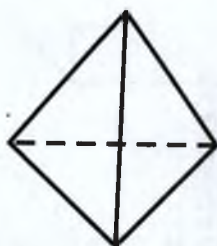
2)



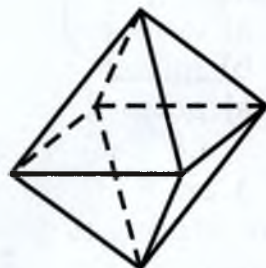
3)



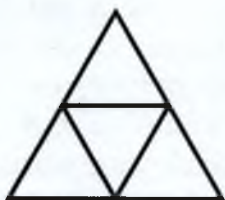
4)



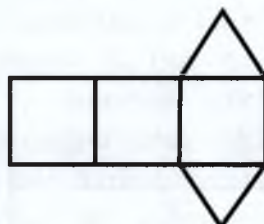
5)



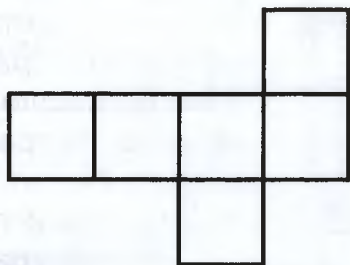
6)



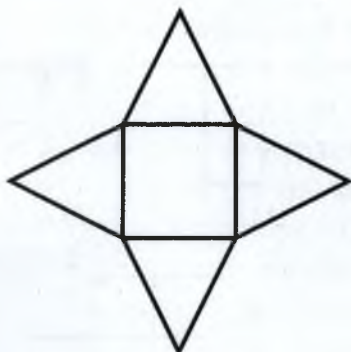
а)



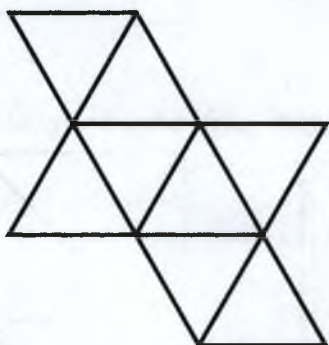
б)



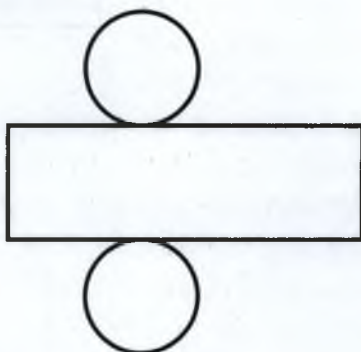
в)



г)



д)



е)

26.2. Можете ли вы сами придумать развёртки для следующих объёмных фигур:

- а) цилиндра;
- б) пирамиды;
- в) домика?

26.3. Валера склеил кубик и расставил на нём числа от 1 до 6 таким образом, чтобы сумма на противоположных сторонах была одинаковой. Сможете ли вы сделать развёртку его кубика?

26.4. Какие из этих развёрток подходят для того, чтобы склеить куб?



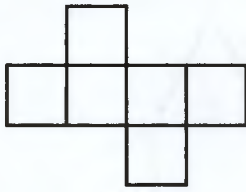
а)



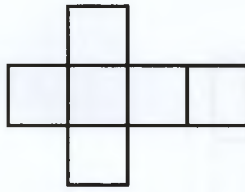
б)



в)



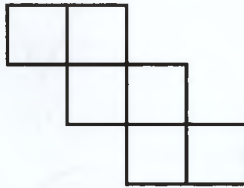
г)



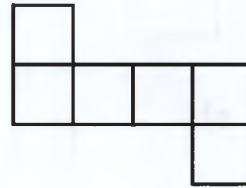
д)



е)

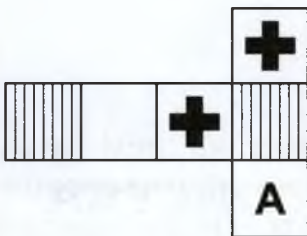
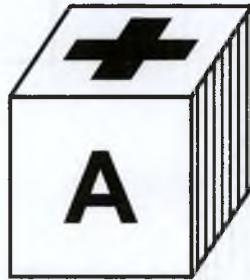


ж)

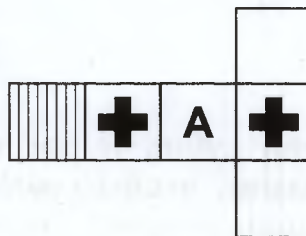


з)

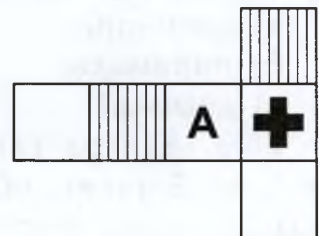
26.5. Какие из развёрток подходят для этого кубика?



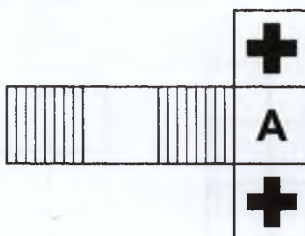
а)



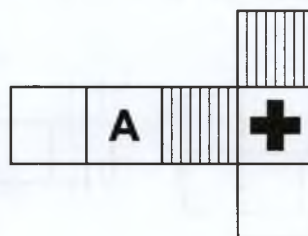
б)



в)

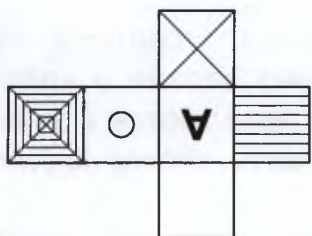


г)

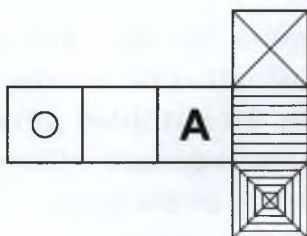


д)

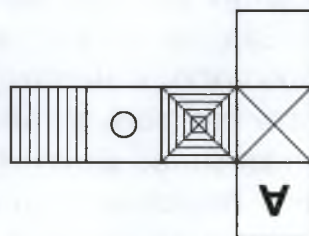
26.6. Найдите развёртки, из которых можно сложить этот кубик.



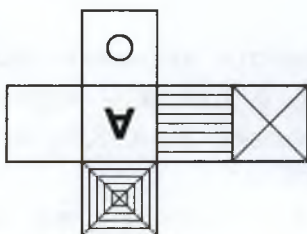
а)



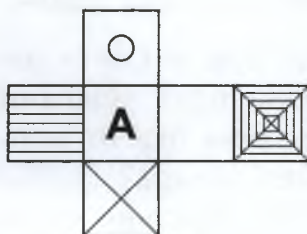
б)



в)



г)



д)

27. ПРЕДМЕТЫ И ИХ СВОЙСТВА



В мире огромное количество самых разных предметов: люди, коты, деревья, дома, ботинки, компьютерные мыши, – перечислять можно до бесконечности. Между любыми двумя есть что-то общее, но обязательно есть и различия.

Возьмём, к примеру, кота и кита. Чем они отличаются? Очень многим: размером, весом, средой обитания, любимой едой, количеством лап и так далее. А есть ли между ними что-нибудь общее? Конечно! Они оба – животные

и оба идут в словаре на одну и ту же букву. Количество лап, цвет, размер, первая буква слова – всё это свойства. Каждый предмет имеет сотни и тысячи свойств. Кот может быть полосатым, рыжим, бездомным, спящим в данный момент на батарее – всё это возможные свойства кота.

Совокупность предметов с каким-либо общим свойством называется множеством. Например, все книжки с картинками, все слова на букву «ю» или все коты, спящие в данный момент на батарее.

Задачи этого раздела на чистую логику. Основная их сложность в необходимости прочитать текст задачи и удержать его весь в голове. Некоторые дети справляются с этим мгновенно. Другим необходимо нарисовать схему, после чего решение становится очевидным.

Умение схематично изобразить несколько множеств предметов с разными свойствами очень пригодится для решения более сложных задач.



Аня, Лена и Света лакомятся лесными ягодами. Аня и Лена едят землянику, а Света – чернику. Ягоды с сахаром любит есть только Аня. Кто ест землянику без сахара?

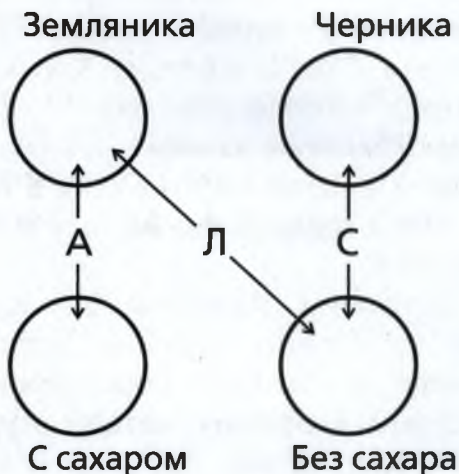
Обозначим девочек первыми буквами их имён: А, Л и С. Мы знаем, что Аня и Лена едят землянику, а Света – чернику. Рисуем схему.



Аня ест ягоды с сахаром. Рисуем на схеме ещё одну стрелочку.



Из условия следует, что Лена и Света едят ягоды без сахара. Но Света ест чернику. Значит, землянику без сахара ест Лена.



Ответ: Лена.

Уровень сложности: **, ***

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

27.1. Аня и Василиса рисуют картинки. Одна из девочек рисует принцессу, другая – жар-птицу. Аня никогда не рисует людей. Что рисует Василиса? Что рисует Аня?

27.2. Стёпа и Егор строят из конструктора. Один из мальчиков делает лодку, другой – грузовик. Егору для его постройки не нужны колёсики. Что строит Егор? Что строит Стёпа?

27.3. У Коли и Пети коты, а у Васи пёс. У Пети и Васи звери чёрные, а у Коли – белый. У кого из ребят дома чёрный кот?

27.4. Игорь, Паша и Миша катались на велосипедах. У Миши и Паши велосипеды красные, а у Игоря – чёрный. У Паши и Игоря на велосипедах есть звонок. Чей велосипед без звонка и какого он цвета?

27.5. У Марины, Насти и Иры было три букета. У Иры и Насти розы, а у Марины астры. У Марины и Насти цветы белые, а у Иры красные. Какой букет у Иры? Какой букет у Насти? Какой букет у Марины?

27.6. Витя и Алёша учатся в третьем классе, а Илья – во втором. Алёша и Илья ходят в лыжную секцию, а Витя – на хоккей. Кто из лыжников учится в третьем классе?

27.7. Оля, Надя и Мила собирали фрукты. У Оли и Нади в корзинах яблоки, а у Милы – сливы. У Нади и Милы фрукты красные, а у Оли – жёлтые. Кто собирал красные яблоки? Кто собирал жёлтые яблоки? Кто собирал красные сливы? Кто собирал жёлтые сливы?

27.8. Ева и Арина вышли на прогулку в платьях, а Вика – в юбке. У Вики и Евы наряды синие, а у Арины – розовый. Какой наряд у Вики?

27.9. Семён Петрович, Аркадий Борисович и Василий Егорович сидели за столом. Семён Петрович и Василий Егорович пили кофе, а Аркадий Борисович – чай. Аркадий Борисович и Василий Егорович читали журналы, а Семён Петрович – газеты. Кто из них пил чай и читал журнал?

27.10. Злата и Вера пришли на праздник в юбках, а Инна и Рита – в сарафанах. У Веры и Инны наряды зелёного цвета, а у Риты и Златы – жёлтого. Кто из девочек пришёл в зелёной юбке? Какой наряд у Риты?

27.11. Гриша и Андрей рисуют танки, а Влад и Борис – самолёты. Андрей и Влад раскрасили свои картинки синими карандашами, а Гриша и Борис – красными. Кто нарисовал синий самолёт?

28. МНОЖЕСТВА И ИХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ



Задачи этого раздела могут вызвать у многих детей недоумение. «Такого не может быть!» – воскликнут самые нетерпеливые из них. Нужно объяснить им и показать на примерах, что никакого противоречия в условиях этих задач нет – один и тот же предмет может обладать несколькими свойствами одновременно.

Задайте, к примеру, такие вопросы:

- Сколько человек в вашем классе видели радугу?
- Сколько человек слышали гром?
- У скольких человек есть братья или сёстры?
- У скольких человек есть кошки или собаки?
- Как получилось, что если сложить все эти числа, то сумма окажется больше, чем число учеников в классе?

Обратите внимание детей на то, что у кого-то из них есть и брат, и кошка, а кто-то из ребят видел радугу и держит собаку, – поэтому некоторых учеников посчитали больше одного раза.

Работу по этой теме можно начать с заданий, в которых требуется разложить фигурки по группам. Можно рассказать анекдот об умной и красивой обезьяне, адаптировав его к аудитории.

Классический вариант звучит так.

Собрал как-то лев всех зверей и говорит: «Я хочу, чтобы вы разделились на две группы: умные должны отойти налево, а красивые – направо». Все разошлись, повинувшись приказу льва, а обезьяна осталась посередине и говорит с раздражением: «А мне что, разорваться, что ли?!»

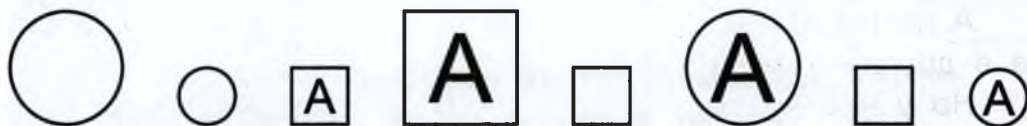
Иными словами, с точки зрения обезьяны, множество умных зверей и множество красивых зверей имеют непустое пересечение.

Ещё один пример. Все четырёхугольники с прямыми углами образуют множество прямоугольников. А все четырёхугольники с одинаковыми сторонами – множество ромбов. Множества ромбов и прямоугольников также имеют

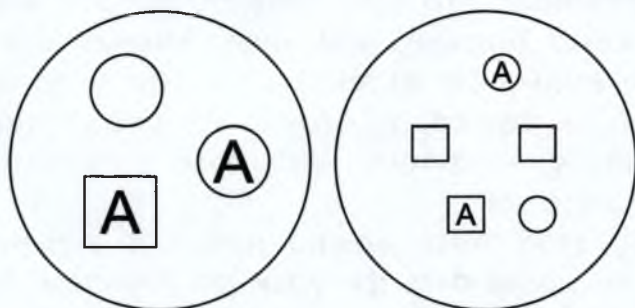
непустое пересечение, потому что существуют прямоугольники, у которых все стороны равны. Пересечение множества ромбов и множества прямоугольников – это множество квадратов.



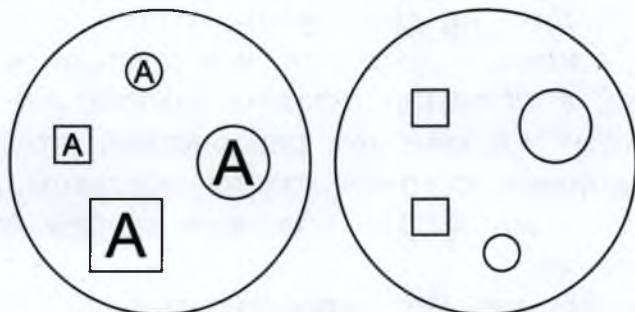
У Маши были разные игрушки: кубики и мячики, большие и маленькие, с буквами и без.



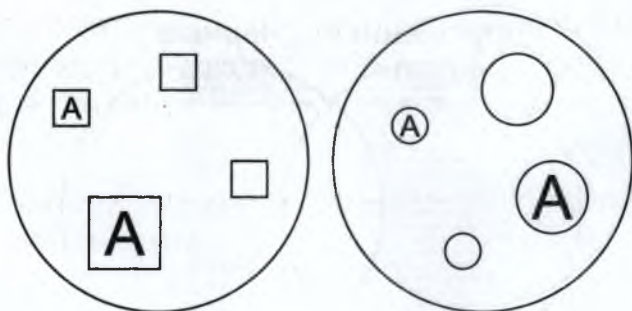
Однажды Маша решила разложить свои кубики в две корзинки: большие в одну корзинку, а маленькие – в другую.



В следующий раз она положила игрушки с буквами в одну корзинку, а без букв – в другую.



В третий раз она сложила кубики в одну корзинку, а мячики – в другую.

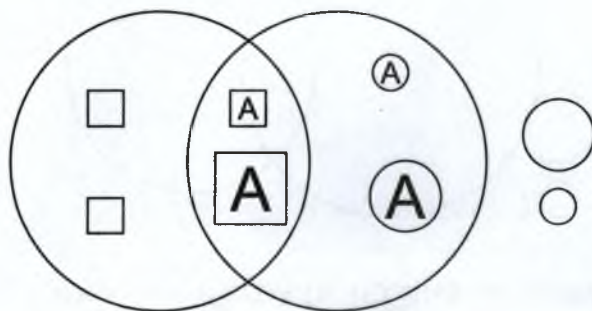


А потом Маша решила сложить в одну корзинку кубики, а в другую – все игрушки с буквами.

Но у неё не получилось!

Оказалось, что есть кубики, которые нужно положить и в ту, и в другую корзинку!

Тогда Маша взяла два больших обруча: один для кубиков, а другой для игрушек с буквами.



Маша положила обручи так, чтобы они пересекались, и тогда для каждого кубика и для каждой игрушки с буквой нашлось своё место.

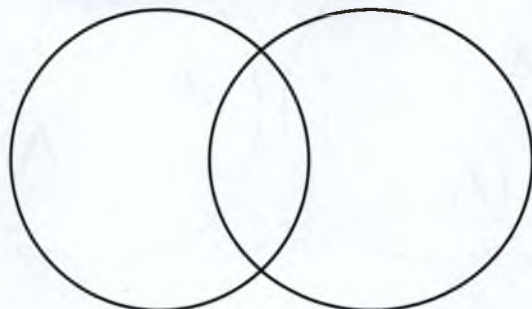
Уровень сложности: **, ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀, ☀☀, ☀☀☀

28.1. Разложите фигурки по двум пересекающимся кругам.

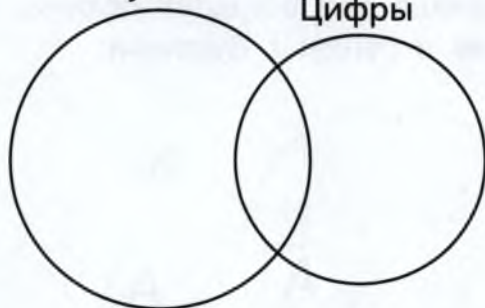


Треугольники Чёрные



28.2. Разместите по двум кругам следующие символы:
Ю, 2, Ш, 3, Р, О, 4, А, 7.

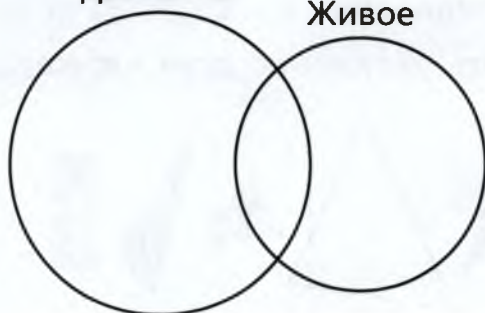
Буквы Цифры



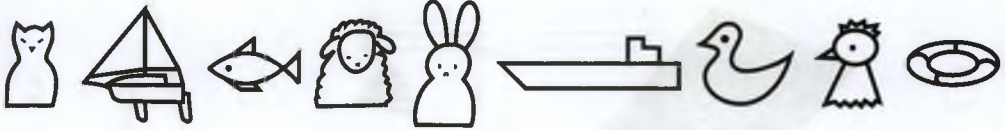
28.3. Разместите внутри кругов картинки.



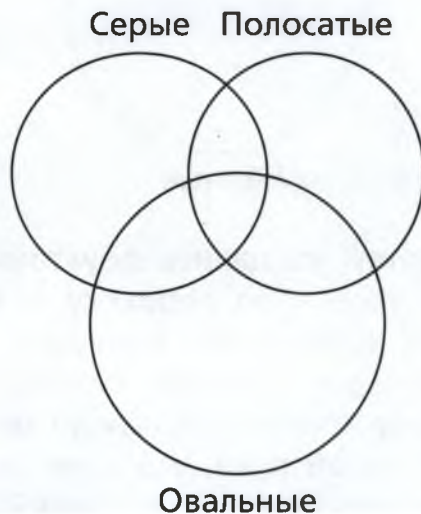
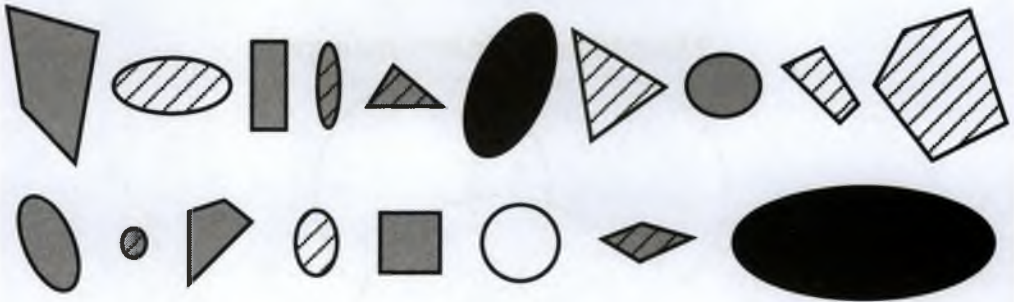
Двигается Живое



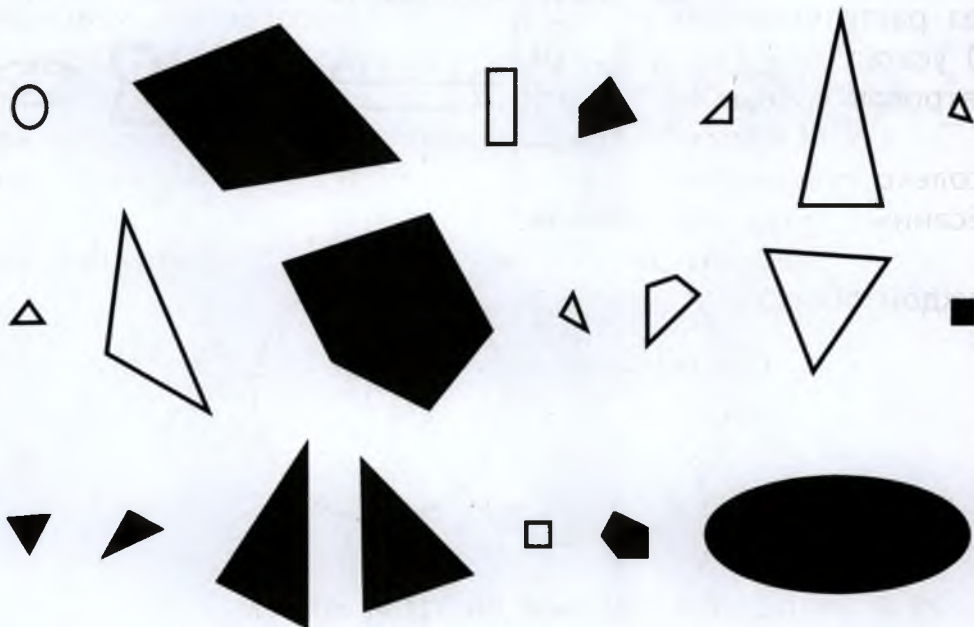
28.4. Разместите внутри кругов картинки.



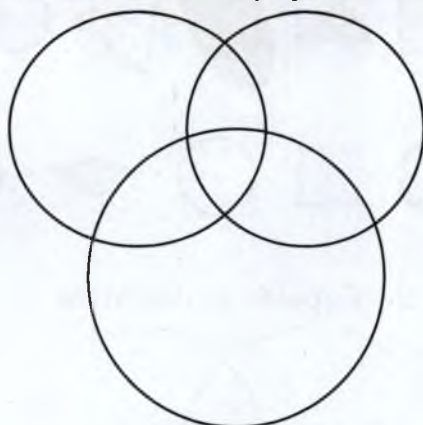
28.5. Разложите фигурки по трём кругам.



28.6. Разложите фигурки по трём кругам.



Маленькие Треугольники



Чёрные

28.7. Семеро детей угощались фруктами. Шестеро детей взяли по персику, трое – по абрикосу, и никто не остался голодным. Сколько детей съели и персик, и абрикос?

28.8. На пиратском корабле каждый пират потерял в боях хотя бы одну конечность. Среди десяти увечных пиратов 8 не имеют одной руки, а 5 – не имеют одной ноги. У скольких из них нет ни руки, ни ноги?

28.9. В команду капитана Крюка не берут моряков без растительности на лице. Из 15 матросов его команды 10 усарых и 9 бородатых. Как такое может быть? Сколько матросов усаые, но не имеют бороды?

28.10. В классе непричёсанных мальчиков столько же, сколько причёсанных девочек. Кого в классе больше: причёсанных детей или мальчиков?

28.11. Придумайте хотя бы по одному животному для каждой области.



28.12. Придумайте хотя бы по одному животному для каждой области.



28.13. Придумайте хотя бы по одному предмету для каждой области.



29. КЛИНОПИСЬ



Четыре тысячи лет назад между реками Евфрат и Тигр жили древние вавилоняне. Бумагу они ещё не придумали, поэтому записывали всё самое важное на глиняных табличках специальной острой палочкой. Палочка оставляла на мягкой глине след, похожий на клинышек. Вот почему эти тексты были названы клинописью.

В Древнем Вавилоне для записи чисел использовались такие два клинышка:

Y – для изображения единиц;

◁ – для изображения десятков;

Число 4 выглядело так: YYY.

Число 13 выглядело так: ◁YYY.

Число 21 выглядело так: ◁◁Y.

Аналогичным образом записывались все числа от 1 до 59. Сначала шли клинышки, обозначающие десятки, а потом – единицы. Числа, начиная с 60, записывались более хитрым способом.



С маленькими детьми эти задания лучше разбирать при помощи наглядного раздаточного материала двух цветов: для десятков и для единиц. Клинышки можно сделать из согнутых пополам картонных полосок или из проволоки. Важно показать детям, что 10 маленьких клинышков, обозначающих единицы, можно обменять на один большой – обозначающий десяток.

Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: ☀ ☀

29.1. Запишите арабскими цифрами:

а) $\Upsilon\Upsilon$

б) $\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon$

в) $\leftarrow\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon$

г) $\leftarrow\leftarrow\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon$

д) $\leftarrow\leftarrow\leftarrow\Upsilon$

е) $\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon$

ж) $\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon$

29.2. Напишите клинописью:

а) 41

б) 24

в) 32

29.3. Напишите клинописью ответы к примерам:

а) $\leftarrow\leftarrow\Upsilon + \Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon =$

б) $\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\Upsilon - \Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon =$

в) $\leftarrow\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon - \Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon =$

г) $\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon\Upsilon + \Upsilon\Upsilon\Upsilon =$

д) $\Upsilon\Upsilon\Upsilon + \leftarrow\leftarrow\Upsilon =$

30. РИМСКИЕ ЧИСЛА

Зачем нужны римские числа?



На бытовом уровне римские числа – это знаки на циферблатах часов, а также номера глав, веков и тысячелетий. Во всех этих случаях римские числа воспринимаются не как собственно числа –

объекты, которые можно складывать и умножать, – а как своего рода иероглифы, заменяющие привычные числа, записанные арабскими цифрами. Мы знаем, что XIX – это 19, потому что 19-й век уже был, но мы, читая этот текст, споткнёмся о число XXXIV, потому что 34-й век в исторической литературе ещё не описан. Число XIX мы «знаем в лицо», а с числом XXXIV почти не знакомы. Между числами 19 и 34 такой разницы нет – они нам одинаково привычны.

Выполнять арифметические действия над многозначными римскими числами без перевода в какую-либо другую систему счисления неудобно и утомительно. Попробуйте быстро узнать, сколько будет, к примеру, MMXI – MCMLXXXIX. А ведь это всего лишь 2011 – 1989. С другой стороны, математика – это умение следовать тем или иным правилам игры. Поиграть с римскими числами детям полезно хотя бы для того, чтобы прочувствовать, насколько наша «обычная» позиционная система записи чисел удобнее и проще.

В таблице приведены некоторые обозначения, которые используются при записи римских чисел. Можно рассказать детям о том, откуда взялась эта система счисления, показать им на пальцах первые 10 римских чисел и потренироваться в их записи. После этого можно попробовать вместе с детьми решить несколько примеров, записанных римскими числами.

	Единицы	Десятки	Сотни
1	I	X	C
2	II	XX	CC
3	III	XXX	CCC
4	IV	XL	CD
5	V	L	D
6	VI	LX	DC
7	VII	LXX	DCC
8	VIII	LXXX	DCCC
9	IX	XC	CM

Как записать число римскими цифрами?

В десятичной записи сразу видно, сколько в числе тысяч, сотен, десятков и единиц. Пусть, для примера, наше число не больше 1000. Записываем слева направо сначала столько букв С, сколько в числе сотен, потом столько букв Х, сколько в числе десятков, потом столько букв I, сколько в нём единиц. Если в каком-то разряде числа стоит ноль, на этом месте просто ничего не пишем, переходим к следующему разряду. Потом упростим эту запись с помощью других букв и их комбинаций. Возьмём для примера число 649. Без упрощения запись получится слишком длинной: CCCCCXXXIIIIIIII.

Римляне обозначали 9 как $10 - 1$ и записывали $9 = IX$. (Если I стоит перед X, а не после, значит, единицу надо не прибавлять, а вычитать из X.) Аналогично обозначали $90 = XC$ и $900 = CM$. Запись числа можно укоротить, заменив 9 букв I на IX, 9 букв X на XC, 9 букв C на CM. Для числа 649 получим такую запись: CCCCCXXXIX.

Сделаем запись ещё короче, используя специальные обозначения для чисел $V = 5$, $L = 50$, $D = 500$ (то есть можно заменить 5 букв I на V, 5 букв X – на L, 5 букв C – на D). В нашем примере заменяем 5 букв C на букву D и получаем $649 = DCXXXIX$.

А теперь можем воспользоваться специальными обозначениями для $4 = IV$, $40 = XL$ и $400 = CD$. То есть можно заменить 4 буквы I на IV, 4 буквы X на XL, 4 буквы C на CD.

В нашем случае заменяем 4 буквы X на XL и получаем: $649 = DCXLIX$.

Отметим, что никаких других сокращённых обозначений в пределах тысячи нет. Неправильно, например, записывать 99 как $100 - 1 = IC$. Перед M и D может стоять только C, перед C и L – только X, перед X и V – только I.

Как читать римские числа?

Если в записи римских чисел буквы стоят в порядке убывания значений (MDCLXVI), то в таком порядке эти значения надо сложить слева направо ($MDCLXVI = 1000 +$

+ 500 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 = 1666). Если вдруг в записи числа такой порядок нарушен (IV, IX, XL, XC, CD, CM), то это условные обозначения для 4 или 9 единиц, десятков, сотен и т. п.

Запишем арабскими цифрами число DCCCIV.

1. Значение C меньше, чем значение D, можем смело записать $DCCCIV = 500 + 100 + 100 + 100 + IV$.

2. Замечаем, что I стоит перед V, нарушая порядок, значит, это обозначение для $5 - 1 = 4$. Получаем $DCCCIV = 500 + 100 + 100 + 100 + 4$.

3. $DCCCIV = 804$. (Заметим, что букв, обозначающих 50 и 10, в записи нет, а в разряде десятков в арабской записи числа 804 стоит ноль.)



Римские числа используются наряду с арабскими много веков. В наши дни римские числа встречаются на циферблатах часов. Кроме того, римскими числами часто записывают век, а также номера глав в книгах.

Для записи римских чисел используются латинские буквы M, D, C, L, X, V и I. Никакого символа для обозначения нуля у римлян не было.

Римские	Арабские	Римские	Арабские
I	1		
X	10	V	5
C	100	L	50
M	1000	D	500

Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: ☀ ☀

30.1. Запишите сумму римскими числами.

а) $V + I =$

е) $V + IV =$

б) $X + II =$

ж) $III + III =$

в) $III + II =$

з) $IV + I =$

г) $III + IV =$

и) $IV + IV =$

д) $V + V =$

30.2. Ваня решал примеры. Исправьте его ответы там, где нужно.

а) $I + III = VI$

д) $X + III = XII$

б) $III + V = VIII$

е) $XV + I = XIV$

в) $II + IV = VII$

ж) $XII + III = XV$

г) $V + VI = XI$

з) $VI + VI = XII$

30.3. Запишите сумму и разность римскими числами.

а) $VI + III =$

д) $XIX - VI =$

б) $XII - VI =$

е) $XXI - IV =$

в) $IV + VIII =$

ж) $IX + XIV =$

г) $VII + XI =$

з) $XXXI - XII =$

30.4. Вставьте в пустые клетки знаки «больше», «меньше» или «равно»:

а) $II + III \square X - V$

г) $II + V \square IX - III$

б) $IV + III \square XI - III$

д) $XII - IV \square VI + II$

в) $VIII + II \square VI + VI$

е) $XIX - V \square XIV - II$

30.5. Можете ли вы определить, кто правил раньше: Пётр I или Пётр III?

30.6. Вставьте в пустые клетки знаки «больше», «меньше» или «равно»:

а) $V - I \square VI$

е) $XX - I \square XIX$

б) $X + IV \square XV$

ж) $XIX + II \square XXII$

в) $XII - IV \square VIII$

з) $XIV + VI \square XIX$

г) $XI + II \square XII$

и) $XIV - VI \square XI$

д) $XI - II \square XIII$

к) $VIII - VI \square VI$

30.7. Валера решал примеры с римскими числами. Все ли примеры он решил верно? Напишите правильные ответы в тех примерах, где он ошибся.

а) $XII - IV = VIII$

е) $XVI - IV = XII$

б) $IX - V = VII$

ж) $XIV + VII = XXII$

в) $VI + VIII = XIX$

з) $XV - IX = XI$

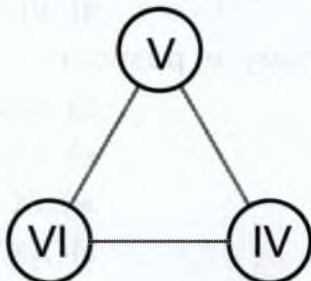
г) $IV + VI = X$

и) $XXV - XVI = IX$

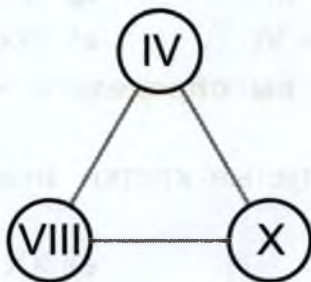
д) $IX + XII = XXX$

30.8. Максим и Артём читали «Приключения Тома Сойера». Максим уже читает главу XXXI, а Артём – главу XXIX. Кто из них прочитал больше?

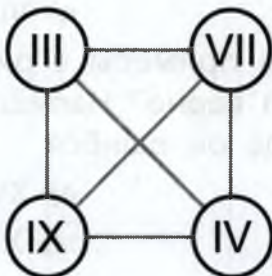
30.9. Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



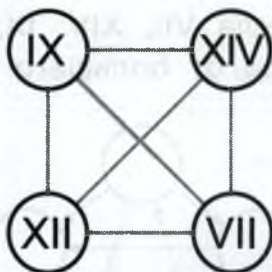
30.10. Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



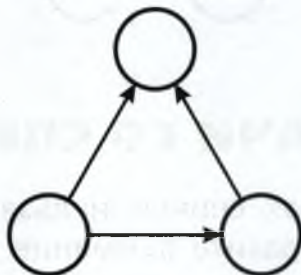
30.11. Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



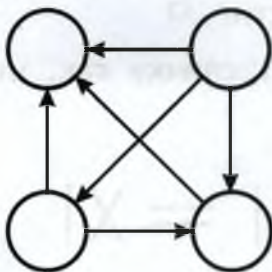
30.12. Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



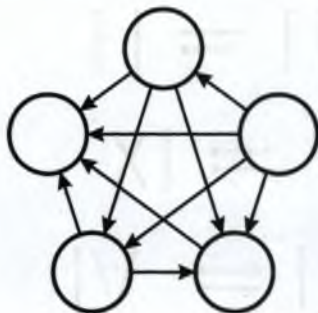
30.13. Впишите числа III, I, V в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



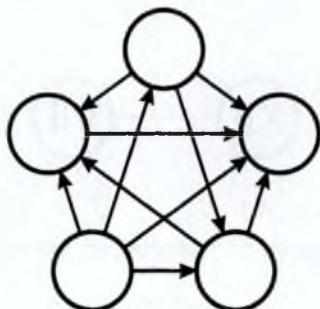
30.14. Впишите числа VI, II, IX, IV в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



30.15. Впишите числа V, VIII, III, X, IV в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



30.16. Впишите числа VII, XIV, IX, XIX, IV в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



31. ЗАДАЧИ СО СПИЧКАМИ



В этих задачах спички нельзя убирать, добавлять и ломать. Обратите внимание: правильных ответов может быть несколько!

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

31.1. Переложите 1 спичку так, чтобы равенство стало верным.

а) VI + IIII = XI

б) IV + IIII = IX

в) XI - VII = II

г) VI + V = IX

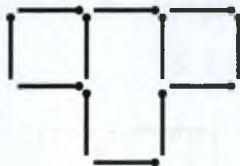
д) IX + II = VI

$$\text{е) } XII - IX = VIII$$

$$\text{ж) } XI - V = XV$$

$$\text{з) } IX - V = VI$$

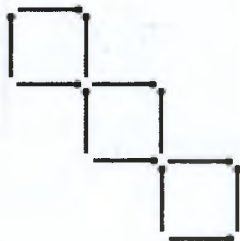
31.2. Переложите 1 спичку так, чтобы получилось 3 квадрата.



31.3. Переложите 4 спички так, чтобы получилось 5 квадратов.



31.4. Переложите 4 спички так, чтобы получилось 5 квадратов.



31.5. Переложите 4 спички так, чтобы получилось 4 квадрата.



32. СУДОКУ



Впишите числа в свободные клеточки так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждом маленьком прямоугольнике, обведённом жирными линиями, числа не повторялись.

В задачах 32.1, 32.2 и 32.3 нужно вписать числа от 1 до 4. Во всех остальных задачах – от 1 до 6.

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

32.1.

1	4		
		2	
2		3	4
	4		

32.2.

1		3	
	3		1
3	4		
2			3

32.3.

4	1		
	2		4
2		3	
			2

32.4.

	4	1	2	3	6
			4	5	
					2
6					
	6	5			
1	2	4	5	6	

32.5.

	1	3			6
		4	1		3
	6				5
3				1	
2		6	5		
1			3	6	

32.6.

6			4		2
4	2			1	
		6			5
2			3		
	4			3	6
1		3			4

32.7.

1				6	4
		6		5	
6	1				3
4		2		1	5
	6		5		
5	2				6

32.8.

	1			6	
2	5				4
1		4		5	
	6		4		1
5				4	2
	4			1	

32.9.

5		4			1
2					
4	5			1	
	6			5	3
					4
3			1		6

32.10.

		3	1	5	
		6			
5	6	4			3
3			5	6	4
			6		
	1	2	4		

33. ЧИСЛОВАЯ ЗМЕЯ



Задания этого раздела лучше выполнять простым карандашом, чтобы легко было исправить возможную ошибку.



Числовая змея – это цепочка из пронумерованных клеток. Голова у змеи – это клеточка номер 1. В каждой следующей клетке стоит число на единицу больше, чем в предыдущей.

Числовых змей содержат в специальных квадратных загонах, границы которых змеям пересекать запрещено. Кроме того, змеи не могут проползать через закрашенные клетки.

Числовые змеи умеют ползать только вверх, вниз, направо или налево. Ползать по диагонали не может ни одна числовая змея.

Наконец, бока числовых змей настолько горячи, что они не могут касаться себя ни сторонами, ни уголками.

Змею заколдовали, и теперь мы видим только её голову, хвост и середину. Надо расколдовать змею, то есть вписать все остальные числа, соблюдая правила игры.

Предположим, нам дан квадрат, в котором ползёт змея 1–2–3–4–5. Тогда мы видим голову – 1, хвост – 5 и середину – 3:

1		3		5

Нам остаётся вписать 2 и 4, и задача решена:

1	2	3	4	5

Это самый простой вариант, когда змея ползла по прямой. Змея могла ползти и с поворотами, например так:

	1		3	
			5	

Поскольку мы видим не только голову и хвост, но и середину, то легко можем понять, как ползла вся змея:

	1	2	3	
			4	
			5	

Если в условии есть закрашенные клетки, значит, через них змея ползти не может:

	1			
	3			
		5		

Если бы закрашенной клетки не было, то змея могла бы от 3 к 5 проползти двумя разными способами. Наличие закрашенной клетки делает решение задачи однозначным:

	1			
	2			
	3			
	4	5		

Возьмём более сложную задачу, где ползёт змея 1 _ _ 4 _ _ 7.

				4
		1		
				7

Теперь нам надо вписать уже два числа между головой и серединой и два числа – между серединой и хвостом змеи. Для того чтобы понять, через какие клетки змея проползти сможет, а через какие – нет, мы сначала будем ставить не числа, а точки.

Мы видим, что нам надо поставить две точки, соединяющие 1 и 4, и две точки между 4 и 7. Как именно змея ползла от 1 к 4, мы пока не знаем (возможны два варианта), поэтому начнём решать задачу с другой стороны, от 7

к 4. Две точки между 4 и 7 можно поставить единственным способом – по прямой:

				4
		1		•
				•
				7

Посмотрим, куда может ползти змея от 4. Выбора нет – только влево. Значит, мы можем поставить ещё одну точку:

			•	4
		1		•
				•
				7

Если бы змея поползла вниз, то она бы касалась самой себя, а это запрещено правилами. Значит, змея ползла по горизонтали влево. Ставим последнюю точку:

		•	•	4
		1		•
				•
				7

Теперь можем заменить точки цифрами:

		2	3	4
		1		5
				6
				7

Задача решена!

В случае, если в задаче встречается более длинная змея $1 _ _ _ 5 _ _ _ 9$, то между головой змеи и её серединой нужно вписать уже три числа:

			2	1
			3	
			4	5
				6
		9	8	7

Вот несколько примеров того, как змея не может ползти:

снаружи от квадрата

				1	2
					3
				5	4
				6	
		9	8	7	

по диагонали

		3		5
1	2		4	

Также змея не может:

касаться самой себя
боками

			3	4
		1	2	5
				6
				7

касаться самой себя
уголками

	9	8		
		7	6	
	1		5	
	2	3	4	

Уровень сложности: *, **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

33.1.

		1		
		3		
		5		

а)

1				
3	5			

б)

		3		
	5		1	

в)

			1	
				3
			5	

г)

33.2.

1		3		
			5	

а)

			5	
			3	
				1

б)

	1			
		3		
			5	

в)

			1	
	3			
5				

г)

33.3.

	1			4
				7

а)

4			1	
	7			

б)

7		1		
	4			

в)

33.4.

1				
4				
		7		

а)

		4		
1				7

б)

		4		
1				7

в)

1				
	4			
			7	

г)

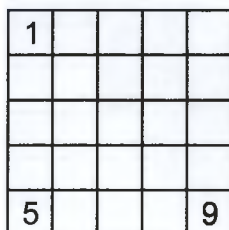


д)

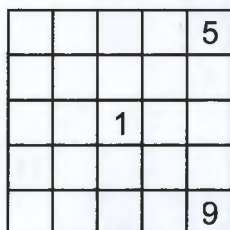


е)

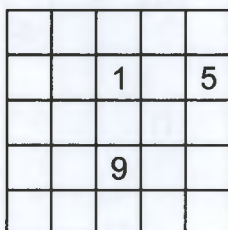
33.5.



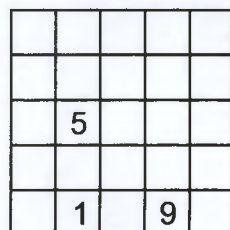
а)



б)

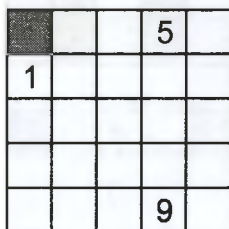


в)



г)

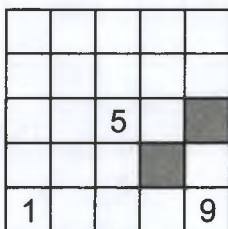
33.6.



а)



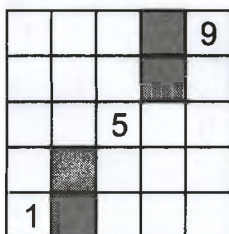
б)



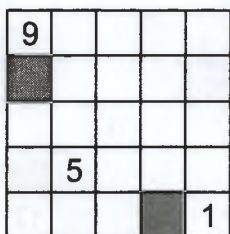
в)



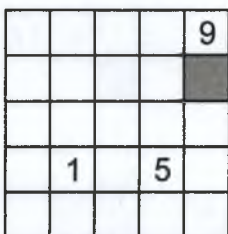
г)



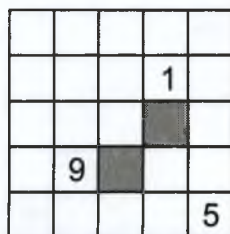
д)



е)



ж)



з)

33.7.

	1			
	■			
			■	11
6				

а)

11		1		
			6	

б)

			■	11
	6			
			1	

в)

	■			
	1			6
	11			

г)

1				
		6		
				11

д)

33.8.

			■	1
		7		
13	■			

а)

				■
8			■	
				1
				15

б)

		15		
	8			1

в)

	1		15	
	■		■	
■		8		■

г)

33.9.

17				
1				9

а)

				17
		■		
		1		
		■		
9				

б)

1				
■				
		9		
				■
				17

в)

				1
9				
				17

г)

34. КООРДИНАТЫ



Координаты вызывают неизменный интерес у учеников начальной школы, особенно если задания поданы в игровой форме.

Так или иначе, с Декартовой системой координат сталкиваются почти все дети, например когда они ищут свои места в зале кинотеатра: сначала ряд, потом место в этом ряду. Начните обсуждение этой темы с игры «Кинотеатр». Раздайте детям билеты, в которых указаны номер ряда и номер парты, за которой они сидят, а также её сторона – левая или правая. После этого соберите все билеты в кучу, предложите детям вытянуть их не глядя – и все рассядутся уже по-новому.

Координаты встречаются и в разных настольных играх, таких как шашки, шахматы, морской бой.

Предложите детям ещё одну координатную игру. Пусть один из учащихся загадает любого одноклассника, а другие будут задавать ему вопросы о том, где сидит загаданный ученик. Вопросы разрешаются только такие, на которые можно ответить «да» или «нет». Например:

- Он сидит в первом ряду, у окна?
- Да.
- Он сидит на первой парте?
- Нет.
- На последней?
- Нет.
- На третьей?
- Да.
- Слева?
- Да.
- Саша?
- Да!

Есть хороший способ запомнить, какое число обозначает ряд по вертикали, а какое – по горизонтали: «сначала подъезд, потом этаж». Например: $(5, 3)$ – 5 подъезд, 3 этаж.

Отрицательные значения координат обычно не вызывают затруднений у современных детей. Они прекрасно

понимают, что третий этаж находится выше земли, а минус третий – под землёй.

Для первого знакомства с координатной плоскостью хорошо подходит картинка, на которой изображён многоэтажный дом. В окна этого дома мы можем расставить буквы, составляющие то или иное слово, которое мы хотим зашифровать.



Вот, например, мы получили такую шифровку: (9,4) (5,3) (3,2) (6,6) (4,5) (3,2) (7,1). Каждая пара чисел в скобках обозначает ровно одну букву. Первое число обозначает подъезд, а второе – этаж. Значит, первая буква в зашифрованном слове «живёт» в 9-м подъезде на 4-м этаже. Это буква К! Точно так же определяем и следующую букву: пятый подъезд, третий этаж – то есть О. Таким же образом мы разгадываем всё слово целиком: КОТЛЕТА.

После того как учащиеся расшифруют первое слово, покажите им, как при помощи координат можно зашифровать какое-либо новое слово. Затем можно предложить детям расшифровать ещё несколько слов, а потом дать им задание зашифровать собственное имя.

Следующим заданием может быть разгадывание скороговорки. Затем предложите детям ещё более увлекательное занятие: из букв, составляющих скороговорку, придумать как можно больше своих слов и зашифровать их, а потом обменяться листочками с шифровками.

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀ ☀

г) Скороговорка: $(3, 2), (-2, 2), (2, -1) \bullet (-2, -1), (2, -1), (3, 2), (2, -1) \bullet (4, 1), (2, 3) \bullet (3, 2), (2, 3), (-2, -1), (-2, -1), (-3, 1) \bullet (1, 1) \bullet (-2, -1), (2, 3), (-2, -1), (2, -1), (-2, 2), (2, -1) \bullet (-2, -1), (-2, 3), (3, 2), (1, -2), (-2, 3)$.



Следующим заданием может стать координатный тир. На доске или на листочках нарисуйте координатную плоскость с мишенью. Предложите детям назвать координаты точек, в которые они хотят попасть, а потом нарисовать эти точки на координатной плоскости и посмотреть, кто куда попал и сколько очков принёс каждый выстрел.

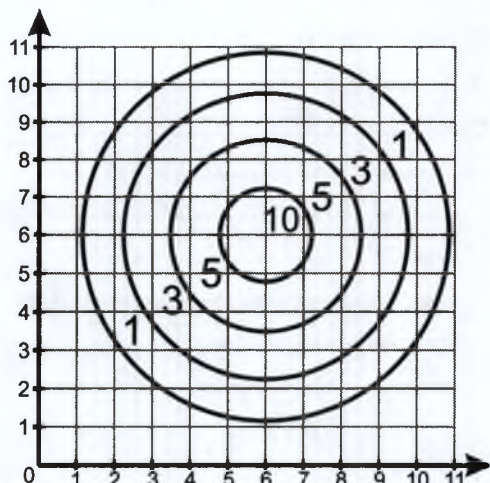
34.3. Винни-Пух и Пятачок стреляли в мишень.

Винни-Пух попал в точки $(8, 7), (6, 9), (5, 6)$;

Пятачок – в точки $(6, 4), (6, 6), (6, 2)$.

Кто из них набрал больше очков?

Кристофер Робин сделал два выстрела и попал в точки $(4, 6)$ и $(8, 6)$. Куда ему нужно попасть, чтобы набрать больше очков, чем остальные?



34.4. Трубадур, Атаманша и Гениальный Сыщик стреляли в мишень.

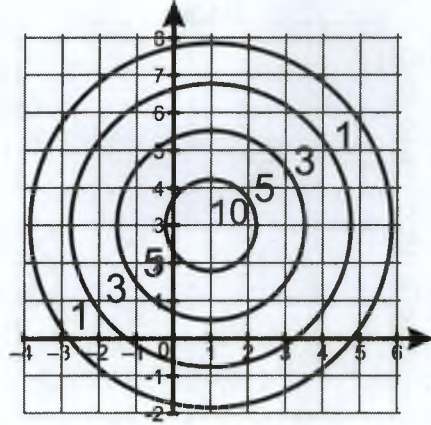
Атаманша продырявила мишень в точках $(3, 1), (-1, 3)$ и $(1, 2)$.

Трубадур попал в мишень в точках $(2, -1), (-3, 5)$ и $(0, 3)$.

Гениальный Сыщик попал в мишень в точках $(1,5)$, $(2,4)$ и $(1,3)$.

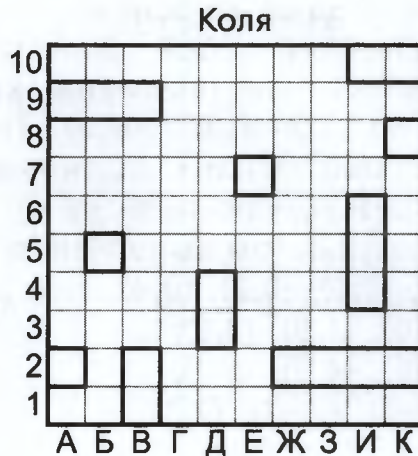
Кто стреляет лучше всех?

Кто из них получил за свой выстрел 3 очка?



Игра в морской бой основана на понимании системы координат. Предложите детям несколько задач по мотивам морского боя.

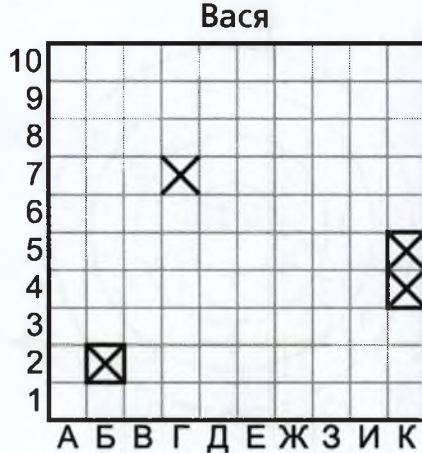
34.5. Коля и Вася играли в морской бой. Коля расставил свои корабли вот так:



Вася сделал пять выстрелов: В2, Е9, К10, И5, Г8. Какие из этих выстрелов попали в Колины корабли?

34.6. Коля сделал выстрел Г7, и Вася сказал, что он попал в большой корабль. Какие ещё клетки может занимать раненый корабль, если он:

- а) двухпалубный;
- б) трёхпалубный?



34.7. Коля потопил двухпалубный корабль, который стоял на полях К4 и К5. Назовите клетки, которые точно не могут быть заняты другими Васиными кораблями.

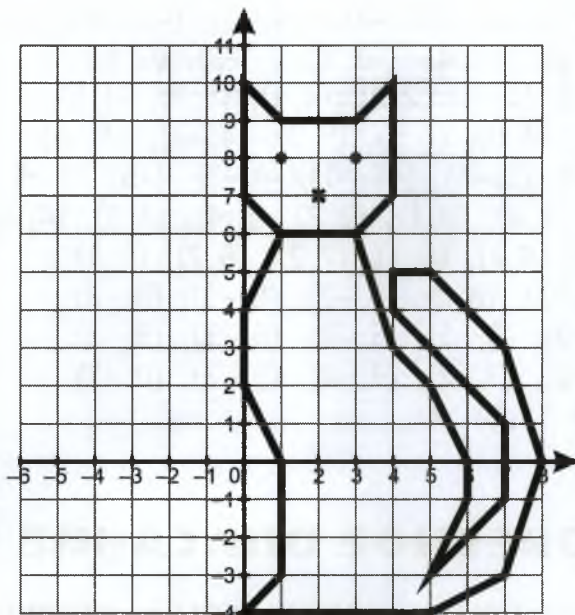
34.8. Коля потопил однопалубный корабль на поле Б2. Назовите клетки, которые точно не могут быть заняты другими Васиными кораблями.



Следующие задачи, связанные с системой координат, представляют собой зашифрованные изображения животных или предметов, которые надо восстановить по заданным точкам. Это программа для робота, который ставит точки с заданными координатами и соединяет их отрезками по порядку от знака ► до знака ◀.

- (0, -4), (1, -3), (1, 0), (0, 2), (0, 4);
- (1, 6), (0, 7), (0, 10), (1, 9), (3, 9);
- (4, 10), (4, 7), (3, 6), (4, 3), (5, 2);
- (6, 0), (6, -1), (5, -3), (7, -1), (7, 1);
- (4, 4), (4, 5), (5, 5), (7, 3), (8, 0), (7, -3);
- (5, -4), (0, -4) ◀ ► (1, 8), ◀.► (3, 8) ◀
- (2, 7) ◀ ► (1, 6), (3, 6) ◀

будет такая картинка:



Нарисуйте:

34.9. ► $(0, -1), (-2, 1), (1, 5), (1, -1), (4, -1);$
 $(2, -3), (-2, -3), (-3, -1), (0, -1)$ ◄

34.10. ► $(3, 1), (1, 3), (2, 3), (0, 5), (1, 5);$
 $(-1, 7), (-3, 5), (-2, 5), (-4, 3), (-3, 3);$
 $(-5, 1), (3, 1)$ ◄

34.11. ► $(-4, -2), (-4, 1), (-5, 1), (-3, 3), (1, 3);$
 $(1, 5), (2, 5), (2, 3), (3, 3), (5, 1), (4, 1);$
 $(4, -2), (-1, -2), (-1, 0), (-3, 0), (-3, -2);$
 $(-4, -2)$ ◄ ► $(1, -1), (1, 1), (3, 1), (3, -1), (1, -1)$ ◄

34.12. ► $(-3, 1), (-6, 3), (-3, 5), (-4, 6), (-4, 7);$
 $(-3, 8), (-2, 8), (-1, 7), (-1, 6), (2, 7), (5, 6);$
 $(6, 4), (5, 2), (3, 1), (1, 1), (0, 2), (1, 3), (3, 3);$
 $(5, 2), (7, 1), (10, 1), (12, 2)$ ◄ ► $(-3, 3)$ ◄

34.13. ► $(-1, -3), (0, -4), (1, -3), (1, 4), (0, 5);$
 $(-1, 4), (-2, 5), (-3, 4), (-4, 5), (-5, 4), (-4, 6);$
 $(1, 8), (1, 9)$ ◄ ► $(1, 8), (6, 6), (7, 4), (6, 5);$
 $(5, 4), (4, 5), (3, 4), (2, 5), (1, 4)$ ◄

34.14. ► $(-3, -2), (-2, -2), (-1, 0), (-3, 2), (-4, 5);$
 $(-6, 4), (-5, 6), (-5, 7), (-4, 8), (-2, 8), (5, -1);$
 $(7, -3), (5, -2), (5, -3), (2, -1), (0, -1), (-2, -2);$
 $(-1, -2)$ ◄ ► $(-4, 6)$ ◄

34.15. ▶ $(-5, -3), (-5, -2), (-4, -2), (-3, -1), (-2, 1);$
 $(-3, 1), (-4, 2), (-4, 4), (-3, 3), (-1, 3), (0, 4);$
 $(0, 2), (-1, 1), (1, 2), (2, 2), (4, 1), (5, 3), (4, 5);$
 $(3, 5), (2, 6), (4, 6), (6, 3), (5, 0), (4, -2), (4, -3);$
 $(2, -3), (3, -2), (2, -1), (-1, -1), (-4, -3), (-5, -3)$ ◀

34.16. ▶ $(-1, 0), (0, 1), (2, 2), (3, 4), (3, 3), (4, 4);$
 $(4, 3), (5, 3), (4, 2), (6, 1), (7, 2), (8, 2), (9, 1);$
 $(10, -1), (9, -1), (8, 0), (9, -2), (8, -3), (8, -2);$
 $(7, -4), (7, -2), (6, -1), (5, -2), (6, -3), (5, -3);$
 $(5, -4), (4, -2), (3, -2), (3, -4), (2, -2), (0, -1);$
 $(-1, 0)$ ◀ ▶ $(1, 0)$ ◀

35. СЛОВЕСНОЕ ОПИСАНИЕ ЧИСЕЛ



Трудно решить задачу, когда условие понято неверно. Задачи этого раздела учат не столько арифметике, сколько внимательности к формулировкам.

Уровень сложности: *****, ******, *******, ********

Уровень наглядности: **0**

35.1. Нарисуйте несколько яблок так, чтобы их было больше, чем концов у трёх палок, но меньше, чем ног у двух верблюдов.

35.2. Нарисуйте столько кружочков, сколько концов у двух с половиной палок.

35.3. Перед вами два разных прямоугольника, у которых площадь составляет 6 клеток. Нарисуйте на клетчатой бумаге два разных прямоугольника, у которых площадь составляет 8 клеток.



35.4. На доске написали числа 1, 2, 3, 4, 5. Какие два числа нужно стереть, чтобы сумма всех оставшихся чисел была равна 10? Найдите оба решения.

35.5. В записи какого числа столько же цифр, сколько букв?

35.6. Напишите самое маленькое двузначное число.

35.7. Напишите самое большое двузначное число.

35.8. Напишите самое большое чётное двузначное число.

35.9. Напишите наибольшее и наименьшее трёхзначные числа.

35.10. Напишите самое маленькое трёхзначное число, у которого все цифры разные.

35.11. Напишите самое большое трёхзначное число, у которого все цифры разные.

35.12. Напишите самое маленькое трёхзначное число, составленное из цифр 7, 5, 0.

35.13. Напишите самое большое двузначное число, составленное из разных нечётных цифр.

35.14. Напишите самое большое трёхзначное число, составленное из разных чётных цифр.

35.15. Выпишите все двузначные числа, у которых количество десятков в 2 раза больше количества единиц.

35.16. Запишите наибольшее трёхзначное число, все цифры в котором разные и сумма цифр которого равна 10.

35.17. Из цифр 1, 2, 6, 7, 9, 1, 0, 9 составьте самое большое и самое маленькое четырёхзначные числа.

35.18. Из цифр 1, 2, 6, 7, 9, 1, 0, 9 составьте самое большое и самое маленькое пятизначные числа.

35.19. Из числа 12679109 вычеркните 5 цифр так, чтобы оставшееся трёхзначное число было:

а) наибольшим;

б) наименьшим.

35.20. Составьте самое маленькое трёхзначное число, состоящее из цифр 9, 0, 3.

35.21. Запишите все двузначные числа, у которых число десятков на 1 больше числа единиц.

35.22. Из числа 1829 вычеркните одну цифру так, чтобы оставшееся трёхзначное число было наименьшим.

35.23. Напишите наибольшее и наименьшее десятизначные числа, состоящие из всех цифр.

35.24. Напишите число, которое на двадцать семь меньше, чем 305.

35.25. Напишите число, которое на семнадцать больше, чем 705.

35.26. На сколько 23 десятка меньше, чем 500?

35.27. Сколько десятков в числе 375?

35.28. Спички лежат в коробках по 100 штук. Сколько полных коробков надо взять, чтобы достать 6012 спичек?

35.29. На доске написаны числа 5, 4, 3, 2, 1. Вставьте между ними знаки «+» и «-», чтобы сумма в итоге равнялась 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 и 15.

35.30. На доске написаны числа 9, 8, 7, 6, 5. Вставьте между ними знаки «+» и «-» так, чтобы сумма в итоге равнялась 7, 9, 11, 13. Какие ещё результаты можно получить?

35.31. Мальчик выписал все числа от 21 до 40. Сколько раз он написал цифру 1?

35.32. Девочка выписала все числа от 8 до 28. Сколько раз она написала цифру 2?

35.33. Два числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 15. Найдите эти числа.

35.34. Два числа стоят в числовом ряду рядом, их сумма 23. Найдите эти числа.

35.35. Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 6. Найдите эти числа.

35.36. Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 12. Найдите эти числа.

35.37. Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 18. Найдите эти числа.

35.38. Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 30. Найдите эти числа.

35.39. На доске написали «АНЯ ЕСТ ЯБЛОКО», а потом заменили разные буквы разными цифрами и перемножили их. Какой получился ответ? Почему?

35.40. Найдите число, которое при делении на 3, 4 и 5 даёт в остатке 2.

35.41. Число В разделили на 4 и получили в остатке 2. Чётное ли число В?

35.42. На какую цифру оканчивается сумма 12345 и 135795?

35.43. На какую цифру оканчивается произведение 12345 и 135795?

35.44. На какую цифру оканчивается сумма $123 + 124 + 125 + 126 + 127$?

35.45. Напишите, какие будут две последние цифры, если перемножить 244 и 150.

35.46. Запишите ряд нечётных чисел от 10 до 22.

35.47. На двух руках 10 пальцев. Сколько пальцев на 10 руках?

35.48. Брат и сестра увидели конфеты в вазе и стали думать, как их разделить. Брат сказал: «Если мы возьмём по 3 конфеты, то останется лишняя, а если по 4, то одной не хватит». Сколько конфет в вазе?

35.49. Летели галки, лежали палки. Если на каждую палку сядет по одной галке, то одной галке не хватит палки. А если на каждую палку сядут по две галки, то одна палка останется лишняя. Сколько было палок? Сколько летело галок?

35.50. Сколько всего двузначных чисел?

35.51. Сколько всего чётных двузначных чисел?

35.52. К однозначному числу приписали такую же цифру. Во сколько раз увеличилось число?

35.53. Сколько всего нулей во всех числах от 1 до 100 включительно?

35.54. Маша выписала все числа от 1 до 30 включительно.

а) Сколько раз она написала цифру 6?

б) Сколько раз она написала цифру 9?

в) Сколько раз она написала цифру 3?

г) Сколько раз она написала цифру 2?

35.55. Сколько единиц во всех числах от 1 до 50?

35.56. Сколько пятёрок во всех числах от 1 до 60?

35.57. Сколько нечётных чисел заключено между 30 и 70?

35.58. На доске написано число 1234567891011121314151617181920. Из этого числа надо вычеркнуть 21 цифру таким образом, чтобы оставшееся число было возможно большим.

35.59. На доске написано число 1234567891011121314151617181920. Из этого числа надо вычеркнуть 21 цифру таким образом, чтобы оставшееся десятизначное число получилось как можно меньше.

35.60. Задумано некое трёхзначное число X . Если с этим числом составить ребусы, то получится много вариантов: Хл, Хлб, Хлица, Хрож, воХк, Хляр. Что это за число?

35.61. Трёхзначное число состоит из разных цифр, причём первая цифра меньше второй, а вторая – меньше третьей. Если это число записать словами, то можно заметить, что все три слова начинаются с одной буквы. Какое это число?

35.62. Сколько бывает двузначных чисел, которые записываются двумя одинаковыми цифрами? Запишите их все.

35.63. Сумма двух чисел равна 495. Одно из чисел оканчивается нулём. Если этот нуль зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа.

36. СОСТАВЬ ТАБЛИЦУ



Первые задачи этого раздела многие дети решают в уме. Чем сложнее задача, чем больше в ней дополнительных условий, тем сложнее удерживать их в голове и тем больше помогает таблица.

Уровень сложности: *, **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

36.1. Петя и Миша имеют фамилии Белов и Чернов. Петя на два года старше Белова. Какая фамилия у каждого из ребят?

36.2. Катя и Аня имеют фамилии Волкова и Зайцева. Какую фамилию носит каждая девочка, если Аня подарила Волковой куклу?

36.3. Алла, Инна и Марьяна спросили у учителя, какие отметки они получили. Учитель ответил, что двоек у них нет и что у всех троих оценки разные. У Аллы не тройка, а у Инны не тройка, но и не пятёрка. Какую отметку кто получил?

36.4. В квартирах № 1, 2 и 3 живут белый, чёрный и рыжий котята. В квартире № 1 живёт не чёрный. Белый котёнок живёт не в квартире № 1 и не в квартире № 2. Кто где живёт?

36.5. Настя, Катя и Тая живут в трёхэтажном доме. Настя живёт выше Кати, но не на последнем этаже. Кто живёт выше всех?

36.6. Володя, Сеня и Коля раскрашивали картинки карандашами трёх цветов: красным, синим и зелёным. Володя раскрашивал не красным и не синим, Коля – не синим. Какой карандаш был у каждого из мальчиков?

36.7. В трёхэтажном доме Миша живёт выше, чем Петя, но ниже, чем Слава. У мальчиков есть кошка, собака и черепаха. На первом этаже живёт кошка. У Миши нет собаки. Как зовут хозяина черепахи?

36.8. Тая, Юля, Максим и Ваня играют в песочнице. У них есть кукла, мячик, шарик и грузовик. У Таи не кукла. Грузовик у мальчика, но не у Максима. Шарик у мальчика. У кого мяч?

36.9. Галя, Люся, Дима и Витя собирались на карнавал. У них были маски медведя, лисы, волка и обезьяны. Дима не захотел быть ни волком, ни лисой. Маску обезьяны надела девочка, но не Люся. Витя был не волком. Кто в какой маске был?

36.10. У трёх мальчиков фамилии Плотников, Слесарев и Токарев. Их отцы работают слесарем, токарем и плотником. «Забавно, что ни один из наших отцов не работает по той специальности, от которой произошла его фамилия!» – сказал сын слесаря. «Верно!» – сказал Плотников. Кем работают отцы ребят?

36.11. Иван, Пётр и Сидор ели конфеты. Их фамилии – Иванов, Петров и Сидоров. Иванов съел на две конфеты меньше Ивана; Петров – на 2 меньше Петра (Пётр съел больше всех). У кого какая фамилия?

36.12. Три мушкетёра – Атос, Портос и Арамис – вышли на прогулку в красном, зелёном и синем плащах. Туфли на них были таких же цветов. У Атоса цвет плаща и туфель совпадал. У Арамиса ни туфли, ни плащ не были красными. Портос был в зелёных туфлях, а в плаще другого цвета. Как были одеты мушкетёры?

36.13. Мама наклеила на банки с крупой надписи: «рис», «гречка», «гречка и рис». Дочка специально пере-

клеила все надписи так, что теперь ни одна из них не соответствует действительности. Мама достала всего одно зёрнышко из одной банки и переклеила надписи правильно. Из какой банки мама достала зёрнышко?

37. РАЗМЕЩЕНИЕ ПРЕДМЕТОВ



Эти задачи не очень просты, особенно если пытаться решить их в уме, но становятся куда проще, если нарисовать к ним схему. Ещё удобнее решать эти задачи с помощью пуговочек или монеток, которые можно подвигать так и сяк в поисках решения.

Уровень сложности: *****, ******

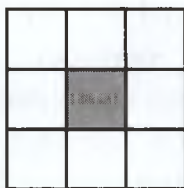
Уровень наглядности: 

37.1. Как в квадратной комнате расставить 10 табуреток так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 4 табуретки?

37.2. В квадратной комнате нужно расставить табуретки так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 4 табуретки. Какое наименьшее и какое наибольшее число табуреток можно так расставить?

37.3. Можно ли расставить 6 маяков таким образом, чтобы из каждого было видно ровно 4 других маяка?

37.4. В цирке 12 тигров. После представления дрессировщик хотел рассадить всех тигров в 8 клеток так, чтобы ни одна клетка не пустовала и в каждом ряду клеток сидели 4 тигра. После второго представления дрессировщик рассадил всех тигров в те же клетки, но на этот раз в каждом ряду клеток сидели 5 тигров. Нарисуйте, как он это сделал. Можно ли рассадить 10 тигров по тем же клеткам так, чтобы в каждом ряду клеток сидели 4 тигра?



38. ИЗВЕСТНЫ СУММА И РАЗНОСТЬ



Многие дети решают такие задачи в уме. Вот только ответы у них получаются неправильные.

Типичный диалог ученика и учителя выглядит так:

– У Насти с Машей пять конфет, причём у Насти на три конфеты больше. Сколько конфет у Маши?

– Ага! – говорит ребёнок. – У Насти больше, значит, надо от пяти отнять три, получается два. Ура! У Маши две конфеты!

– А сколько конфет у Насти?

– А у Насти 5 конфет!

– А вместе у них сколько конфет?

– Очень просто: пять плюс два равно семь. Вместе – семь конфет!

– А в условии у нас что написано – сколько у них вместе было конфет?

– Ой!

Подобные задачи трудно решать без наглядного материала. Но если дать ребёнку пять счётных палочек, то он обязательно придёт к правильному ответу. Раскладывая палочки по двум кучкам, ребёнок непременно найдёт вариант распределения конфет, удовлетворяющий условию задачи.

Можно ли узнать без перебора, что у Маши была всего одна конфета? Конечно! Достаточно вычесть из суммы разность и то, что получится, поделить пополам. Но логику такого решения многим детям понять нелегко. Даже после самого подробного разбора двух или трёх задач следующая – точно такая же! – может вызвать у детей затруднения.

Не торопите события. Опыт работы с наглядным материалом сделает своё дело.

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀

38.1. У Серёжи и Саши карандашей поровну. Саша отдал Серёже 1 карандаш. На сколько карандашей теперь у Серёжи больше?

38.2. У Насти и Маши вместе 5 конфет. У Насти на 3 конфеты больше, чем у Маши. Сколько конфет у Маши?

38.3. У Васи на 5 машинок больше, чем у Пети. У Васи с Петей вместе 9 машинок. Сколько машинок у каждого из них?

38.4. Малыш и Карлсон поделили между собой 7 конфет, причём Карлсон получил на 3 конфеты больше, чем Малыш. Сколько досталось каждому?

38.5. Марине и Оле вместе 8 лет. Марина на 2 года старше Оли. Сколько лет каждой из девочек?

38.6. У Олега несколько орехов, а у Паши их на 2 больше. Всего у них 10 орехов. Сколько орехов у каждого мальчика?

38.7. У Ани и Маши вместе 11 кукол. У Ани на 1 куклу больше, чем у Маши. Сколько кукол у Ани?

38.8. В первый день ребята поймали на 12 рыб больше, чем во второй. За два дня ребята поймали 18 рыб. Сколько рыб они поймали во второй день?

38.9. Два карандаша и ластик стоят столько же, сколько один карандаш и четыре ластика. Ластик стоит 1 рубль. Сколько стоит карандаш?

38.10.

- а) Сумма двух чисел 5, разность 3. Найдите эти числа.
- б) Сумма двух чисел 5, разность 1. Найдите эти числа.
- в) Сумма двух чисел 7, разность 3. Найдите эти числа.
- г) Сумма двух чисел 6, разность 2. Найдите эти числа.
- д) Сумма двух чисел 7, разность 5. Найдите эти числа.
- е) Сумма двух чисел 7, а разность 1. Найдите эти числа.
- ж) Сумма двух чисел 9, а разность 3. Найдите эти числа.
- з) Сумма двух чисел 6, а разность 2. Найдите эти числа.
- и) Сумма двух чисел 8, а разность 6. Найдите эти числа.
- к) Сумма двух чисел 10, а разность 2. Найдите эти числа.
- л) Сумма двух чисел 10, а разность 4. Найдите эти числа.
- м) Сумма двух чисел 11, а разность 1. Найдите эти числа.
- н) Сумма двух чисел 11, а разность 9. Найдите эти числа.

38.11.

- а) Сумма двух чисел 37, разность 33. Найдите эти числа.
- б) Сумма двух чисел 50, разность 48. Найдите эти числа.
- в) Сумма двух чисел 180, разность 160. Найдите эти числа.

38.12. На двух полках стоит 19 книг. На одной полке книг на 5 больше, чем на другой. Сколько книг на каждой полке?

38.13. У Ани, Бори и Васи вместе 11 воздушных шариков. У Ани на 2 шарика меньше, чем у Бори. А у Бори на 1 шарик меньше, чем у Васи. Сколько шариков у каждого?

38.14. У Аси, Кати и Маши вместе 25 конфет. У Аси и Маши конфет поровну. У Кати конфет в 3 раза больше, чем у Маши. Сколько конфет у каждой девочки?

38.15. Катя и Маня собирали грибы. Вместе они нашли на 6 грибов больше, чем Катя, и на 4 гриба больше, чем Маня.

а) Сколько грибов они нашли вместе?

б) Сколько грибов нашла каждая девочка?

38.16. У четырёх девочек вместе 40 конфет. У второй на 2 конфетки больше, чем у первой, у третьей на 2 конфетки больше, чем у второй, а у четвёртой на 2 конфетки больше, чем у третьей. Сколько конфет у каждой девочки?

38.17. У Васи есть братья-близнецы, Коля и Митя, на 5 лет младше его. Если сложить возраст всех трёх мальчиков, то получится 17 лет. Сколько лет Васе? Сколько лет Коле? Сколько лет Мите?

38.18. Валера купил 3 книжки. Цена второй и третьей книг вместе – 35 рублей, первой и второй вместе – 25 рублей, первой и третьей – 30 рублей. Сколько стоит каждая книга?

39. ГОЛОВЫ И НОГИ



Если дети уже умеют рисовать схемы, то первые задачи этого раздела не вызовут у них затруднений. Напомните детям ещё раз, что для решения задач не нужны подробные художественные изображения животных. Вместо курицы достаточно нарисовать кружочек с двумя ногами, вместо овцы – кружочек с четырьмя.

Разберём такую задачу.

На ферме живут куры и овцы, всего у них 5 голов и 14 ног. Сколько живёт на ферме кур и сколько овец?

Нарисуем 5 голов:



Предположим, что все эти головы куриные. Тогда надо к каждой голове пририсовать по 2 ноги:



Получается $5 \cdot 2 = 10$ ног.

Но нам нужно, чтобы было 14 ног.

Заменяем одну курицу на овечку. У каждой овцы 4 ноги, то есть на 2 больше, чем у курицы. Число ног увеличилось на 2, теперь мы видим 12 ног:



Заменяем ещё одну курицу на овцу. Число ног увеличилось ещё на 2, и теперь их стало 14 – ровно столько, сколько и нужно:



Ответ: 3 курицы и 2 овцы.

Так решают эти задачи дети – подбирая подходящий ответ, заменяя курочек на овечек по одной и дорисовывая нужное число ног.

Детям постарше можно объяснить и более «взрослый» алгоритм решения этих задач. Мы знаем, что каждая замена курицы на овцу добавляет по 2 ноги к общей сумме. Возьмём общее число голов и узнаем, сколько было бы ног,

если бы на ферме жили одни только куры: $5 \cdot 2 = 10$ ног. По условию общее число ног – 14, отнимем 10 и получим, что 4 «лишние» ноги принадлежат овечкам. Разделим 4 на 2 и получим ответ – количество овец.

Уровень сложности: *, **, ***

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

39.1. Восемь пар танцуют польку. А всего танцоров сколько?

39.2. Из клетки с зайцами торчит 12 ушей. Сколько в клетке зайцев?

39.3. Из клетки взяли 3 цыплят и посадили в неё 3 кроликов. Как изменилось число ног в клетке?

39.4. Дети катались на двух- и трёхколёсных велосипедах. Велосипедов было три, а колёс – восемь. Сколько было трёхколёсных велосипедов? Сколько было двухколёсных велосипедов?

39.5. В первой клетке 4 цыплёнка и 2 кролика, во второй клетке 5 цыплят.

а) В какой клетке больше глаз и на сколько?

б) В какой клетке больше ног и на сколько?

39.6. В клетке сидят цыплята и кролики. Всего у них 10 голов и 24 ноги. Сколько в клетке цыплят и сколько кроликов?

39.7. В первой корзинке 2 котёнка, а во второй – 2 петуха и утка.

а) В какой корзинке больше глаз и на сколько?

б) В какой корзинке больше ног и на сколько?

39.8. По пустыне идёт караван из 6 верблюдов. Всего у них 8 горбов. Сколько в караване двугорбых верблюдов?

39.9. У короля есть козы и единороги. Всего у этих животных 16 ног и 5 рогов. Сколько единорогов в королевском стаде?

39.10. По саванне бегают жирафы и страусы. У них 14 глаз и 20 ног. Кого больше – страусов или жирафов и на сколько?

39.11. В банке сидят жуки и пауки, всего у них 10 туловищ и 68 ножек. У каждого жука 6 ног. У каждого паука 8 ног. Сколько в банке жуков и сколько пауков?

39.12. У 10 велосипедов 27 колёс. Четырёхколесных среди них нет. Сколько велосипедов двухколёсные и сколько трёхколёсные?

39.13. Около магазина стоят машины и двухколёсные велосипеды, всего их 10. Колёс всего 30. Сколько велосипедов и сколько машин?

39.14. На стоянке 10 автомобилей: легковые и грузовые. У легковых – по 4 колеса, у грузовых – по 6 колёс. А всего у этих автомобилей 46 колёс. Сколько грузовиков и сколько легковых машин на стоянке?

39.15. В комнате стояли табуретки и стулья. У каждой табуретки 3 ножки, а у стула 4 ножки. Всего табуреток и стульев было 5, а ножек у них было 18.

а) Сколько было табуреток?

б) Сколько было стульев?

39.16. Мама купила детям 9 игрушек: несколько машинок по 10 рублей и несколько банок с раствором для мыльных пузырей по 7 рублей. Сколько машинок купила мама, если на всю покупку она потратила 78 рублей?

39.17. На лужайке пасутся сороконожки и трёхголовые драконы. Вместе у них 20 голов и 110 ног. Сколько ног у трёхголового дракона?

39.18. В инкубаторе лежало 12 яиц. Из некоторых вылупились цыплята, а из остальных – змеи. В сумме у детёнышей оказалось 16 ног. Сколько вылупилось змей?

39.19. В инкубаторе лежало 7 яиц. Из некоторых вылупились гусята, а из остальных – крокодильчики. Всего из яиц вышли 18 ног. Сколько вылупилось гусят и сколько крокодильчиков?

39.20. В инкубаторе лежало 20 яиц. Из некоторых вылупились гусята, а из остальных – крокодильчики. В сумме у детёнышей оказалось 54 ноги. Сколько вылупилось гусят и сколько крокодильчиков?

39.21. В инкубаторе лежало 21 яйцо. Из некоторых вылупились утята, а из остальных – утконосы, причём ног и у тех, и у других оказалось поровну. Сколько вылупилось утят и сколько утконосов?

39.22. В морской пучине водолазы сражаются с осьминогами. Мы видим 36 конечностей. Из них 26 – ноги. Сколько осьминогов участвует в битве?

40. ВЗВЕШИВАНИЕ



Решения этих задач можно записывать в виде текста, картинок с весами или уравнений с буквами. Одним детям понятнее уравнения, другим сложно в них разобраться, поэтому задачи такого типа следует время от времени разбирать на доске.

Весы с чашами и гирями многие дети не видели, поэтому хорошо, если есть возможность принести такие весы на занятие и объяснить принцип их работы.

С весами дети сталкиваются нечасто, зато качели есть в каждом дворе. Все дети знают, что на качелях удобнее качаться двум детям одинакового веса, а взрослому с ребёнком неудобно, потому что взрослый перевешивает. Можно объяснить детям, что весы с чашами устроены подобным образом.

Когда в задаче спрашивается: «Сколько весит?» – надо так расположить на весах предметы и гири, чтобы на одной чаше были только гири, а на другой – только предметы, вес которых требуется определить.

При решении задач на взвешивание важно помнить два основных правила:

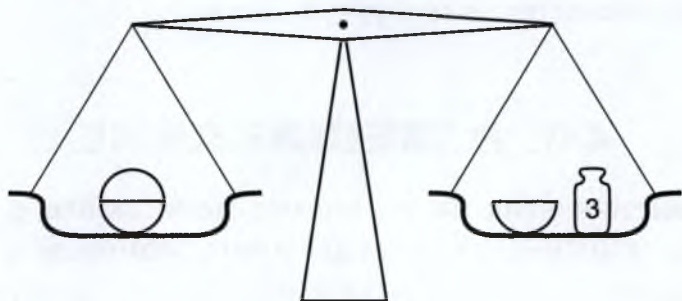
1. Если на левой и на правой чашах весов лежат **одинаковые** предметы, то их можно **снять** (или, наоборот, можно добавить одинаковые предметы и на левую, и на правую чаши), и равновесие не нарушится.

2. Если 2 яблока уравновешивают 3 груши, то на первую чашу можно положить ещё 2 яблока, а на вторую – ещё 3 груши, и равновесие не нарушится тоже.

Разберём задачу.

На одну чашу весов положили круг сыра, а на другую – половину такого же круга и ещё гирию массой 3 кг.

Сколько весит круг сыра, если весы остались в равновесии?



Разрежем целый круг сыра, лежащий на весах, пополам. Теперь на одной чаше – две половины, на другой – половина и гиря. Снимем с обеих сторон по одной половине круга сыра.



Весы останутся в равновесии, потому что снятые половины одинаковые. Получаем, что половина круга сыра весит столько же, сколько гиря массой 3 кг. Целый круг состоит из двух одинаковых половин.

Ответ: круг сыра весит 6 кг.

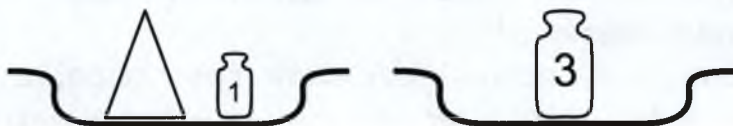
Уровень сложности: *****, ******

Уровень наглядности: **☀ ☀**

40.1. Сколько весит один мячик?



40.2. Сколько весит пирамидка?



40.3. Пирамидку, кубик и мячик уравнивают 1 кубик и 2 мячика. Мячик весит 5 г, кубик – 10 г. Сколько весит пирамидка?



40.4. Два яблока весят столько же, сколько 3 груши. Сколько нужно груш, чтобы уравновесить 4 яблока?



40.5. Четверть круга сыра весит 1 кг. Сколько весит целый круг сыра?



40.6. Кошка и собака тяжелее, чем две кошки, на 1 кг. Кто тяжелее: кошка или собака? На сколько?

40.7. Весы находятся в равновесии. Мячик весит 10 г. Сколько весит кубик?



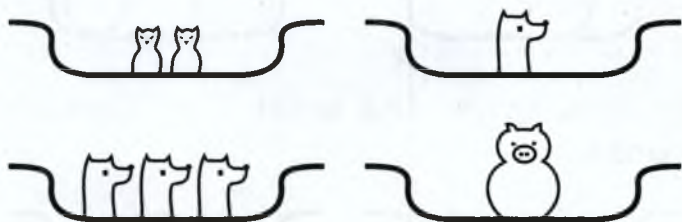
40.8. Дыня весит столько же, сколько 5 яблок, а одно яблоко – как 2 огурца. Сколько понадобится огурцов, чтобы уравновесить одну дыню? А сколько огурцов понадобится, чтобы уравновесить дыню и яблоко?



40.9. Груша в 2 раза дороже яблока. Что дороже и во сколько раз:

- а) 6 яблок или 3 груши;
- б) 6 груш или 6 яблок;
- в) 12 яблок или 3 груши;
- г) 8 груш или 4 яблока?

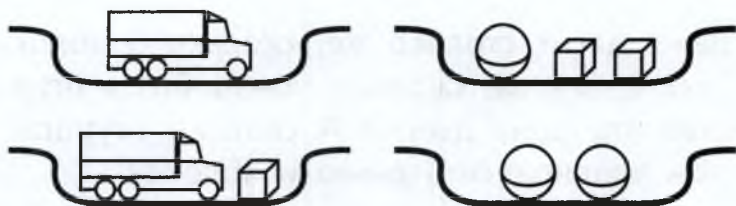
40.10. Два котёнка весят столько же, сколько 1 щенок. Три щенка весят столько же, сколько 1 поросёнок. На одну чашу весов влезли 2 поросёнка. На другую чашу весов влезли 4 щенка. Сколько надо позвать котят, чтобы котята и щенки весили столько же, сколько 2 поросёнка?



40.11. Полный бидон с молоком весит 10 кг, а наполненный до половины – 5,5 кг. Сколько весит пустой бидон?

40.12. Жеребёнок весит на 6 кг больше, чем ягнёнок. Два жеребёнка весят столько же, сколько 5 ягнят. Сколько весит жеребёнок? Сколько весит ягнёнок?

40.13. Мише подарили весы, и он начал взвешивать свои игрушки. Грузовик уравновесили мяч и два кубика, а грузовик с кубиком – два мяча. Сколько кубиков уравновешивают грузовик?



40.14. Имеются две гири массой 1 кг и 2 кг. Какой груз можно уравновесить с их помощью на чашечных весах?

40.15. Имеются две гири: 1 кг и 3 кг. Какой груз можно уравновесить с их помощью, если гири можно класть толь-

ко на одну чашу весов? Какой груз можно уравновесить, если класть гири на обе чаши?

40.16. Имеются три гири массой 1 кг, 2 кг и 5 кг. Какой груз можно уравновесить с их помощью, если гири можно класть только на одну чашу весов? Какой груз можно уравновесить, если класть гири на обе чаши?

40.17. Есть 9 шариков, один из которых легче других. Можно ли найти лёгкий шарик за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

40.18. За наименьшее число взвешиваний найдите одну фальшивую (более лёгкую) из 3, 5, 7, 8, 9 и 12 монет. Сколько вам потребовалось взвешиваний в каждом случае?

40.19. Как тремя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найти одну более лёгкую монету из 20?

41. СРАВНЕНИЯ

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀☀

41.1. Кого больше:

- а) слонов или зверей;
- б) людей или женщин;
- в) детей или девочек с косичками?

41.2. Что больше:

- а) $15 + 8$ или $18 + 5$;
- б) $12 + 3$ или $13 + 2$;
- в) $15 - 8$ или $18 - 5$;
- г) $12 - 3$ или $13 - 2$?

41.3. В лесу зайцев и белок поровну. Синиц больше, чем белок, а ёжиков меньше, чем зайцев. Кого больше: синиц или ёжиков?

41.4. Можете ли вы угадать, не проводя подсчёт, какая из сумм больше: $1 + 3 + 5 + 5 + 7 + 9$ или $2 + 4 + 6 + 4 + 6 + 8$? Проверьте своё предположение.

41.5. Три одинаковых яблока тяжелее, чем четыре одинаковые груши. Что тяжелее: 4 яблока или 5 груш?

41.6. Груша тяжелее яблока, а яблоко тяжелее персика. Что тяжелее: груша или персик?

41.7. Ручка дороже тетради, а карандаш дешевле ручки. Что дороже: тетрадь или карандаш?

41.8. Аня, Боря, Вася и Даша поймали вместе 10 рыб, причём каждый поймал разное число рыб. Аня поймала больше всех рыб, а Даша – меньше всех. Кто больше поймал рыб: мальчики или девочки?

41.9. В четырёхэтажном доме Ваня живёт выше Пети, но ниже Сени, а Гоша живёт ниже Пети. Кто на каком этаже живёт?

42. ДЕНЬГИ



Некоторые дети с удовольствием считают вагоны в проезжающих поездах. Другие – с не меньшим удовольствием – считают ворон. И почти все они не прочь посчитать деньги. Дело не в алчности – ребёнку интересно посчитать всё то, что можно увидеть, а ещё лучше – пощупать. Детям нравится считать деньги: это приближает их к взрослому миру.

Уровень сложности: *****, ******

Уровень наглядности: **☀**

42.1. У брата есть 6 двухкопеечных монет, а у сестры 10 трёхкопеечных монет. Сколько своих монет сестра должна отдать брату, чтобы денег у них стало поровну?

42.2. Сколько 5-рублёвых монет составляют 125 рублей?

42.3. Сколько 50-копеечных монет составляют 115 рублей?

42.4. В школьной столовой 3 пирожка и 1 стакан чая стоят столько же, сколько 7 стаканов чая. Стакан чая стоит 2 рубля. Сколько стоит пирожок?

42.5. Мама купила сыну машинку и мячик и заплатила за покупку 25 рублей. Сколько стоит каждая игрушка, если машинка на 5 рублей дороже, чем мячик?

42.6. В школьном буфете 2 шоколадки стоят 30 рублей. Сколько рублей надо заплатить за 5 таких шоколадок?

42.7. Ваня купил 4 пирожка, а Ира – 3 булочки, и оказалось, что оба заплатили одинаково. Что дороже: пирожок или булочка? Если 5 булочек стоят 40 рублей, то сколько стоят 5 пирожков?

42.8. Данила сказал, что если бы у него было столько денег, сколько есть сейчас, и ещё половина этой суммы, и ещё 1 рубль, то он смог бы купить пирожок за 16 рублей. Сколько денег у него сейчас?

42.9. Витя купил 5 одинаковых конфет, Коля – 7 таких же конфет, а Оля – 10 конфет. Оказалось, что Коля заплатил на 4 гривны больше, чем Витя. Сколько заплатила Оля?

42.10. Девочка купила линейку и 2 блокнота и заплатила 5 рублей. Мальчик купил линейку и 3 блокнота и заплатил 7 рублей.

а) Сколько стоит блокнот?

б) Сколько стоит линейка?

42.11. Саша купил столько же карандашей, сколько и Паша, а Надя – столько, сколько Саша и Паша вместе. Всего у них 24 карандаша. Сколько купил каждый?

42.12. У Тани есть несколько монет по 2 рубля и по 5 рублей. Как она может оплатить без сдачи покупку стоимостью 13 рублей?

42.13. Костя купил 2 машинки, 4 карандаша и 2 шоколадки, а Слава купил 1 карандаш, 3 шоколадки и 3 машинки. Сколько стоит комплект из 1 машинки, 1 карандаша и 1 шоколадки, если Костя за свои покупки заплатил 140 рублей, а Слава – 160 рублей?

42.14. Алиса пошла покупать ручки и карандаши и поняла, что на все деньги она может купить или 6 ручек, или 12 карандашей. Она решила купить поровну ручек и карандашей. Сколько ручек она купила?

42.15. Продаётся мороженое: эскимо стоит 4 рубля, а вафельный стаканчик – 3 рубля. Витя, Гена и Вася купили по мороженому. Сколько рублей они вместе могли при этом заплатить?

42.16. Продаются пирожки стоимостью 11, 13 и 15 рублей. Три друга хотели купить себе по пирожку. Хватит ли им денег на 3 пирожка, если всего у них 32 рубля?

42.17. Если Серёжа купит 5 тетрадей, то у него останется 20 рублей. Если он захочет купить 10 тетрадей, то ему не хватит 20 рублей. Сколько денег у Серёжи?

42.18. У Ани 10 монет по 2 и 3 копейки, а всего у неё 24 копейки. Сколько у Ани монет каждого вида?

43. ВОЗРАСТ



Основная сложность задач этого раздела – лингвистическая. Тяжеловесные формулировки условий очень трудно удержать в голове и не запутаться. Наглядная схема заметно упрощает решение этих задач.

Прежде всего, необходимо поговорить с детьми об отношениях «раньше-позже» и «старше-младше». К примеру, если в условии сказано, что Вася родился раньше Пети, то далеко не всем детям очевидно, кто из них старше.

Обратите внимание детей, что задачи на возраст требуют особой внимательности при чтении условий. Например, если задача начинается со слов: «Вике 4 года назад было 6 лет», то некоторые, прочитав, что «Вике 4 года», уже думают, что знают о её возрасте всё.

Или возьмём такую задачу: «Дима родился раньше Тани на 6 лет. Четыре года назад ему было 4 года. Сколько ему будет лет, когда его сестра будет такого возраста, как он сейчас?» Если было бы нужно просто произвести арифметические подсчёты, то в этой задаче никто бы не запутался. Однако здесь вся сложность – в понимании текста. К сожалению, не все ученики начальной школы способны разобраться в том, что сказано в условии.

Важно научить детей превращать запутанное условие задачи в цепочку простых и ясных формулировок.

Вернёмся к задаче и упростим её условие:

1. «Дима родился раньше Тани на 6 лет» = «Дима старше Тани на 6 лет».

2. «4 года назад ему было 4 года» = «Сейчас ему $4 + 4 = 8$ лет».

3. Значит, Тане сейчас $8 - 6 = 2$ года.

4. «Когда его сестра будет такого возраста, как он сейчас» = «когда Тане будет 8 лет» (или «Когда пройдёт столько лет, на сколько Дима старше, чем Таня», то есть 6 лет).

Следовательно, вся задача сводится к тому, чтобы узнать, сколько лет будет Диме через 6 лет.

Мы знаем, что сейчас ему 8, значит, через 6 лет ему будет $8 + 6 = 14$ лет.

Как уже неоднократно подчёркивалось, схемы помогают в решении многих задач. Например: «У Вити конфет на 2 меньше, чем у Миши. Вместе у них 8 конфет. Сколько конфет у каждого?»

Рисуем 8 условных значков, допустим, звёздочек, и задача становится понятной даже дошкольнику: ***** – вот наши конфеты. У Вити на 2 конфеты меньше, чем у Миши. Значит, все конфеты надо разложить на такие кучки, чтобы в одной из них конфет было меньше на 2.

***	Витя
***(**)	Миша

Если бы у мальчиков было поровну конфет, у каждого – как у Вити, то вместе у них было бы на 2 конфеты меньше. Тогда у них было бы $8 - 2 = 6$ конфет. Тогда у Вити было бы 3 конфеты, и у Миши – 3. Но у Миши на 2 конфеты больше, то есть $3 + 2 = 5$ конфет.

Рассмотрим другую задачу: «Витя на 2 года моложе Миши. Вместе им 8 лет. Сколько лет каждому из них?» Как ни странно, такая задача намного сложнее. Всё дело в том, что годы, в отличие от конфет, нельзя потрогать руками.

Если дети поймут, что к этим двум задачам можно нарисовать одинаковые схемы, то им будет намного проще решать и другие задачи о возрастах.

Уровень сложности: **, ***

Уровень наглядности: ☀

43.1. Варе 7 лет. Сколько лет ей было 2 года назад?

43.2. Юре два года назад было 4 года. Сколько лет ему будет через 3 года?

43.3. Серёже год назад было 7 лет. Насте через два года будет 9 лет. Кто из них старше?

43.4. Яша родился на три года раньше, чем Федя. Сколько лет было Яше, когда Феде было 7 лет?

43.5. Маша родилась на 3 года раньше, чем Ваня, и на год позже, чем Петя. Маше сейчас 5 лет. Сколько лет Ване и Пете?

43.6. Вера младше Марины на 2 года, а Марина старше Оли на 5 лет. Кто старше: Вера или Оля и на сколько?

43.7. Ира старше Вани на 2 года. Лёва младше Иры на 5 лет. Сколько лет Лёве, если Ване сейчас 11 лет?

43.8. Псу Шарику и коту Кубику вместе 5 лет. Сколько им будет вместе через год?

43.9. Олесе и Анюте вместе 12 лет. Сколько лет им вместе было 2 года назад?

43.10. Псу Бобику, кошке Мурке и попугаю Гоше вместе 8 лет. Сколько лет им будет вместе через 2 года?

43.11. Варя на 3 года младше брата. Вместе им 11 лет. Сколько лет сейчас Варе? Сколько лет её брату?

43.12. Яша младше Бори на 4 года и старше Марка на 5 лет. Через год им вместе будет 20 лет. Учится ли Марк в школе?

43.13. У Никиты, которому 8 лет, есть младшие братья-близнецы – Денис и Матвей. Всем братьям вместе 16 лет. Сколько лет Матвею?

43.14. Брату 12 лет, а сестра в два раза младше. Сколько лет будет брату, когда сестре будет столько лет, сколько ему сейчас?

43.15. Надя на 5 лет старше Феде. Сколько лет будет Наде через год, если год назад им вместе было 17 лет?

43.16. Лариса на 8 лет старше Матвея. Два года назад она была в три раза старше, чем Матвей. Сколько лет Ларисе?

43.17. Отец старше сына в 4 раза. Вместе им 45 лет. Сколько лет сыну?

43.18. Внук младше деда на 60 лет. Дед старше внука в 7 раз. Сколько лет деду?

43.19. Миша сказал: «У меня два брата. Я на 3 года старше Феде, а Федя на 5 лет младше Васи. Когда младшему из нас исполнилось 7 лет, у нас родилась сестра Юля». На сколько лет Миша старше Юли?

44. КАЛЕНДАРЬ



Для решения задач такого типа нужно хорошо знать порядок месяцев и представлять себе, как устроен календарь, сколько месяцев в каждом времени года, сколько недель в месяце и сколько дней в неделе.

Рассмотрим такую задачу: «Сейчас январь. Какой месяц будет через полгода?»

Если нарисовать к этой задаче схему, изобразив на ней год в виде круга, то нужный месяц найдётся легко. Можно привести и такое рассуждение: «Если сейчас январь, середина зимы, то через полгода будет середина лета, то есть июль».

При составлении подобной схемы важно учитывать, что картинка, на которой месяцы и сезоны расположены по кругу (ментальная карта представления о временах года), в головах у разных людей устроена по-разному. Примерно для половины людей месяцы располагаются по часовой стрелке, как часы на циферблате, а остальные, наоборот, считают, что год «крутится в другую сторону». У кого-то на этой схеме весна расположена справа, а у кого-то – слева.

Разумеется, при решении задач годится любая схема, лишь бы месяцы на ней располагались в правильном порядке!





Следующие вопросы нужно обязательно обсудить с детьми. Сейчас осень.

Какое время года будет через год? Очевидно, тоже осень.

Какое время года будет через 2 года? И через 2 года, и через 6 лет, и через 100 тоже будет осень.

Какое время года будет через полгода? Через полгода будет весна. И через 3,5 года будет весна, и полтора года назад была весна.

Разберём ещё одну задачу: «Сегодня 1 мая. Какое время года будет через 3 недели? через 6 недель?»

Решение: 3 недели меньше, чем месяц, значит, будет тот же месяц, май, значит, будет то же время года, то есть весна. Можно посчитать даже, какое будет число, но это не обязательно. Шесть недель больше, чем 1 месяц, и меньше, чем 2 месяца, значит, будет следующий месяц, июнь, весна закончится, начнётся лето.



Для решения одних задач может пригодиться схема, в которой дни недели расположены по кругу. Для решения других – удобнее нарисовать сетку-календарь, чтобы было ясно, на какой день недели попадает какое число.

Сегодня пятница.

Какой день недели будет завтра? Завтра будет суббота.

Какой день недели будет послезавтра? Послезавтра будет воскресенье.

Какой день недели был вчера? Вчера был четверг.

Сегодня среда, 8 сентября. На какие числа выпадут третьи выходные сентября? Сколько в этом месяце будет занятий математического кружка, если они проводятся по четвергам?

Нарисуем календарь в виде таблицы.

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Из этой таблицы мы видим, что третьи выходные выпадают на 18–19 сентября и что всего в сентябре будет 5 занятий кружка: 2, 9, 16, 23 и 30 числа.

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀ ☀

44.1. Сейчас зима.

- а) Какое время года будет через 5 лет?
- б) Какое время года было 3 месяца тому назад?
- в) Какое время года будет через год и ещё 3 месяца?
- г) Какое время года было полгода тому назад?
- д) Какое время года будет через 2,5 года?

44.2. Саше 15 месяцев. Сколько ему лет?

44.3. Юле 25 месяцев. Сколько ей лет?

44.4. Сегодня 2 января.

- а) Какое время года было две недели назад?
- б) Какое время года будет через месяц?
- в) Какое время года будет через три месяца?
- г) Какое время года будет через полтора года?

44.5. Сегодня 10 января.

- а) Какое число будет через две недели?
- б) Какое число будет через три недели?
- в) Какое число было две недели назад?
- г) Какое число будет через год и 3 дня?

44.6. Сегодня 5 февраля.

- а) Какое время года будет через 2 недели?
- б) Какое время года будет через 10 недель?
- в) Какое время года будет через 20 недель?

44.7. Сегодня 15 сентября.

- а) Какой месяц будет через 3 недели?
- б) Какой месяц был 3 недели назад?

44.8. Пятого мая Грише исполнилось 2 года, 2 месяца и 2 дня. Какого числа у Гриши день рождения?

44.9. День рождения у Вити 10 января. Сегодня 25 декабря. Сколько ночей осталось до его дня рождения?

44.10. В воскресенье, 10 октября, я купил билеты в театр на ближайшую субботу. Какого числа я пойду в театр?

44.11. Если сегодня среда, то какой день недели:

- а) был позавчера;

- б) будет через 6 дней;
- в) будет через 14 дней?

44.12. Если сегодня вторник, то какой день недели будет:

- а) через 15 дней;
- б) через 20 дней;
- в) через 25 дней;
- г) через 50 дней?

44.13. Позавчера была среда. Какой день недели будет послезавтра?

44.14. Соня ходит на танцы каждую среду. Сколько раз она пойдёт на танцы в сентябре, если 3 сентября была пятница?

44.15. У Валеры день рождения 13 сентября. Попадёт ли на выходные его день рождения, если в этом году 1 сентября – вторник?

44.16. Сколько учебных дней было бы у школьников в сентябре, если бы выходными днями были все числа, в которых есть чётные цифры? А сколько учебных дней было бы в октябре?

44.17. Сколько учебных дней в сентябре, если все субботы и воскресенья – выходные? А если только один выходной – воскресенье? (Рассмотрите все варианты.)

45. ВРЕМЯ НА ЧАСАХ



Большинство дошкольников и многие ученики начальных классов не умеют определять время по механическим часам. У некоторых возникают проблемы и с электронными. Встречаются школьники 3–4 классов, которые способны узнать время по электронным часам, но которые не понимают, что 18 – это 6 вечера, что 18:30 – это полседьмого и уж тем более, что 18:45 – это без четверти семь. Происхождение четвертей и половинок покрыто мраком для ребёнка, не знакомого с механическими часами.

Часы со стрелками нагляднее электронных, но научиться определять по ним время – трудней. Надо уметь отличать минутную стрелку от часовой, не путать 17 часов и 7, по-

нимать, что когда до 9 часов остаётся лишь пара минут, и часовая стрелка показывает почти на 9, часов всё равно ещё только 8. Считать минуты пятёрками тоже не слишком просто.

Иногда создаётся впечатление, что ребёнок освоится с часами не сегодня завтра, но время идёт, а качественного скачка не происходит. Задачи этого раздела напоминают: всему своё время.

Уровень сложности: **, ***, *****

Уровень наглядности: ☀

45.1. Выберите часы, которые показывают одинаковое время.



1)



2)



3)



4)



5)



а)



б)



в)



г)

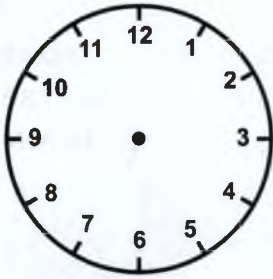


д)



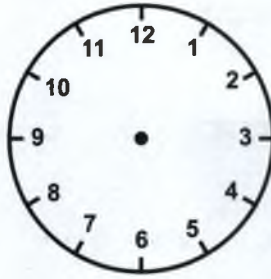
е)

45.2. Дорисуйте стрелки у часов так, чтобы они показывали то же время, что и электронные часы.



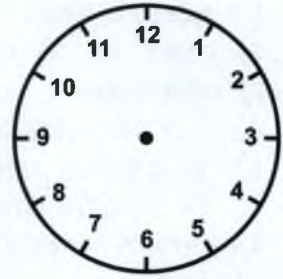
08:00

а)



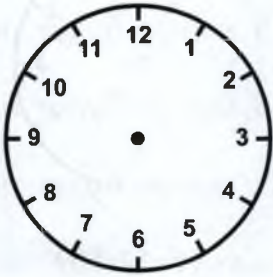
08:00

б)



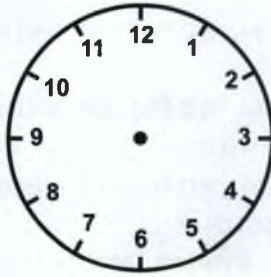
00:30

в)



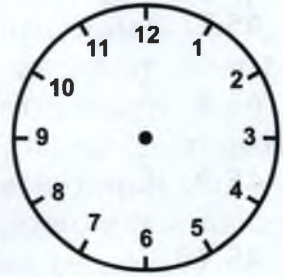
08:30

г)



08:45

д)



08:15

е)

45.3. Посмотрите на циферблат с римскими числами. Сколько времени показывают эти часы?



а)



б)



в)



г)

45.4. Напишите, что показывают электронные часы, когда говорят:

- а) двенадцать часов ровно;
- б) девять часов вечера;
- в) семь часов утра;
- г) полдень;
- д) без пятнадцати три;
- е) половина первого;
- ж) без четверти шесть;
- з) десять пятнадцать;
- и) полночь.

45.5. Сейчас 12:00. Куда будет показывать часовая стрелка через 15 часов? через 33 часа?

45.6. Сейчас 16:45. Нарисуйте положение стрелок:

- а) через 2,5 часа;
- б) 2,5 часа назад.

45.7. Нарисуйте часы, которые через 15 минут будут показывать полдень.

45.8. Нарисуйте часы, которые через 25 минут будут показывать 5 часов 15 минут.

45.9. Нарисуйте часы, которые через 35 минут будут показывать половину шестого.

45.10. Через какое время эти часы покажут 12:10?



45.11. Через какое время эти часы покажут 12:20?



45.12. Когда мы видим цифру 2, а говорим 10?

45.13. Саша, Митя и Денис учатся в первом классе и не очень хорошо умеют определять время по часам. Саша считает, что эти часы показывают 8 часов 9 минут. Митя считает, что на часах без пятнадцати восемь. Денис говорит, что на часах 8 часов 45 минут. Кто из них прав?



45.14. Мама велела детям погулять во дворе и вернуться не позже шести. Они спросили время у старушки, сидящей перед домом, и та сказала, что сейчас четверть шестого. Опоздали ли они?

45.15. Что раньше: четверть седьмого или без четверти семь?

45.16. Максим хочет посмотреть мультфильм, который начинается в 15:15. Сколько у него осталось времени до начала мультфильма, если сейчас полдень?

45.17. Вере надо успеть в музыкальную школу к 5 часам. Она вышла из дома, погуляла немного и увидела, что электронные часы показывают уже 14:55. Успевает ли она в музыкальную школу, если идти туда 10 минут?

45.18. Бабушка смотрит сериал каждый день в шесть часов вечера. Сколько ещё времени до начала её любимого фильма, если сейчас на часах 15:55?

45.19. Костя делает домашнее задание по математике за 35 минут, а по русскому языку – за 40 минут. Во сколько он закончит делать домашнюю работу, если начнёт её делать в 14:50?

45.20. Тренировка у Вани начинается в 14:15 и продолжается полтора часа. Нарисуйте положение стрелок на часах в тот момент, когда у Вани закончится тренировка.

45.21. Сейчас без пяти минут четыре. Нарисуйте положение стрелок через 20 минут.

45.22. Сколько минут:

- а) в двух часах;
- б) в четверти часа;
- в) в полутора часах?

45.23. Сколько секунд:

- а) в трёх минутах;
- б) в одном часе;
- в) в двух с половиной часах?

45.24. Сколько минут останется спать непослушной Гале, если в 23:30 она ещё не спит и ляжет только через 15 минут, а в 7:00 у неё зазвонит будильник?

45.25. Мама привела первоклассника Вову в школу к 8:30. Сегодня у Вовы 3 урока по 45 минут, а перемены между уроками по 15 минут. Во сколько маме нужно прийти, чтобы забрать Вову из школы?

45.26. У Насти сегодня 5 уроков по 45 минут и перемены по 10 минут. Первый урок начинается в 8:30. Сколько звонков Настя услышала сегодня с 9:00 до 11:00?

45.27. Праздничная свечка горит 10 минут. На день рождения Коли в пирог вставили 7 свечей, зажгли их одновременно и не ели пирог, пока все свечи не сгорели. Сколько времени голодные гости ждали угощения, любуясь свечами?

45.28. Яйцо варится 8 минут. Миша решил сварить 4 яйца. Сварятся ли они за 20 минут?

45.29. Нина смотрела мультфильм с самого начала, но не до конца – всего 15 минут. Ксюша смотрела мультфильм не с начала, но зато до конца – всего 10 минут. Сколько времени шёл мультфильм, если вместе они смотрели его 5 минут?

45.30. Что вы подумаете, если увидите, что электронные часы показывают 55:20?

55:20

46. ДОРОГИ И ПЕРЕКРЁСТКИ



Задачи этого типа трудны. Редкий ребёнок способен самостоятельно изобрести алгоритм решения этих задач и тем более его обосновать. Но даже если этот алгоритм объяснить детям заранее, задачи не станут для них слишком лёгкими.

Полезно разобрать с детьми несколько примеров и попытаться найти какие-нибудь общие закономерности. Попросите детей обвести одну и ту же фигуру, начиная с разных точек. Обратите их внимание на то, что одни фигуры можно нарисовать, начиная с любой вершины, а другие – не с любой. Предъявите фигуру, которую вообще нельзя нарисовать без отрыва карандаша от бумаги. Покажите детям, что, когда они обводят одни фигуры, карандаш возвращается в исходную точку, а когда обводят другие – нет.

Можно сказать, что линии на рисунке – это дороги, а точки, в которых они соединяются, – перекрёстки. Задача состоит в том, чтобы пройти по каждой дороге ровно один раз.

Рядом с каждым перекрёстком можно написать число – количество приходящих в него дорог. Если это число чётное, назовём перекрёсток чётным, если нечётное – нечётным.

Оказывается, что рисунок можно обвести, начиная с любой точки, если все перекрёстки чётные. Любопытно, что старт обязательно совпадёт с финишем. Кроме того, можно обвести рисунки, которые содержат ровно два нечётных перекрёстка. Но начать движение можно будет не в любой точке, а только в одном из этих нечётных перекрёстков. Финиш при этом обязательно окажется во втором.

Никакие другие рисунки обвести нельзя!

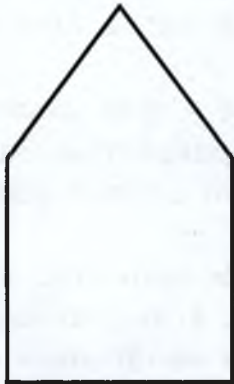
Не следует требовать от младших школьников доказательства этого факта, но важно, чтобы они осознали алгоритм решения подобных задач.

Итак, сначала нужно аккуратно подписать все перекрёстки, затем посчитать, сколько получилось нечётных. Если нечётных перекрёстков окажется 1, 3 или больше, то задача решения не имеет. Если нечётных перекрёстков окажется ровно 2, то задача имеет решение, но начинать обводить рисунок следует только с нечётного перекрёстка. Наконец, если все перекрёстки на рисунке чётные, то задача также имеет решение, а стартовать можно откуда угодно.

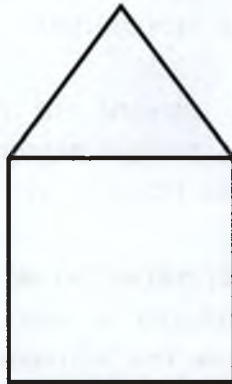
Уровень сложности: *****, ******

Уровень наглядности: **☀**

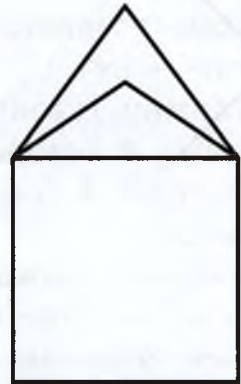
46.1. Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



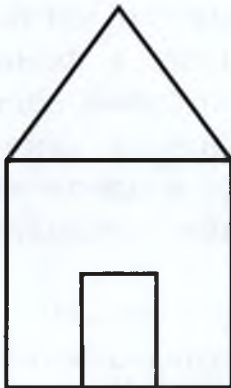
а)



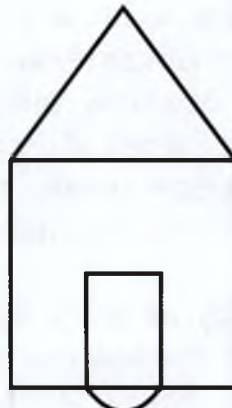
б)



в)

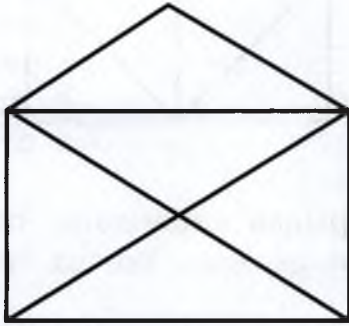


г)

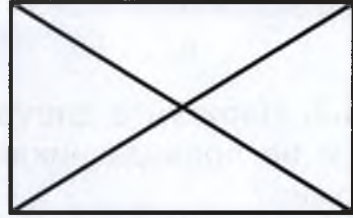


д)

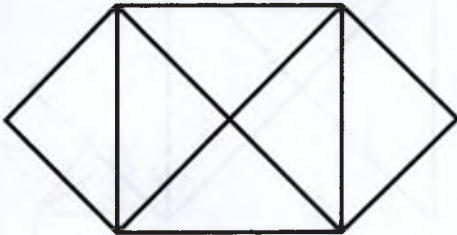
46.2. Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



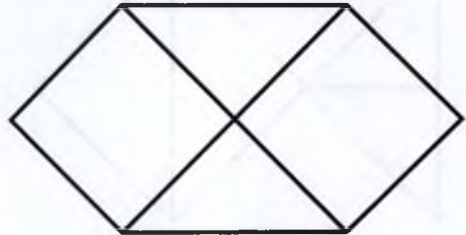
а)



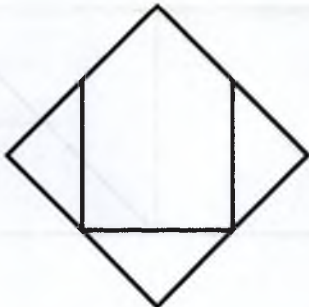
б)



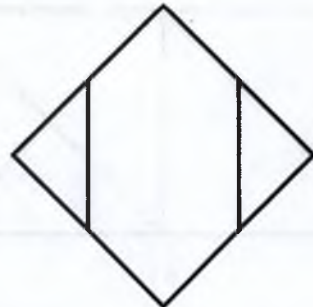
в)



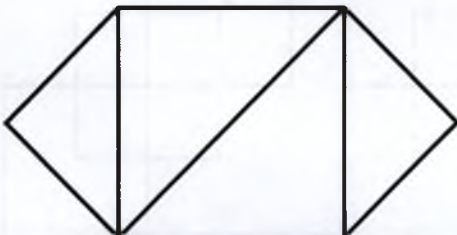
г)



д)



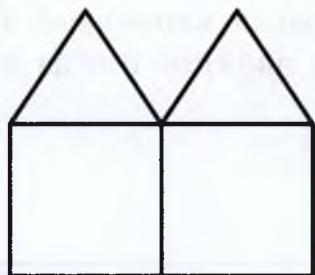
е)



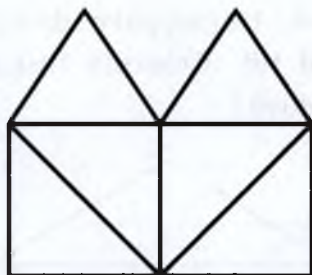
ж)



з)

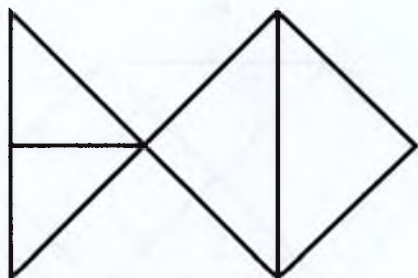


и)

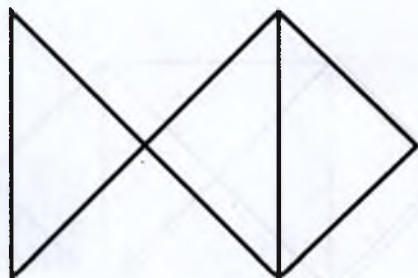


к)

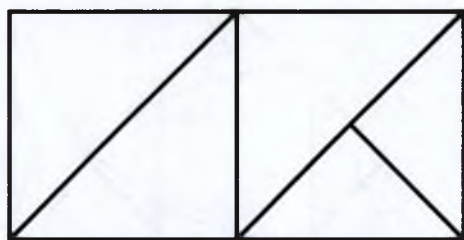
46.3. Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



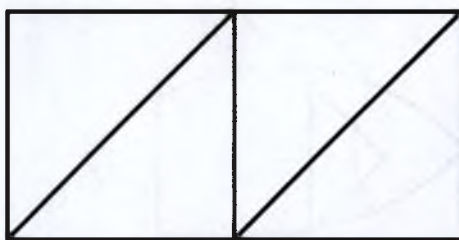
а)



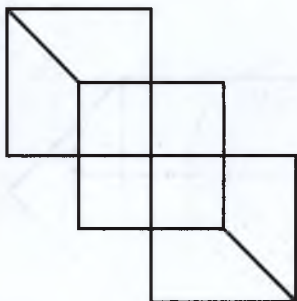
б)



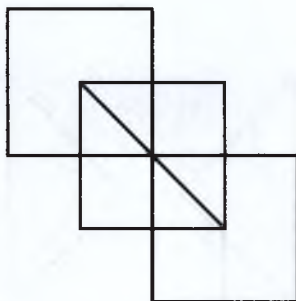
в)



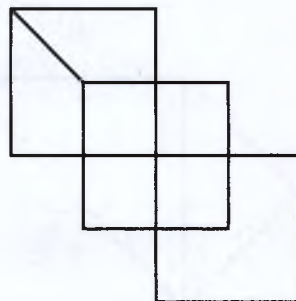
г)



д)

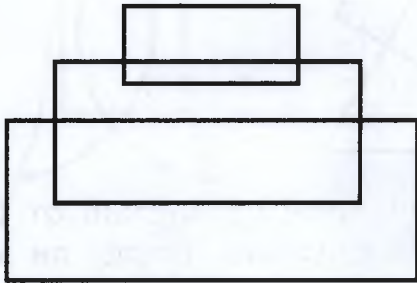


е)



ж)

46.4. Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



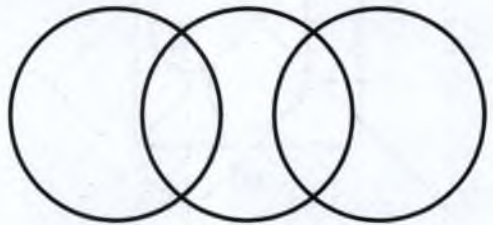
а)



б)



в)



г)



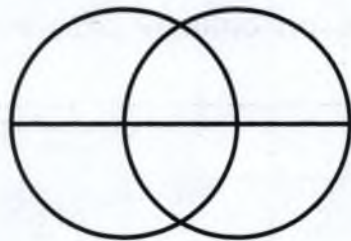
д)



е)



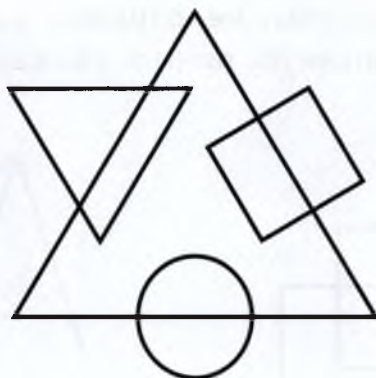
ж)



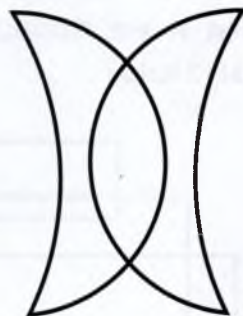
з)



и)



к)



л)



м)



н)

47. МОСТЫ И БЕРЕГА



Задачи этого раздела аналогичны предыдущим. В роли дорог здесь выступают мосты, а в роли перекрёстков – острова и оба берега реки.

Уровень сложности: *****, ******

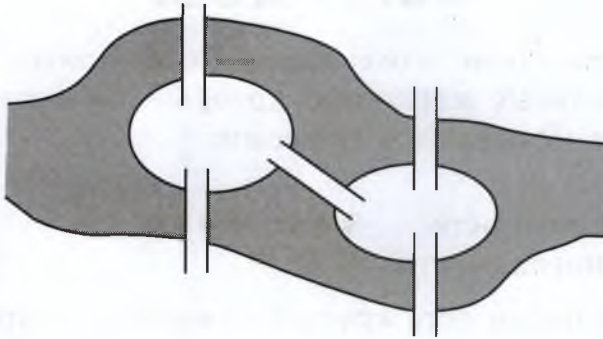
Уровень наглядности: **☀**

47.1. Можно ли обойти все острова и берега, побывав ровно по одному разу на каждом мосту?

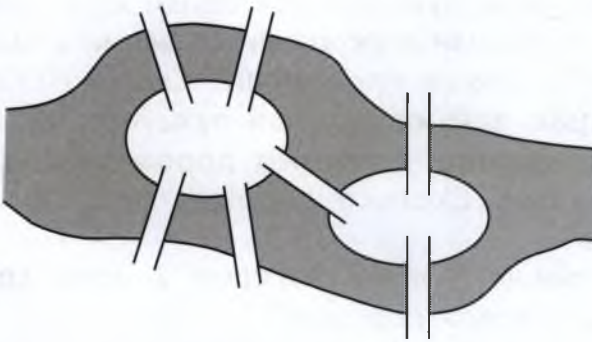
а)



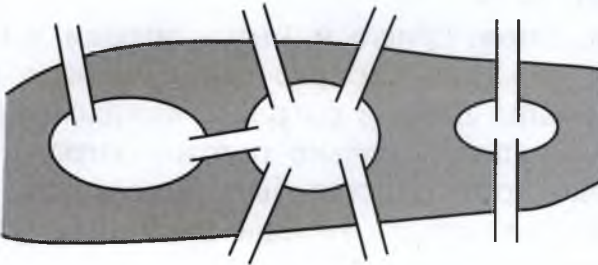
б)



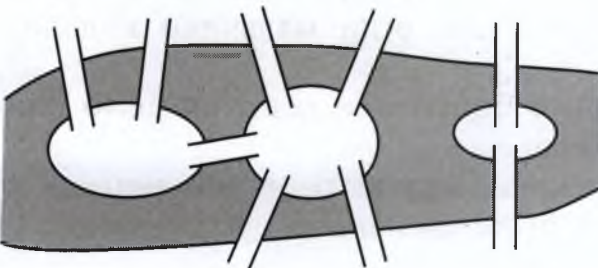
в)



г)



д)



48. ГРАФЫ



Для решения этих задач необходимо нарисовать правильные картинки, которые на математическом языке называются графами.

Уровень сложности: *****, ******

Уровень наглядности: **☀ ☀ ☀**

48.1. а) В парке есть круглая лужайка, по краю которой стоят 3 скамейки. Все скамейки соединены прямыми дорожками. На сколько газонов дорожки разбивают лужайку?

б) На краю этой лужайки поставили ещё одну скамейку. Её соединили прямыми дорожками со всеми старыми скамейками. Сколько дорожек проложили? Сколько стало газонов?

48.2. На краю той же круглой лужайки поставили пятую скамейку и соединили прямыми дорожками со всеми старыми скамейками. Сколько дорожек проложили? Сколько стало газонов?

48.3. В деревне 3 дома. Каждые 2 дома соединяет дорожка. Сколько всего дорожек?

48.4. Вася, Боря и Антон играли в шахматы. Каждый сыграл с каждым. Сколько было сыграно партий? Сколько партий сыграл Вася?

48.5. Ваня, Боря, Гриша и Антон играли в шашки. Каждый сыграл с каждым. Сколько было сыграно партий? Потом к ним пришёл Даня и сыграл с каждым из них. Сколько партий он сыграл? Сколько партий сыграли все пятеро?

48.6. В некотором царстве было 6 городов, расположенных по кругу. Каждые два города соединяла дорога. Сколько дорог было в царстве?

48.7. Пол, Джон и Том делали самолётики. Каждый запустил в каждого по 2 самолётика. Сколько всего было сделано самолётиков, если мальчики кидали только свои самолётики?

48.8. Сколько бабушек и дедушек было у всех твоих бабушек и дедушек?

48.9. Мальчики при встрече обменялись рукопожатиями. При этом было сделано 6 рукопожатий. Сколько было мальчиков?

48.10. Встретились 5 человек, и каждый поздоровался со всеми остальными за руку. Сколько было рукопожатий? А если встретились 6 человек? 8 человек?

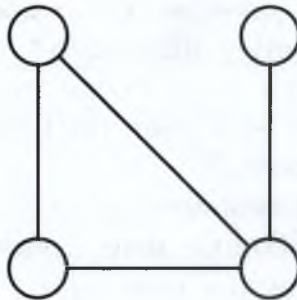
48.11. Костя, Даня и Серёжа обменялись номерами телефонов. Сколько новых номеров появилось в записной книжке у Кости? А сколько новых номеров появилось во всех трёх записных книжках?

48.12. Уезжая из летнего лагеря, ребята обменялись фотографиями: каждый дал каждому из друзей по 2 свои фотографии. Всего им для этого понадобилось 24 фотографии. Сколько было друзей?

48.13. У зайчика, крота, белочки и ёжика есть телефоны. Крот может позвонить и зайчику, и ёжику, и белочке. Зайчик может позвонить кроту и белочке. Белочка может позвонить зайчику и кроту. А ёжик может позвонить только кроту.

а) Раскрасьте телефон крота красным карандашом, ёжика – синим, белочки – зелёным, зайчика – жёлтым.

б) Дорисуйте провода так, чтобы каждый зверь мог поговорить с каждым. Сколько проводов пришлось нарисовать? Сколько проводов выходит из каждого телефона? Сколько всего проводов на картинке?



49. МОЯ СЕМЬЯ



Есть дети, как правило, мальчики, которым эта тема кажется очень сложной. Дело тут не только в логике, но и в том, насколько хорошо они понимают, откуда берутся фамилии и отчества.

Объясняя задачи этого раздела, можно предложить мальчикам такие вопросы:

– Костя! Вот ты вырастешь, станешь взрослым, у тебя будет своя семья. Если у тебя родится дочка, какое ты ей выберешь имя? Света? Хорошо. А ты можешь сказать, какое у неё будет полное имя, отчество и фамилия?

У мальчиков подобные вопросы часто вызывают затруднения. Они понятия не имеют, как им узнать фамилию и отчество своей будущей дочери! Девочки обычно справляются с этими задачами без проблем и рвутся подсказать мальчикам.

Уровень сложности: ***, ****

Уровень наглядности: ☀

49.1. У Вани сестёр и братьев поровну. Кого в семье больше: сыновей или дочерей и на сколько?

49.2. В семье Васильевых у каждого брата есть 1 сестра, а у каждой сестры – 3 брата. Сколько всего детей в этой семье?

49.3. У Анны Ивановны 6 сыновей. У каждого из этих сыновей есть родная сестра. Сколько всего у неё детей?

49.4. У Пети братьев в три раза больше, чем сестёр. Сколько всего детей в его семье, если их меньше 10?

49.5. У Водяного 3 дочери. У каждой дочери есть 2 брата. Сколько всего детей у Водяного?

49.6. Два отца и два сына съели на завтрак 3 бутерброда, причём каждый из них съел по целому бутерброду. Как вы это можете объяснить?

49.7. Дочь моей мамы мне

49.8. Сын моей бабушки мне ... или

49.9. Отец моей сестры мне

49.10. Дочь моей сестры мне

49.11. Отец моего двоюродного брата мне

49.12. У Петра Семёновича Федосеева есть дочь Надя. Как будут записаны её фамилия, имя и отчество в паспорте?

49.13. Юрий Евгеньевич Егоров назвал дочку в честь своего отца. Напишите её фамилию, имя и отчество.

49.14. Можно ли узнать, как зовут дедушек Миши Петрова, если мы знаем, что у Миши есть дядя, которого

зовут Олег Львович Петров, и тётя, которую зовут Юлия Сергеевна Семёнова?

49.15. Собрались вместе внук, отец и дед. Одного из них зовут Пётр Иванович, другого Иван Сергеевич, третьего – Степан Петрович.

- а) Как зовут внука?
- б) Как зовут отца?
- в) Как зовут деда?

49.16. Мужа зовут Игорь Александрович Матвеев, жену – Валерия Андреевна Орлова. У них родилась дочка. Дочку назвали в честь дедушки. Как её фамилия, имя и отчество будут записаны в паспорте?

50. ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С КОНЦА



Некоторые задачи следует решать, «раскручивая» условие от конца к началу. Как, например, узнать, сколько воздушных шариков было у Пятачка, если половину он подарил Винни-Пуху, половину от того, что осталось, подарил ослику Иа, потом ещё три подарил Крошке Ру и всего лишь один оставил себе? Такую задачу надо решать с конца. В конце у Пятачка остался всего один шарик. Значит, перед тем как Пятачок подарил три шарика Крошке Ру, у Пятачка было четыре шарика ($1 + 3 = 4$). До того как Пятачок подарил половину шариков ослику Иа, у Пятачка их было вдвое больше, то есть восемь ($4 \cdot 2 = 8$). А в самом начале у Пятачка было шариков ещё в два раза больше, потому что половину из них он подарил Винни-Пуху ($8 \cdot 2 = 16$).

Ответ: с самого начала у Пятачка было 16 шариков.

Уровень сложности: ***, ****

Уровень наглядности: 0

50.1. Я задумала число. Разделила его пополам, потом результат разделила пополам, потом результат разделила на три одинаковые части и получила 1. Какое число я задумала?

50.2. Хозяин принёс трём своим гостям большую связку бананов и сказал: «3 банана отдайте моей обезьянке, а остальные разделите поровну на троих». Трое гостей уснули. Потом первый из них проснулся, отдал 3 банана обезьянке, съел треть оставшихся бананов и ушёл гулять. Затем второй из них проснулся, отдал 3 банана обезьянке, съел треть оставшихся бананов и ушёл гулять. Третий проснулся, отдал 3 банана обезьянке, съел треть оставшихся бананов, и на столе осталось 2 банана. Сколько всего бананов принёс хозяин?

50.3. Когда Саша и Андрюша посчитали, сколько у них солдатиков, они поняли, что у Андрюши солдатиков в 5 раз меньше, чем у Саши. Тогда Саша отдал Андрюше половину своих солдатиков, и у Андрюши стало больше солдатиков, чем у Саши. После этого Андрюша отдал одного солдатика Саше, и у них стало по 6 солдатиков. Сколько солдатиков было у каждого из них вначале?

50.4. Арина и Настя пошли в магазин. Арина потратила половину своих денег на мороженое, а Настя на половину своих денег купила пирожок. Потом они на все оставшиеся деньги купили одну книжку за 40 рублей. Сколько денег было в самом начале у каждой из девочек, если пирожок на 10 рублей дешевле, чем мороженое?

50.5. На трёх ёлках сидели 27 птиц. Когда с первой ёлки на вторую перелетели 5 птиц, а со второй на третью перелетели 3 птицы, то птиц на трёх ёлках стало поровну. Сколько птиц сидело сначала на каждой ёлке?

51. ДЕЛИМОСТЬ



Как быстро узнать, делится ли число на 2? Как выяснить, ничего не считая, делится ли число на 5? Некоторые закономерности дети могут заметить самостоятельно. Многие из них понимают, что если число оканчивается на чётную цифру, то оно делится на 2. Чуть сложнее осознать, что если число оканчивается на 5 или 0, то оно делится на 5. Некоторые дети замечают, что если сумма цифр числа делится на 9, то и всё число делит-

ся на 9. Аналогичный признак делимости на 3, как ни странно, гораздо менее нагляден. Тем, кто свободно считает в пределах тысячи, может пригодиться признак делимости на 4 – если число, образованное последними двумя цифрами, делится на 4, то и всё число делится на 4.

Знать, почему все эти признаки верны, ученикам начальной школы не обязательно, но уметь ими пользоваться – полезно.

Уровень сложности: *****, ****, *******

Уровень наглядности: 

51.1. На доске написаны числа: 12, 102, 15, 111, 36, 75, 78, 34, 35, 90, 202, 30, 91, 20, 22, 25, 700, 225, 122. Обведите числа, которые:

- а) делятся на 2;
- б) делятся на 5;
- в) делятся на 3.

Как вы об этом догадались? Какие числа вы обвели 3 раза?

51.2. Найдётся ли среди четырёх последовательных чисел:

- а) хотя бы одно чётное;
- б) хотя бы одно число, делящееся на 3;
- в) хотя бы одно число, делящееся на 4;
- г) хотя бы одно число, делящееся на 5?

51.3. Марина написала на доске однозначное число, потом приписала к нему справа такое же число. Будет ли это двузначное число делиться на 11?

51.4. У Антона был набор из 24 кубиков. Во вторник он пытался построить из всех кубиков 2 одинаковые башенки, в среду – три одинаковые башенки, в четверг – 4, в пятницу – 5, в субботу – 6, в воскресенье – 7. В какие дни ему это удалось?

51.5. У Васи было 30 конфет, он съел несколько, а потом стал раскладывать конфеты на кучки. Когда он пытался разделить их на 2, 3 или 4 равные кучки, одна конфета всегда оказывалась лишней. Зато ему удалось разложить их на 5 кучек. Сколько конфет съел Вася?

51.6. Делится ли на 9 число 369639? а число 111111111? а число 450054? Как это проверить?

51.7. Друзья Тома Сойера красили забор. Билл покрасил все доски с чётными номерами. Джим покрасил все доски, номер которых делится на три. В итоге Питеру осталось покрасить только 8 досок. Сколько было досок в заборе?

51.8. Может ли число, составленное только из троек, делиться на число, составленное только из четвёрок? А наоборот?

52. ЧАСТИ И ЦЕЛОЕ



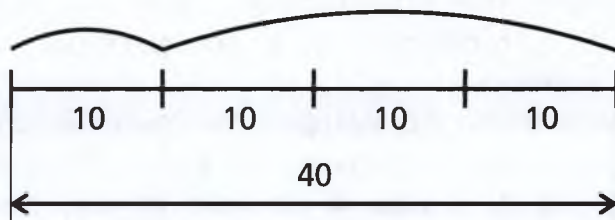
Дети привыкли к тому, что если в условии задачи встречается слово «разделить», то надо самое большое число разделить, к примеру, на самое маленькое. В задачах на части дети делают много ошибок, потому что не готовы к тому, что части не всегда равны. Именно поэтому дети не всегда могут нарисовать к этим задачам подходящую схему.

Особенно сложны задачи про годы, метры и литры – всё то, что нельзя пощупать руками и разложить на кучки. В такой ситуации особенно помогает умение нарисовать схему и воспользоваться ей.

Разберём такую задачу.

Верёвку длиной 40 м разрезали на 2 части, одна в 3 раза длиннее другой. Какова длина короткого куска?

Нарисуем схему. Одна часть верёвки в 3 раза короче другой, значит, длинный кусок верёвки состоит из 3 таких частей. На схеме мы видим, что вся верёвка состоит из 4 одинаковых частей, равных маленькому куску.

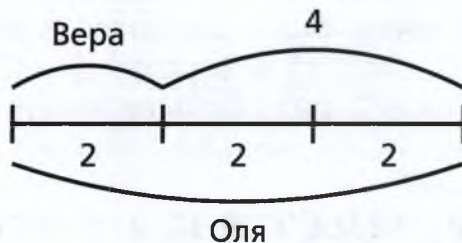


Из условия известно, что вся верёвка 40 м, значит, каждая из маленьких частей равна 10 м.

Ответ: 10 м.

Разберём вторую задачу.

Вера в 3 раза младше Оли, а Оля на 4 года старше Веры. Сколько лет Вере и Оле?



Поскольку Оля в три раза старше Веры, на схеме возраст Оли разделён на 3 равные части. Одна из этих частей – возраст Веры, а две оставшиеся части в сумме составляют 4 года. Если 2 части – это 4 года, то 1 часть – это 2 года. Следовательно, Вере 2 года, Оле 6 лет.

Уровень сложности: ***, ****

Уровень наглядности: ☀ ☀

52.1. Карлсон дал Малышу 10 конфет, а себе взял в 2 раза больше конфет. Сколько конфет они съели вместе?

52.2. Верёвку длиной 15 м разрезали на 2 части, одна в 2 раза длиннее другой. Какова длина короткого куска?

52.3. У Кати на юбке 2 кармана, а у Ани – 1 карман. Мама положила в каждый карман поровну конфет. Сколько конфет у Ани, если всего мама раздала 12 конфет?

52.4. Когда варят манную кашу, берут 1 часть крупы и 5 частей молока. Сколько манной крупы надо взять, чтобы сварить кашу из 10 чашек молока?

52.5. Дед в 7 раз старше внука. Вместе им 80 лет. Сколько лет внуку?

52.6. Для варенья из вишни на каждые 3 кг вишен нужно 2 кг сахара. Сколько сахара понадобится, чтобы сварить варенье из 9 кг вишен?

52.7. В двух карманах у Юли лежат орехи. В правом кармане орехов в 2 раза больше, чем в левом. Сколько орехов в каждом кармане, если всего у Юли 15 орехов? 18 орехов? 45 орехов?

52.8. В два бидона – большой и маленький – поместилось 35 л молока. В один бидон поместилось в 4 раза больше, чем в другой. Сколько молока в маленьком бидоне?

52.9. Длина верёвки 24 см. Разрежьте её на две части так, чтобы одна часть была длиннее другой: а) на 2 см; б) на 6 см; в) в 2 раза; г) в 3 раза; д) в 5 раз.

52.10. У Серёжи в 2 раза больше машинок, чем у Бори, а у Бори на 6 машинок меньше, чем у Серёжи. Сколько машинок у Серёжи?

52.11. У Сони в 3 раза больше тетрадок, чем у Ани, а у Ани на 4 тетрадки меньше, чем у Сони. Сколько тетрадок у Сони?

52.12. У Милы в 4 раза больше кукол, чем у Лены, а у Лены на 12 кукол меньше, чем у Милы. Сколько кукол у Лены?

52.13. У Володи на 6 тетрадок больше, чем у Артёма. При этом у Артёма в 4 раза меньше тетрадок, чем у Володи. Сколько тетрадей у каждого?

52.14. Если Андреев даст Петрову 30 рублей, то у них будет денег поровну. На сколько рублей у Андреева больше, чем у Петрова?

52.15. У Марины в 5 раз больше кукол, чем у Насти. Если Марина отдаст Насте 4 куклы, то у них станет поровну кукол. Сколько кукол у каждой из девочек?

52.16. Найдите два числа, если известно, что:

а) сумма этих чисел 10, а их произведение 16;

б) сумма этих чисел 12, а их произведение 20;

в) сумма этих чисел 8, а их произведение 15;

г) сумма этих чисел 11, а их произведение 18;

д) сумма этих чисел 9, а их произведение 20.

52.17. Отец в 6 раз старше сына. В прошлом году он был на 30 лет старше сына. Сколько лет сыну?

52.18. В двух комнатах было 76 человек. Когда из первой комнаты вышли 30 человек, а из второй – 40, то в комнатах стало людей поровну. Сколько человек было в каждой комнате первоначально?

52.19. Ленточку длиной 18 м разрезали на 3 части. Одна часть на 1 м длиннее другой и на 1 м короче третьей. Найдите длину частей.

52.20. Бабушка варит компот. Она кладёт в него 2 кг яблок, 1 кг сахара и добавляет 3 л воды. Сколько сахара и сколько воды ей понадобится, чтобы сварить компот из 12 кг яблок?

52.21. У Миши и Серёжи машинок поровну, а у Кости столько же, сколько у Миши и Серёжи вместе. Всего у них 20 машинок. Сколько машинок у Миши и сколько у Кости?

52.22. У Славы в 2 раза больше солдатиков, чем у Димы, а у Димы в 3 раза меньше, чем у Тимоши. Сколько солдатиков у Славы с Тимошей вместе, если у Димы на 20 солдатиков меньше, чем у Тимоши?

52.23. Слив купили в 2 раза больше, чем вишни, а вишни – в 4 раза меньше, чем груш. Всего купили 7 кг фруктов и ягод. Сколько купили груш?

52.24. Бабушка Оля в 11 раз старше внучки Ани, а мама Лена в 6 раз старше Ани. Вместе бабушке, маме и Ане 90 лет. Сколько лет бабушке Оле?

52.25. Баба-яга делает зелье, в которое нужно добавить 2 части лягушачьих лапок, 3 части сушёных мухоморов, 1 часть волчьих ягод и 4 части воды. Сколько стаканов сушёных мухоморов ей нужно взять для того, чтобы получить 30 стаканов зелья?

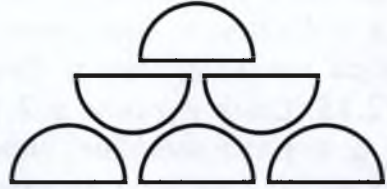
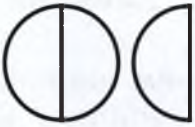
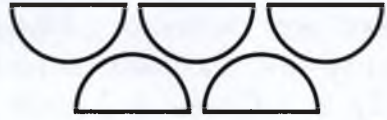
53. ДРОБИ



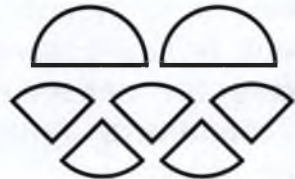
Для знакомства с дробями совсем не обязательно ждать 5 класса, ведь все дети так или иначе знают, как делится на половинки и четвертинки яблоко, пирог или пицца. Если предложить дошкольнику разделить целый пирог поровну на четырёх человек, он наверняка сам справится с задачей, даже если не знает, что такое дробь.

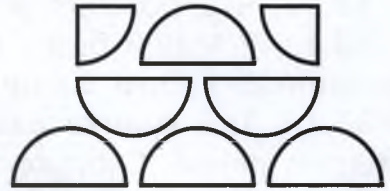
Важно дать детям достаточно времени для игр с наглядным материалом. Можно, например, раздать целые картонные кружочки и их половинки, а потом добавить ещё их четвертинки. Полезно научить детей записывать простые дроби.

В качестве первого знакомства с дробями предложите детям соединить линиями картинки с одинаковым количеством яблок:



На следующих рисунках попадают четвертинки.





Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

53.1. У Андрея 3 целых яблока, а у Вовы 7 половинок яблока. У кого из них больше?

53.2. Что тяжелее: 7 половинок яблока или 4 целых яблока?

53.3. Сколько половинок в 8 яблоках?

53.4. Мама принесла детям 3 банана и дала каждому по половинке. Сколько детей она накормила?

53.5. Детям дали по половинке яблока. Всего яблоки раздали 4 детям. Сколько было яблок?

53.6. Класс построился парами, чтобы идти на завтрак. Получилось 11 пар. Сколько детей в классе?

53.7. У Кати 3 половинки яблока, а у Саши два целых яблока и ещё половинка. Как им разделить эти яблоки поровну? А смогут ли они разделить эти яблоки поровну на четверых?

53.8. Пете дали 2 яблока и ещё половинку, а Никите дали 1 яблоко и ещё половинку. Сколько яблок у них вместе?

53.9. У Кати было полтора яблока и у Саши тоже. Сколько яблок у них вместе?

53.10. Сколько будет половина от половины?

53.11. Что больше: полтора часа или 90 минут?

53.12. Что больше: 9 четвертинок или 5 половинок?

53.13. У Маши было три четверти яблока, а у Серёжи – половинка. У кого из них больше яблок и на сколько?

53.14. Три яблока разделили на четвертинки и раздали четырём детям. Сколько кусочков яблока получил каждый?

53.15. У трёх детей по три четверти яблока. Сколько всего у них яблок?

53.16. Взяли 2 одинаковых по размеру яблока и одно яблоко разрезали на 4 равные части, а другое – на 6 равных частей. Какие части получились крупнее?

54. ЗАДАЧИ ПРО СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ



Для большинства детей эти задачи очень сложны. Дети привыкли, что если в задаче даны какие-то числа, то их нужно сложить. Поэтому если в условии сказано, что Малыш может съесть весь торт за 20 минут, а Карлсон – за 5 минут, и спрашивается, за какое время они съедят торт вдвоём, то самый частый ответ у детей – 25 минут. Важно объяснить детям, что Малыш и Карлсон вместе съедят торт точно быстрее, чем каждый из них по отдельности, и поэтому 25 минут – неверный ответ. Можно нарисовать, сколько тортов (или какую часть торта) съедят по отдельности Малыш и Карлсон за 5, 10 и 20 минут. После такой подсказки некоторые дети приходят к правильному решению. Но многие даже после подробного разбора с трудом решают задачи такого типа.

Уровень сложности: ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀

54.1. Щенок Шарик ест сосиски со скоростью 1 м в минуту, а котёнок Гав – со скоростью 2 м в минуту. Они начали есть сосиску длиной 6 м с двух концов. Через какое

время сосиска закончится? Сколько метров сосиски достанется котёнку?

54.2. Голодные Карло и Джузеппе съели одну макаронину длиной 5 м одновременно с двух концов за 4 минуты. За какое время Карло съел бы эту макаронину один, если известно, что друзья были одинаково голодные и ели с одинаковой скоростью? За сколько времени они вместе съели бы макаронину длиной 15 м?

54.3. Малыш может съесть весь торт за 20 минут, а Карлсон – за 5 минут. За сколько минут они съедят этот торт вдвоём?

54.4. Пятачок может вскопать свой огород за 12 часов, Винни-Пух может вскопать этот же огород за 4 часа. За сколько часов они вскопают его вместе?

54.5. Мама почистит картошку к обеду за 12 минут, а сын – за час. За сколько минут они почистят картошку вдвоём?

55. ТРИ РЫБАКА И ТРИ СУДАКА



Задачи этого раздела кажутся совсем простыми. Однако ответ, который приходит в голову первым, чаще всего оказывается неправильным. Если три рыбака поймали трёх судаков за три дня, то сколько рыб поймают шесть рыбаков за шесть дней? Напрашивается ответ «шесть», но он неверен.

Попробуем разобраться. Если три рыбака за три дня поймали трёх рыб, то сколько рыб поймают три рыбака за один день?

Если уменьшить время в три раза, то и число пойманных рыб уменьшится втрое, значит, за один день они втроем поймают одну рыбу.

Теперь увеличим только число рыбаков. Сколько судаков поймают шесть рыбаков за один день? В два раза больше, чем трое рыбаков, то есть двух судаков.

Если 6 рыбаков за один день ловят двух судаков, то за 6 дней они поймают в 6 раз больше рыб, а именно 12.

Решение этой задачи можно представить в виде таблицы:

3 рыбака	3 дня	3 судака
3 рыбака	1 день	1 судак
6 рыбаков	1 день	2 судака
6 рыбаков	6 дней	12 судаков

Уровень сложности: ****, *****

Уровень наглядности: ☀

55.1. Мы знаем, что 1 кошка за 1 день ловит 1 мышку.

- За сколько дней 1 кошка поймает 2 мышек?
- За сколько дней 2 кошки поймают 2 мышек?
- За сколько дней 5 кошек поймают 5 мышек?
- За сколько дней 5 кошек поймают 15 мышек?

55.2. Три курицы за 3 дня снесли 3 яйца.

- Сколько яиц снесёт 1 курица за 3 дня?
- Сколько яиц снесёт 1 курица за 12 дней?
- Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?

55.3. Три рыбака поймали 3 судака за 3 дня. За сколько дней поймают 6 рыбаков 6 судаков?

55.4. Три землекопа за 2 часа выкопали 3 ямы. Сколько ям выкопают 6 землекопов за 6 часов?

55.5. Известно, что 4 зайца и 3 кролика за 5 дней съедают столько морковки, сколько съедают 3 зайца и 4 кролика за 4 дня. Кто быстрее ест морковку: зайцы или кролики – и почему?

56. ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ



Ключом к решению задач из этого раздела являются правильно нарисованные схемы.

Уровень сложности: ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀☀

56.1. Красная Шапочка дошла от своего дома до домика бабушки за 2 часа. За первый час она прошла половину пути, а за второй – 3 км. Какую часть пути Красная Шапочка прошла за второй час? Сколько километров она прошла за первый час? Какое расстояние от дома Красной Шапочки до домика бабушки?

56.2. Две мухи соревнуются, кто быстрее заползёт на верхний край стакана и спустится вниз. Одна муха ползёт всё время с одинаковой скоростью, другая вверх ползёт в 2 раза быстрее первой, а вниз – в 2 раза медленнее первой. Какая муха приползёт вниз первой?

56.3. Пёс Шарик хочет догнать зайчонка и отдать ему фотографию. Скорость Шарика 5 км в час, а зайчонка – 4 км в час, но зайчонок стартовал на 2 км дальше по дороге, чем Шарик. Через какое время Шарик догонит зайчонка?

56.4. Дядя Пётр заметил, что когда он плывёт по реке на лодке из Простоквашина в Кефирово, то проплывает всё расстояние за час, а обратно добирается за 2 часа.

а) Какая деревня стоит выше по реке?

б) Какова скорость течения, если расстояние между деревнями 8 км?

56.5. Мушкетёры Атос и Портос скачут по дороге. Атос скачет со скоростью 6 лье в час, а Портос – со скоростью 4 лье в час. Когда они начали движение, между ними было расстояние 24 лье. Какое расстояние будет между ними через час? Возможны ли другие решения?

57. НЕВЕЗУЧИЙ ПЕТЯ



Невезучему Пете постоянно не везёт! Если у него в кармане лежат белые и чёрные шарики и Петя очень хочет достать, не подглядывая, чёрный шарик, то он обязательно достанет белый. Вот как сильно ему не везёт!

Предположим, в кармане у Невезучего Пети лежат 4 белых и 4 чёрных шарика. Петя раз за разом запускает руку в карман и каждый раз вынимает ровно один шарик.

Сколько шариков ему придётся достать, чтобы вытащить хотя бы один чёрный?

Как решать эту задачу? Очень просто! Нашему Пете никогда не везёт. Это значит, что пока в его глубоком и тёмном кармане есть белые шарики, Петя будет вынимать именно их.

Если Петя хочет достать один чёрный шарик, то какой шарик он вытащит первым? Конечно же, белый, ведь Пете не везёт! Какой он вытащит вторым? Опять белый, потому что Пете не везёт всегда. В кармане у Пети 4 белых шарика, значит, сначала он вытащит именно их. Среди первых четырёх шариков, которые Петя достанет из кармана, не будет ни одного чёрного – вот как ему не везёт!

А какой шарик вытащит Петя в пятый раз? Невезучему Пете по-прежнему не везёт, но белых шариков в его кармане больше нет! Значит, деваться некуда – пятый шарик обязательно окажется чёрным.

Ответ: 5 шариков.



Ученики 1–2 классов подобные задачи лучше решают с помощью наглядного материала. Это могут быть счётные палочки, квадратики, треугольники, магниты разного цвета.

Важно постоянно подчёркивать, что в этих задачах нас интересует самый неудачный вариант.

Уровень сложности: ***, ****, *****

Уровень наглядности: ☀

57.1. В мешке лежат 3 красных, 3 синих и 3 зелёных кубика. Если Невезучий Петя вытащит 1 кубик, какого цвета он может быть? А если 2 – какие они могут быть? А может ли он вытащить 4 одинаковых кубика?

57.2. У Невезучего Пети в мешке есть 3 красных яблока и 5 зелёных. Сколько яблок ему нужно достать не глядя, если он хочет подарить Маше одно красное и одно зелёное яблоко?

57.3. В сумке лежат 6 разных видов конфет. Какое наименьшее количество конфет нужно взять из сумки, чтобы наверняка попались 3 конфеты одного вида?

57.4. В ящике лежит 3 пары зелёных перчаток и 4 пары чёрных. Сколько перчаток надо взять, чтобы среди них точно была 1 пара зелёных?

57.5. В коробке 10 красных и 12 синих мячиков. Какое наименьшее количество мячиков нужно вытащить из коробки, чтобы наверняка попались:

- а) 2 синих мячика;
- б) 2 мячика одного цвета;
- в) 2 мячика разных цветов;
- г) 3 мячика одного цвета?

57.6. В коробке 10 синих и 10 красных шариков. Продавец не глядя достаёт по одному шарiku.

а) Сколько шариков (в самом худшем случае) ему нужно вытащить, чтобы среди уже вынутых обязательно нашлось хотя бы 2 шарика одного цвета?

б) Сколько шариков ему нужно вытащить, чтобы точно попало 2 синих шарика?

в) Сколько шариков ему нужно вытащить, чтобы точно попало 2 шарика разного цвета?

57.7. В коробке 5 синих, 3 красных, 4 зелёных и 8 оранжевых карандашей.

а) Какое наименьшее количество карандашей надо взять (с закрытыми глазами), чтобы среди них оказалось не меньше 5 карандашей одного цвета?

б) Сколько карандашей надо взять, чтобы среди них точно было 2 карандаша разного цвета?

в) Сколько карандашей надо взять, чтобы среди них точно было 3 карандаша разного цвета?

57.8. У Растеряшки 10 пар разных носков. Каждый вечер он кидает носки под кровать, а каждое утро достаёт их оттуда по одному, пока не попадутся два одинаковых. Сколько носков ему придётся достать, если очень не повезёт?

57.9. У Растеряшки под кроватью валяются 6 пар разных ботинок. Сколько ботинок ему придётся достать по одному, чтобы найти пару, если ему очень не повезёт?

57.10. Растеряшка выбросил все свои разноцветные носки и купил вместо них 5 пар белых и 5 пар чёрных носков. Сколько теперь нужно достать носков из-под кровати, чтобы собрать пару, если очень не повезёт?

57.11. В обувном шкафу у Славы стоит 6 пар чёрных ботинок и 2 пары коричневых. Какое наименьшее количество ботинок должен взять из шкафа сонный Слава, чтобы у него была хотя бы пара ботинок одного цвета? (Помните о том, что ботинки бывают правые и левые!)

57.12. В коробке лежат красные, синие и белые шары. Чтобы вытащить один красный, нужно взять 11 шаров, 1 синий – 12, 1 белый – 10.

а) Сколько всего шаров в коробке?

б) Сколько красных шаров?

в) Сколько синих шаров?

г) Сколько белых шаров?

57.13. В коробке 10 красных карандашей, 8 синих, 6 зелёных и 4 жёлтых. Наугад из коробки берут несколько карандашей. Определите, какое наименьшее число карандашей надо вытащить, чтобы среди них было:

а) не менее 4 карандашей одного цвета;

б) по одному карандашу каждого цвета;

в) хотя бы 6 красных карандашей;

г) хотя бы 2 жёлтых карандаша.

57.14. В ящике 10 чёрных и 10 белых носков, причём половина носков каждого цвета дырявые. Сколько нужно достать носков, чтобы среди них точно попались 2 целых носка одинакового цвета?

57.15. В одном ящике лежат 5 пар коричневых и 5 пар чёрных носков, а в другом – 5 пар серых перчаток и 5 пар белых перчаток. По сколько носков и перчаток надо взять не глядя из каждого ящика, чтобы точно можно было выбрать одну пару носков и одну пару перчаток? (Помните, что перчатки бывают правые и левые!)

58. ЛИЛИПУТЫ И ГУЛЛИВЕР



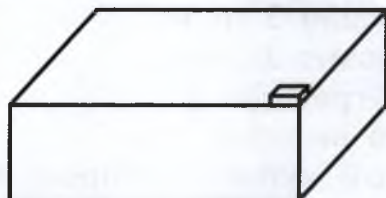
Возьмём волшебную палочку, самый обыкновенный кубик и применим к нему заклинание «Удвоение». Это заклинание устроено так, что оно увеличивает все рёбра куба ровно в 2 раза. Во сколько раз увеличится площадь его поверхности и объём? Многие

дети, не задумываясь, дадут неверный ответ. Правильно нарисованная схема поможет им осознать, в чём тут хитрость.

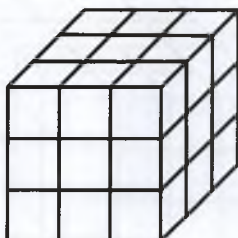
Уровень сложности: ****, *****

Уровень наглядности: ☀ ☀

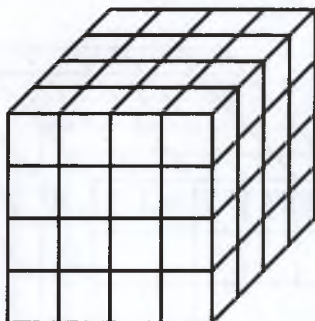
58.1. В одном шаге Гулливера 10 шагов лилипутов. Сколько спичечных коробков лилипутов поместится в одном спичечном коробке Гулливера?



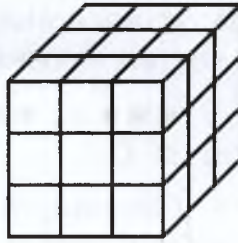
58.2. На окраску кубика размером $1 \times 1 \times 1$ см ушло 2 г краски. Сколько краски понадобится на окраску кубика размером $3 \times 3 \times 3$ см?



58.3. На окраску кубика размером $2 \times 2 \times 2$ см ушло 6 г краски. Сколько краски понадобится на окраску кубика размером $4 \times 4 \times 4$ см?



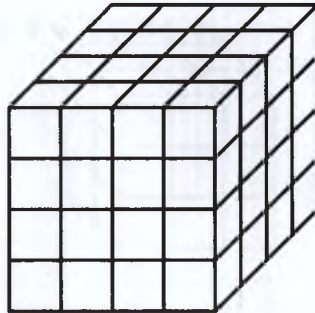
58.4. Покрашенный куб размером $3 \times 3 \times 3$ см распилили на 27 одинаковых кубиков.



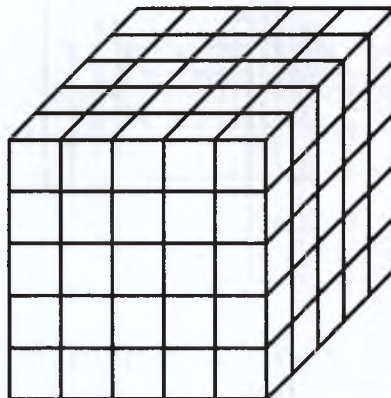
Сколько получилось кубиков, у которых:

- а) покрашено ровно 3 грани;
- б) покрашено ровно 2 грани;
- в) покрашена 1 грань;
- г) не покрашена ни одна грань?

58.5. Деревянный кубик с ребром 4 см, окрашенный красной краской, распилили на кубики с ребром 1 см. Кубики с ровно двумя красными гранями выложили в ряд. Какой длины получился ряд?



58.6. Кубик размером $5 \times 5 \times 5$ см покрасили снаружи, а потом распилили на кубики с ребром 1 см.



- а) Какой длины будет ряд, если все эти маленькие кубики выложить один за другим?
- б) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашена ровно одна грань?
- в) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашены ровно 2 грани?
- г) Сколько будет кубиков, у которых не покрашена ни одна грань?

59. РЫЦАРИ И ЛЖЕЦЫ



Схема решения этих задач такова – разобрать все случаи и отсеять те, что приводят к противоречию.

Уровень сложности: ****, *****

Уровень наглядности: ☀

59.1. На одном острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда обманывают. Путник встретил двух жителей этого острова. Один из них сказал: «По крайней мере один из нас лжец!» Кто этот островитянин – рыцарь или лжец? Кто второй островитянин?

59.2. Три девочки нарисовали круг, квадрат и треугольник. Ася: «Я нарисовала круг». Галя: «Марина нарисовала круг». Марина: «Я нарисовала квадрат». Одна девочка сказала неправду. Кто что нарисовал?

59.3. На необитаемом острове растут три дерева: ёлка, берёза и сосна. Под одним из них пираты зарыли клад, а на деревья повесили таблички: на ёлку – «Клад зарыт под сосной», на берёзу – «Клад зарыт не здесь», на сосну – «Клад зарыт под берёзой». Две надписи правдивые, одна – ложная. Под каким деревом клад?

59.4. До царя дошла весть, что кто-то из трёх богатырей убил Змея Горыныча. Царь приказал им явиться и доложить о случившемся. Илья Муромец доложил: «Змея убил Добрыня Никитич». Добрыня Никитич сказал: «Змея

убил Алёша Попович». Алёша Попович признался: «Я убил Змея». Известно, что только один богатырь сказал правду, а два других солгали. Кто убил Змея?

60. КОМБИНАТОРИКА

Уровень сложности: ****, *****

Уровень наглядности: ☀

60.1. Кристина, Ангелина и Эвелина сели в ряд на скамеечку и попросили Петю их сфотографировать. Потом они пересели и попросили сделать ещё одну фотографию. Потом они поменялись местами ещё несколько раз, перепробовав все возможные варианты. Сколько разных фотографий трёх девочек получилось у Пети?

60.2. К паровозу из Ромашково прицепили 4 одинаковых вагона и 1 цистерну. Сколькими разными способами это можно было сделать?

60.3. Марина нанизывает на травинку 4 ягоды: одна из них земляника, остальные – голубика. Сколькими способами она это может сделать, если первой она уже нанизала ягоду голубики?

60.4. У Гали есть резинки для волос: жёлтые, красные и оранжевые. Во вторник она попросила маму заплести ей столько косичек, чтобы на каждой было по 2 резинки и чтобы узор из резинок не повторялся. Сколько косичек у Гали было во вторник? В среду Галя попросила маму заплести ей столько косичек, чтобы на каждой было по 3 резинки и чтобы узор из резинок не повторялся. Сколько косичек было у Гали в среду?

60.5. Из деревни Анино в деревню Борисовку ведёт 2 дороги, а из Борисовки в Васино – 1 дорога. Сколькими способами можно проехать из Анино в Васино?

60.6. Из города А в город В ведут 3 дороги, а из города В в город С – 2. Сколько существует способов попасть из А в С? Пронумеруйте дороги и запишите способы.

60.7. Сколько различных букетов, состоящих из трёх цветков, Пьеро может собрать, если у него есть тюльпаны, нарциссы и розы?

61. РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ

Уровень сложности: **, ***, ****

Уровень наглядности: ☀, ☀☀

61.1. В пакете лежат фрукты. Все, кроме двух, апельсины. Все, кроме двух, яблоки. Все, кроме двух, бананы. Сколько фруктов в пакете? Какие это фрукты?

61.2. У Васи и Максима вместе было 12 машинок. Вася отдал Максиму 5 машинок. Сколько теперь машинок у Максима и Васи вместе?

61.3. В лифт на первом этаже вошли Маша, Аня, Катя, Лиза и Оля. Маша живёт на 8-м этаже, Аня живёт на 3-м этаже, Лиза живёт на 10-м этаже, Катя живёт на 4-м этаже, Оля – на 6-м этаже.

а) Кто выйдет из лифта первым?

б) Кто выйдет перед Олей?

в) Кто останется в лифте, когда лифт будет проезжать мимо 7-го этажа?

г) Сколько девочек живёт выше Кати?

61.4. В очереди за билетами в кино стоят Юра, Миша, Володя, Саша и Олег. Известно, что Юра купит билет раньше, чем Миша, но позже Олега; Володя и Олег не стоят рядом; Саша не находится ни рядом с Олегом, ни с Юрой, ни с Володей. Кто за кем стоит?

61.5. Синяя чашка стоит между красной и зелёной. Рядом с зелёной чашкой стоит жёлтая. Нарисуйте все чашки. Какие чашки не могут быть рядом?

61.6. В лаборатории в течение двух недель рождались хомяки, всего 30 штук. Докажите, что среди них есть двое, родившихся в один день.

61.7. В деревне Кефирово 10 дворов. Почтальон Лавочкин насчитал там 12 лающих собак. Докажите, что были дворы, в которых на Лавочкина лаяло больше одной собаки.

61.8. Загадано число от 1 до 15 включительно. Какое наименьшее количество чисел надо назвать, чтобы наверняка отгадать это число, если ведущий будет отвечать «больше», «меньше» или «угадали»?

61.9. Костя родился весной. Как быстрее всего узнать, в каком месяце он родился, если он отвечает на вопросы только «да» или «нет»? Сколько понадобится вопросов?

61.10. Геологи нашли 7 камней массой 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 кг. Эти камни разложили в 4 рюкзака так, что масса камней в каждом рюкзаке оказалась одинаковой. Как геологи это сделали?

61.11. В магазине сок хранится в огромном баке. Покупатель пришёл с двумя пустыми банками: ёмкость первой – 4 л, ёмкость второй – 3 л. Как, не используя других ёмкостей, отмерить покупателю в его банки 5 л сока?

61.12. Нарисуйте, что увидят в зеркале следующие буквы.

А О Ж М

61.13. А если буква **Б** подойдёт к зеркалу, что она там увидит? Нарисуйте.

61.14. Нарисуйте, что увидят следующие буквы, если подойдут к зеркалу:

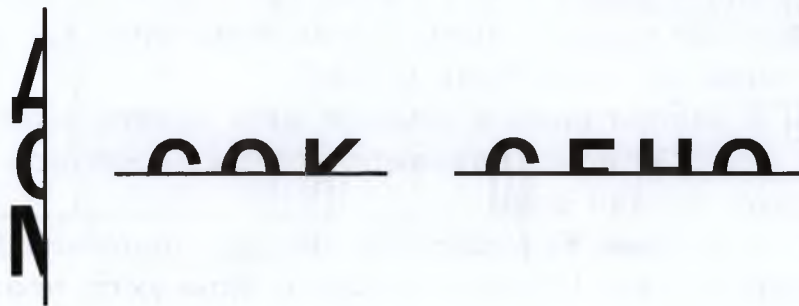
а) И

в) Ю

б) Е

г) Я

61.15. Нарисуйте отражения в зеркале и прочитайте слова:



61.16. Мальвина предложила своим ученикам написать на листочке три числа от 5 до 15 и потом сложить их.

– Мой ответ – 12! – сказал Буратино.

– Вы ошиблись, – возразила Мальвина.

Как она могла это узнать, если она не видела, какие числа записал на своём листочке Буратино?

61.17. На берегу реки стоит человек, у которого есть волк, коза и капуста. Как ему переправить всё своё добро на другой берег, если в лодку помещается только он сам и либо одно животное, либо капуста? Учтите, что волк может съесть козу, а коза может съесть капусту, если оставить их на берегу без присмотра.

61.18. На берегу реки стоят 2 мальчика и их папа. У них на всех одна лодка, в которой могут одновременно поместиться только 2 ребёнка или 1 взрослый. Как им всем перебраться на другой берег?

62. ХАНОЙСКИЕ БАШНИ



Ханойские башни – популярная головоломка, придуманная во Франции в конце XIX века.

Даны три стержня, на один из которых нанизаны восемь колец. Все кольца имеют разный диаметр и лежат друг на друге так, что чем выше лежит кольцо, тем оно меньше. Задача состоит в том, чтобы перенести стопку колец на один из пустых стержней. Разрешается переносить только одно кольцо за раз, причём нельзя класть большее кольцо на меньшее. Попробуйте решить головоломку за наименьшее число ходов.



Для учеников начальной школы вполне достаточно пирамиды из 5 колец. Увеличение числа колец на единицу приводит к увеличению числа необходимых действий примерно в 2 раза.

Реквизит понадобится каждому ученику. Вместо колец можно взять полоски картона шириной не менее 2 см

и длиной 2, 4, 6, 8, 10 см. Вместо стержней – три листа бумаги разного цвета.

Уровень сложности: ****

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

63. ЛИСТ МЁБИУСА



Занятие, посвящённое листу Мёбиуса, запоминается детям надолго. Этот удивительный математический объект действительно поражает воображение. Факт существования такой «волшебной» вещи не укладывается в голове даже у многих взрослых. А сделать лист Мёбиуса очень легко.

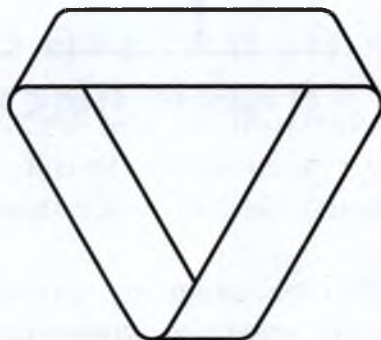
Для работы понадобятся длинные полоски бумаги шириной не менее 2 см, карандаш, клей и ножницы.

Сначала попросите детей склеить из бумажной полоски обычное кольцо. Потом попросите провести линию посередине наружной его стороны – вдоль всей полоски. Затем предложите детям нарисовать линию другого цвета – тоже посередине, но не снаружи кольца, а внутри.

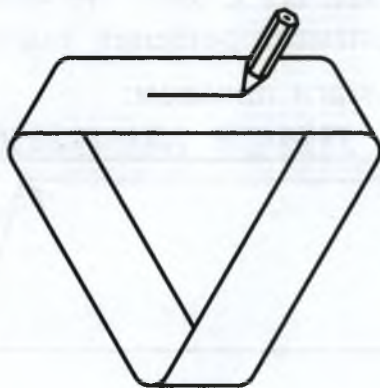
Затем возьмите другую полоску. Склейте её концы, перекрутив один из них на пол-оборота.



То, что получится в результате, называется листом Мёбиуса.



Попросите детей провести карандашом линию посередине листа Мёбиуса вдоль всей его длины. Обратите внимание детей на то, что линия оказалась и «внутри», и «снаружи».



Теперь возьмите ножницы и аккуратно разрежьте обычное кольцо по нарисованной линии. Получатся два узких колечка.

А что получится, если разрезать по нарисованной линии лист Мёбиуса? Дети будут ждать двух колечек, а получится одно – длинное и дважды перекрученное!

Склейте теперь ещё один лист Мёбиуса и опять нарисуйте на нём линию вдоль всей его длины, но не посередине, а ближе к краю. Что получится, если разрезать лист Мёбиуса по такой линии? К не меньшему удивлению детей, на этот раз получатся два колечка, причём сцепленных между собой, – лист Мёбиуса, и ещё одно – в два раза более длинное и дважды перекрученное!

64. КАК ПРОЛЕЗТЬ СКВОЗЬ ТЕТРАДНЫЙ ЛИСТОК?



Предложите детям прорезать в тетрадном листе дырку, через которую они смогли бы пролезть. Дайте им достаточно времени на эксперименты.

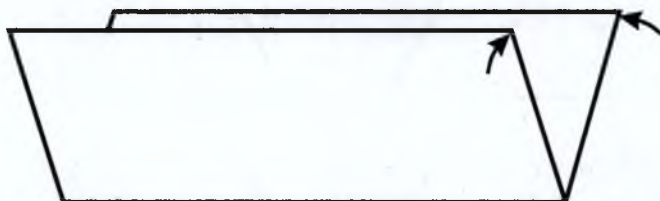
После этого сообщите, что задача имеет решение, и покажите свой способ разрезания.

Обратите внимание, что не все дети смогут сразу повторить «фокус».

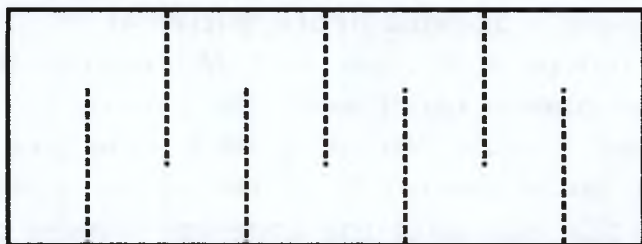
Запишите на доске пошаговые инструкции и помогите всем ученикам справиться с выполнением задания.

Вот один из вариантов решения задачи.

Сложите лист бумаги пополам:



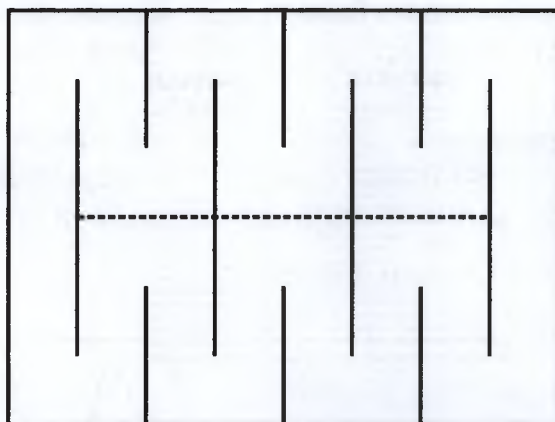
От линии сгиба к краям листа сделайте параллельные надрезы, немного не достоящие до краёв. Между этими надрезами, в обратную сторону – от краёв листа к линии сгиба – сделайте надрезы, немного не достоящие до линии сгиба.



Разверните лист.



Сделайте надрез по линии сгиба так, чтобы он соединил крайнюю левую и крайнюю правую прорези, как показано на рисунке:



Готово! Можно пролезать!

Попробуйте пролезть через страничку этой книги, вырезав шаблон на с. 377!



СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
-------------------	---

ЗАДАЧИ

1. Четвёртый лишний	6
2. Заплатки	7
3. Ребусы	8
4. Братья и сёстры	9
5. Я старше тебя	11
6. От буквы к букве	13
7. Я больше тебя	18
8. Возрастаение и убывание	24
9. Последовательности	25
10. Удобный подсчёт	27
11. Цифры в масках	28
12. Шаловливый Лёва	31
13. Чётность	33
14. Нарисуй схему	36
15. Распилы	40
16. Интервалы	42
17. Сосчитай все прямоугольники	45
18. Сосчитай все треугольники	49
19. Задачи на разрезание	53
20. Тетрамино	55
21. Пентамино	61
22. Танграм	65
23. Задачи про Мишу и Тимошу	70
24. Кирпичики	73
25. Объёмные и плоские фигуры	77
26. Развёртки	79

27. Предметы и их свойства	83
28. Множества и их пересечения	87
29. Клинопись	94
30. Римские числа	95
31. Задачи со спичками	102
32. Судуку	104
33. Числовая змея	105
34. Координаты	113
35. Словесное описание чисел	120
36. Составь таблицу	124
37. Размещение предметов	126
38. Известны сумма и разность	127
39. Головы и ноги	129
40. Взвешивание	133
41. Сравнения	137
42. Деньги	138
43. Возраст	140
44. Календарь	143
45. Время на часах	147
46. Дороги и перекрёстки	153
47. Мосты и берега	158
48. Графы	160
49. Моя семья	161
50. Задачи, решаемые с конца	163
51. Делимость	164
52. Части и целое	166
53. Дроби	169
54. Задачи про совместную работу	172
55. Три рыбака и три судака	173
56. Задачи на движение	174
57. Невезучий Петя	175
58. Лилипуты и Гулливер	178
59. Рыцари и лжецы	181
60. Комбинаторика	182
61. Разные задачи	183
62. Ханойские башни	185
63. Лист Мёбиуса	186
64. Как пролезть сквозь тетрадный листок?	187