

А.Б. Калинина, Е.М. Кац, А.М. Тилипман

# МАТЕМАТИКА В ТВОИХ РУКАХ

- Разноуровневые нешаблонные задачи
- Методические рекомендации и пояснения
- Ответы и подробные решения



**1-4**  
КЛАССЫ

А. Б. КАЛИНИНА  
Е. М. КАЦ  
А. М. ТИЛИПМАН

# **МАТЕМАТИКА В ТВОИХ РУКАХ**

**НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА**

Издание третье,  
исправленное

МОСКВА • «ВАКО»

УДК 372.851  
ББК 74.262.21  
К17

Издание допущено к использованию в образовательном процессе на основании приказа Министерства образования и науки РФ от 14.12.2009 № 729 (в редакции от 13.01.2011).

Книга признана лучшим учебно-методическим изданием в отрасли, в рамках национальной программы «Золотой фонд отечественной науки» Российской Академии Естествознания награждена дипломом лауреата Международной книжной выставки 2013 года.

**Калинина А.Б., Кац Е.М., Тилипман А.М.**

**К17** Математика в твоих руках: Начальная школа. – 3-е изд., испр. – М.: ВАКО, 2013. – 384 с.

ISBN 978-5-408-01282-4

Как познакомить ребёнка с математикой? Как показать, что математика – это красиво? Как не напугать, а увлечь? Эти и многие другие вопросы ставят перед собой авторы книги. В книге множество задач самой разной сложности. К каждой задаче даётся ответ, к большинству – подробное решение.

Книга адресована всем тем родителям и педагогам, кто занимается подготовкой детей к школе, учителям начальных классов, руководителям математических кружков, организаторам олимпиад.

УДК 372.851  
ББК 74.262.21

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Дорогие учителя! Мамы и папы! Бабушки и дедушки!

Перед вами не совсем обычная книга. Мы собрали в ней множество довольно трудных задач, но хотим показать, что математика – это не сложно. Мы нарисовали для этой книги более полутора тысяч незатейливых схематичных картинок, но хотим показать, что математика – это красиво. Эта книга содержит множество слов и мыслей, но главная наша мысль записывается всего четырьмя словами: математика – в ваших руках!

Наш задачник рассчитан на возраст от 6 до 10 лет, но книга может оказаться полезной и некоторым пятилетним малышам, и школьникам постарше. Эта книга доступна буквально каждому. Она не для вундеркиндов, хотя содержит ряд задач, над которыми поломают голову и многие взрослые. Наша книга не только и не столько для тех, кому математика уже интересна. Напротив, наша главная цель – заинтересовать даже такого ребёнка, кто считает, что математика – это сложно, скучно и не для него.

Настоящая книга не заменяет существующие школьные учебники, но служит весомым дополнением к любому из них.

Книга состоит из двух частей: первая содержит задачи, вторая – ответы и подробные решения. Задачи сгруппированы по 64 разделам. Каждый следующий раздел, как правило, немного сложнее предыдущего. Задачи внутри разделов также расположены по возрастанию сложности.

Большинство разделов предваряется двумя отдельными вступлениями для взрослых и для детей. Чтобы их различать, используются следующие условные обозначения:



– для взрослых;



– для детей.

Вступления для взрослых представляют собой методические рекомендации, обращения к детям содержат пояснения к заданию. Если дети ещё не умеют читать, эти вступления им могут прочитать взрослые.

Многие школьники думают, что математика – это таблица умножения и сотни однотипных примеров и задач. Механические манипуляции с числами и клеточками в тетради вырабатывают у детей стойкую и незаслуженную неприязнь к математике. Наша цель – побороть эту неприязнь, не дать ей сформироваться.

Мы с помощью этой книги не пытаемся развить у детей автоматизм, не ставим своей целью натаскать их на задачи того или иного сорта. Наши задачи не шаблонны, их не надо решать на скорость или на количество – они учат рассуждать. Учиться этому можно и нужно вне зависимости от того, пошёл ли ребёнок в школу или ещё нет, умеет ли ребёнок читать и даже считать.

Математика – это не только умение пересчитывать предметы и сравнивать числа, это, прежде всего, умение мыслить логически. Это умение нужно повсюду: в биологии и в языкознании, в магазине и в горах, на уроке и на необитаемом острове, – и именно поэтому математика фундаментальна.

Сложность задач в этом сборнике варьируется в широких пределах. Это даёт возможность включиться в работу ребёнку с любым уровнем математической подготовки. Но следует остерегаться соблазна давать ребёнку задачи как можно более сложные, на пределе его возможностей. Трудные задачи, стоящие особняком, вызывают у многих детей растерянность, неуверенность в своих силах. С разбега можно прыгнуть дальше, чем с места, и поэтому не забывайте, что и простыми задачами не стоит пренебрегать. Уверенность в себе помогает закрепить интерес, неуверенность его уничтожает.

Во многих учебниках встречаются задачи повышенной сложности, так называемые «задачи со звёздочкой». Сложность этих задач, как правило, не вычислительная, – их невозможно решить, применяя стандартные, заранее известные шаблоны. «Звёздочка» означает необходимость озарения, необходимость догадаться до чего-то нового. Но как научиться догадываться?

Один из способов догадаться – нарисовать вспомогательную схематичную картинку. Важно научить детей видеть, что с математической точки зрения отношение «Денис старше Гриши» означает в точности то же самое, что «у Гали коса толще, чем у Жени». Правильно нарисованная схема выявляет математиче-

ский смысл задачи и заметно упрощает её решение. Схема способна сделать даже очень сложную задачу простой, а непонятное и длинное условие – коротким и доступным. Может даже случиться, что сама схема окажется ответом к задаче.

Вот почему мы оцениваем задачи в нашей книге по двум параметрам: «сложность» и «наглядность». Уровень сложности мы традиционно обозначаем звёздочками (\*), от одной до пяти. Уровень наглядности обозначаем «солнышком» (☀) – задаче может быть присвоено от нуля до трёх таких символов. Сложная и ненаглядная задача – труднее, чем сложная и наглядная.

Многим детям для решения ряда задач бывает полезен дополнительный наглядный материал, который можно потрогать руками: счётные палочки, заранее вырезанные геометрические фигуры. Иногда может потребоваться и другой реквизит: полоски бумаги, бумажные цепочки, ножницы, клей, степлер, спички, горошины, пластилиновые шарики. Всё это полезно приготовить заранее и использовать по мере необходимости.

Задачи некоторых типов (разделы 2, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 20, 21, 29, 33, 34, 38) дети могут придумывать и сами – друг для друга, на обмен. Такая форма работы усиливает интерес к предмету и мотивацию.

Главное, что нужно помнить взрослым: ребёнку должно быть интересно! Мы можем этого не замечать, но математикой пронизан весь окружающий мир: снежинки и ананасы, радуга и музыка, – красота нашего мира во многом описывается математикой. Этот мир не должен вызывать у детей уныние и неприязнь. Математика – это красиво! Давайте поможем детям увидеть эту красоту!

В заключение хотим сказать, что будем благодарны всем, кто сообщит нам, как использовалась наша книга: каков был возраст детей, формат занятий, какие разделы вы использовали в своей работе, какие вызвали у детей наибольший интерес. Мы также примем с благодарностью ваши замечания, пожелания и предложения, направленные на улучшение книги в последующих изданиях.

Калинина А.Б. ya-nast@ya.ru

Кац Е.М. mouse.jane@gmail.com

Тилипман А.М. vokati@gmail.com

# ЗАДАЧИ

## 1. ЧЕТВЁРТЫЙ ЛИШНИЙ



В математике, как и в жизни, существует немало задач, имеющих несколько правильных ответов. В начальной школе этот факт зачастую обходится стороной. Ученики привыкают, что у каждой задачи ровно один правильный ответ, ровно один правильный способ его получить и ровно один правильный способ записать и оформить решение. Важно приучить детей к мысли, что правильных ответов бывает несколько, что все они одинаково правильные, что нужно пытаться найти их все.



В каждой задаче этого раздела даны четыре картинки. Посмотрев на них, вы можете заметить, что какие-то три картинки из каждого ряда обладают общим признаком, а четвёртая – нет. Признаки могут быть самые разные: размер, цвет, способ закрашки и т. д. Какая картинка лишняя и почему?

Уровень сложности: \*

Уровень наглядности: ☀☀☀

1.1.

m

5

B

A

1.2.



1.3.



1.4.



1.5.

море

мачта

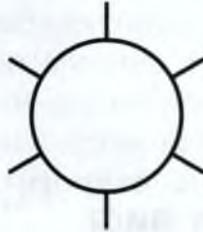
манка

парус

1.6.



1.7.



## 2. ЗАПЛАТКИ



Найдите закономерности и вставьте пропущенные символы.

Уровень сложности: \*

Уровень наглядности: ☀☀☀

2.1. ■ \* \* ■ \* \* ■ \* \* ■ \* \* \_\_\_\_ \* ■ \* \* ■ \* \*

2.2. ААОАА \_\_\_\_ ААОАААОААОАААО

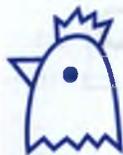
2.3. □◆○○○□◆○○○□◆○ \_\_\_\_ ◆○○○□◆○○○

2.4. ШЕШЕЕШЕЕЕШЕШ \_\_\_\_ ШЕЕЕШЕШЕЕШЕ \_\_\_\_

2.5. ▲●▼●▲●▼\_\_●▼●▲●▼●▲●▼●

2.6. 1231\_\_12312\_\_23123\_\_23123123

### 3. РЕБУСЫ



Многие дети привыкли, что на уроках математики они имеют дело только с числами и геометрическими фигурами. Они думают, что математика – это когда складывают и вычитают. Но это не так! Математика – это умение действовать в рамках тех или иных правил игры. Ребусы – хороший пример таких правил.



Ребусы – это слова, в которых некоторые буквы заменены на картинки. Если расшифровать ребус **100 Л**, то получится слово **СТОЛ**. Слово «сто» пряталось за картинкой с числом 100.

Иногда в ребусах используют особые знаки. Например, в ребусе **ЛИ 100'** мы видим запятую после картинке с числом 100. Это значит, что при отгадывании ребуса нам понадобятся не все буквы слова «сто». Запятая после картинке означает, что нам нужно отбросить последнюю букву. Значит, зашифровано слово **ЛИСТ**.

Уровень сложности: \*

Уровень наглядности: 0

3.1. ус3ца

3.2. путе6'вие

3.3. 3тон

3.4. р1а

3.5. о5

3.6. по2л

3.7. сес3ца

3.8. 6'

3.9. с3ж

3.10. 7я

3.11. 5'ка

3.12. 3буна

3.13. на6'вие

3.14. 5'но

3.15. Бор1о

3.16. 7'ена

3.17.  '100'ЁР3.18. ПА 3.19.  'АН3.20.  'ПА

## 4. БРАТЬЯ И СЁСТРЫ



Правильно нарисованные схемы помогают в решении многих задач – и простых, и сложных. Прежде чем учить детей рисовать свои собственные схемы, необходимо показать, какие они бывают и чем они отличаются от рисунков.

Схемы в задачах этого раздела состоят из стрелочек и кружочков. В книге кружочки закрашены чёрным и серым цветом. Чёрный кружочек – мальчик, а серый – девочка. Важно обсудить с детьми, что это условность, и девочку можно обозначить красным кружочком, а мальчика синим. Можно и тех, и других рисовать одним цветом, но девочкам добавить банты или косички. Предложите детям придумать свои варианты условных обозначений.



Чёрный кружочек обозначает мальчика, серый – девочку. Жирная стрелка говорит: «Ты мой брат». Пунктирная стрелка говорит: «Ты моя сестра».



Ты мой брат



Ты моя сестра

Уровень сложности: \*, \*\*

Уровень наглядности: ☀☀, ☀☀☀

**4.1.** Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки.



а)



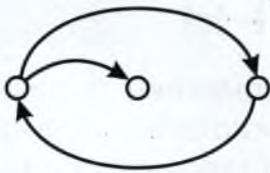
б)



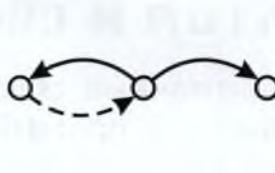
в)

**4.2.** Саша – брат Вали, но Валя не брат Саши. Нарисуйте стрелочками, как такое может быть.

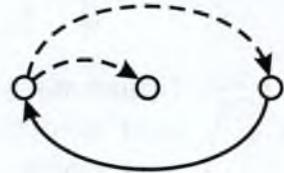
**4.3.** Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки и дорисуйте все стрелочки.



а)



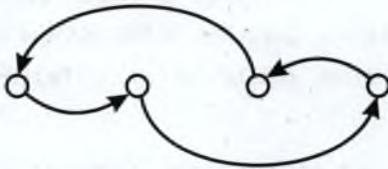
б)



в)

**4.4.** У Саши есть брат и сестра. Их зовут Валя и Женя. У Вали две сестры. Нарисуйте стрелочками, как такое может быть.

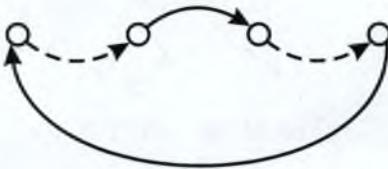
**4.5.** Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки и до-рисуйте все стрелочки.



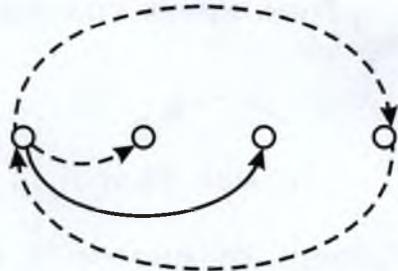
а)



б)

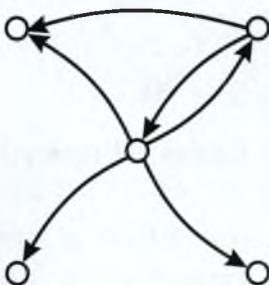


в)

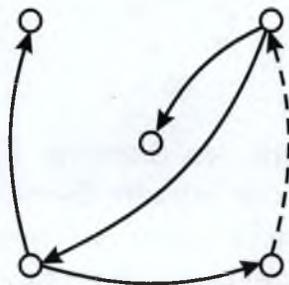


г)

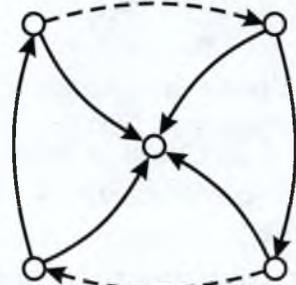
**4.6.** Определите, кто в данном случае чей брат и где тут мальчики, а где – девочки. Раскрасьте кружочки.



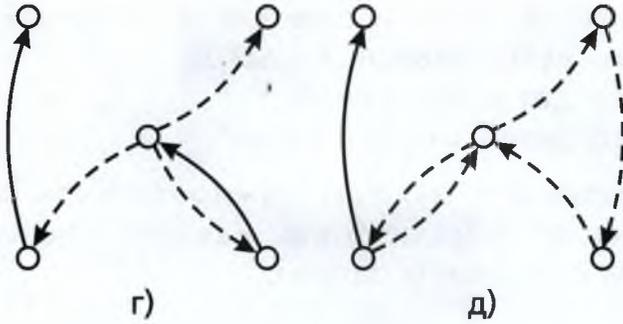
а)



б)



в)



## 5. Я СТАРШЕ ТЕБЯ



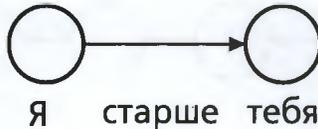
Задачи этого раздела учат детей обращаться с предложенной схемой. Важно понимать, что эти же задачи решаются и с помощью других схем. Например, можно отказаться от стрелочек, а вместо кружочков рисовать столбики разной высоты, – чем старше герой, тем выше столбик.



Если мы знаем, что Аня старше Бори, а Боря старше Вити, то мы можем нарисовать такую схему:



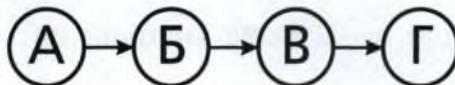
На этой картинке стрелка означает: «Я старше тебя».



Уровень сложности: \* , \*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

**5.1.** Ася старше Бори, Боря старше Веры, а Вера старше Гали.



Посмотрите на схему и ответьте на вопросы.

- Сколько детей старше Веры?
- Сколько детей младше Аси?
- Сколько детей младше Бори?



В следующих задачах нужно вписать в кружочки имена или первые буквы каждого имени в соответствии с условием задачи.

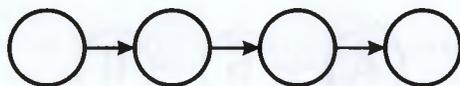
**5.2.** Алёша Попович младше, чем Илья Муромец. Илья Муромец младше, чем Добрыня Никитич.



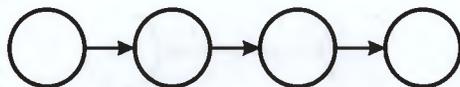
**5.3.** Костя старше Миши, но младше Паши.



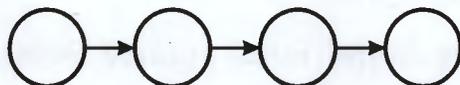
**5.4.** Егор старше Матвея, но младше Юры. Борис старше Юры.



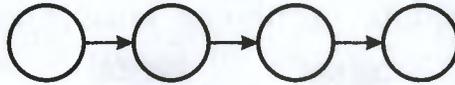
**5.5.** Варя старше Инны и Оли. Инна старше Оли. Таня младше всех.



**5.6.** Коля старше всех. Сеня младше Коли, но старше двоих. Вова младше двоих, но старше Миши.



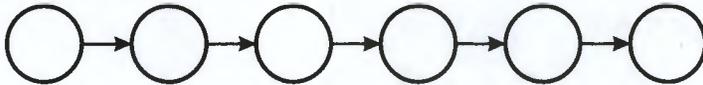
**5.7.** Юра младше всех. Вова младше двоих. Лёва младше Максима.



**5.8.** Даня старше всех. Марк моложе четверых. Тимур старше одного и младше троих. Сеня моложе Гоши.



**5.9.** Встретились 6 волшебников: Акс, Окс, Укс, Юкс, Икс и Екс – и стали выяснять, кто из них старше.



Оказалось, что Юкс младше всех.  
 Акс младше двоих и старше троих.  
 Окс младше Акса, но старше Икса.  
 Екс старше Акса, но он не самый старший.

**5.10.** Семеро гномов выясняли, кто старше. Они узнали, что Белый старше всех, Серый старше пятерых, Зелёный старше четверых, Красный старше двоих, но младше Оранжевого, Фиолетовый старше Жёлтого.



## 6. ОТ БУКВЫ К БУКВЕ

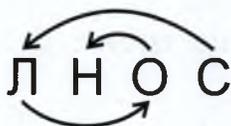


Дети очень любят шифровки. Секретные послания – что может быть интереснее! Предложите соседям по парте обменяться шифровками – придумывать их не менее увлекательно, чем разгадывать.

Задачи этого раздела довольно просты, но их можно сделать более трудными, убрав с рисунка несколько стрелок. Обратите внимание: количество правильных ответов может увеличиться!



На следующих картинках зашифрованы слова. Если вы будете двигаться от буквы к букве по стрелочкам, то сможете их разгадать.



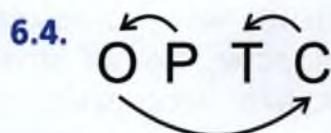
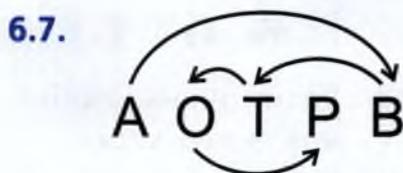
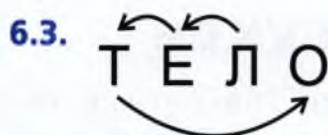
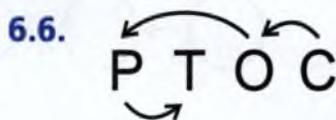
На этой картинке на букву **С** не указывает ни одна стрелка. Значит, первая буква загаданного слова – **С**. От неё стрелка идёт к букве **Л**. Значит, вторая буква – **Л**. Точно так же определим третью и четвёртую буквы и расшифруем слово:

**С → Л → О → Н**

Будьте внимательны! Из одних и тех же букв можно составить разные слова.

Уровень сложности: \*, \*\*

Уровень наглядности: ☀☀, ☀☀☀



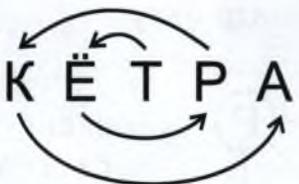
6.9.



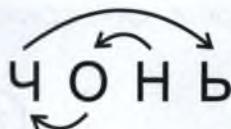
6.15.



6.10.



6.16.



6.11.



6.17.



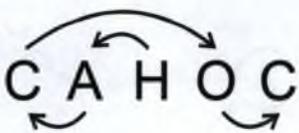
6.12.



6.18.



6.13.



6.19.



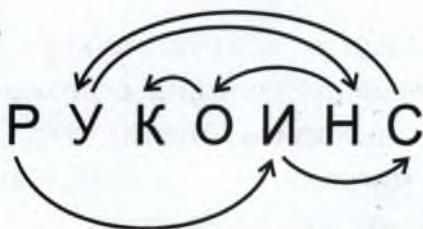
6.14.



6.20.



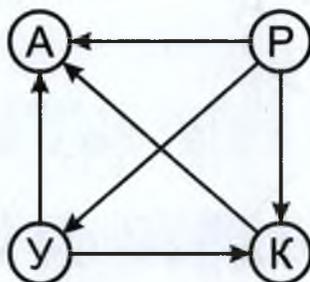
6.21.



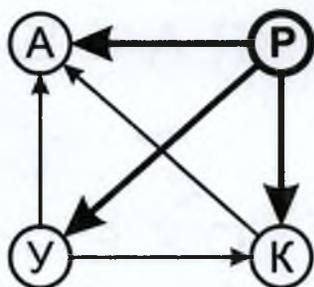


А теперь – более сложная задача. Каждая стрелочка означает, что одна буква говорит другой: «Ты стоишь после меня!» Надо обойти все буквы по одному разу и при этом всё время двигаться по стрелочкам.

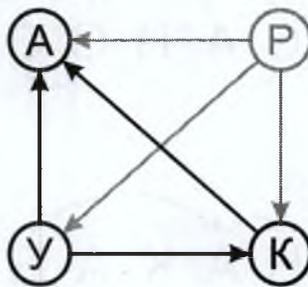
Разберём для примера такую шифровку:



Попробуем определить первую букву. Очевидно, что на неё не должна указывать ни одна стрелка. Все стрелки из неё должны только выходить. Значит, это буква **Р**. Выписываем эту букву, а с рисунка её стираем – вместе со всеми стрелочками, которые из неё выходят.

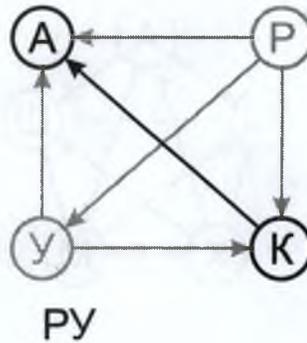
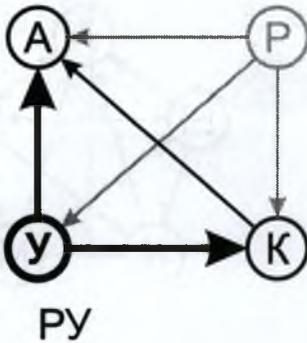


**Р**

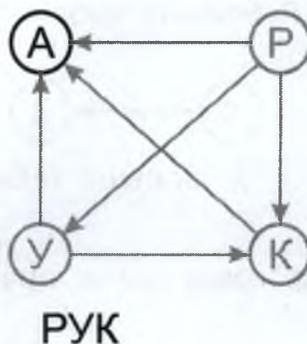
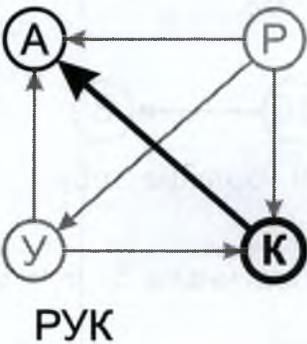


**Р**

Пора определить вторую букву. Теперь уже на неё не должна указывать ни одна стрелка. Все стрелки из неё должны только выходить. Значит, это буква **У**. Выписываем эту букву, а с рисунка её стираем – вместе со всеми стрелочками, которые из неё выходят.



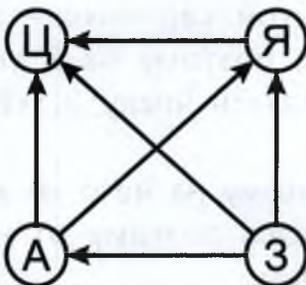
Остаются всего две буквы – **А** и **К**. По стрелкам легко определить, что **К** стоит перед **А**. Выписываем букву **К**, а с рисунка её стираем – вместе с выходящей из неё стрелочкой. Остаётся последняя буква – **А**.



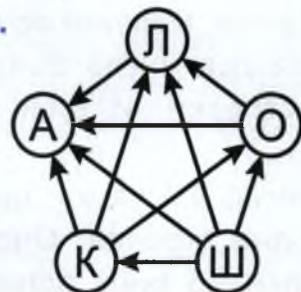
Выписываем букву **А** и получаем ответ: **PYKA**.

Во всех следующих задачах нужно расшифровать загаданное слово.

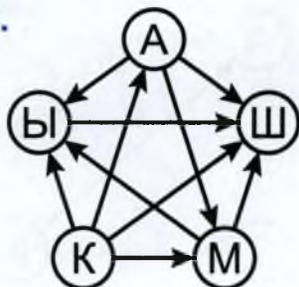
6.22.



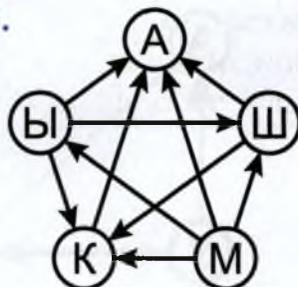
6.23.



6.24.



6.25.



## 7. Я БОЛЬШЕ ТЕБЯ



Сыграем в такую игру. Обведём два числа кружочками и соединим их стрелочкой так, чтобы она вела от большего числа к меньшему. Эта стрелочка будет означать, что одно число говорит другому: «Я больше тебя».

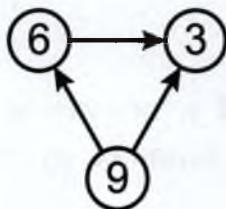


Я больше тебя



Я больше тебя

Так разговаривают друг с другом числа 3, 6 и 9:

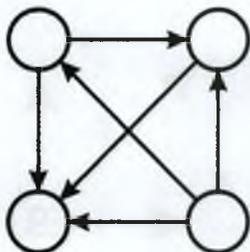


Самое маленькое число на этой картинке – 3. Оставшиеся два числа больше, чем 3, поэтому на 3 указывают две стрелки. И 6, и 9 могут сказать числу 3: «Я больше тебя».

Число 9 – самое большое, поэтому на него не указывает ни одна стрелка. Оно больше всех, поэтому от него идут стрелки ко всем остальным числам.

Разберём такую задачу.

Впишите числа 7, 9, 2 и 5 в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



Самое большое число здесь 9. Выпишем в ряд все числа от 1 до 9:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Обведём те из них, которые нужно вписать, кружками:

1 (2) 3 4 (5) 6 (7) 8 (9)

Возьмём самое левое из обведённых чисел – 2. Все числа, стоящие справа, больше, чем 2. Справа от 2 стоят три обведённых числа. Значит, три числа из нашей задачи могут сказать числу 2: «Я больше тебя!» Поэтому число 2 надо вписать в кружок, на который показывают три стрелки.

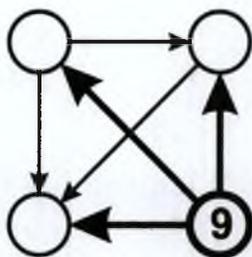
Возьмём следующее обведённое число – 5. Справа от 5 стоят два обведённых числа. Значит, два числа из нашей задачи могут сказать числу 5: «Я больше тебя!» Поэтому число 5 надо вписать в кружок, на который показывают две стрелки.

Возьмём следующее обведённое число – 7. Справа от числа 7 стоит только одно обведённое число – 9. Поэтому число 7 надо вписать в кружок, на который показывает только одна стрелка.

Последнее обведённое число – 9. Справа от 9 обведённых чисел больше нет. Значит, число 9 надо вписать в кружок, на который стрелки показывать не будут, – из этого кружка стрелки будут только выходить.

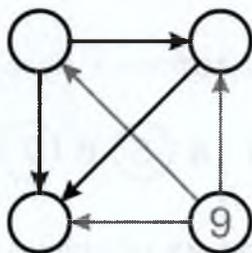
Можно решать и по-другому.

Самое большое число из 7, 9, 2 и 5 – это 9. Запишем его в тот кружок, на который не указывает ни одна стрелка.



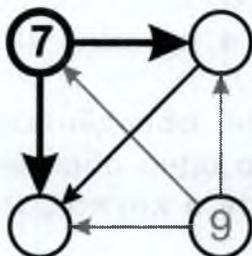
Остаётся вписать числа 7, 2 и 5.

Сотрём теперь все стрелки, выходящие из кружка с числом 9.



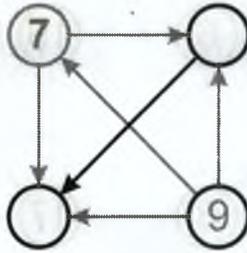
Из оставшихся чисел самое большое число – 7. К нему шла стрелка только от девятки, но мы её стёрли, и теперь семёрка говорит всем оставшимся числам: «Я больше тебя!»

Значит, число 7 надо вписать в тот кружок, на который не указывает ни одна стрелка.



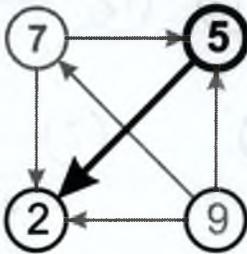
Остаётся вписать числа 2 и 5.

Сотрём теперь все стрелки, выходящие из кружка с числом 7.

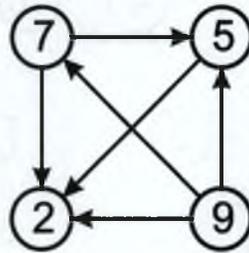


Из оставшихся чисел самое большое число – 5. Все стрелки, которые к нему вели, мы уже стёрли, и теперь пятёрка говорит всем оставшимся числам: «Я больше тебя!»

Значит, число 5 надо записать в тот кружок, на который не указывает ни одна стрелка.



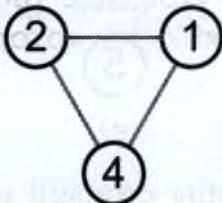
Ответ:



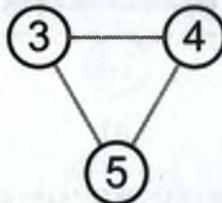
Уровень сложности: \*

Уровень наглядности: ☀ ☀

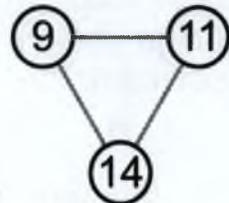
7.1. Нарисуйте стрелочки от большего числа к меньшему.



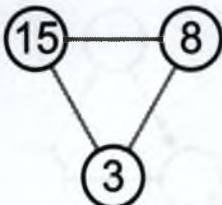
а)



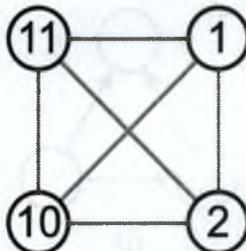
б)



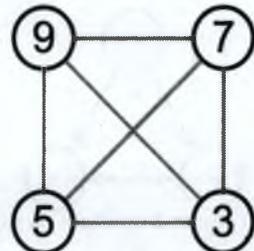
в)



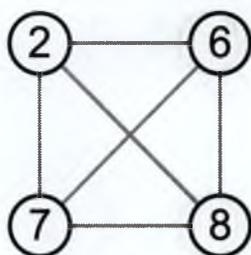
г)



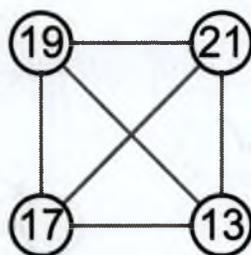
д)



е)

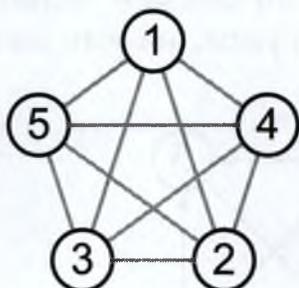


ж)

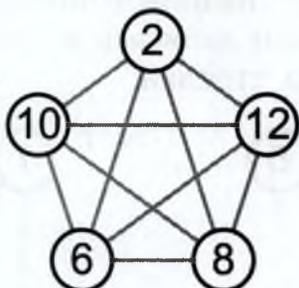


з)

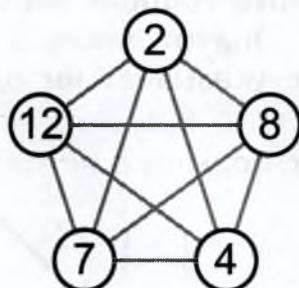
7.2. Нарисуйте стрелочки от большего числа к меньшему.



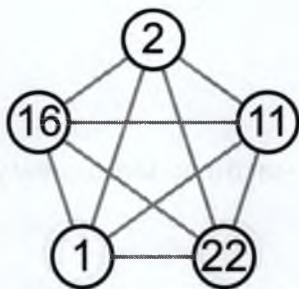
а)



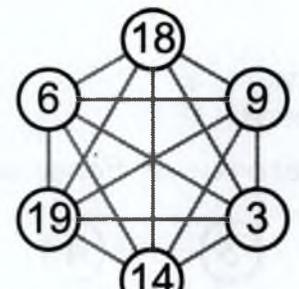
б)



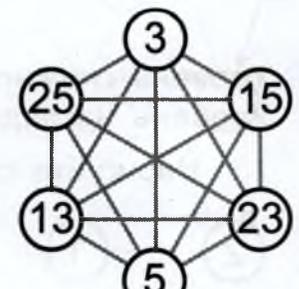
в)



г)

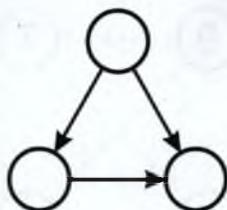


д)



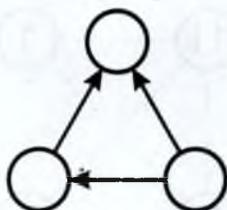
е)

7.3. Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



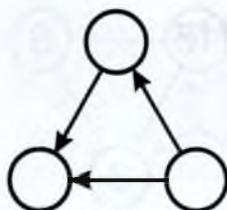
а)

2, 8, 4



б)

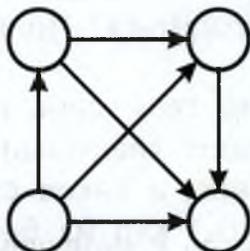
6, 11, 7



в)

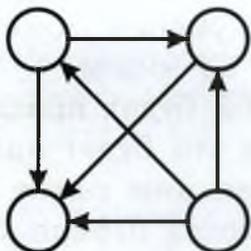
21, 12, 9

**7.4.** Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



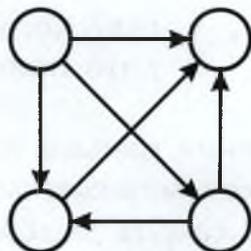
а)

4, 2, 6, 1



б)

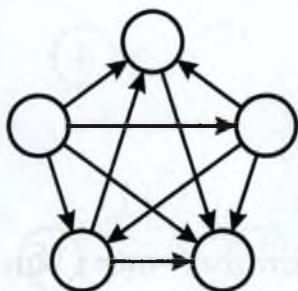
5, 7, 2, 9



в)

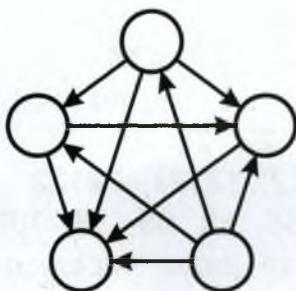
13, 4, 9, 19

**7.5.** Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



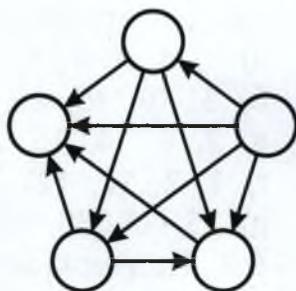
а)

8, 6, 9, 4, 3



б)

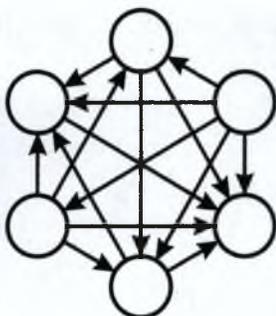
2, 11, 5, 1, 7



в)

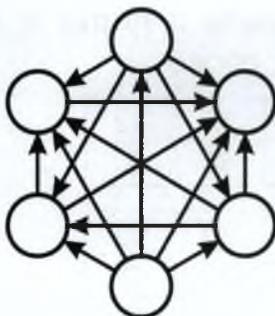
17, 9, 21, 3, 15

**7.6.** Впишите числа в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



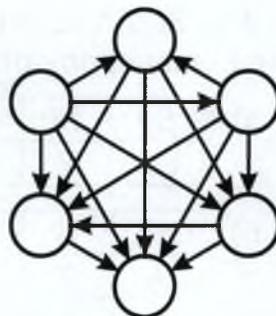
а)

2, 8, 3, 14, 7, 6



б)

3, 5, 7, 9, 11, 13



в)

15, 11, 5, 16, 1, 12

## 8. ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ



Зачем нужно уметь упорядочивать несколько чисел? Когда это умение может пригодиться? Приведите примеры из жизни.

Кто из детей будет праздновать свой день рождения раньше всех, а кто будет праздновать следующим? Какое мороженое в магазине самое дешёвое, а какое станет самым дешёвым, когда первое кончится? Кто из бегунов завоевал бронзовую медаль, кто – серебряную, а кто – золотую? Предложите детям придумать свои примеры.

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*

Уровень наглядности: 0

**8.1.** Подчеркните те ряды чисел, в которых числа идут в порядке возрастания.

- а) 1, 4, 6, 7, 12, 35, 123, 432
- б) 5, 10, 15, 25, 20, 30, 35, 40
- в) 7, 8, 14, 15, 21, 22, 28, 29
- г) 1, 2, 12, 121, 212, 12121, 22122
- д) 75, 78, 85, 88, 65, 68, 95, 98, 105

**8.2.** Подчеркните те ряды чисел, в которых числа идут в порядке убывания.

- а) 999, 888, 777, 666, 444, 333, 22, 17
- б) 175, 176, 165, 155, 145, 135, 125, 115
- в) 99, 90, 89, 80, 78, 79, 70, 69, 60, 59
- г) 987, 876, 765, 654, 543, 432, 321, 210
- д) 707, 606, 505, 77, 66, 55, 17, 16, 15

**8.3.** Расположите числа в порядке возрастания и прочитайте зашифрованное слово.

а)

50	27	8	6	12
З	У	Р	А	Б

б)

48	17	35	20	95
А	Я	У	Г	Р

в)

121	59	12	50	41	19	94	42
А	И	Г	Н	С	У	Ц	Е

г)	15	7	91	2	67	13	57	32	43	21
	О	О	Я	Ф	И	Т	Ф	Р	А	Г

## 9. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ



В этих задачах важно не только увидеть закономерность, но и суметь её объяснить. Одну и ту же последовательность можно описать разными словами.

Например, последовательность 1, 3, 5, 7... можно описать так: «Все нечётные числа от 1 и далее». Можно сказать, что это возрастающая последовательность, в которой каждый следующий элемент на 2 больше, чем предыдущий, а первый элемент равен 1. Можно эту же самую последовательность задать формулой: элемент номер  $N$  равен  $(2 \cdot N) - 1$ .

Последовательность 1, 4, 9, 16... можно назвать последовательностью квадратов чисел от 1 и далее. Младшие школьники, как правило, замечают другую закономерность: второй элемент больше первого на 3, третий элемент больше второго на 5, четвёртый элемент больше третьего на 7. Следовательно, пятый элемент будет больше четвёртого на 9. Для большинства взрослых эта закономерность намного менее очевидна.

**Уровень сложности:** \*, \*\*, \*\*\*

**Уровень наглядности:** 0

### 9.1. Продолжите последовательность.

а) 1, 3, 5, 7...

б) 15, 20, 25, 30, 35...

в) 10, 20, 30, 40...

г) 99, 88, 77, 66...

д) 1, 22, 333, 4444...

е) 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1...

ж) зима, весна, лето, осень, зима, весна...

з) четверг, пятница, суббота...

и) позавчера, вчера, сегодня...

- к) ночь, утро, день...  
 л) 1, 4, 9, 16, 25...  
 м) 20, 23, 26, 29, 32...

**9.2.** Продолжите последовательность.

- а) 20, 40, 60, 80...  
 б) 1, 2, 4, 8...  
 в) 3, 6, 9, 12...  
 г) 220, 210, 200, 190...  
 д) 19, 17, 15, 13...  
 е) 91, 82, 73, 64...  
 ж) 132, 121, 110, 99...  
 з) 101, 212, 323, 434...  
 и) 2, 3, 5, 8, 12, 17...

**9.3.** Продолжите последовательность.

- а) 4, 6, 8, 10...  
 б) 5, 9, 13, 17...  
 в) 30, 50, 70...  
 г) 9, 12, 15, 18, ..., 24...  
 д) 2, 10, 18, 26...  
 е) 70, 65, 60, 55...  
 ж) 31, 28, 25, 22, 19...  
 з) 13, 23, 43, 83, 163...

**9.4.** Шуточные последовательности.

- а) 4, 3, 3, 6, 4, 5, 4...

*Подсказка:* под членами последовательности надо написать словами числа по порядку: один, два, три и т. д.

б) В таблице даны числа в определённой последовательности. Нужно найти закономерность и заполнить пустые клетки.

	7	4	6	3	4
31	28 или 29		30	31	30

**9.5.** Продолжите последовательность имён и добавьте недостающие имена.

Анна, Борис, Витя, ... , ... , Егор, Женя, Зина, ...

**9.6.** Многоножка на первую ногу надела один носок, на вторую ногу – два носка, на третью – три и т. д. Всего она надела 36 носков. Сколько ног у многоножки?

## 10. УДОБНЫЙ ПОДСЧЁТ



У многих детей есть любимые примеры, ответы на которые они знают наизусть, например  $5 + 5$  или  $6 + 4$ . Важно подсказать детям, что в примерах на сложение, состоящих из многих действий, можно складывать числа в любом порядке и искать удобные пары среди слагаемых. Например, так:

$$2 + 4 + 6 + 8 = 2 + 8 + 4 + 6$$

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

**10.1.** Кто быстрее сможет найти сумму чисел:

$$1 + 2 + 9 + 3 + 8 + 4 + 7 + 6?$$

Как удобнее всего считать?

**10.2.** Кто может предложить удобный способ и найти сумму чисел:  $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99$ ?

**10.3.** Найдите сумму чисел.

а) от 1 до 20

б) от 10 до 30

в) от 50 до 100

**10.4.** Сможете ли вы быстро найти сумму всех чисел в таблице?

2	6	6	7	3	8	6	3	4	3
8	2	4	3	4	7	7	6	3	8
4	8	2	4	6	6	4	7	6	7
6	4	8	2	7	4	3	2	7	6
7	3	7	8	2	3	8	4	8	2
3	7	3	6	8	2	2	8	2	4

**10.5.** Посчитайте:

а)  $(2 + 3 + 4) / 3 = ?$

б)  $(4 + 5 + 6) / 3 = ?$

в)  $(3 + 5 + 7) / 3 = ?$

Заметили ли вы закономерность?

Если да, то попробуйте догадаться, чему равно:

г)  $(22 + 23 + 24) / 3 = ?$

д)  $(127 + 128 + 129) / 3 = ?$

е)  $(9156 + 9157 + 9158) / 3 = ?$

## 11. ЦИФРЫ В МАСКАХ



Многим детям нравятся зашифрованные послания, и они с радостью берутся за разгадывание каждого нового шифра. Гораздо меньший энтузиазм вызывают у детей уравнения. Знак **х** в выражении  $2 + \mathbf{x} = 5$  отпугивает многих, но стоит записать этот же пример в виде  $2 + ? = 5$ , как задача волшебным образом упрощается. Для взрослых обе записи равнозначны, но для учеников начальной школы второй вариант намного понятнее и проще.

Со временем школьники привыкают к тому, что буква **х** обозначает тайну, неизвестность, что она, по сути, тот же знак вопроса, только нарисованный по-другому. Попробуйте предложить детям уравнение, в котором неизвестное будет записано не буквой **х**, а, скажем, буквой **t** или – ещё того хуже – буквой **я**. Буква **я** не вызовет ни у кого никаких вопросительных ассоциаций, буква **я** не покажется никому загадочной, и у некоторых школьников в связи с этим снова возникнут затруднения.

Важно понимать, что выбор буквы **х** в качестве традиционного обозначения неизвестного во многом случаен. Ничто не мешает вместо иксов писать буквы **ё** или рисовать котят. Суть написанного от этого меняться не будет, и хорошо бы эту мысль осознать как можно раньше.



В задачах этого раздела цифры спрятались под масками с изображениями букв, зверей и геометрических фигур. Одна цифра притворилась овечкой, а другая – собачкой. Ещё одна цифра сделала вид, что она – звёздочка, а другая прикинулась луной. Определите, какие цифры спрятались под масками, если известно,

что одинаковые цифры выбрали одинаковые маски, а разные цифры – разные маски.

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: 0

11.1. Какие цифры прячутся под масками зверей?

а)  + 1 = 5

д) 7 -  = 6

б)  +  = 4

е) 9 -  = 2

в)  - 2 = 3

ж)  +  +  = 9

г)  +  = 12

11.2. В этих примерах цифры снова надели на себя маски зверей, но на этот раз под уже знакомыми масками скрываются совсем другие цифры. Какие цифры прячутся под масками зверей?

а)  +  = 10

в)  +  +  = 6

 -  = 4

 +  = 3

б)  +  = 

 +  = 5

 - 3 = 1

**11.3.** На этот раз цифры надели на себя маски геометрических фигур. Какие цифры спрятались под масками в этих примерах?

$$а) \square + \square = 8$$

$$\square - \triangle = 1$$

$$\triangle + \triangle = \star$$

$$б) \star - \smile = 3$$

$$\star + \smile = 7$$

$$в) \odot + \smile = 10$$

$$\odot - \smile = 6$$

**11.4.** Цифры снова выбрали себе другие маски. Какие здесь спрятались цифры?

$$2 + 2 = \smile$$

$$\smile + \smile + \smile + \smile = \bullet$$

**11.5.** Какие цифры спрятались под масками в этих примерах?

$$а) \text{train} + \text{train} + 1 = 5$$

$$б) \text{train} + \text{train} + \text{train} - 1 = 8$$

$$в) \text{umbrella} = \text{tree} + \text{flower}$$

$$\text{tree} - \text{flower} = 7$$

**11.6.** На этот раз цифры решили спрятаться под масками букв, причём перед каждой новой задачей они выбирали себе новые маски. Какие здесь спрятались цифры?

- а)  $A + A = 6$
- б)  $A + A = 4, A + B = 3$
- в)  $A + B = 4, A + A = 2$
- г)  $A + A + A = 6, A + B = 5$
- д)  $A + A = 14, B + B = 2, A + B + C = 10$
- е)  $A + A = 8, A - B = 3$
- ж)  $A + A = 18, A - B = 7$
- з)  $A + A = 6, B + B + B = A, A + C = 7$

**11.7.** Какие цифры спрятались здесь?

- а) Ю + Я + Я = ЯЯ
- б) Й + Й + Й = ЭЙ
- в) Ё + Ж + Ж = ЁЖ
- г) ЦЦ + ЦЦ + W = WWW

## 12. ШАЛОВЛИВЫЙ ЛЁВА



Задачи этого раздела продолжают тему цифр в масках. На этот раз цифры спрятались ещё более радикальным образом – они просто исчезли!

Такие задачи помогают детям освоиться с понятиями «цифра» и «число», почувствовать между ними разницу. При всей своей простоте эта тема очень важна – даже некоторые взрослые путают цифры и числа.



На доске были написаны примеры. Шаловливый Лёва стёр несколько цифр. Аккуратная Катя хочет написать эти цифры заново. Помогите ей!

$$\text{[blacked out]} + 1 = 8$$

Какую цифру мог стереть Лёва?

Легко догадаться, что это была цифра 7.

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*

Уровень наглядности: 0

12.1. Помогите Кате написать примеры заново.

а)  $\text{✂} + 1 = 5$

г)  $\text{✂} + 7 = \text{✂}5$

б)  $3 + \text{✂} = 10$

д)  $8 + \text{✂} = \text{✂}1$

в)  $6 + \text{✂} = \text{✂}0$



Теперь Лёва не только стёр одну из цифр, но ещё и заменил одинаковые цифры на одинаковые буквы. Разберём пример:

$$A + A = \text{✂}2$$

Если  $A$  – это цифра, то сумма двух однозначных чисел будет точно меньше 19, и, значит, после знака равенства Лёва мог стереть только цифру 1. Итак, впишем 1 и получим уже более простой пример:

$$A + A = 12$$

Сумма двух одинаковых чисел даёт 12. Значит,  $A$  – это половина от 12, то есть 6. Итак, мы смогли восстановить все стёртые цифры и узнали, что обозначает буква  $A$ .

$$6 + 6 = 12$$

12.2. Восстановите исходные примеры.

а)  $A + A = \text{✂}0$

б)  $B + B = \text{✂}6$

12.3. Расшифруйте пример, если известно, что одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры:  $A + B = AB$ . Сколько вы можете предложить разных решений?

12.4. Можно ли узнать, что за цифру стёр Лёва? А можно ли узнать, какие цифры он заменил на  $B$  и  $\Gamma$ ?

$$B\Gamma + \text{✂} = B\Gamma$$

12.5. Полина написала на доске несколько примеров, составленных из чисел 1, 2, 3, 4 и 5. Лёва стёр почти все цифры. Найдите все решения.

а)  $\text{---} - \text{---} = 4$

г)  $\text{---} + \text{---} = 5$

б)  $\text{---} + \text{---} = 3$

д)  $\text{---} - \text{---} = 1$

в)  $\text{---} - \text{---} = 3$

12.6. Восстановите пример.

$$\text{---} + 1 = \text{---}$$

12.7. В этом примере под звёздочками могли спрятаться разные цифры. Восстановите пример.

$$5* + **3 = **01$$

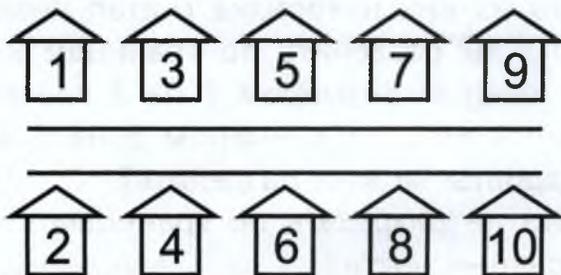
## 13. ЧЁТНОСТЬ



Эта тема очень нравится детям. Задолго до школы многие из них замечают, что если какое-то количество предметов не делится на две равные части, то достаточно добавить или отнять один предмет, и всё получится.

Определить чётность числа совсем не сложно – достаточно взглянуть на его последнюю цифру. Если число оканчивается на чётную цифру (0, 2, 4, 6, 8), то оно чётное и его можно разделить пополам.

Расскажите детям о том, что во многих городах принято присваивать домам на одной стороне улицы нечётные номера, а на другой стороне улицы – чётные.



Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*

Уровень наглядности: 0, ☀

**13.1.** У числа 2 есть соседи, это числа 1 и 3. Назовите:

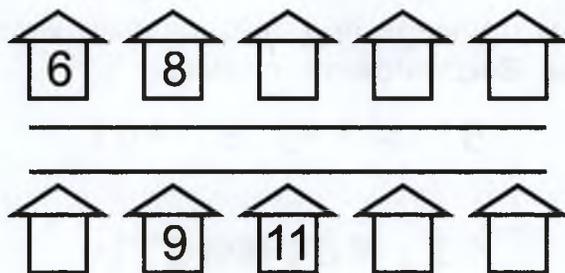
а) соседей числа 3;

б) соседей числа 5;

в) соседей числа 6.

Вы заметили, какие соседи у чётных чисел? А какие у нечётных чисел?

**13.2.** Посмотрите на эти дома. Напишите номера остальных домов.



**13.3.** На столе лежат 8 яблок. Разложите эти яблоки поровну на 2 тарелки. Сможете ли вы это сделать? А можно ли это сделать, если яблок будет 7?

**13.4.** У Насти было 3 конфеты, а у Алёны 7 конфет. Настя хотела свои конфеты разделить поровну, но у неё не получилось. Алёна тоже хотела разделить свои конфеты поровну, но у неё тоже не вышло. Тогда Настя и Алёна сложили свои конфеты вместе. Смогут ли они теперь разделить их поровну?

**13.5.** За забором гуляли утки и овечки, Карина насчитала 19 ног, а Мирон – 18. Один из них ошибся. Можете ли вы сказать, кто из них наверняка считал неверно?

**13.6.** Можно ли разделить по границам клеток на две равные части квадрат размером 2 на 2 клетки? А квадрат 3 на 3 клетки? А квадрат размером 5 на 5 клеток? Почему? Какие квадраты можно разделить?

**13.7.** Можно ли разрезать по границам клеток эти фигуры на две равные части?



а)



б)



в)

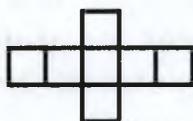


г)



д)

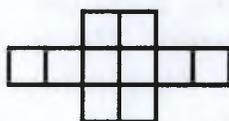
**13.8.** Можно ли разрезать по границам клеток эти фигуры на две равные части?



а)



б)



в)

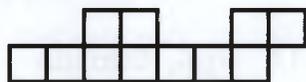


г)



д)

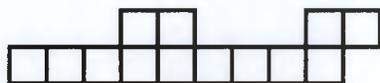
**13.9.** Люся нарисовала три фигурки по клеткам и хочет разделить каждую из них на 2 равные части. Можете ли вы ей помочь? Все ли фигурки удалось разделить?



а)



б)



в)

**13.10.** Восемь детей встали в хоровод и кидают мяч через одного против часовой стрелки. Катя первая бросила мяч. Скоро ли достанется мяч Вале, который стоит рядом с ней с левой стороны? А что изменится, если один человек выйдет из хоровода?

**13.11.** Каким числом является:

а) сумма двух, трёх, четырёх, пяти чётных чисел?

- б) сумма двух, трёх, четырёх, пяти нечётных чисел?
- в) сумма чётного и нечётного чисел?
- г) произведение двух нечётных чисел?
- д) произведение чётного и нечётного чисел?

**13.12.** Буратино складывал числа 23 456 и 45 678, и у него получилось 68 901. Мальвина шла мимо него и сразу сказала, что ответ неверный, хотя она не могла так быстро сосчитать. Как она догадалась, что Буратино допустил ошибку?

**13.13.** Учительница попросила учеников загадать любое число, а потом сложить это число и следующее за ним (например, 234 и 235 или 156 и 157). У Сергея получилось 232. Учительница сказала, что он ошибся, хотя не знала, какое число он загадал. Почему она так решила?

**13.14.** Кристина и Алёна соревновались, кто точнее перемножит большие числа. Алёна умножала 30 на 27 и получила 807, а Кристина умножала 236 на 5 и получила 1205. Костя шёл мимо и, едва взглянув на их примеры, сказал, что они обе ошиблись. Как он смог это определить?

**13.15.** Может ли вращаться система из 9 шестерёнок, если первая шестерёнка сцеплена со второй, вторая – с третьей и т. д., а девятая – с первой? Нарисуйте своё решение.

**13.16.** Можно ли разменять 25 рублей, используя 10 монет достоинством 1, 3 и 5 рублей?

**13.17.** На чашечных весах стоит 14 гирь. Справа – только двухкилограммовые, слева – только пятикилограммовые. Сколько двухкилограммовых гирь на весах?

## 14. НАРИСУЙ СХЕМУ



Вспомогательные картинки – ключ к решению многих задач. Чем проще и схематичнее рисунок, тем удобнее им пользоваться. Никаких лишних деталей, долой ненужные подробности – схема должна отражать лишь те свойства предметов, что существенны для решения. Если нужно разрезать торт, рисуем кружочек и забываем про розочки и крем. Если нужно сравнить рост

людей, рисуем вертикальные чёрточки разной длины и забываем про волосы, рот, глаза и ботинки.

Некоторые дети считают, что не умеют рисовать. Покажите им примеры подобных картинок и объясните, что с таким заданием может справиться каждый.

**Уровень сложности:** \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀ ☀

**14.1.** Во дворе в ряд стоят 4 мальчика. Между каждыми двумя мальчиками стоит по одной девочке. Сколько девочек? Сколько всего детей?

**14.2.** Дед посадил в ряд 5 яблонь, а внучка между яблонями посадила по 1 кусту смородины. Сколько кустов она посадила?

**14.3.** Девочки посадили в ряд 5 кустов роз, а мальчики между каждыми кустами посадили по 2 куста пионов. Сколько всего цветов они посадили?

**14.4.** Маша и Коля живут в одном доме и в одном подъезде. Когда Маша идёт домой из школы, она подходит к дому справа и заходит в четвёртый подъезд. Когда Коля идёт домой из института, он подходит к дому слева и заходит в четвёртый подъезд. Сколько подъездов в этом доме? Сделайте рисунок.

**14.5.** Юля сидит на парте второй спереди и четвёртой сзади. Сколько парт в её ряду? Сколько детей сидит за этими партами, если за каждой партой сидит по 2 человека?

**14.6.** Саша сидит на третьей парте спереди, и его парта предпоследняя. Сколько всего парт в ряду?

**14.7.** Класс шёл парами. Один из учеников посмотрел вперёд и насчитал девять пар, затем обернулся и насчитал пять пар. Сколько учеников шло в колонне?

**14.8.** Гоша живёт на этаже, пятом и сверху, и снизу. Сколько этажей в его доме?

**14.9.** Каким этажом сверху будет пятый этаж 12-этажного дома?

**14.10.** Андрей живёт в 16-этажном доме на 10-м этаже, если считать сверху. На каком этаже живёт Андрей?

**14.11.** Вася выше Серёжи, но ниже Пети. Кто самый высокий?

**14.12.** Яша не выше Пети, а Петя не выше Яши. Кто выше: Яша или Петя?

**14.13.** У Аси коса длиннее, чем у Оли, а у Алёны коса короче, чем у Оли. У кого самая длинная коса?

**14.14.** Слон слабее мухи, но сильнее кошки. Кто самый сильный?

**14.15.** Жирафов больше, чем слонов и львов. Обезьян больше, чем львов, но меньше, чем слонов. Кого меньше всего?

**14.16.** Миша, Саша и Вася живут в трёхэтажном доме на разных этажах. Миша живёт не ниже Васи, а Саша – не выше Васи. Кто где живёт?

**14.17.** И-ИКС больше, чем О-ОКС и У-УКС, но меньше, чем А-АКС. Кто самый большой?

**14.18.** Э-эх намного веселее У-уха, а А-ах чуть-чуть грустней Э-эха. Кто самый грустный?

**14.19.** У Кати волосы длиннее, чем у Светы, но короче, чем у Ани. У какой из девочек волосы самые длинные?

**14.20.** Саша выше Пети, но ниже Миши. Андрей выше Миши. Кто самый высокий? Кто самый низкий?

**14.21.** Вася старше Гриши, а Гриша старше Даши и Зины. Кто самый старший?

**14.22.** Портфель Коли помещается в портфеле Васи, а портфель Васи можно спрятать в портфель Севы. Какой из этих портфелей самый большой?

**14.23.** Температура тела у человека меньше, чем температура тела голубя, но выше, чем у слона. У кого из них самая низкая температура тела?

**14.24.** Аня младше Сони, но старше Тани. Маша старше Кати, но младше Тани. Кто самый старший?

**14.25.** Костя старше Серёжи и Васи, но младше Пети. Вася не самый младший. Кто самый старший? Кто самый младший?

**14.26.** Сергей Петрович старше, чем Антон Андреевич, но моложе, чем Василий Витальевич. А Пётр Петрович – старший брат Сергея Петровича. Кто самый молодой?

**14.27.** Дуб толще клёна, но тоньше баобаба. Осина тоньше клёна, но толще рябины. Какое дерево самое тонкое? Какое дерево самое толстое?

**14.28.** Дети бежали из класса в буфет. Андрей бежал быстрее, чем Ваня и Боря. Ваня прибежал раньше Гоши, но позже Бори. Кто прибежал в буфет первым, а кто последним?

**14.29.** Если провести более твёрдым по менее твёрдому, то на менее твёрдом может остаться царапина. Останется ли царапина, если провести стеклом по картону? А если провести картоном по стеклу?

**14.30.** Если провести стеклом по мрамору, то на мраморе останется царапина. А если провести алмазом по стеклу, царапина останется на стекле. Какой из этих материалов самый твёрдый?

**14.31.** В Китае живёт людей больше, чем в Индии. А в Индии людей больше, чем в России. В какой из этих стран больше всего людей?

**14.32.** Китай занимает больше места на Земле, чем Индия, но меньше, чем Россия. Какая из этих стран самая большая?

**14.33.** У Бори машинок больше, чем у Антона, но меньше, чем у Саши. У Саши и Серёжи машинок поровну. У Миши машинок больше, чем у Серёжи, но меньше, чем у Вани. У кого больше всего машинок?

**14.34.** Конфеты лежат в прямоугольной коробке, вдоль короткой стороны – 3 конфеты, вдоль длинной – 5. Маша съела все конфеты вдоль всех сторон. Сколько конфет она съела?

**14.35.** Конфеты лежат в треугольной коробке. В первом ряду 1 конфета, во втором – две, в третьем – три, в четвёртом – 4, в пятом – 5. Сколько всего конфет? Саша съел все конфеты вдоль всех стенок коробки. Сколько конфет осталось?

**14.36.** В двух коробках было по 10 конфет. Слостёна Маша съела несколько конфет из первой коробки. Слостёна Люба, увидев это, съела из второй коробки столько, сколько оставалось в первой. Сколько конфет осталось после этого в двух коробках?

**14.37.** Катя нашла квадратную коробку конфет и съела все конфеты вдоль всех сторон. В коробке осталось 9 конфет. Сколько конфет съела Катя?

**14.38.** Аня нашла квадратную коробку конфет, по 4 конфеты в каждом ряду, и съела все конфеты вдоль всех сторон. Сколько конфет осталось в коробке?

**14.39.** Гимнасты для выступления построились в 4 ряда, причём в первом ряду 2 человека, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько гимнастов в четвёртом ряду? Сколько всего гимнастов?

**14.40.** Улитка хочет залезть на дерево высотой 10 м. Днём она лезет вверх на 5 м, ночью спускается на 4 м. На какой день она доберётся до макушки дерева?

**14.41.** Бабушка вяжет шарф весь день. За день она успевает связать 80 см, а за ночь котёнок успевает распустить 20 см. На какой день длина шарфа станет равна 2 м?

**14.42.** Коза привязана к колышку верёвкой длиной 1 м. Нарисуйте, где она сможет съесть траву.

## 15. РАСПИЛЫ



Разобраться в этой теме помогает наглядный материал. Вместо палок и брёвен возьмите бумажные полоски. Из тех же полосок можно склеить и звенья цепи. Разрешите детям не только «пилить брёвна» ножницами, но и рвать их руками. Это доставит всем истинное удовольствие и внесёт приятное разнообразие в учебный процесс.

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

**15.1.** Митя сломал палку в 2 местах. Сколько кусков у него вышло?

**15.2.** Настя распилила палку на 5 частей. Сколько распилов она сделала?

**15.3.** Палку длиной 80 см распилили на кусочки по 20 см каждый. Сколько вышло кусочков? Сколько сделали распилов?

**15.4.** Сколько нужно сделать распилов, чтобы длинное бревно распалось на 6 частей?

**15.5.** Три бревна по 3 м каждое распилили на бревна по 1 м. Сколько сделали распилов?

**15.6.** У Андрея была палка длиной 20 см. Он решил распилить её на палочки по 2 см каждая. Сколько распилов ему надо сделать?

**15.7.** У дедушки есть три доски по 2 м каждая. Сколько распилов ему нужно сделать, чтобы получить дощечки по 1 м каждая?

**15.8.** Зайцы пилят бревно. Они сделали 8 распилов. Сколько получилось чурбачков?

**15.9.** Две ленты по 10 м каждая разрезали на кусочки по 2 м. Сколько разрезов было сделано?

**15.10.** На складе лежат 4 трёхметровых бревна. Сколько распилов нужно сделать, чтобы распилить все эти брёвна на поленья по 50 см каждое?

**15.11.** У продавца есть кусок ткани длиной 10 м. Каждому покупателю он отрезает по 2 м. Сколько раз ему придётся отрезать, чтобы продать всю ткань?

**15.12.** У Алисы есть бублик. Она хочет разделить его на 6 частей. Сколько разрезов ей нужно сделать? Почему в задаче про бублик и про бревно получились разные ответы?

**15.13.** Зайцы распилили несколько брёвен. Они сделали 9 распилов и получили 15 чурбачков. Сколько брёвен они распилили?

**15.14.** Два кольца сцеплены между собой. Сколько надо сделать распилов, чтобы кольца расцепились?



**15.15.** Три кольца сцеплены между собой. Сколько надо сделать распилов, чтобы кольца расцепились?



**15.16.** Четыре кольца сцеплены между собой. Сколько надо сделать распилов, чтобы кольца расцепились?



**15.17.** На сколько частей разделится незамкнутая цепочка из 7 колец, если мы распилим одно звено (одно звено цепи, в том числе и распиленное, это тоже часть)?



**15.18.** На сколько частей распадётся круглая цепочка, если мы распилим 2 звена (одно звено цепи, в том числе и распиленное, это тоже часть)?



## 16. ИНТЕРВАЛЫ



Удачные схемы существенно упрощают решение этих задач. Без рисунка в них могут ошибиться и взрослые. Дети привыкли, встречая в условиях числа, складывать их или вычитать. Но в задачах этого раздела важно помнить про края интервала.

Задачи про лифты и лестничные пролёты вызывают у многих детей затруднения даже при наличии хорошего рисунка.

**Уровень сложности:** \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀ ☀

**16.1.** На скамейке сидели три девочки. Между каждыми двумя девочками сел мальчик. Сколько мальчиков село на скамейку? Сколько стало детей на скамейке?

**16.2.** Костя выложил в ряд 6 слив. Катя между всеми сливами положила по одному яблоку. Аня между сливами и яблоками положила по вишенке.

- а) Сколько получилось яблок?
- б) Сколько получилось вишен?
- в) Сколько всего плодов?

**16.3.** Алла поставила на стол в ряд 5 чашек, между чашками положила ложки, а между ложками и чашками положила по салфетке. Сколько на столе ложек? Сколько на столе салфеток?

**16.4.** Маша рисует узор на закладке. Она закрашивает полосы шириной 1 см по очереди красным, жёлтым и оранжевым цветом, потом снова красным, жёлтым и оранжевым – и так всю закладку. Какой длины у Маши узор, если первую и последнюю полосы она закрасила красным цветом, а всего красных полосок получилось пять?

**16.5.** Дедушка строит забор и через каждый метр вкапывает столбик. Он уже вкопал 5 столбиков и построил между ними забор. Какой длины забор построил дедушка?

**16.6.** Рабочие тянут к дому электрические провода и ставят столбы каждые 10 м. Они уже повесили 70 м проводов. Сколько столбов они вкопали?

**16.7.** Костя разложил 5 камушков в ряд на расстоянии 2 см один от другого. Каково расстояние от первого до последнего камушка?

**16.8.** Витя разложил на столе камушки в ряд на расстоянии 2 см друг от друга. Сколько камушков он разложил, если ряд занял 10 см?

**16.9.** В одном ряду 9 камушков на расстоянии 6 см друг от друга. В другом ряду 25 камушков на расстоянии 2 см друг от друга. Какой ряд короче?

**16.10.** Перед домом построили прямой забор и через каждые 2 м поставили столбы. Какой длины забор, если всего вкопали 6 столбов? 10 столбов?

**16.11.** Рабочие вешают провода. Каждые 10 м они ставят столб. Сколько метров проводов они повесили на 8 столбов? на 15 столбов?

**16.12.** Ученики выстроились в линейку на расстоянии 2 м друг от друга. Вся линейка растянулась на 24 м. Сколько было учеников?

**16.13.** На уроке физкультуры дети встали в линейку на расстоянии 1 м друг от друга. Вся линейка растянулась на 20 м. Сколько было учеников?

**16.14.** Саша хочет огородить забором квадратную грядку со стороной 2 м. Он собирается вкапывать колышки через каждый метр. Сколько колышков ему понадобится? Сколько колышков будет вдоль одной стороны?

**16.15.** Катя, Настя и Лена иногда едят мороженое: Катя – каждые 2 дня, Настя – каждые 3 дня, Лена – каждые 5 дней. Сегодня они все ели мороженое. Через сколько дней они снова будут есть мороженое втроём?

**16.16.** Мальчик поднялся с 1-го этажа на 3-й и прошёл тридцать ступенек. Сколько ступенек он пройдёт, если будет подниматься с 1-го этажа на 6-й?

**16.17.** Во сколько раз путь с 1-го этажа на 15-й длиннее пути с 1-го этажа на третий?

**16.18.** а) Лифт поднимается с 1-го этажа на 4-й за 10 секунд. За какое время лифт поднимается с 1-го этажа на 16-й?

б) Другой лифт проезжает с 1-го этажа на 5-й за 20 секунд. Сколько времени этот лифт будет ехать с 1-го этажа на 25-й?

**16.19.** Доктор Пилюлькин велел Незнайке принимать по одной таблетке каждые 2 часа. Незнайка принял первую из 6 таблеток в 8 утра. Во сколько он принял последнюю таблетку? Сколько часов займёт лечение?

**16.20.** Вдоль беговой дорожки стоят 25 фонарных столбов на одинаковом расстоянии друг от друга. Бегун стартовал у первого столба и бежал с постоянной скоростью. Уже через 30 секунд бегун был возле 5-го столба. За какое время он пробежал всю дорожку?

**16.21.** Башенные часы отбивают три удара за 12 секунд. Сколько времени эти часы отбивают 12 ударов?

**16.22.** Двое часов начали и закончили бить одновременно. Одни часы бьют каждые 2 секунды, другие – каждые

3 секунды. Всего было сделано 9 ударов (совпавшие удары воспринимались как один удар). Сколько времени прошло между первым и последним ударом?

## 17. СОСЧИТАЙ ВСЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКИ



Прежде чем приступить к подсчёту квадратов и прямоугольников, следует поговорить с детьми о том, что такое прямоугольник и что такое квадрат. С этими понятиями дети знакомятся ещё до школы, но мало кто из них знает строгие определения.

Если взять картонный квадрат и на глазах у детей повернуть его и повесить на доску под углом, то многие дети уже начинают сомневаться – квадрат это или ромб. Не торопитесь прерывать их обсуждения, пусть они сами сформулируют, какие же свойства отличают квадрат от других геометрических фигур.

Теперь можно перейти к обсуждению прямоугольников. Все дети отлично понимают, как «должен выглядеть» квадрат и как прямоугольник. Однако если повесить на доску картонные прямоугольник, квадрат и точно такой же квадрат, но под углом, то вопрос «Сколько здесь прямоугольников?» вызовет затруднения.

Дискуссия о том, является ли квадрат прямоугольником, бывает очень жаркой. Дайте всем высказать свою точку зрения. Только после этого можно начать задавать формальные вопросы.

Прямоугольник – это какая фигура, выпуклая или невыпуклая? Сколько у неё вершин? Сколько у неё сторон? Что мы знаем про её углы?

У квадрата, как мы можем заметить, 4 вершины, 4 стороны и все углы прямые. Следовательно, квадрат является прямоугольником. Однако не все дети готовы это сразу принять. Им нужно время, чтобы привыкнуть к мысли, что квадрат – это ещё и прямоугольник.

Квадрат – это прямоугольник, но не простой, а такой, у которого все стороны равны. Так и второклассник Петя –

это ученик, но не любой, а только тот, который учится во втором классе и кого зовут Петей.

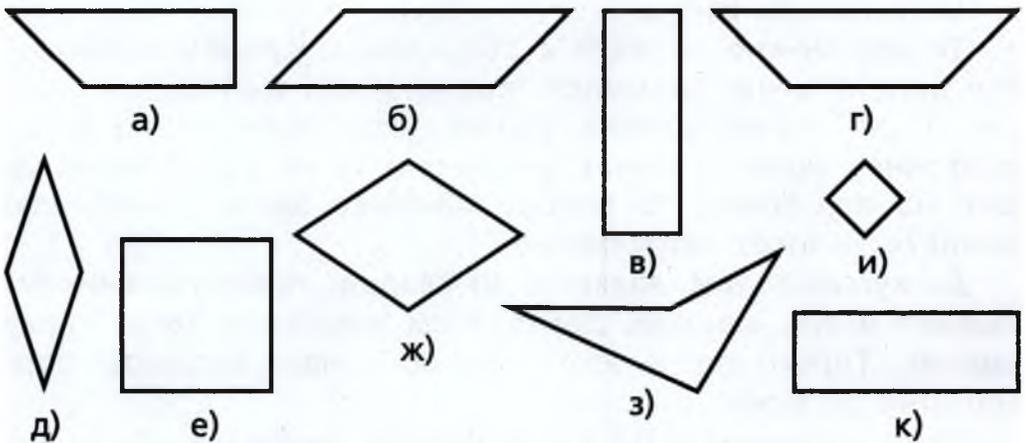
При подсчёте прямоугольников важно научить детей видеть не только маленькие прямоугольники, но и «большие», то есть состоящие из двух и более прямоугольников.

Подсчёт прямоугольников – задача, требующая не только аккуратности, но и использования алгоритмов. «Большие» прямоугольники могут пересекаться друг с другом. Достаточно сложно сосчитать их все ровно по одному разу. Удобнее всего считать отдельно все прямоугольники, состоящие из одной части, из двух частей, из трёх частей и т. д., а потом сложить полученные результаты.

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

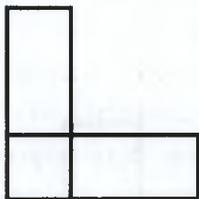
**17.1.** Определите, какие из следующих фигур прямоугольники.



**17.2.** В этой и следующих задачах сосчитайте количество прямоугольников на рисунке.



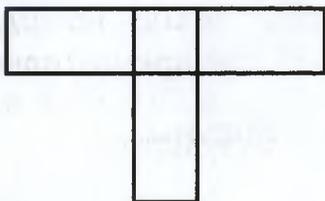
17.3.



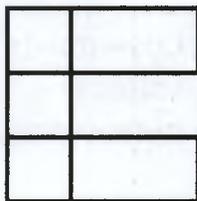
17.4.



17.5.



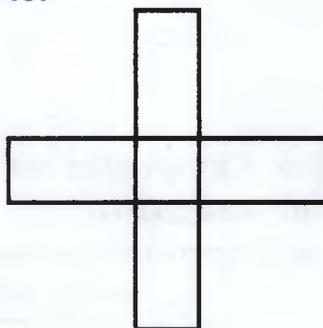
17.6.



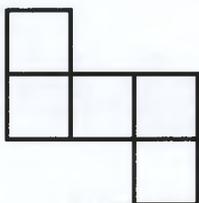
17.7.



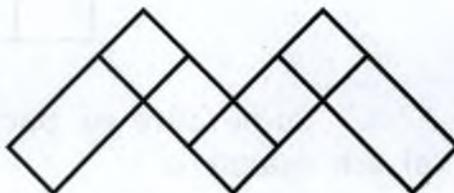
17.8.



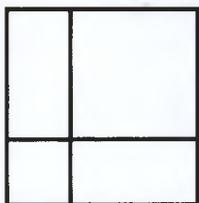
17.9.



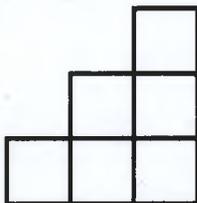
17.10.



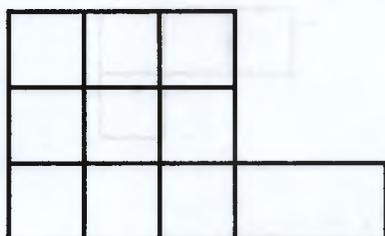
17.11.



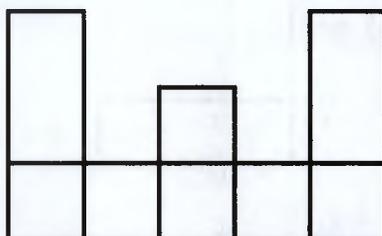
17.12.



17.13.



17.14.



17.15. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;  
б) все прямоугольники (включая квадраты).



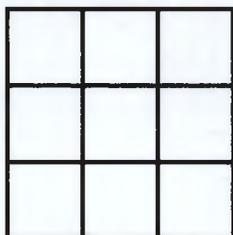
17.16. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;  
б) все прямоугольники (включая квадраты).



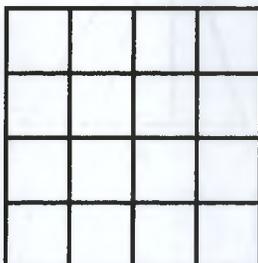
17.17. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;  
б) все прямоугольники (включая квадраты).



17.18. Сосчитайте на рисунке:

- а) все квадраты;  
б) все прямоугольники (включая квадраты).



## 18. СОСЧИТАЙ ВСЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Задачи, связанные с подсчётом треугольников, требуют не только внимательности, но и логики при поиске ответа. Именно отсутствие алгоритма мешает детям посчитать все треугольники, не пропустив ни одного и не посчитав какие-то из треугольников дважды.

Один из самых удобных способов подсчёта такой: сначала считаем все самые маленькие треугольники, то есть такие, внутри которых нет никаких линий; затем переходим к тем, что состоят из двух частей; потом – из трёх частей и т. д.

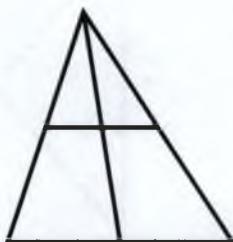
Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

### 18.1.



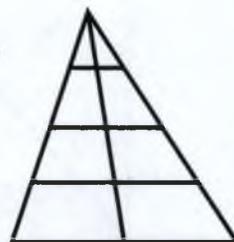
а)



б)



в)

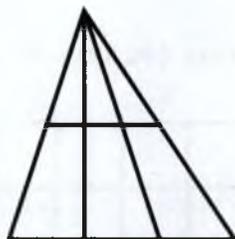


г)

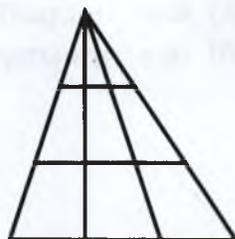
18.2.



а)

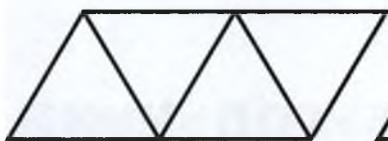


б)

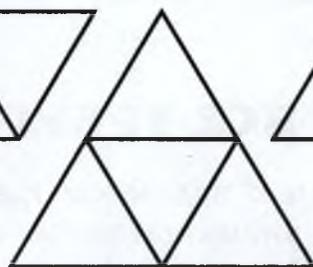


в)

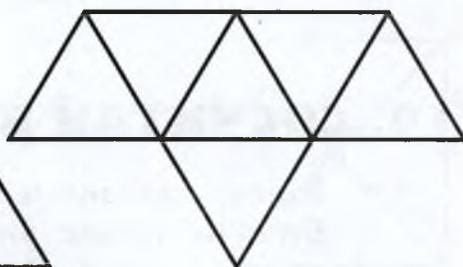
18.3.



а)

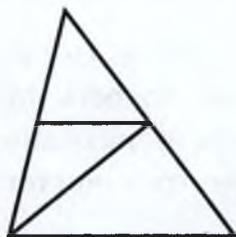


б)

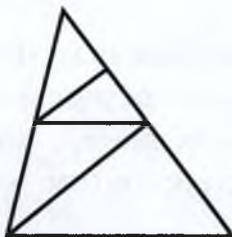


в)

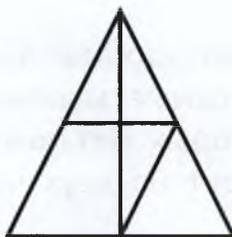
18.4.



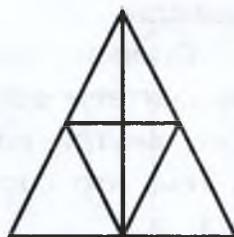
а)



б)

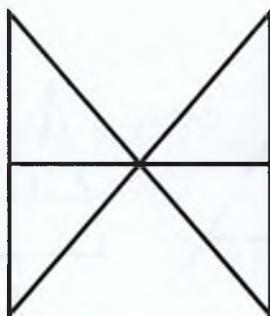


в)

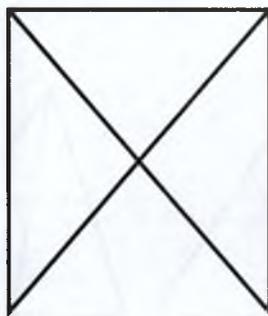


г)

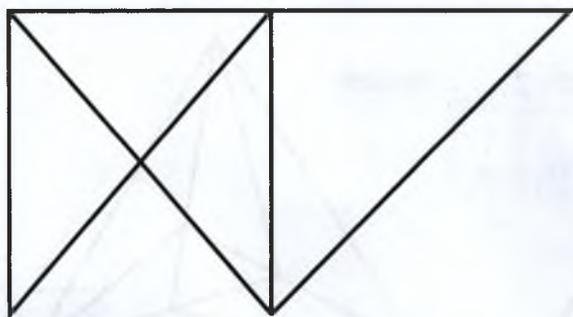
18.5.



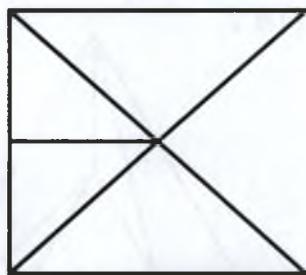
а)



б)

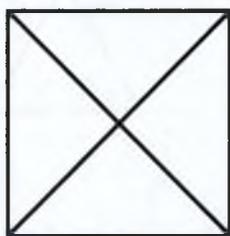


в)

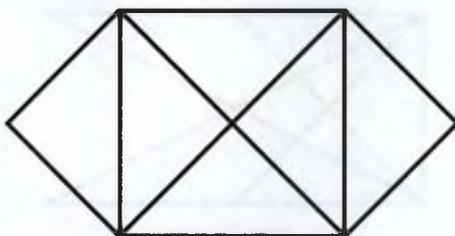


г)

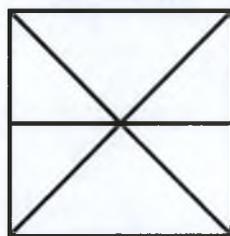
## 18.6.



а)



б)

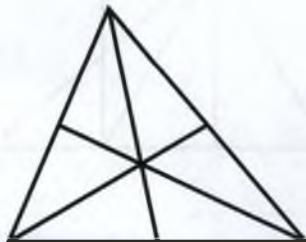


в)

## 18.7.

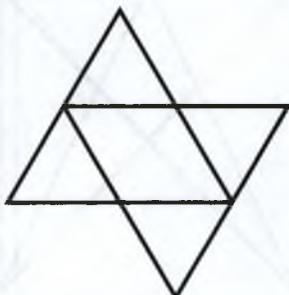


а)

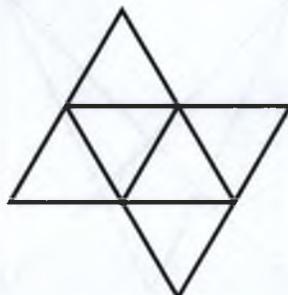


б)

## 18.8.

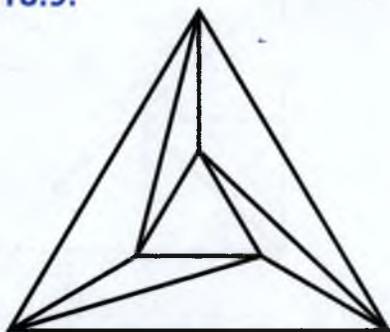


а)

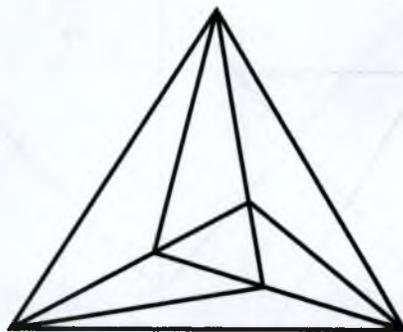


б)

18.9.

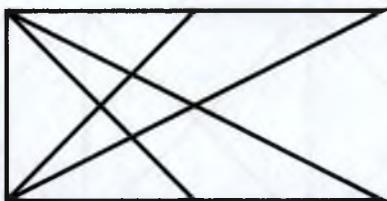


а)

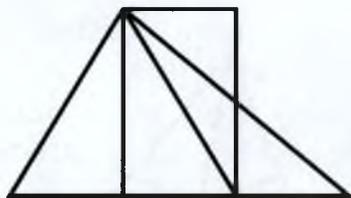


б)

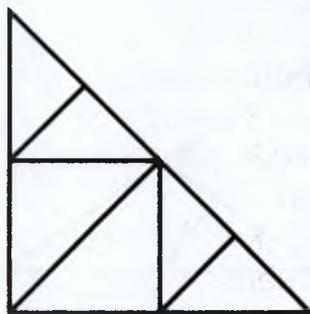
18.10.



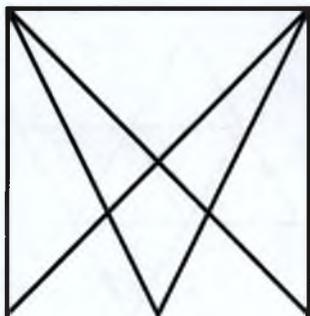
18.11.



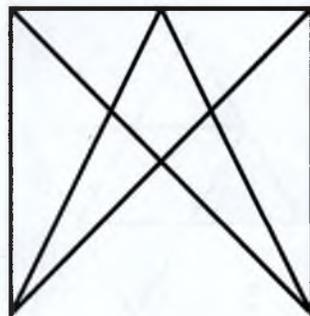
18.12.



18.13.

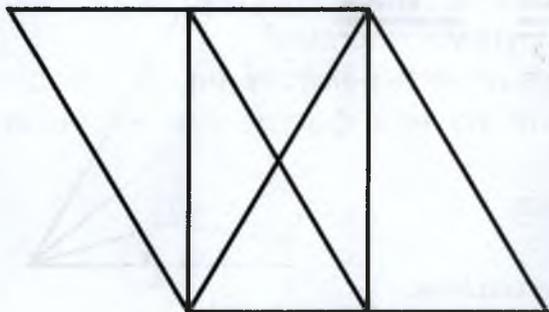


а)

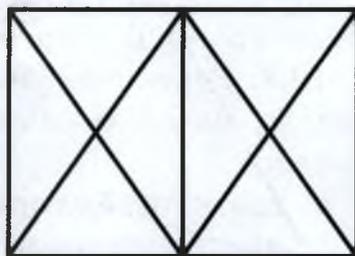


б)

## 18.14.



а)



б)

## 19. ЗАДАЧИ НА РАЗРЕЗАНИЕ



Некоторым детям для решения этих задач понадобятся не только бумага и карандаш, но и ножницы.

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

**19.1.** У треугольника отрезали три угла. Сколько углов у получившейся фигуры? Найдите все решения.

**19.2.** У квадратного стола отрезали один угол. Нарисуйте, какой формы теперь стол. Какие ещё могут быть варианты?

**19.3.** Круглый торт разрезали двумя прямыми разрезами. Какое наибольшее количество частей может получиться?

**19.4.** На сколько частей можно разделить широкую подкову двумя прямыми разрезами?

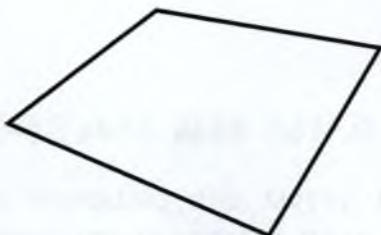


**19.5.** В круге отметили точку. Можно ли разрезать круг на 2 части так, чтобы из полученных частей можно было сложить новый круг – с центром в отмеченной точке?

**19.6.** Можно ли разрезать квадрат на 4 части (не обязательно равные) таким образом, чтобы каждая часть имела общие границы с тремя другими частями?

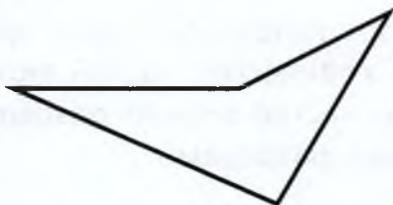
**19.7.** Нарисован выпуклый четырёхугольник. Проведите прямую линию и разрежьте по ней фигуру так, чтобы получились:

- а) два четырёхугольника;
- б) два треугольника;
- в) треугольник и пятиугольник.

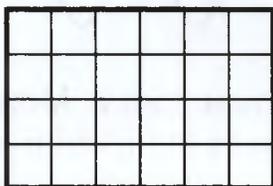


**19.8.** Нарисован невыпуклый четырёхугольник. Проведите прямую линию и разрежьте по ней фигуру так, чтобы получились:

- а) два четырёхугольника;
- б) два треугольника;
- в) треугольник и пятиугольник.



**19.9.** В прямоугольнике 4 на 6 клеток провели диагональ. Сколько клеток она разрежала?

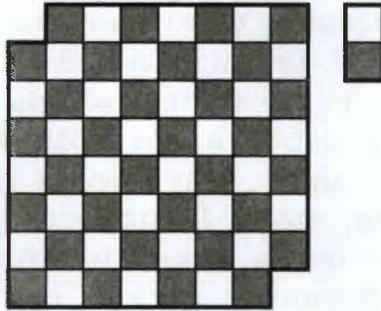


**19.10.** Нарисуйте в тетради квадратик. Разрежьте его на две равные части так, чтобы из них можно было сложить:

- прямоугольник;
- треугольник;
- параллелограмм.

**19.11.** Вася переломил плитку шоколада, потом переломил одну из получившихся частей. На сколько частей теперь разломана Васина шоколадка? Сколько получится частей, если он разломит ещё один кусочек пополам?

**19.12.** Можно ли разрезать шахматную доску, у которой вырезаны две противоположные клетки по углам, на доминошки, состоящие из двух клеток?



## 20. ТЕТРАМИНО



Дети знают, что фигуры из двух квадратиков называются «домино». Если добавить к доминошке третий квадратик, то можно получить две разные фигуры тримино – «полоску» и «уголок». Если добавить теперь четвёртый квадратик, то получится тетрамино.

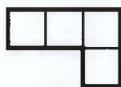
Итак, тетрамино – это фигура, сложенная из четырёх одинаковых квадратиков так, что её можно вырезать из листа клетчатой бумаги.

Предложите детям составить как можно больше различных фигур тетрамино. Их должно получиться 5:

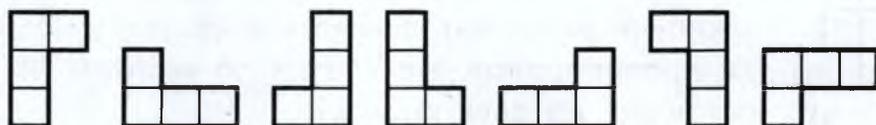


Остальные фигуры тетрамино получают в результате поворота этих 5 фигур и их зеркального отображения (то есть, переворота фигуры на другую сторону).

Например, из такой фигуры



мы можем получить следующие:



Многие дети знакомы с тетрамино благодаря компьютерной игре «Тетрис», реализованной на самых разных игровых платформах, включая телевизоры и мобильные телефоны. Но если у ребёнка нет возможности подержать фигуру тетрамино в руках, ему бывает сложно понять, что Г – это то же самое, что L. Поэтому для работы над задачами этого раздела очень важно изготовить реквизит для каждого ученика. Реквизит должен состоять из 2 одинаковых наборов тетрамино. В качестве материала удобнее всего использовать плотный картон и линолеум. Сторона квадратика должна быть не менее 2 см.

Прежде чем предлагать детям задачи на разрезание, попросите их сложить свои фигуры из двух одинаковых деталей тетрамино и зарисовать, что вышло. После этого можно предложить детям обменяться задачами.

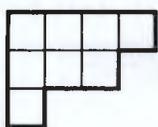
**Уровень сложности:** \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀ ☀

**20.1.** Разделите фигуру на 2 одинаковые детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



а)



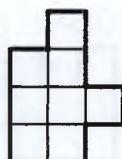
б)



в)



г)



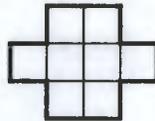
д)



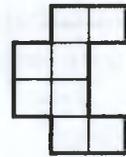
е)



ж)

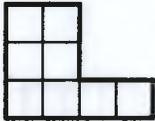


з)



и)

**20.2.** Разделите фигуру на 2 разные детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



а)



б)



в)



г)



д)



е)



ж)

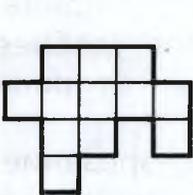


з)



и)

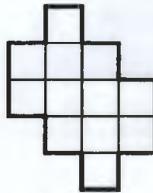
**20.3.** Разделите фигуру на 3 одинаковые детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



а)



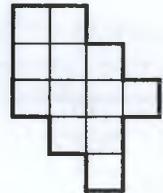
б)



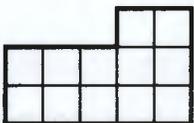
в)



г)



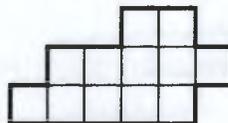
д)



е)



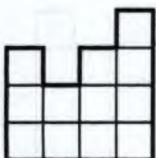
ж)



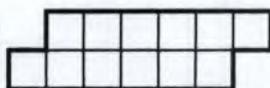
з)



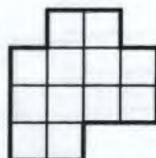
и)



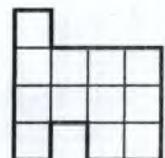
к)



л)

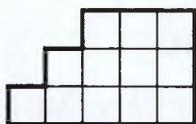


м)



н)

**20.4.** Разделите фигуру на 3 разные детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



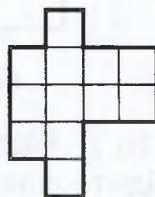
а)



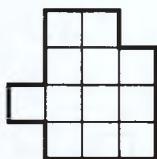
б)



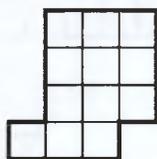
в)



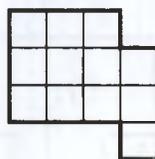
г)



д)



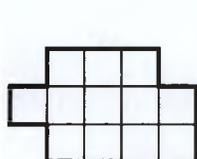
е)



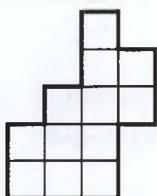
ж)



з)



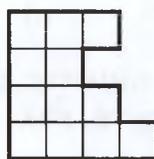
и)



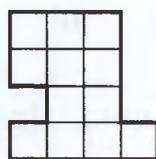
к)



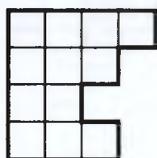
л)



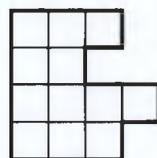
м)



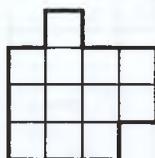
н)



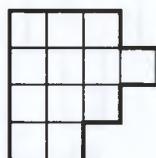
о)



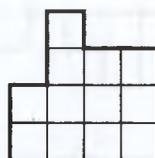
п)



р)

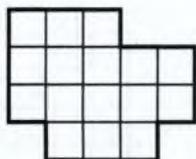


с)

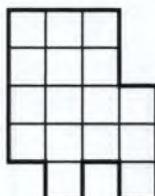


т)

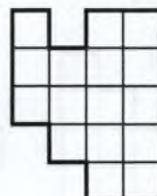
**20.5.** Разделите фигуру на 4 разные детали тетрамино. Найдите как можно больше решений.



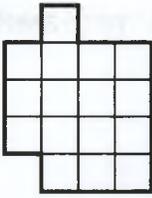
а)



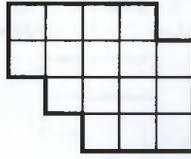
б)



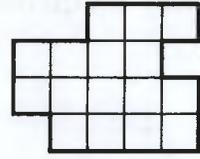
в)



г)



д)

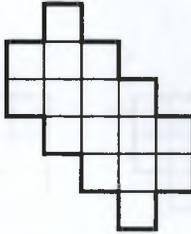


е)

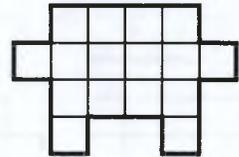
**20.6.** Разделите фигуру на 4 такие детали тетрамино:



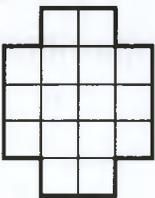
а)



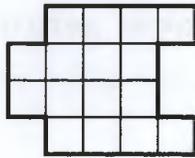
б)



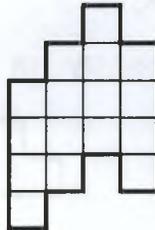
в)



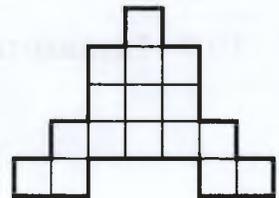
г)



д)

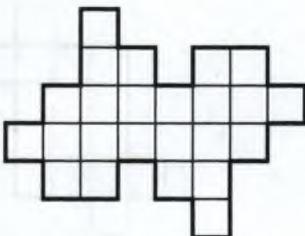
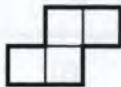


е)

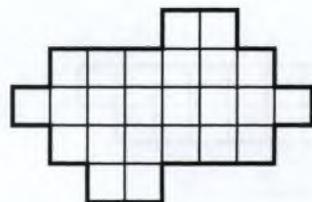


ж)

**20.7.** Разделите фигуру на 6 таких деталей тетрамино:



а)

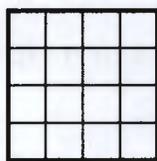


б)

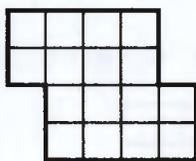
**20.8.** Разделите фигуру на 4 такие детали тетрамино:



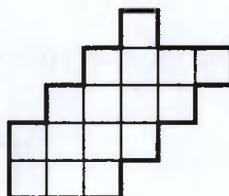
а)



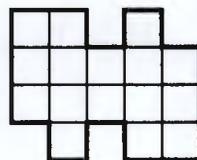
б)



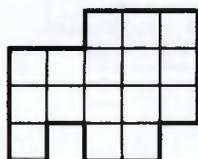
в)



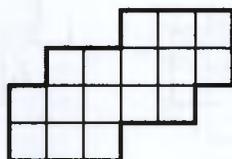
г)



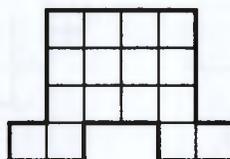
д)



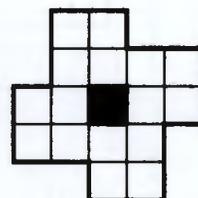
е)



ж)

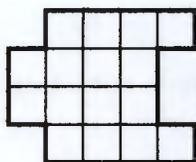
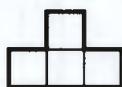


з)

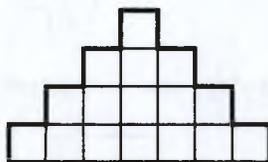


и)

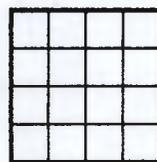
**20.9.** Разделите фигуру на 4 такие детали тетрамино:



а)



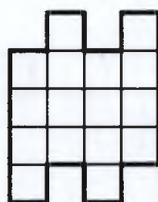
б)



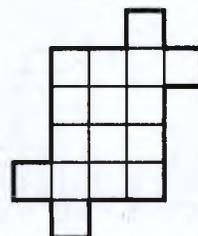
в)



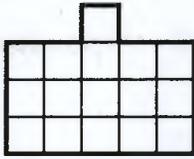
г)



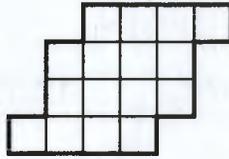
д)



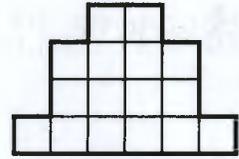
е)



ж)

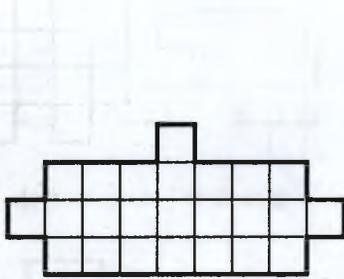


з)

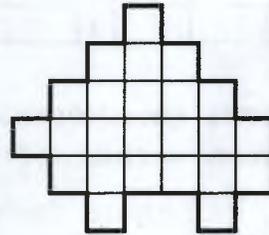


и)

20.10. Разделите фигуру на 6 таких деталей тетрамино:



а)



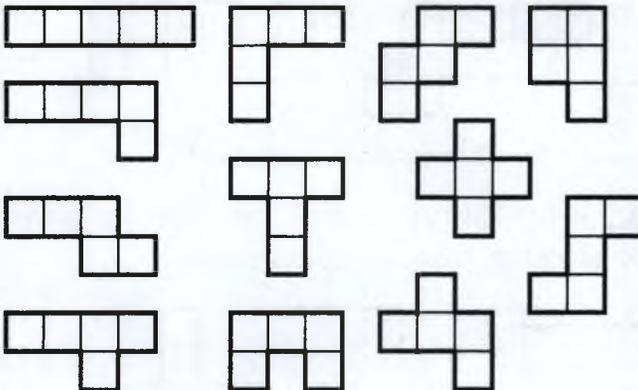
б)

## 21. ПЕНТАМИНО



Пентамино – это фигура, сложенная из пяти одинаковых квадратиков так, что её можно вырезать из листа клетчатой бумаги.

Предложите детям составить как можно больше различных фигур пентамино. Их должно получиться 12:



Остальные варианты можно получить поворотом или отражением.

Например, из такой фигуры



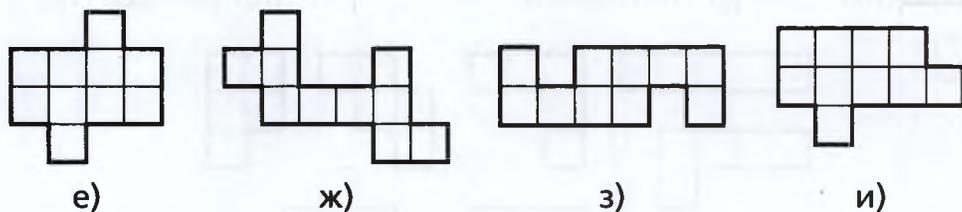
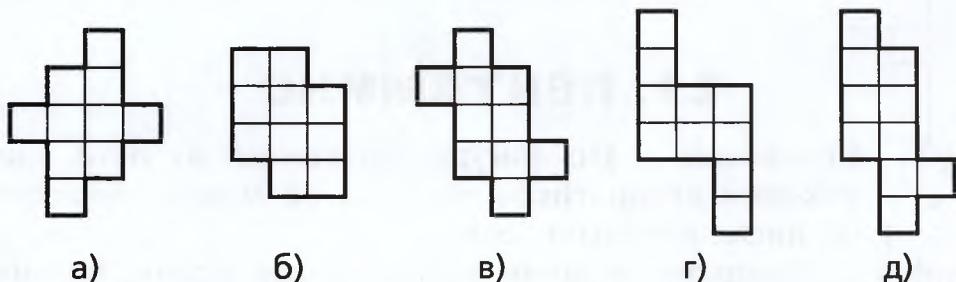
можно получить следующие:



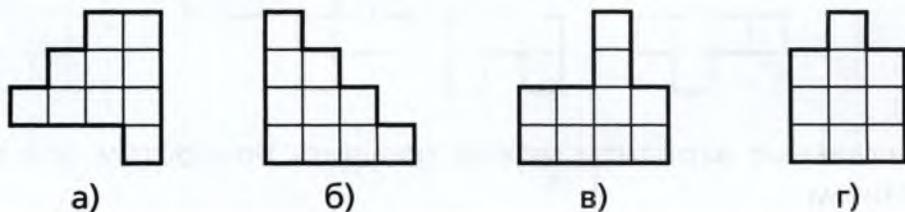
Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

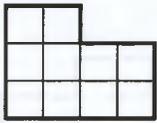
Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

**21.1.** Разделите фигуру на 2 одинаковые детали пентамино. Найдите как можно больше решений.



**21.2.** Разделите фигуру на 2 разные детали пентамино. Найдите как можно больше решений.





д)



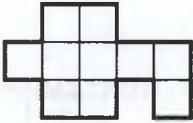
е)



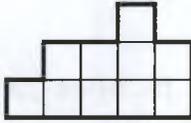
ж)



з)



и)



к)



л)



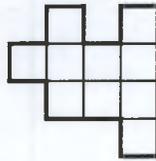
м)



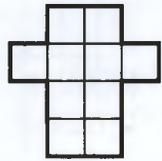
н)



о)



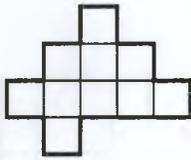
п)



р)



с)



т)

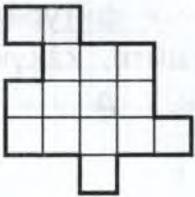


у)

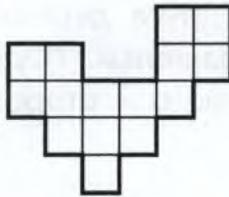


ф)

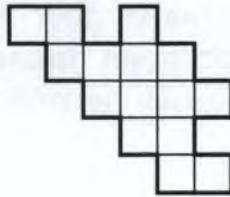
**21.3.** Разделите фигуру на 3 одинаковые детали пентамино. Найдите как можно больше решений.



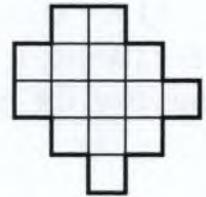
а)



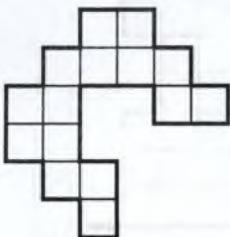
б)



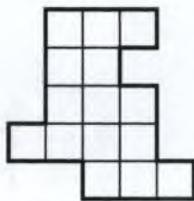
в)



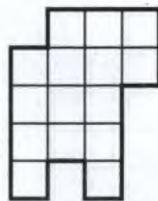
г)



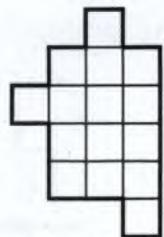
д)



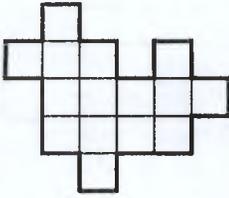
е)



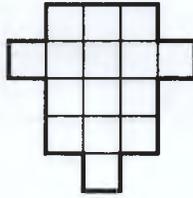
ж)



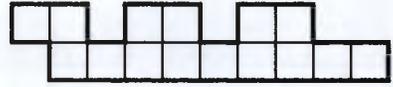
з)



и)

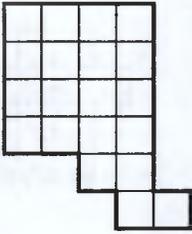


к)



л)

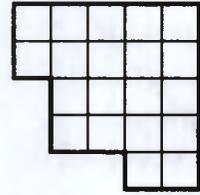
**21.4.** Разделите фигуру на 4 разные детали пентамино. Найдите как можно больше решений.



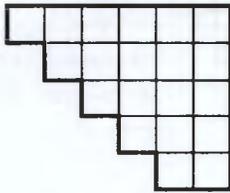
а)



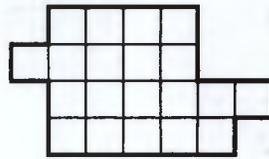
б)



в)

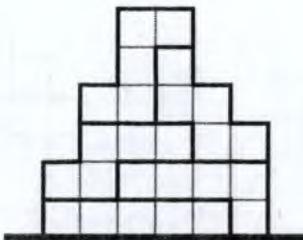


г)

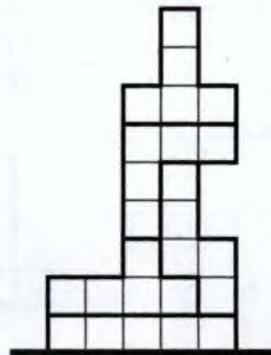


д)

**21.5.** Митя ставил друг на друга деревянные фигурки пентамино и построил такие башенки. Подпишите, какую фигурку он положил первой, какую – второй и т. д.



а)



б)

## 22. ТАНГРАМ



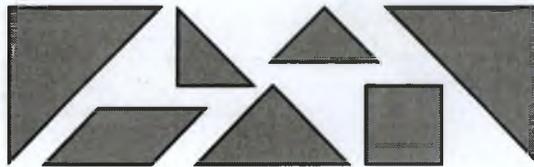
Танграм – одна из самых древних головоломок в мире. Её придумали в Китае несколько тысячелетий тому назад, но, несмотря на преклонный возраст, она популярна до сих пор. Родное, китайское, название танграма – «чи-чао-тю» – означает «хитроумный узор из семи частей». Суть головоломки в том, что каждая загаданная фигура должна быть сложена из всех семи кусочков танграма.

Для работы с танграмом каждому из учеников потребуется реквизит, сделанный из картона или линолеума. В продаже можно найти изготовленный фабричным способом деревянный или пластиковый танграм. В собранном виде семь маленьких кусочков составляют один большой квадрат. Но кроме квадрата из них можно сложить великое множество самых разнообразных фигур – силуэты людей, животных, предметов, цифр и букв. Многие можно сложить из кусочков танграма, но слово «вечность» из них не складывается никак.

Прежде чем приступить к задачам этого раздела, предложите детям самим сложить какие-нибудь интересные фигуры и придумать для них названия.

**Уровень сложности:** \*\*, \*\*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀



Сложите из этих частей фигуры.

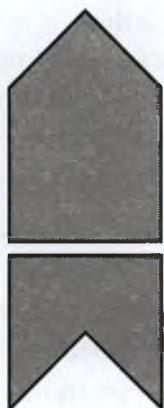
**22.1.**



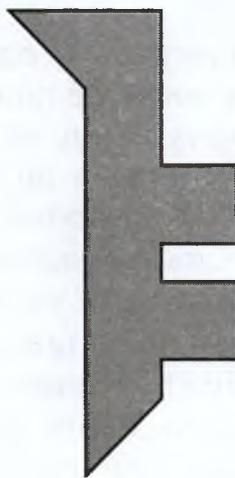
**22.2.**



22.3.



22.4.



22.5.



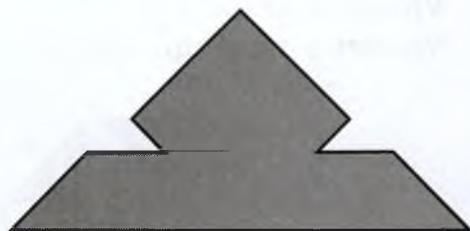
22.6.



22.7.



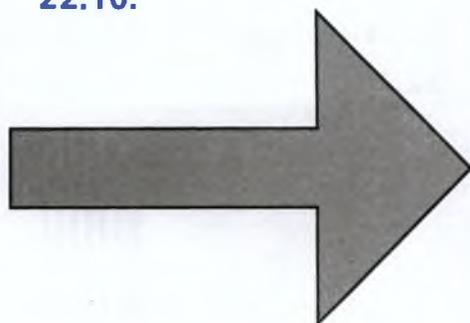
22.8.



22.9.



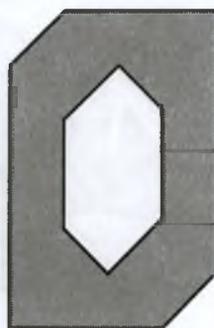
22.10.



22.11.



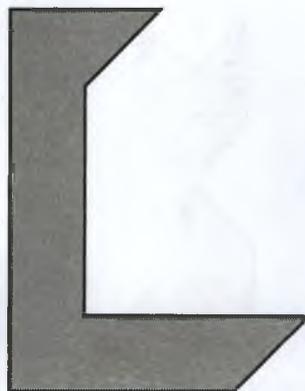
22.12.



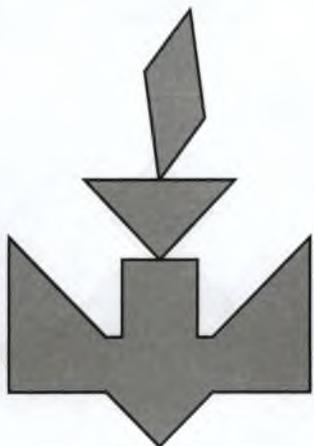
22.13.



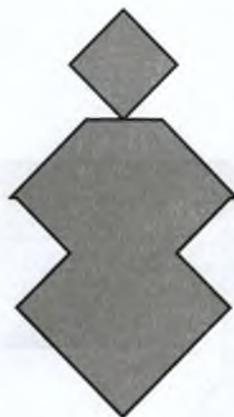
22.14.



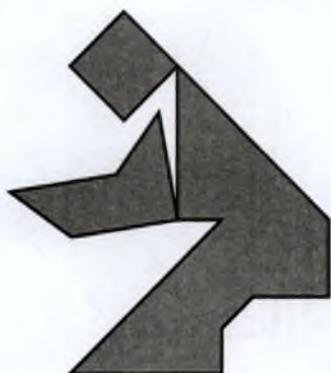
22.15.



22.16.



22.17.



22.18.



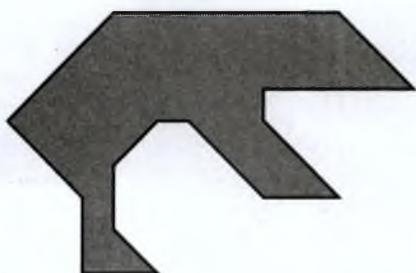
22.19.



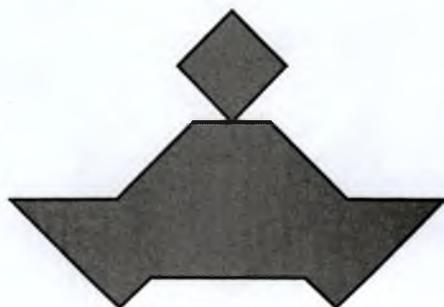
22.20.



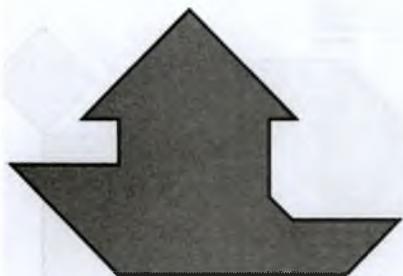
22.21.



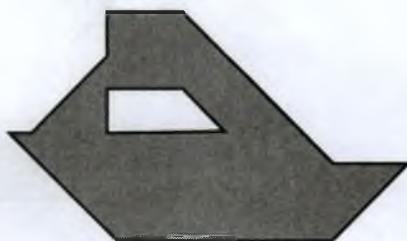
22.22.



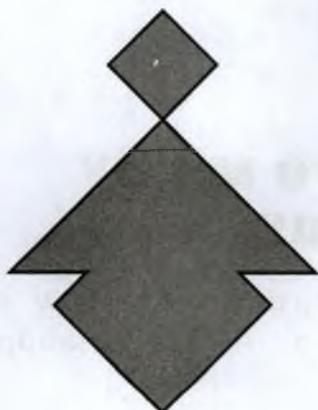
22.23.



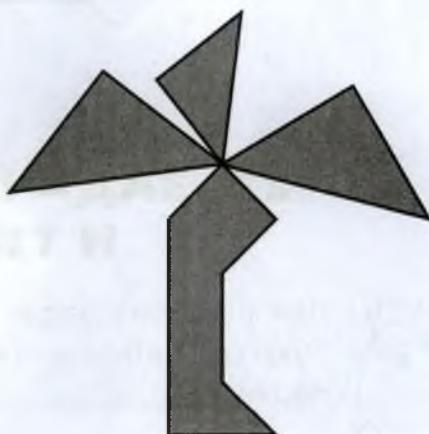
22.24.



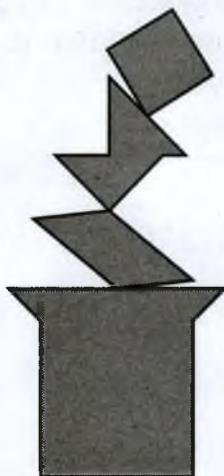
22.25.



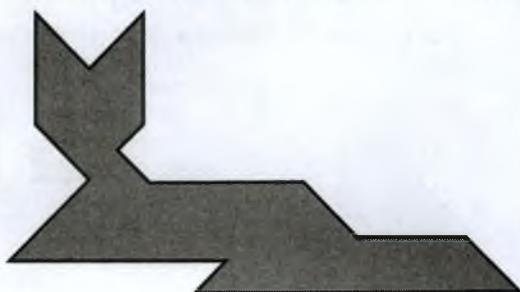
22.26.



22.27.



22.28.



22.29.



22.30.



## 23. ЗАДАЧИ ПРО МИШУ И ТИМОШУ



Для решения задач этого раздела ученикам потребуются наборы тетрамино, по 2–3 набора на парту.



Мама подарила близнецам Мише и Тимоше по два комплекта фигурок тетрамино: Мише – серые, а Тимоше – белые. Близнецы придумали новую игру: они берут по 2 или по 3 детали тетрамино и пытаются сложить из них одинаковые фигуры.

Например, Миша взял такие детали:



Тимоша взял такие:



Миша сложил из своих деталей фигуру:



А Тимоша сложил эту же фигуру вот так:



Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*

Уровень наглядности: ☀☀

**23.1.** Нарисуйте фигуру, которую можно сложить и из Мишиных деталек, и из Тимошиных.



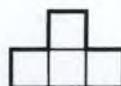
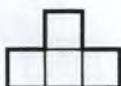
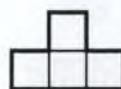
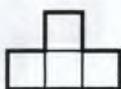
а)

б)



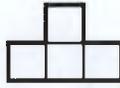
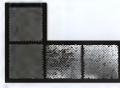
в)

г)



д)

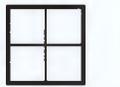
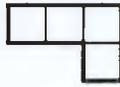
е)



ж)



з)



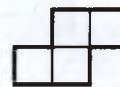
и)



к)



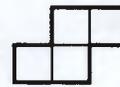
л)



м)



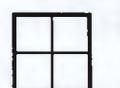
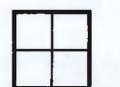
н)



о)



п)



р)



с)

т)



у)

ф)

## 24. КИРПИЧКИ



Даны блоки кирпичей такого вида:



Попробуйте сложить из всех этих блоков следующие фигуры. Нарисуйте на схемах границы блоков.

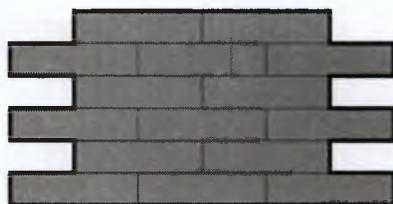
Уровень сложности: \*\*, \*\*\*

Уровень наглядности: ⚙️ ⚙️

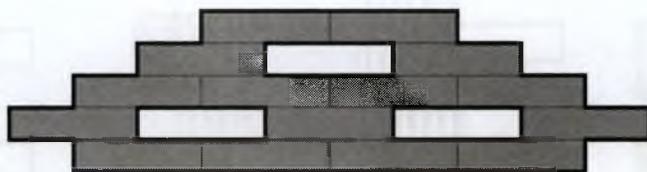
24.1.



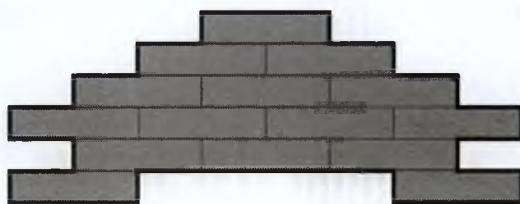
24.2.



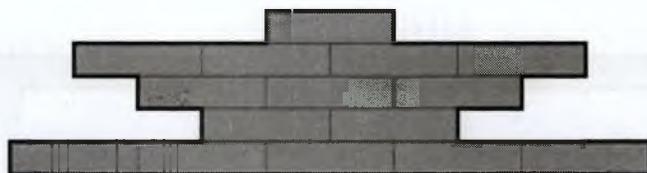
24.3.



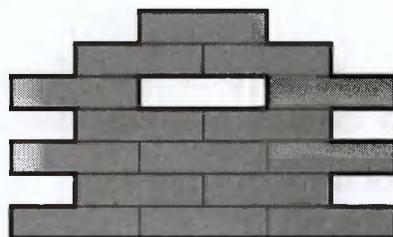
24.4.



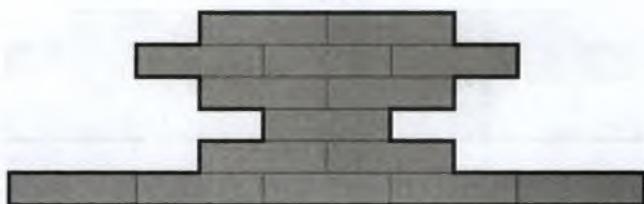
24.5.



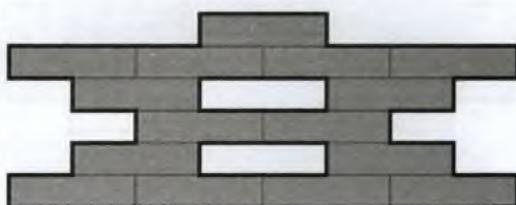
24.6.



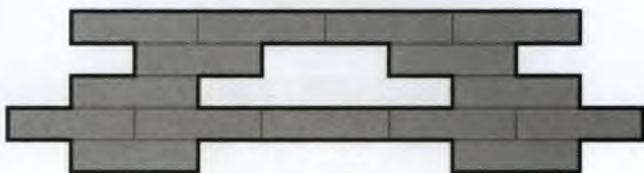
24.7.



24.8.



24.9.



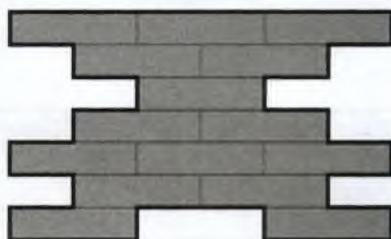
24.10.



24.11.



24.12.



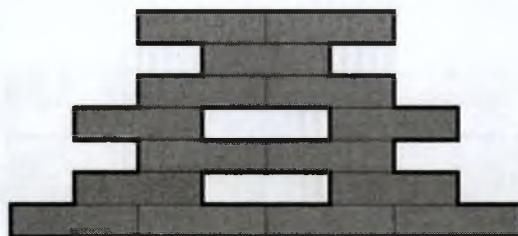
24.13.



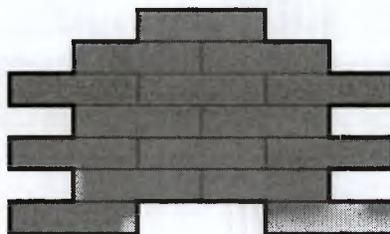
24.14.



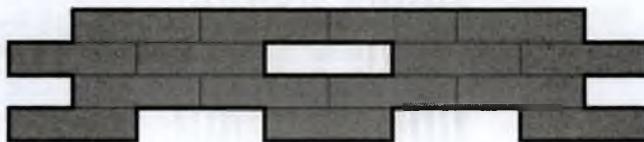
24.15.



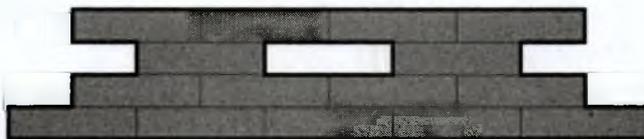
24.16.



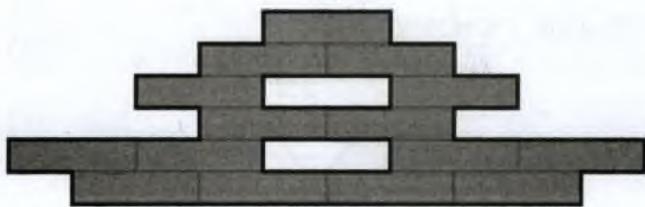
24.17.



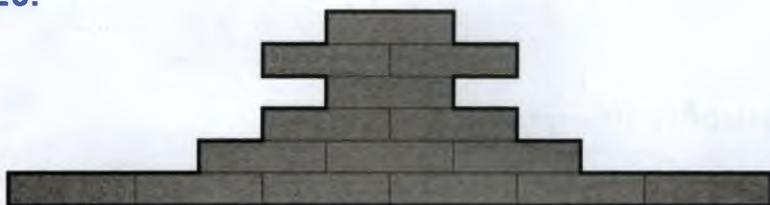
24.18.



24.19.



24.20.



## 25. ОБЪЕМНЫЕ И ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ



Эти задания предполагают практическую работу со спичками (счётными палочками) и кусочками пластилина. Сначала попросите детей сложить требуемые фигуры, потом сосчитать спички и шарики и уже потом нарисовать полученные фигуры на бумаге. Научите детей рисовать невидимые линии у объёмных фигур пунктиром.

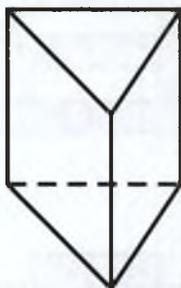
**Уровень сложности:** \*, \*\*, \*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀ ☀

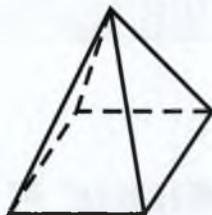
**25.1.** Володя взял спички и кусочки пластилина и стал строить из них фигуры. Сколько спичек и сколько шариков пластилина ему понадобится для того, чтобы сложить следующие фигуры:

- а) квадрат;
- б) треугольник;
- в) ромб;
- г) кубик;

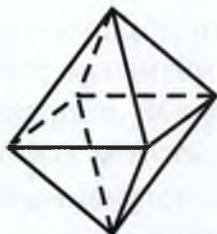
д) треугольную призму;



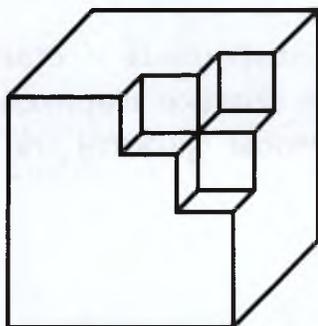
е) четырёхугольную пирамиду;



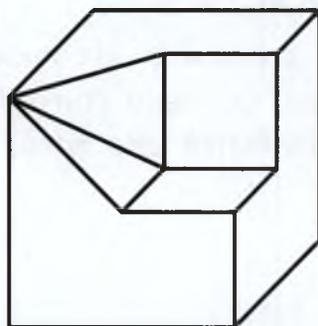
ж) октаэдр?



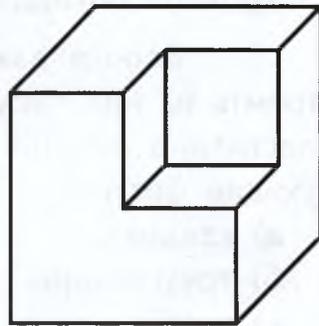
**25.2.** От кубиков отрезали разные части. Найдите недостающие детали.



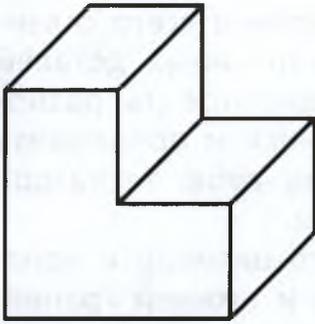
1)



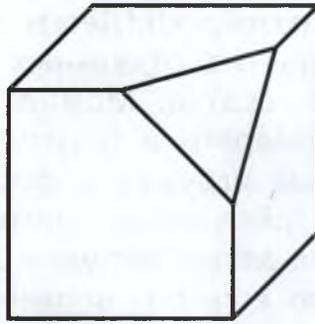
2)



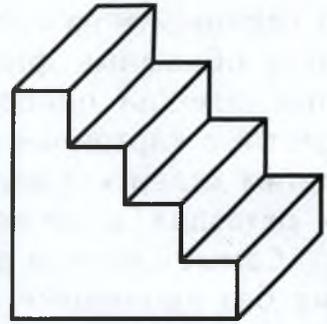
3)



4)



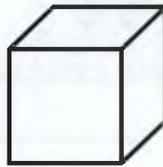
5)



6)



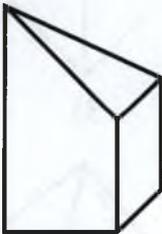
а)



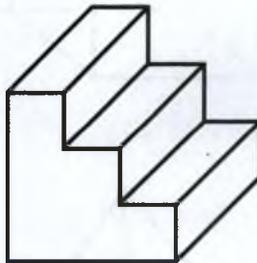
б)



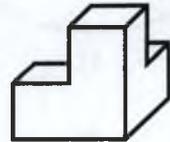
в)



г)



д)



е)

## 26. РАЗВЁРТКИ



Куб – простая геометрическая форма, знакомая детям с раннего возраста. Однако, если вы попросите детей нарисовать и тем более склеить кубик, это вызовет у многих большие затруднения.

Прежде чем учащиеся попробуют склеить куб, призму и пирамиду, дайте им повертеть в руках уже готовые фигурки, предложите посчитать ещё раз их грани и вершины. Затем возьмите картон или плотную бумагу для черчения

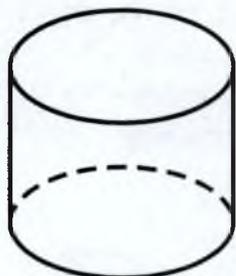
и перенесите на неё развёртки. Детям удобнее всего склеивать объёмные фигуры из отдельных картонных деталей при помощи полосок скотча. Можно приготовить разноцветные картонные квадраты и треугольники и предложить детям склеить ёлочные игрушки в форме куба, тетраэдра и октаэдра, а также трёхгранной призмы.

Самые простые для детей формы – это цилиндр и призма без «донышек», то есть без верхней и нижней граней. Когда дети самостоятельно склеят четырёхугольную призму без «донышек», предложите им склеить куб.

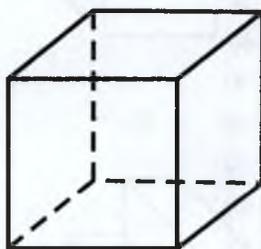
Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀☀

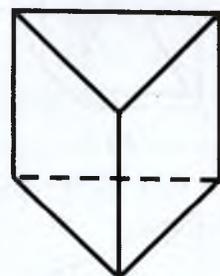
26.1. Найдите развёртки каждой из фигур.



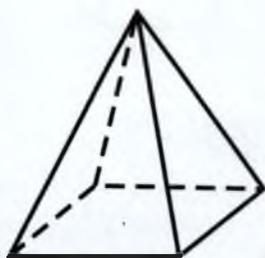
1)



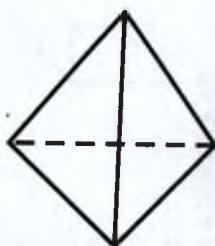
2)



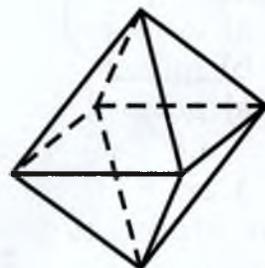
3)



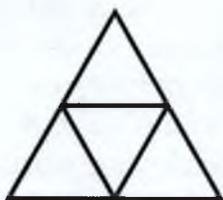
4)



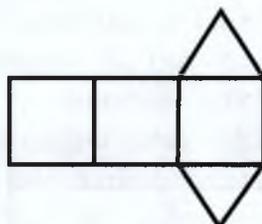
5)



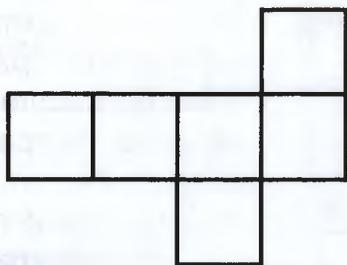
6)



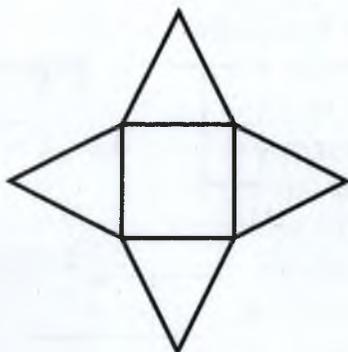
а)



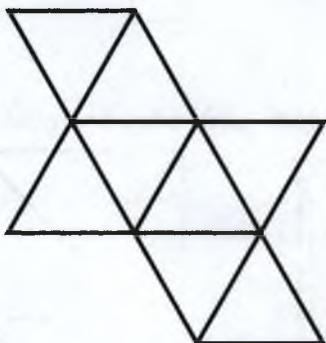
б)



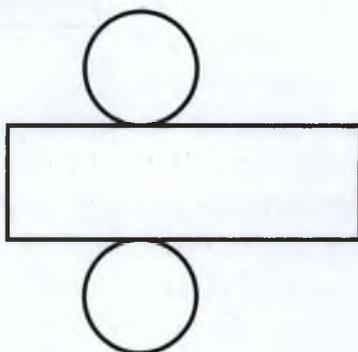
в)



г)



д)



е)

**26.2.** Можете ли вы сами придумать развёртки для следующих объёмных фигур:

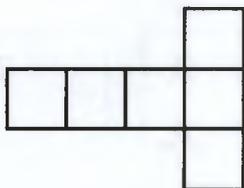
- а) цилиндра;
- б) пирамиды;
- в) домика?

**26.3.** Валера склеил кубик и расставил на нём числа от 1 до 6 таким образом, чтобы сумма на противоположных сторонах была одинаковой. Сможете ли вы сделать развёртку его кубика?

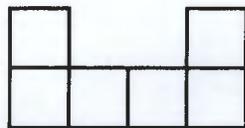
**26.4.** Какие из этих развёрток подходят для того, чтобы склеить куб?



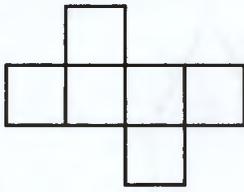
а)



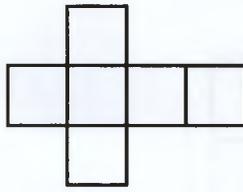
б)



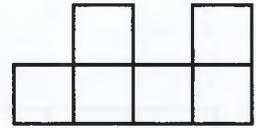
в)



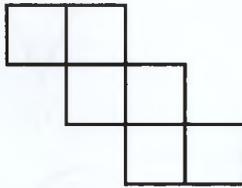
г)



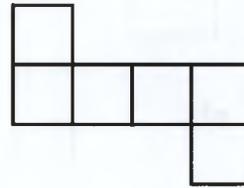
д)



е)

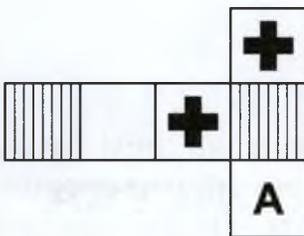
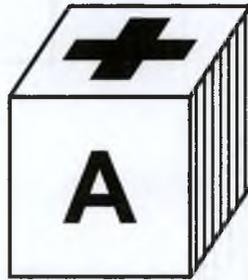


ж)

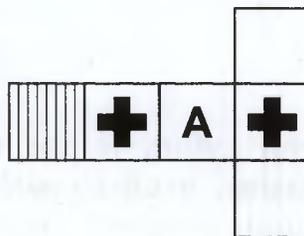


з)

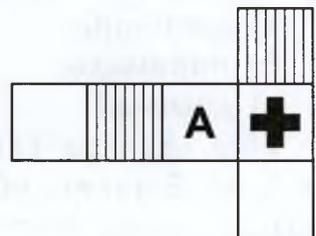
**26.5.** Какие из развёрток подходят для этого кубика?



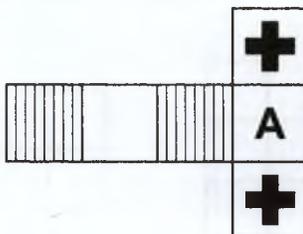
а)



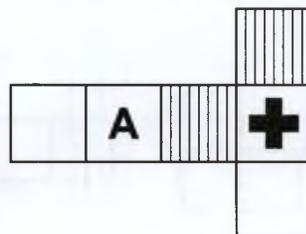
б)



в)

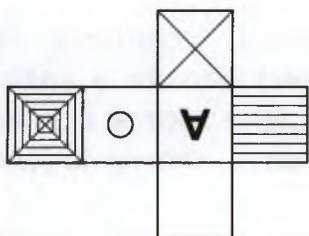


г)

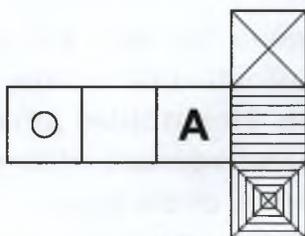


д)

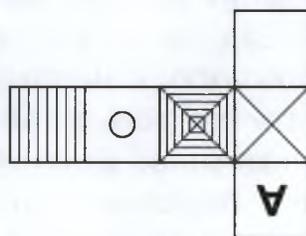
**26.6.** Найдите развёртки, из которых можно сложить этот кубик.



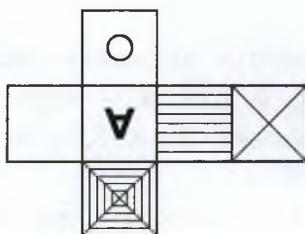
а)



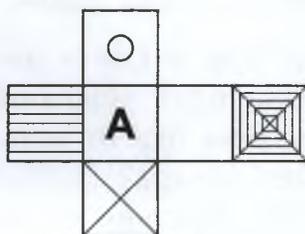
б)



в)



г)



д)

## 27. ПРЕДМЕТЫ И ИХ СВОЙСТВА



В мире огромное количество самых разных предметов: люди, коты, деревья, дома, ботинки, компьютерные мыши, – перечислять можно до бесконечности. Между любыми двумя есть что-то общее, но обязательно есть и различия.

Возьмём, к примеру, кота и кита. Чем они отличаются? Очень многим: размером, весом, средой обитания, любимой едой, количеством лап и так далее. А есть ли между ними что-нибудь общее? Конечно! Они оба – животные

и оба идут в словаре на одну и ту же букву. Количество лап, цвет, размер, первая буква слова – всё это свойства. Каждый предмет имеет сотни и тысячи свойств. Кот может быть полосатым, рыжим, бездомным, спящим в данный момент на батарее – всё это возможные свойства кота.

Совокупность предметов с каким-либо общим свойством называется множеством. Например, все книжки с картинками, все слова на букву «ю» или все коты, спящие в данный момент на батарее.

Задачи этого раздела на чистую логику. Основная их сложность в необходимости прочитать текст задачи и удержать его весь в голове. Некоторые дети справляются с этим мгновенно. Другим необходимо нарисовать схему, после чего решение становится очевидным.

Умение схематично изобразить несколько множеств предметов с разными свойствами очень пригодится для решения более сложных задач.

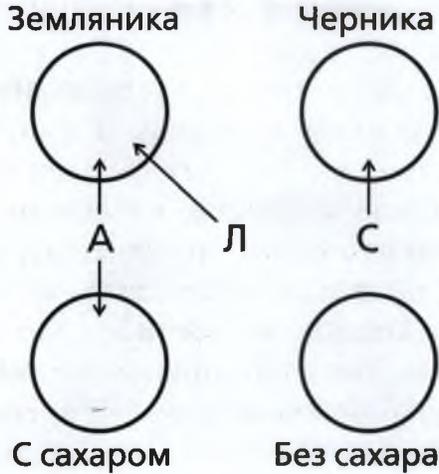


Аня, Лена и Света лакомятся лесными ягодами. Аня и Лена едят землянику, а Света – чернику. Ягоды с сахаром любит есть только Аня. Кто ест землянику без сахара?

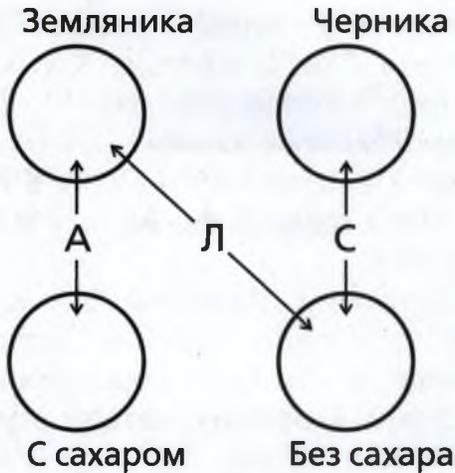
Обозначим девочек первыми буквами их имён: А, Л и С. Мы знаем, что Аня и Лена едят землянику, а Света – чернику. Рисуем схему.



Аня ест ягоды с сахаром. Рисуем на схеме ещё одну стрелочку.



Из условия следует, что Лена и Света едят ягоды без сахара. Но Света ест чернику. Значит, землянику без сахара ест Лена.



Ответ: Лена.

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

**27.1.** Аня и Василиса рисуют картинки. Одна из девочек рисует принцессу, другая – жар-птицу. Аня никогда не рисует людей. Что рисует Василиса? Что рисует Аня?

**27.2.** Стёпа и Егор строят из конструктора. Один из мальчиков делает лодку, другой – грузовик. Егору для его постройки не нужны колёсики. Что строит Егор? Что строит Стёпа?

**27.3.** У Коли и Пети коты, а у Васи пёс. У Пети и Васи звери чёрные, а у Коли – белый. У кого из ребят дома чёрный кот?

**27.4.** Игорь, Паша и Миша катались на велосипедах. У Миши и Паши велосипеды красные, а у Игоря – чёрный. У Паши и Игоря на велосипедах есть звонок. Чей велосипед без звонка и какого он цвета?

**27.5.** У Марины, Насти и Иры было три букета. У Иры и Насти розы, а у Марины астры. У Марины и Насти цветы белые, а у Иры красные. Какой букет у Иры? Какой букет у Насти? Какой букет у Марины?

**27.6.** Витя и Алёша учатся в третьем классе, а Илья – во втором. Алёша и Илья ходят в лыжную секцию, а Витя – на хоккей. Кто из лыжников учится в третьем классе?

**27.7.** Оля, Надя и Мила собирали фрукты. У Оли и Нади в корзинах яблоки, а у Милы – сливы. У Нади и Милы фрукты красные, а у Оли – жёлтые. Кто собирал красные яблоки? Кто собирал жёлтые яблоки? Кто собирал красные сливы? Кто собирал жёлтые сливы?

**27.8.** Ева и Арина вышли на прогулку в платьях, а Вика – в юбке. У Вики и Евы наряды синие, а у Арины – розовый. Какой наряд у Вики?

**27.9.** Семён Петрович, Аркадий Борисович и Василий Егорович сидели за столом. Семён Петрович и Василий Егорович пили кофе, а Аркадий Борисович – чай. Аркадий Борисович и Василий Егорович читали журналы, а Семён Петрович – газеты. Кто из них пил чай и читал журнал?

**27.10.** Злата и Вера пришли на праздник в юбках, а Инна и Рита – в сарафанах. У Веры и Инны наряды зелёного цвета, а у Риты и Златы – жёлтого. Кто из девочек пришёл в зелёной юбке? Какой наряд у Риты?

**27.11.** Гриша и Андрей рисуют танки, а Влад и Борис – самолёты. Андрей и Влад раскрасили свои картинки синими карандашами, а Гриша и Борис – красными. Кто нарисовал синий самолёт?

## 28. МНОЖЕСТВА И ИХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ



Задачи этого раздела могут вызвать у многих детей недоумение. «Такого не может быть!» – воскликнут самые нетерпеливые из них. Нужно объяснить им и показать на примерах, что никакого противоречия в условиях этих задач нет – один и тот же предмет может обладать несколькими свойствами одновременно.

Задайте, к примеру, такие вопросы:

- Сколько человек в вашем классе видели радугу?
- Сколько человек слышали гром?
- У скольких человек есть братья или сёстры?
- У скольких человек есть кошки или собаки?
- Как получилось, что если сложить все эти числа, то сумма окажется больше, чем число учеников в классе?

Обратите внимание детей на то, что у кого-то из них есть и брат, и кошка, а кто-то из ребят видел радугу и держит собаку, – поэтому некоторых учеников посчитали больше одного раза.

Работу по этой теме можно начать с заданий, в которых требуется разложить фигурки по группам. Можно рассказать анекдот об умной и красивой обезьяне, адаптировав его к аудитории.

Классический вариант звучит так.

Собрал как-то лев всех зверей и говорит: «Я хочу, чтобы вы разделились на две группы: умные должны отойти налево, а красивые – направо». Все разошлись, повинаясь приказу льва, а обезьяна осталась посередине и говорит с раздражением: «А мне что, разорваться, что ли?!»

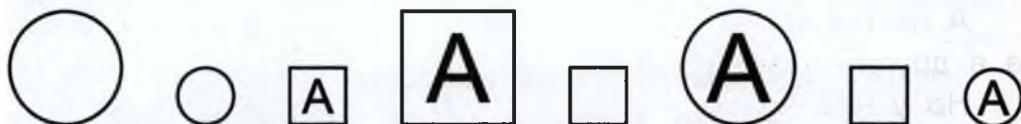
Иными словами, с точки зрения обезьяны, множество умных зверей и множество красивых зверей имеют непустое пересечение.

Ещё один пример. Все четырёхугольники с прямыми углами образуют множество прямоугольников. А все четырёхугольники с одинаковыми сторонами – множество ромбов. Множества ромбов и прямоугольников также имеют

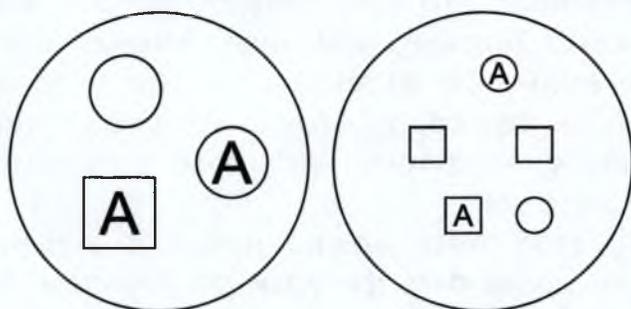
непустое пересечение, потому что существуют прямоугольники, у которых все стороны равны. Пересечение множества ромбов и множества прямоугольников – это множество квадратов.



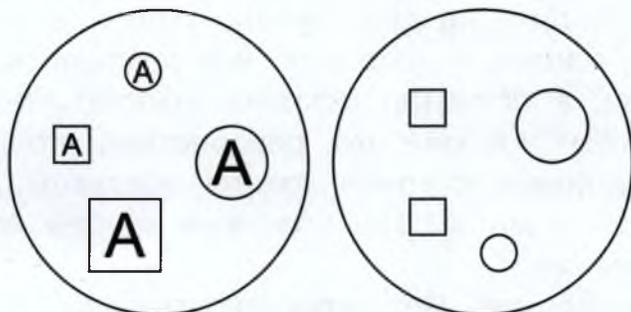
У Маши были разные игрушки: кубики и мячики, большие и маленькие, с буквами и без.



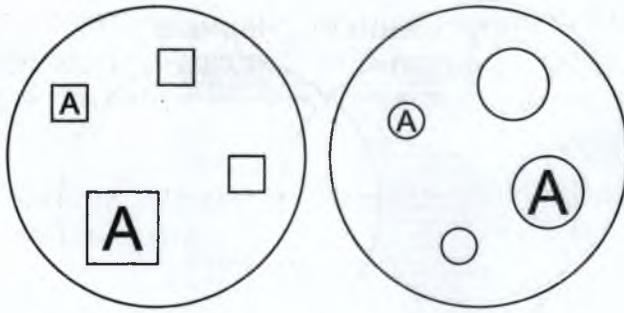
Однажды Маша решила разложить свои кубики в две корзинки: большие в одну корзинку, а маленькие – в другую.



В следующий раз она положила игрушки с буквами в одну корзинку, а без букв – в другую.



В третий раз она сложила кубики в одну корзинку, а мячики – в другую.

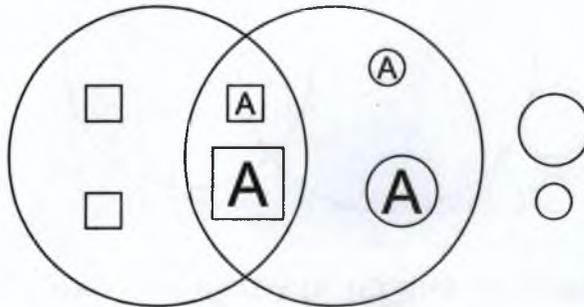


А потом Маша решила сложить в одну корзинку кубики, а в другую – все игрушки с буквами.

Но у неё не получилось!

Оказалось, что есть кубики, которые нужно положить и в ту, и в другую корзинку!

Тогда Маша взяла два больших обруча: один для кубиков, а другой для игрушек с буквами.

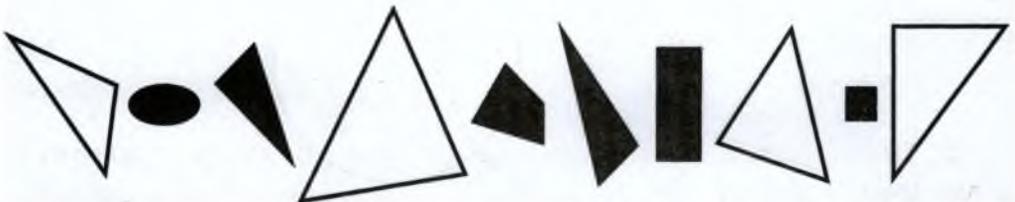


Маша положила обручи так, чтобы они пересекались, и тогда для каждого кубика и для каждой игрушки с буквой нашлось своё место.

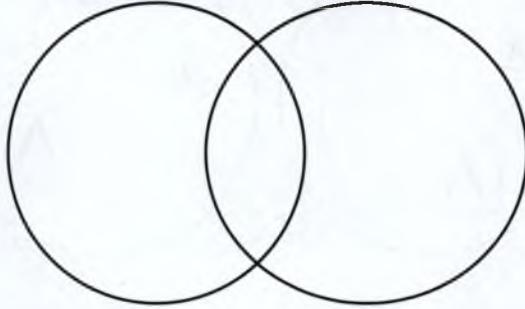
**Уровень сложности:** \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀, ☀☀, ☀☀☀

**28.1.** Разложите фигурки по двум пересекающимся кругам.

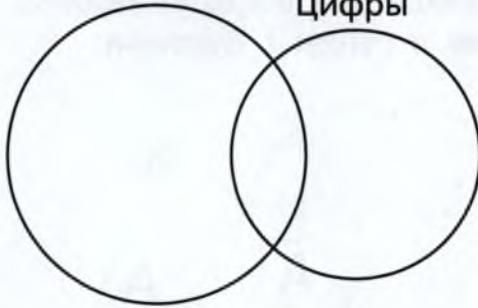


Треугольники Чёрные



**28.2.** Разместите по двум кругам следующие символы:  
Ю, 2, Ш, 3, Р, О, 4, А, 7.

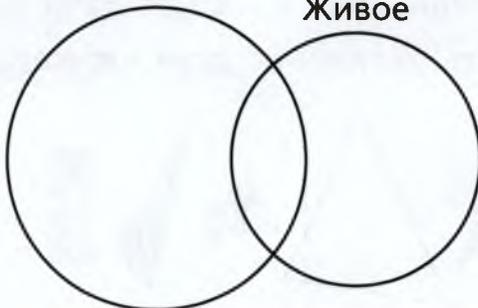
Буквы Цифры



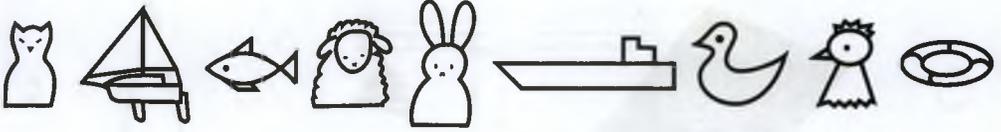
**28.3.** Разместите внутри кругов картинки.



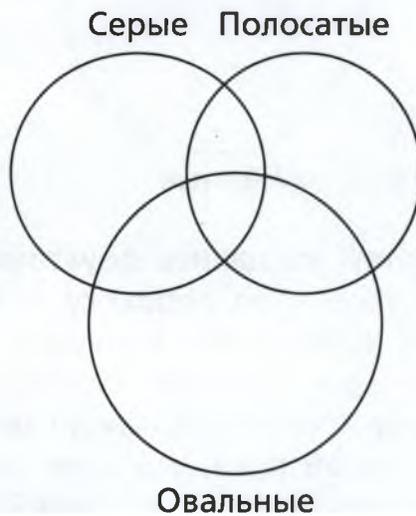
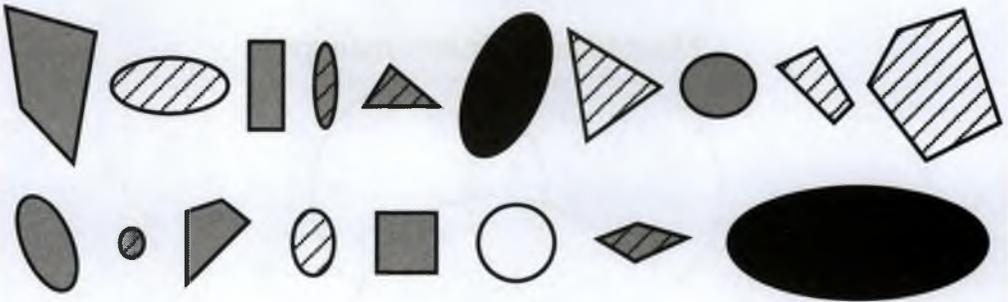
Двигается Живое



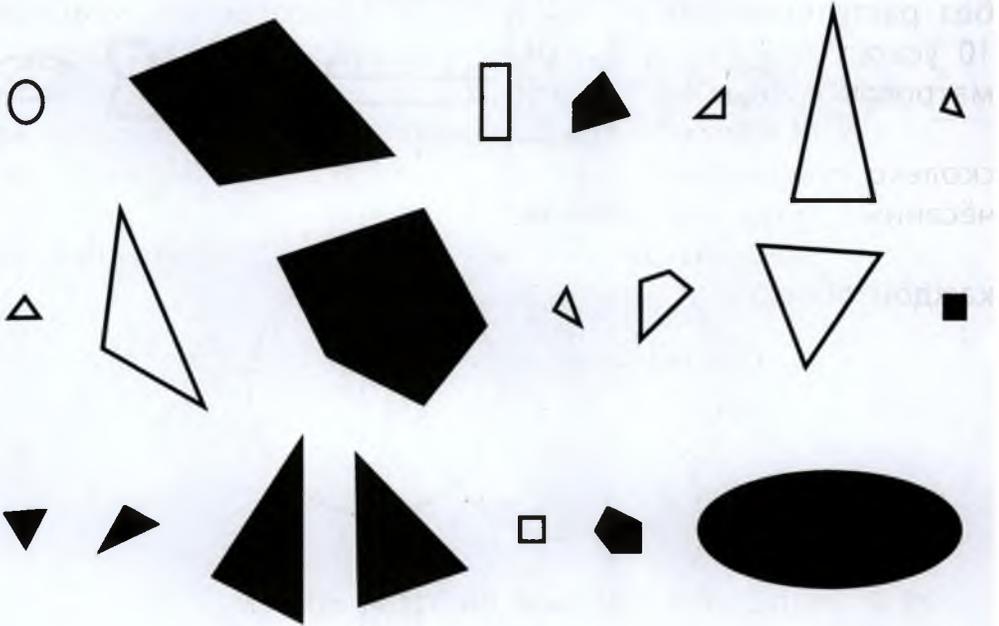
**28.4.** Разместите внутри кругов картинки.



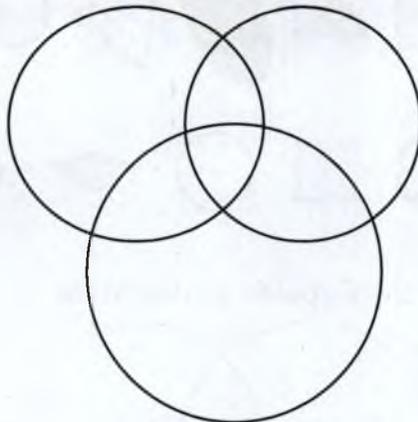
**28.5.** Разложите фигурки по трём кругам.



**28.6.** Разложите фигурки по трём кругам.



Маленькие Треугольники



Чёрные

**28.7.** Семеро детей угощались фруктами. Шестеро детей взяли по персику, трое – по абрикосу, и никто не остался голодным. Сколько детей съели и персик, и абрикос?

**28.8.** На пиратском корабле каждый пират потерял в боях хотя бы одну конечность. Среди десяти увечных пиратов 8 не имеют одной руки, а 5 – не имеют одной ноги. У скольких из них нет ни руки, ни ноги?

**28.9.** В команду капитана Крюка не берут моряков без растительности на лице. Из 15 матросов его команды 10 усарых и 9 бородатых. Как такое может быть? Сколько матросов усаые, но не имеют бороды?

**28.10.** В классе непричёсанных мальчиков столько же, сколько причёсанных девочек. Кого в классе больше: причёсанных детей или мальчиков?

**28.11.** Придумайте хотя бы по одному животному для каждой области.



**28.12.** Придумайте хотя бы по одному животному для каждой области.



**28.13.** Придумайте хотя бы по одному предмету для каждой области.



## 29. КЛИНОПИСЬ



Четыре тысячи лет назад между реками Евфрат и Тигр жили древние вавилоняне. Бумагу они ещё не придумали, поэтому записывали всё самое важное на глиняных табличках специальной острой палочкой. Палочка оставляла на мягкой глине след, похожий на клинышек. Вот почему эти тексты были названы клинописью.

В Древнем Вавилоне для записи чисел использовались такие два клинышка:

Y – для изображения единиц;

◁ – для изображения десятков;

Число 4 выглядело так: YYY Y.

Число 13 выглядело так: ◁YYY Y.

Число 21 выглядело так: ◁◁Y Y.

Аналогичным образом записывались все числа от 1 до 59. Сначала шли клинышки, обозначающие десятки, а потом – единицы. Числа, начиная с 60, записывались более хитрым способом.



С маленькими детьми эти задания лучше разбирать при помощи наглядного раздаточного материала двух цветов: для десятков и для единиц. Клинышки можно сделать из согнутых пополам картонных полосок или из проволоки. Важно показать детям, что 10 маленьких клинышков, обозначающих единицы, можно обменять на один большой – обозначающий десяток.

**Уровень сложности:** \*, \*\*, \*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀

**29.1.** Запишите арабскими цифрами:

а)

б)

в)

г)

д)

е)

ж)

**29.2.** Напишите клинописью:

а) 41

б) 24

в) 32

**29.3.** Напишите клинописью ответы к примерам:

а) + =

б) - =

в) - =

г) + =

д) + =

## 30. РИМСКИЕ ЧИСЛА

### Зачем нужны римские числа?



На бытовом уровне римские числа – это знаки на циферблатах часов, а также номера глав, веков и тысячелетий. Во всех этих случаях римские числа воспринимаются не как собственно числа –

объекты, которые можно складывать и умножать, – а как своего рода иероглифы, заменяющие привычные числа, записанные арабскими цифрами. Мы знаем, что XIX – это 19, потому что 19-й век уже был, но мы, читая этот текст, споткнёмся о число XXXIV, потому что 34-й век в исторической литературе ещё не описан. Число XIX мы «знаем в лицо», а с числом XXXIV почти не знакомы. Между числами 19 и 34 такой разницы нет – они нам одинаково привычны.

Выполнять арифметические действия над многозначными римскими числами без перевода в какую-либо другую систему счисления неудобно и утомительно. Попробуйте быстро узнать, сколько будет, к примеру, MMXI – MCMLXXXIX. А ведь это всего лишь 2011 – 1989. С другой стороны, математика – это умение следовать тем или иным правилам игры. Поиграть с римскими числами детям полезно хотя бы для того, чтобы прочувствовать, насколько наша «обычная» позиционная система записи чисел удобнее и проще.

В таблице приведены некоторые обозначения, которые используются при записи римских чисел. Можно рассказать детям о том, откуда взялась эта система счисления, показать им на пальцах первые 10 римских чисел и потренироваться в их записи. После этого можно попробовать вместе с детьми решить несколько примеров, записанных римскими числами.

	<b>Единицы</b>	<b>Десятки</b>	<b>Сотни</b>
1	I	X	C
2	II	XX	CC
3	III	XXX	CCC
4	IV	XL	CD
5	V	L	D
6	VI	LX	DC
7	VII	LXX	DCC
8	VIII	LXXX	DCCC
9	IX	XC	CM

## Как записать число римскими цифрами?

В десятичной записи сразу видно, сколько в числе тысяч, сотен, десятков и единиц. Пусть, для примера, наше число не больше 1000. Записываем слева направо сначала столько букв С, сколько в числе сотен, потом столько букв Х, сколько в числе десятков, потом столько букв I, сколько в нём единиц. Если в каком-то разряде числа стоит ноль, на этом месте просто ничего не пишем, переходим к следующему разряду. Потом упростим эту запись с помощью других букв и их комбинаций. Возьмём для примера число 649. Без упрощения запись получится слишком длинной: CCCCCXXXIIIIIIII.

Римляне обозначали 9 как  $10 - 1$  и записывали  $9 = IX$ . (Если I стоит перед X, а не после, значит, единицу надо не прибавлять, а вычитать из X.) Аналогично обозначали  $90 = XC$  и  $900 = CM$ . Запись числа можно укоротить, заменив 9 букв I на IX, 9 букв X на XC, 9 букв C на CM. Для числа 649 получим такую запись: CCCCCXXXIX.

Сделаем запись ещё короче, используя специальные обозначения для чисел  $V = 5$ ,  $L = 50$ ,  $D = 500$  (то есть можно заменить 5 букв I на V, 5 букв X – на L, 5 букв C – на D). В нашем примере заменяем 5 букв C на букву D и получаем  $649 = DCXXXIX$ .

А теперь можем воспользоваться специальными обозначениями для  $4 = IV$ ,  $40 = XL$  и  $400 = CD$ . То есть можно заменить 4 буквы I на IV, 4 буквы X на XL, 4 буквы C на CD.

В нашем случае заменяем 4 буквы X на XL и получаем:  $649 = DCXLIX$ .

Отметим, что никаких других сокращённых обозначений в пределах тысячи нет. Неправильно, например, записывать 99 как  $100 - 1 = IC$ . Перед M и D может стоять только C, перед C и L – только X, перед X и V – только I.

## Как читать римские числа?

Если в записи римских чисел буквы стоят в порядке убывания значений (MDCLXVI), то в таком порядке эти значения надо сложить слева направо ( $MDCLXVI = 1000 +$

+ 500 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 = 1666). Если вдруг в записи числа такой порядок нарушен (IV, IX, XL, XC, CD, CM), то это условные обозначения для 4 или 9 единиц, десятков, сотен и т. п.

Запишем арабскими цифрами число DCCCIV.

1. Значение C меньше, чем значение D, можем смело записать  $DCCCIV = 500 + 100 + 100 + 100 + IV$ .

2. Замечаем, что I стоит перед V, нарушая порядок, значит, это обозначение для  $5 - 1 = 4$ . Получаем  $DCCCIV = 500 + 100 + 100 + 100 + 4$ .

3.  $DCCCIV = 804$ . (Заметим, что букв, обозначающих 50 и 10, в записи нет, а в разряде десятков в арабской записи числа 804 стоит ноль.)



Римские числа используются наряду с арабскими много веков. В наши дни римские числа встречаются на циферблатах часов. Кроме того, римскими числами часто записывают век, а также номера глав в книгах.

Для записи римских чисел используются латинские буквы M, D, C, L, X, V и I. Никакого символа для обозначения нуля у римлян не было.

Римские	Арабские	Римские	Арабские
I	1		
X	10	V	5
C	100	L	50
M	1000	D	500

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀

**30.1.** Запишите сумму римскими числами.

а)  $V + I =$

е)  $V + IV =$

б)  $X + II =$

ж)  $III + III =$

в)  $III + II =$

з)  $IV + I =$

г)  $III + IV =$

и)  $IV + IV =$

д)  $V + V =$

**30.2.** Ваня решал примеры. Исправьте его ответы там, где нужно.

а)  $I + III = VI$

д)  $X + III = XII$

б)  $III + V = VIII$

е)  $XV + I = XIV$

в)  $II + IV = VII$

ж)  $XII + III = XV$

г)  $V + VI = XI$

з)  $VI + VI = XII$

**30.3.** Запишите сумму и разность римскими числами.

а)  $VI + III =$

д)  $XIX - VI =$

б)  $XII - VI =$

е)  $XXI - IV =$

в)  $IV + VIII =$

ж)  $IX + XIV =$

г)  $VII + XI =$

з)  $XXXI - XII =$

**30.4.** Вставьте в пустые клетки знаки «больше», «меньше» или «равно»:

а)  $II + III \square X - V$

г)  $II + V \square IX - III$

б)  $IV + III \square XI - III$

д)  $XII - IV \square VI + II$

в)  $VIII + II \square VI + VI$

е)  $XIX - V \square XIV - II$

**30.5.** Можете ли вы определить, кто правил раньше: Пётр I или Пётр III?

**30.6.** Вставьте в пустые клетки знаки «больше», «меньше» или «равно»:

а)  $V - I \square VI$

е)  $XX - I \square XIX$

б)  $X + IV \square XV$

ж)  $XIX + II \square XXII$

в)  $XII - IV \square VIII$

з)  $XIV + VI \square XIX$

г)  $XI + II \square XII$

и)  $XIV - VI \square XI$

д)  $XI - II \square XIII$

к)  $VIII - VI \square VI$

**30.7.** Валера решал примеры с римскими числами. Все ли примеры он решил верно? Напишите правильные ответы в тех примерах, где он ошибся.

а)  $XII - IV = VIII$

е)  $XVI - IV = XII$

б)  $IX - V = VII$

ж)  $XIV + VII = XXII$

в)  $VI + VIII = XIX$

з)  $XV - IX = XI$

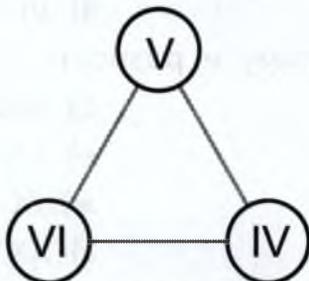
г)  $IV + VI = X$

и)  $XXV - XVI = IX$

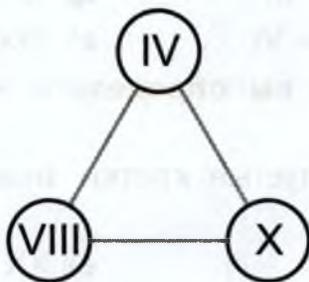
д)  $IX + XII = XXX$

**30.8.** Максим и Артём читали «Приключения Тома Сойера». Максим уже читает главу XXXI, а Артём – главу XXIX. Кто из них прочитал больше?

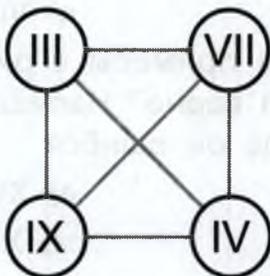
**30.9.** Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



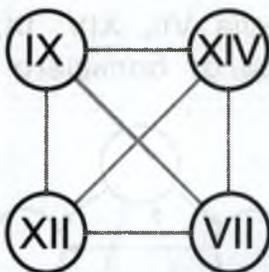
**30.10.** Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



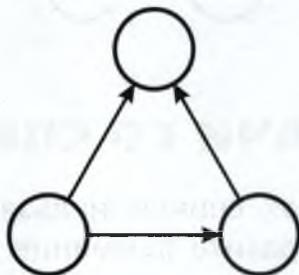
**30.11.** Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



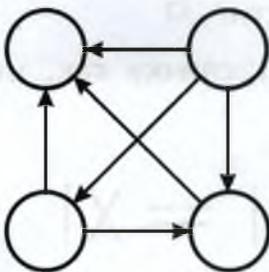
**30.12.** Расставьте стрелки так, чтобы они шли от большего числа к меньшему.



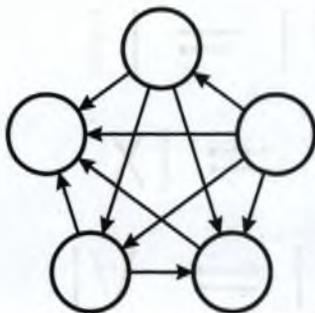
**30.13.** Впишите числа III, I, V в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



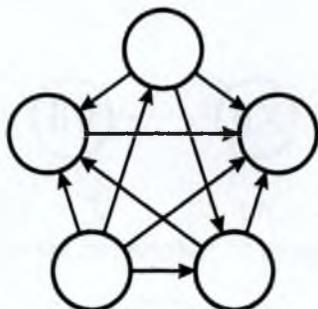
**30.14.** Впишите числа VI, II, IX, IV в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



**30.15.** Впишите числа V, VIII, III, X, IV в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



**30.16.** Впишите числа VII, XIV, IX, XIX, IV в кружочки так, чтобы стрелки шли от большего числа к меньшему.



## 31. ЗАДАЧИ СО СПИЧКАМИ



В этих задачах спички нельзя убирать, добавлять и ломать. Обратите внимание: правильных ответов может быть несколько!

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

**31.1.** Переложите 1 спичку так, чтобы равенство стало верным.

а) VI + IIII = XI

б) IV + IIII = IX

в) XI - VII = II

г) VI + V = IX

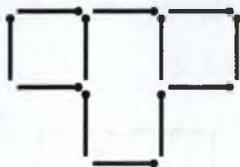
д) IX + II = VI

$$\text{е) } XII - IX = VIII$$

$$\text{ж) } XI - V = XV$$

$$\text{з) } IX - V = VI$$

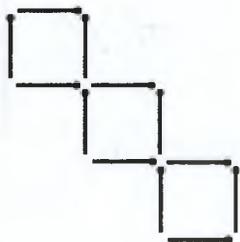
**31.2.** Переложите 1 спичку так, чтобы получилось 3 квадрата.



**31.3.** Переложите 4 спички так, чтобы получилось 5 квадратов.



**31.4.** Переложите 4 спички так, чтобы получилось 5 квадратов.



**31.5.** Переложите 4 спички так, чтобы получилось 4 квадрата.



## 32. СУДОКУ



Впишите числа в свободные клеточки так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждом маленьком прямоугольнике, обведённом жирными линиями, числа не повторялись.

В задачах 32.1, 32.2 и 32.3 нужно вписать числа от 1 до 4. Во всех остальных задачах – от 1 до 6.

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

32.1.

1	4		
		2	
2		3	4
	4		

32.2.

1		3	
	3		1
3	4		
2			3

32.3.

4	1		
	2		4
2		3	
			2

32.4.

	4	1	2	3	6
			4	5	
					2
6					
	6	5			
1	2	4	5	6	

32.5.

	1	3			6
		4	1		3
	6				5
3				1	
2		6	5		
1			3	6	

32.6.

6			4		2
4	2			1	
		6			5
2			3		
	4			3	6
1		3			4

32.7.

1				6	4
		6		5	
6	1				3
4		2		1	5
	6		5		
5	2				6

32.8.

	1			6	
2	5				4
1		4		5	
	6		4		1
5				4	2
	4			1	

32.9.

5		4			1
2					
4	5			1	
	6			5	3
					4
3			1		6

32.10.

		3	1	5	
		6			
5	6	4			3
3			5	6	4
			6		
	1	2	4		

## 33. ЧИСЛОВАЯ ЗМЕЯ



Задания этого раздела лучше выполнять простым карандашом, чтобы легко было исправить возможную ошибку.



Числовая змея – это цепочка из пронумерованных клеток. Голова у змеи – это клеточка номер 1. В каждой следующей клетке стоит число на единицу больше, чем в предыдущей.

Числовых змей содержат в специальных квадратных загонах, границы которых змеям пересекать запрещено. Кроме того, змеи не могут проползать через закрашенные клетки.

Числовые змеи умеют ползать только вверх, вниз, направо или налево. Ползать по диагонали не может ни одна числовая змея.

Наконец, бока числовых змей настолько горячи, что они не могут касаться себя ни сторонами, ни уголками.

Змею заколдовали, и теперь мы видим только её голову, хвост и середину. Надо расколдовать змею, то есть вписать все остальные числа, соблюдая правила игры.

Предположим, нам дан квадрат, в котором ползёт змея 1–2–3–4–5. Тогда мы видим голову – 1, хвост – 5 и середину – 3:

<b>1</b>		<b>3</b>		<b>5</b>

Нам остаётся вписать 2 и 4, и задача решена:

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>

Это самый простой вариант, когда змея ползла по прямой. Змея могла ползти и с поворотами, например так:

	<b>1</b>		<b>3</b>	
			<b>5</b>	

Поскольку мы видим не только голову и хвост, но и середину, то легко можем понять, как ползла вся змея:

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
			<b>4</b>	
			<b>5</b>	

Если в условии есть закрашенные клетки, значит, через них змея ползти не может:

	1			
	3			
		5		

Если бы закрашенной клетки не было, то змея могла бы от 3 к 5 проползти двумя разными способами. Наличие закрашенной клетки делает решение задачи однозначным:

	1			
	2			
	3			
	4	5		

Возьмём более сложную задачу, где ползёт змея 1 \_ \_ 4 \_ \_ 7.

				4
		1		
				7

Теперь нам надо вписать уже два числа между головой и серединой и два числа – между серединой и хвостом змеи. Для того чтобы понять, через какие клетки змея проползти сможет, а через какие – нет, мы сначала будем ставить не числа, а точки.

Мы видим, что нам надо поставить две точки, соединяющие 1 и 4, и две точки между 4 и 7. Как именно змея ползла от 1 к 4, мы пока не знаем (возможны два варианта), поэтому начнём решать задачу с другой стороны, от 7

к 4. Две точки между 4 и 7 можно поставить единственным способом – по прямой:

				<b>4</b>
		<b>1</b>		•
				•
				<b>7</b>

Посмотрим, куда может ползти змея от 4. Выбора нет – только влево. Значит, мы можем поставить ещё одну точку:

			•	<b>4</b>
		<b>1</b>		•
				•
				<b>7</b>

Если бы змея поползла вниз, то она бы касалась самой себя, а это запрещено правилами. Значит, змея ползла по горизонтали влево. Ставим последнюю точку:

		•	•	<b>4</b>
		<b>1</b>		•
				•
				<b>7</b>

Теперь можем заменить точки цифрами:

		<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
		<b>1</b>		<b>5</b>
				<b>6</b>
				<b>7</b>

Задача решена!

В случае, если в задаче встречается более длинная змея  $1 \_ \_ \_ 5 \_ \_ \_ 9$ , то между головой змеи и её серединой нужно вписать уже три числа:

			2	1
			3	
			4	5
				6
		9	8	7

Вот несколько примеров того, как змея не может ползти:

снаружи от квадрата

				1	2
					3
				5	4
				6	
		9	8	7	

по диагонали

		3		5	
1	2		4		

Также змея не может:

касаться самой себя  
боками

			3	4
		1	2	5
				6
				7

касаться самой себя  
уголками

	9	8		
		7	6	
	1		5	
	2	3	4	

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

## 33.1.

		1		
		3		
		5		

а)

1				
3	5			

б)

		3		
	5		1	

в)

			1	
				3
			5	

г)

## 33.2.

1		3		
			5	

а)

			5	
			3	
				1

б)

	1			
		3		
			5	

в)

			1	
	3			
5				

г)

## 33.3.

	1			4
				7

а)

4			1	
	7			

б)

7		1		
	4			

в)

## 33.4.

1				
4				
		7		

а)

		4		
1				7

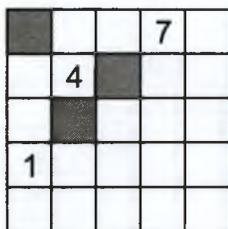
б)

		4		
1				7

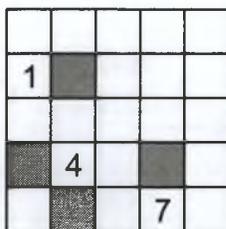
в)

1				
	4			
			7	

г)

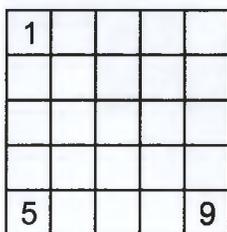


д)

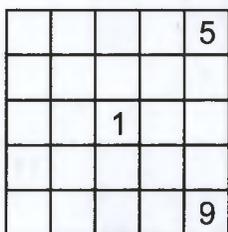


е)

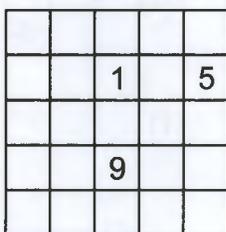
33.5.



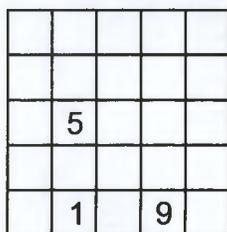
а)



б)

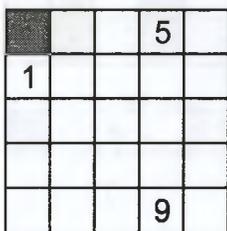


в)

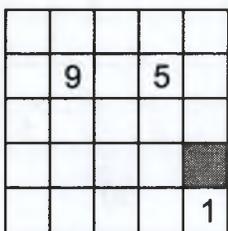


г)

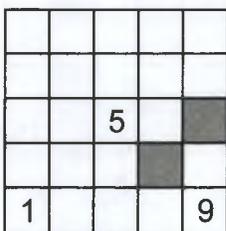
33.6.



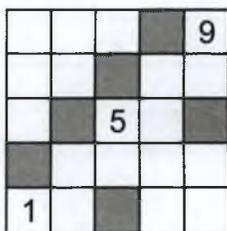
а)



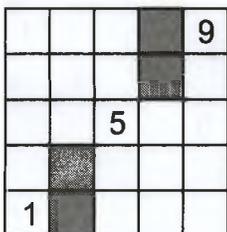
б)



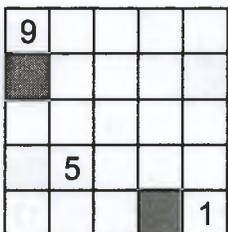
в)



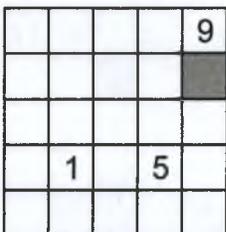
г)



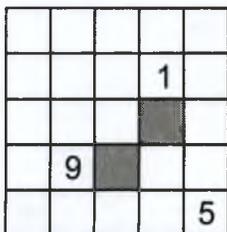
д)



е)



ж)



з)

## 33.7.

	1			
	■			
			■	11
6				

а)

11		1		
			6	

б)

			■	11
	6			
			1	

в)

	■			
	1			6
	11			

г)

1				
		6		
				11

д)

## 33.8.

			■	1
		7		
13	■			

а)

				■
8			■	
				1
				15

б)

		15		
	8			1

в)

	1		15	
	■		■	
■		8		■

г)

## 33.9.

17				
1				9

а)

				17
		■		
		1		
		■		
9				

б)

1				
■				
		9		
				■
				17

в)

				1
9				
				17

г)

## 34. КООРДИНАТЫ



Координаты вызывают неизменный интерес у учеников начальной школы, особенно если задания поданы в игровой форме.

Так или иначе, с Декартовой системой координат сталкиваются почти все дети, например когда они ищут свои места в зале кинотеатра: сначала ряд, потом место в этом ряду. Начните обсуждение этой темы с игры «Кинотеатр». Раздайте детям билеты, в которых указаны номер ряда и номер парты, за которой они сидят, а также её сторона – левая или правая. После этого соберите все билеты в кучу, предложите детям вытянуть их не глядя – и все рассядутся уже по-новому.

Координаты встречаются и в разных настольных играх, таких как шашки, шахматы, морской бой.

Предложите детям ещё одну координатную игру. Пусть один из учащихся загадает любого одноклассника, а другие будут задавать ему вопросы о том, где сидит загаданный ученик. Вопросы разрешаются только такие, на которые можно ответить «да» или «нет». Например:

- Он сидит в первом ряду, у окна?
- Да.
- Он сидит на первой парте?
- Нет.
- На последней?
- Нет.
- На третьей?
- Да.
- Слева?
- Да.
- Саша?
- Да!

Есть хороший способ запомнить, какое число обозначает ряд по вертикали, а какое – по горизонтали: «сначала подъезд, потом этаж». Например:  $(5, 3)$  – 5 подъезд, 3 этаж.

Отрицательные значения координат обычно не вызывают затруднений у современных детей. Они прекрасно

понимают, что третий этаж находится выше земли, а минус третий – под землёй.

Для первого знакомства с координатной плоскостью хорошо подходит картинка, на которой изображён многоэтажный дом. В окна этого дома мы можем расставить буквы, составляющие то или иное слово, которое мы хотим зашифровать.



Вот, например, мы получили такую шифровку: (9,4) (5,3) (3,2) (6,6) (4,5) (3,2) (7,1). Каждая пара чисел в скобках обозначает ровно одну букву. Первое число обозначает подъезд, а второе – этаж. Значит, первая буква в зашифрованном слове «живёт» в 9-м подъезде на 4-м этаже. Это буква К! Точно так же определяем и следующую букву: пятый подъезд, третий этаж – то есть О. Таким же образом мы разгадываем всё слово целиком: КОТЛЕТА.

После того как учащиеся расшифруют первое слово, покажите им, как при помощи координат можно зашифровать какое-либо новое слово. Затем можно предложить детям расшифровать ещё несколько слов, а потом дать им задание зашифровать собственное имя.

Следующим заданием может быть разгадывание скороговорки. Затем предложите детям ещё более увлекательное занятие: из букв, составляющих скороговорку, придумать как можно больше своих слов и зашифровать их, а потом обменяться листочками с шифровками.

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀

**34.1.** Расшифруйте (знак «•» обозначает пробел).



а)  $(9,4) (1,1) (3,2) \bullet (1,1) \bullet (9,4) (5,3) (3,2)$ ;

б)  $(6,6) (1,1) (2,3) (7,1)$ ;

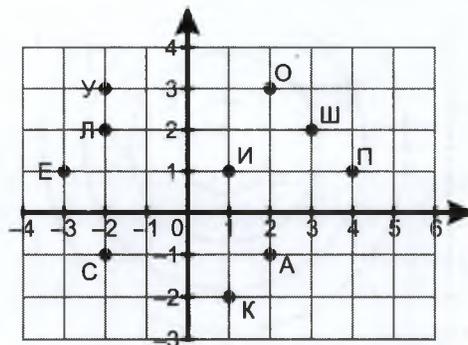
в)  $(3,2) (5,3) (2,3) (5,3) (6,6) (1,4)$ ;

г)  $(2,3) (7,1) (6,6) (1,4) (3,2) (5,3)$ ;

д)  $(9,4) (5,3) (2,3) (8,5) (3,2) (5,3)$ .

е) Скороговорка:  $(5,3) (3,2) \bullet (3,2) (5,3) (2,3) (5,3) (3,2) (7,1) \bullet (9,4) (5,3) (2,3) (8,5) (3,2) \bullet (2,3) (8,5) (6,6) (1,4) \bullet (2,3) (5,3) \bullet (2,3) (5,3) (6,6) (2,6) \bullet (6,6) (4,5) (3,2) (1,1) (3,2)$ .

**34.2.** Расшифруйте (знак «•» обозначает пробел).



а)  $(1,-2), (2,3), (-2,2), (-3,1), (-2,-1), (2,3) \bullet (-2,3), (4,1), (2,-1), (-2,2), (2,3)$ ;

б)  $(2,-1), (-2,2), (1,1), (-2,-1), (2,-1) \bullet (4,1), (-3,1), (-2,2), (2,-1)$ ;

в)  $(1,-2), (2,3), (3,2), (1,-2), (2,-1) \bullet (3,2)(-2,2) (2,-1); \bullet (1,1) \bullet (3,2), (1,1), (4,1), (-3,1), (-2,2), (2,-1)$ ;

г) Скороговорка:  $(3, 2), (-2, 2), (2, -1) \bullet (-2, -1), (2, -1), (3, 2), (2, -1) \bullet (4, 1), (2, 3) \bullet (3, 2), (2, 3), (-2, -1), (-2, -1), (-3, 1) \bullet (1, 1) \bullet (-2, -1), (2, 3), (-2, -1), (2, -1), (-2, 2), (2, -1) \bullet (-2, -1), (-2, 3), (3, 2), (1, -2), (-2, 3)$ .



Следующим заданием может стать координатный тир. На доске или на листочках нарисуйте координатную плоскость с мишенью. Предложите детям назвать координаты точек, в которые они хотят попасть, а потом нарисовать эти точки на координатной плоскости и посмотреть, кто куда попал и сколько очков принёс каждый выстрел.

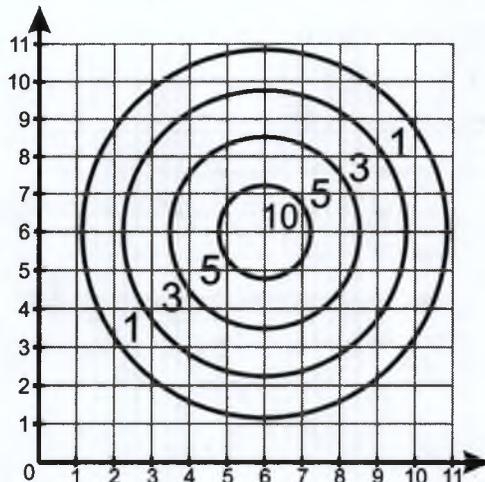
**34.3.** Винни-Пух и Пятачок стреляли в мишень.

Винни-Пух попал в точки  $(8, 7), (6, 9), (5, 6)$ ;

Пятачок – в точки  $(6, 4), (6, 6), (6, 2)$ .

Кто из них набрал больше очков?

Кристофер Робин сделал два выстрела и попал в точки  $(4, 6)$  и  $(8, 6)$ . Куда ему нужно попасть, чтобы набрать больше очков, чем остальные?



**34.4.** Трубадур, Атаманша и Гениальный Сыщик стреляли в мишень.

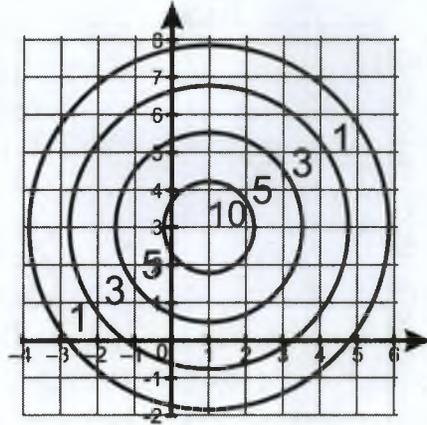
Атаманша продырявила мишень в точках  $(3, 1), (-1, 3)$  и  $(1, 2)$ .

Трубадур попал в мишень в точках  $(2, -1), (-3, 5)$  и  $(0, 3)$ .

Гениальный Сыщик попал в мишень в точках  $(1,5)$ ,  $(2,4)$  и  $(1,3)$ .

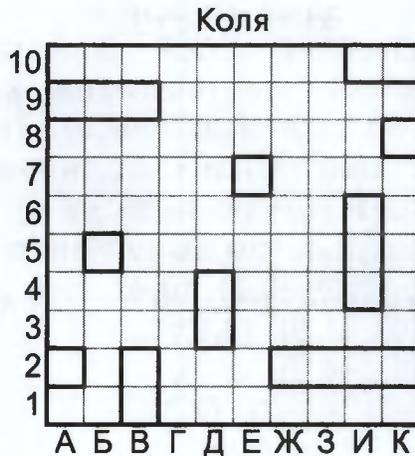
Кто стреляет лучше всех?

Кто из них получил за свой выстрел 3 очка?



Игра в морской бой основана на понимании системы координат. Предложите детям несколько задач по мотивам морского боя.

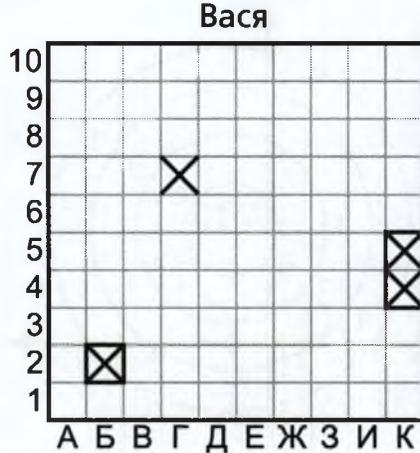
**34.5.** Коля и Вася играли в морской бой. Коля расставил свои корабли вот так:



Вася сделал пять выстрелов: В2, Е9, К10, И5, Г8. Какие из этих выстрелов попали в Колины корабли?

**34.6.** Коля сделал выстрел Г7, и Вася сказал, что он попал в большой корабль. Какие ещё клетки может занимать раненый корабль, если он:

- а) двухпалубный;
- б) трёхпалубный?



**34.7.** Коля потопил двухпалубный корабль, который стоял на полях К4 и К5. Назовите клетки, которые точно не могут быть заняты другими Васиными кораблями.

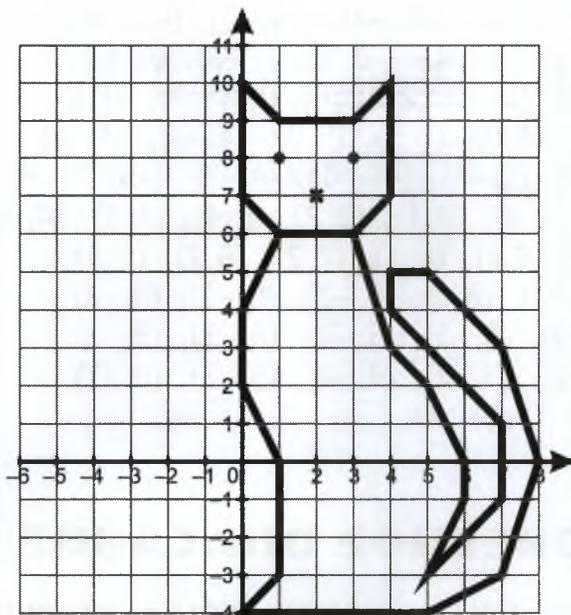
**34.8.** Коля потопил однопалубный корабль на поле Б2. Назовите клетки, которые точно не могут быть заняты другими Васиными кораблями.



Следующие задачи, связанные с системой координат, представляют собой зашифрованные изображения животных или предметов, которые надо восстановить по заданным точкам. Это программа для робота, который ставит точки с заданными координатами и соединяет их отрезками по порядку от знака ► до знака ◀.

- (0, -4), (1, -3), (1, 0), (0, 2), (0, 4);
- (1, 6), (0, 7), (0, 10), (1, 9), (3, 9);
- (4, 10), (4, 7), (3, 6), (4, 3), (5, 2);
- (6, 0), (6, -1), (5, -3), (7, -1), (7, 1);
- (4, 4), (4, 5), (5, 5), (7, 3), (8, 0), (7, -3);
- (5, -4), (0, -4) ◀ ► (1, 8), ◀.► (3, 8) ◀
- (2, 7) ◀ ► (1, 6), (3, 6) ◀

будет такая картинка:



Нарисуйте:

**34.9.** ►  $(0, -1)$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(1, 5)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(4, -1)$ ;  
 $(2, -3)$ ,  $(-2, -3)$ ,  $(-3, -1)$ ,  $(0, -1)$  ◀

**34.10.** ►  $(3, 1)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(0, 5)$ ,  $(1, 5)$ ;  
 $(-1, 7)$ ,  $(-3, 5)$ ,  $(-2, 5)$ ,  $(-4, 3)$ ,  $(-3, 3)$ ;  
 $(-5, 1)$ ,  $(3, 1)$  ◀

**34.11.** ►  $(-4, -2)$ ,  $(-4, 1)$ ,  $(-5, 1)$ ,  $(-3, 3)$ ,  $(1, 3)$ ;  
 $(1, 5)$ ,  $(2, 5)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(5, 1)$ ,  $(4, 1)$ ;  
 $(4, -2)$ ,  $(-1, -2)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(-3, 0)$ ,  $(-3, -2)$ ;  
 $(-4, -2)$  ◀ ►  $(1, -1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(3, 1)$ ,  $(3, -1)$ ,  $(1, -1)$  ◀

**34.12.** ►  $(-3, 1)$ ,  $(-6, 3)$ ,  $(-3, 5)$ ,  $(-4, 6)$ ,  $(-4, 7)$ ;  
 $(-3, 8)$ ,  $(-2, 8)$ ,  $(-1, 7)$ ,  $(-1, 6)$ ,  $(2, 7)$ ,  $(5, 6)$ ;  
 $(6, 4)$ ,  $(5, 2)$ ,  $(3, 1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(3, 3)$ ;  
 $(5, 2)$ ,  $(7, 1)$ ,  $(10, 1)$ ,  $(12, 2)$  ◀ ►  $(-3, 3)$  ◀

**34.13.** ►  $(-1, -3)$ ,  $(0, -4)$ ,  $(1, -3)$ ,  $(1, 4)$ ,  $(0, 5)$ ;  
 $(-1, 4)$ ,  $(-2, 5)$ ,  $(-3, 4)$ ,  $(-4, 5)$ ,  $(-5, 4)$ ,  $(-4, 6)$ ;  
 $(1, 8)$ ,  $(1, 9)$  ◀ ►  $(1, 8)$ ,  $(6, 6)$ ,  $(7, 4)$ ,  $(6, 5)$ ;  
 $(5, 4)$ ,  $(4, 5)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(2, 5)$ ,  $(1, 4)$  ◀

**34.14.** ►  $(-3, -2)$ ,  $(-2, -2)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(-3, 2)$ ,  $(-4, 5)$ ;  
 $(-6, 4)$ ,  $(-5, 6)$ ,  $(-5, 7)$ ,  $(-4, 8)$ ,  $(-2, 8)$ ,  $(5, -1)$ ;  
 $(7, -3)$ ,  $(5, -2)$ ,  $(5, -3)$ ,  $(2, -1)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(-2, -2)$ ;  
 $(-1, -2)$  ◀ ►  $(-4, 6)$  ◀

**34.15.** ▶  $(-5, -3), (-5, -2), (-4, -2), (-3, -1), (-2, 1);$   
 $(-3, 1), (-4, 2), (-4, 4), (-3, 3), (-1, 3), (0, 4);$   
 $(0, 2), (-1, 1), (1, 2), (2, 2), (4, 1), (5, 3), (4, 5);$   
 $(3, 5), (2, 6), (4, 6), (6, 3), (5, 0), (4, -2), (4, -3);$   
 $(2, -3), (3, -2), (2, -1), (-1, -1), (-4, -3), (-5, -3)$  ◀

**34.16.** ▶  $(-1, 0), (0, 1), (2, 2), (3, 4), (3, 3), (4, 4);$   
 $(4, 3), (5, 3), (4, 2), (6, 1), (7, 2), (8, 2), (9, 1);$   
 $(10, -1), (9, -1), (8, 0), (9, -2), (8, -3), (8, -2);$   
 $(7, -4), (7, -2), (6, -1), (5, -2), (6, -3), (5, -3);$   
 $(5, -4), (4, -2), (3, -2), (3, -4), (2, -2), (0, -1);$   
 $(-1, 0)$  ◀ ▶  $(1, 0)$  ◀

## 35. СЛОВЕСНОЕ ОПИСАНИЕ ЧИСЕЛ



Трудно решить задачу, когда условие понято неверно. Задачи этого раздела учат не столько арифметике, сколько внимательности к формулировкам.

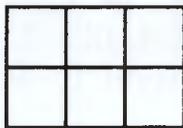
Уровень сложности: **\***, **\*\***, **\*\*\***, **\*\*\*\***

Уровень наглядности: **0**

**35.1.** Нарисуйте несколько яблок так, чтобы их было больше, чем концов у трёх палок, но меньше, чем ног у двух верблюдов.

**35.2.** Нарисуйте столько кружочков, сколько концов у двух с половиной палок.

**35.3.** Перед вами два разных прямоугольника, у которых площадь составляет 6 клеток. Нарисуйте на клетчатой бумаге два разных прямоугольника, у которых площадь составляет 8 клеток.



**35.4.** На доске написали числа 1, 2, 3, 4, 5. Какие два числа нужно стереть, чтобы сумма всех оставшихся чисел была равна 10? Найдите оба решения.

**35.5.** В записи какого числа столько же цифр, сколько букв?

**35.6.** Напишите самое маленькое двузначное число.

**35.7.** Напишите самое большое двузначное число.

**35.8.** Напишите самое большое чётное двузначное число.

**35.9.** Напишите наибольшее и наименьшее трёхзначные числа.

**35.10.** Напишите самое маленькое трёхзначное число, у которого все цифры разные.

**35.11.** Напишите самое большое трёхзначное число, у которого все цифры разные.

**35.12.** Напишите самое маленькое трёхзначное число, составленное из цифр 7, 5, 0.

**35.13.** Напишите самое большое двузначное число, составленное из разных нечётных цифр.

**35.14.** Напишите самое большое трёхзначное число, составленное из разных чётных цифр.

**35.15.** Выпишите все двузначные числа, у которых количество десятков в 2 раза больше количества единиц.

**35.16.** Запишите наибольшее трёхзначное число, все цифры в котором разные и сумма цифр которого равна 10.

**35.17.** Из цифр 1, 2, 6, 7, 9, 1, 0, 9 составьте самое большое и самое маленькое четырёхзначные числа.

**35.18.** Из цифр 1, 2, 6, 7, 9, 1, 0, 9 составьте самое большое и самое маленькое пятизначные числа.

**35.19.** Из числа 12679109 вычеркните 5 цифр так, чтобы оставшееся трёхзначное число было:

а) наибольшим;

б) наименьшим.

**35.20.** Составьте самое маленькое трёхзначное число, состоящее из цифр 9, 0, 3.

**35.21.** Запишите все двузначные числа, у которых число десятков на 1 больше числа единиц.

**35.22.** Из числа 1829 вычеркните одну цифру так, чтобы оставшееся трёхзначное число было наименьшим.

**35.23.** Напишите наибольшее и наименьшее десятизначные числа, состоящие из всех цифр.

**35.24.** Напишите число, которое на двадцать семь меньше, чем 305.

**35.25.** Напишите число, которое на семнадцать больше, чем 705.

**35.26.** На сколько 23 десятка меньше, чем 500?

**35.27.** Сколько десятков в числе 375?

**35.28.** Спички лежат в коробках по 100 штук. Сколько полных коробков надо взять, чтобы достать 6012 спичек?

**35.29.** На доске написаны числа 5, 4, 3, 2, 1. Вставьте между ними знаки «+» и «-», чтобы сумма в итоге равнялась 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 и 15.

**35.30.** На доске написаны числа 9, 8, 7, 6, 5. Вставьте между ними знаки «+» и «-» так, чтобы сумма в итоге равнялась 7, 9, 11, 13. Какие ещё результаты можно получить?

**35.31.** Мальчик выписал все числа от 21 до 40. Сколько раз он написал цифру 1?

**35.32.** Девочка выписала все числа от 8 до 28. Сколько раз она написала цифру 2?

**35.33.** Два числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 15. Найдите эти числа.

**35.34.** Два числа стоят в числовом ряду рядом, их сумма 23. Найдите эти числа.

**35.35.** Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 6. Найдите эти числа.

**35.36.** Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 12. Найдите эти числа.

**35.37.** Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 18. Найдите эти числа.

**35.38.** Три числа стоят в числовом ряду рядом, а их сумма равна 30. Найдите эти числа.

**35.39.** На доске написали «АНЯ ЕСТ ЯБЛОКО», а потом заменили разные буквы разными цифрами и перемножили их. Какой получился ответ? Почему?

**35.40.** Найдите число, которое при делении на 3, 4 и 5 даёт в остатке 2.

**35.41.** Число В разделили на 4 и получили в остатке 2. Чётное ли число В?

**35.42.** На какую цифру оканчивается сумма 12345 и 135795?

**35.43.** На какую цифру оканчивается произведение 12345 и 135795?

**35.44.** На какую цифру оканчивается сумма  $123 + 124 + 125 + 126 + 127$ ?

**35.45.** Напишите, какие будут две последние цифры, если перемножить 244 и 150.

**35.46.** Запишите ряд нечётных чисел от 10 до 22.

**35.47.** На двух руках 10 пальцев. Сколько пальцев на 10 руках?

**35.48.** Брат и сестра увидели конфеты в вазе и стали думать, как их разделить. Брат сказал: «Если мы возьмём по 3 конфеты, то останется лишняя, а если по 4, то одной не хватит». Сколько конфет в вазе?

**35.49.** Летели галки, лежали палки. Если на каждую палку сядет по одной галке, то одной галке не хватит палки. А если на каждую палку сядут по две галки, то одна палка останется лишняя. Сколько было палок? Сколько летело галок?

**35.50.** Сколько всего двузначных чисел?

**35.51.** Сколько всего чётных двузначных чисел?

**35.52.** К однозначному числу приписали такую же цифру. Во сколько раз увеличилось число?

**35.53.** Сколько всего нулей во всех числах от 1 до 100 включительно?

**35.54.** Маша выписала все числа от 1 до 30 включительно.

а) Сколько раз она написала цифру 6?

б) Сколько раз она написала цифру 9?

в) Сколько раз она написала цифру 3?

г) Сколько раз она написала цифру 2?

**35.55.** Сколько единиц во всех числах от 1 до 50?

**35.56.** Сколько пятёрок во всех числах от 1 до 60?

**35.57.** Сколько нечётных чисел заключено между 30 и 70?

**35.58.** На доске написано число 1234567891011121314151617181920. Из этого числа надо вычеркнуть 21 цифру таким образом, чтобы оставшееся число было возможно большим.

**35.59.** На доске написано число 1234567891011121314151617181920. Из этого числа надо вычеркнуть 21 цифру таким образом, чтобы оставшееся десятизначное число получилось как можно меньше.

**35.60.** Задумано некое трёхзначное число  $X$ . Если с этим числом составить ребусы, то получится много вариантов: Хл, Хлб, Хлица, Хрож, воХк, Хляр. Что это за число?

**35.61.** Трёхзначное число состоит из разных цифр, причём первая цифра меньше второй, а вторая – меньше третьей. Если это число записать словами, то можно заметить, что все три слова начинаются с одной буквы. Какое это число?

**35.62.** Сколько бывает двузначных чисел, которые записываются двумя одинаковыми цифрами? Запишите их все.

**35.63.** Сумма двух чисел равна 495. Одно из чисел оканчивается нулём. Если этот нуль зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа.

## 36. СОСТАВЬ ТАБЛИЦУ



Первые задачи этого раздела многие дети решают в уме. Чем сложнее задача, чем больше в ней дополнительных условий, тем сложнее удерживать их в голове и тем больше помогает таблица.

Уровень сложности: \*, \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

**36.1.** Петя и Миша имеют фамилии Белов и Чернов. Петя на два года старше Белова. Какая фамилия у каждого из ребят?

**36.2.** Катя и Аня имеют фамилии Волкова и Зайцева. Какую фамилию носит каждая девочка, если Аня подарила Волковой куклу?

**36.3.** Алла, Инна и Марьяна спросили у учителя, какие отметки они получили. Учитель ответил, что двоек у них нет и что у всех троих оценки разные. У Аллы не тройка, а у Инны не тройка, но и не пятёрка. Какую отметку кто получил?

**36.4.** В квартирах № 1, 2 и 3 живут белый, чёрный и рыжий котята. В квартире № 1 живёт не чёрный. Белый котёнок живёт не в квартире № 1 и не в квартире № 2. Кто где живёт?

**36.5.** Настя, Катя и Тая живут в трёхэтажном доме. Настя живёт выше Кати, но не на последнем этаже. Кто живёт выше всех?

**36.6.** Володя, Сеня и Коля раскрашивали картинки карандашами трёх цветов: красным, синим и зелёным. Володя раскрашивал не красным и не синим, Коля – не синим. Какой карандаш был у каждого из мальчиков?

**36.7.** В трёхэтажном доме Миша живёт выше, чем Петя, но ниже, чем Слава. У мальчиков есть кошка, собака и черепаха. На первом этаже живёт кошка. У Миши нет собаки. Как зовут хозяина черепахи?

**36.8.** Тая, Юля, Максим и Ваня играют в песочнице. У них есть кукла, мячик, шарик и грузовик. У Таи не кукла. Грузовик у мальчика, но не у Максима. Шарик у мальчика. У кого мяч?

**36.9.** Галя, Люся, Дима и Витя собирались на карнавал. У них были маски медведя, лисы, волка и обезьяны. Дима не захотел быть ни волком, ни лисой. Маску обезьяны надела девочка, но не Люся. Витя был не волком. Кто в какой маске был?

**36.10.** У трёх мальчиков фамилии Плотников, Слесарев и Токарев. Их отцы работают слесарем, токарем и плотником. «Забавно, что ни один из наших отцов не работает по той специальности, от которой произошла его фамилия!» – сказал сын слесаря. «Верно!» – сказал Плотников. Кем работают отцы ребят?

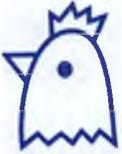
**36.11.** Иван, Пётр и Сидор ели конфеты. Их фамилии – Иванов, Петров и Сидоров. Иванов съел на две конфеты меньше Ивана; Петров – на 2 меньше Петра (Пётр съел больше всех). У кого какая фамилия?

**36.12.** Три мушкетёра – Атос, Портос и Арамис – вышли на прогулку в красном, зелёном и синем плащах. Туфли на них были таких же цветов. У Атоса цвет плаща и туфель совпадал. У Арамиса ни туфли, ни плащ не были красными. Портос был в зелёных туфлях, а в плаще другого цвета. Как были одеты мушкетёры?

**36.13.** Мама наклеила на банки с крупой надписи: «рис», «гречка», «гречка и рис». Дочка специально пере-

клеила все надписи так, что теперь ни одна из них не соответствует действительности. Мама достала всего одно зёрнышко из одной банки и переклеила надписи правильно. Из какой банки мама достала зёрнышко?

## 37. РАЗМЕЩЕНИЕ ПРЕДМЕТОВ



Эти задачи не очень просты, особенно если пытаться решить их в уме, но становятся куда проще, если нарисовать к ним схему. Ещё удобнее решать эти задачи с помощью пуговочек или монеток, которые можно подвигать так и сяк в поисках решения.

Уровень сложности: **\*\*\*, \*\*\*\***

Уровень наглядности: 

**37.1.** Как в квадратной комнате расставить 10 табуреток так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 4 табуретки?

**37.2.** В квадратной комнате нужно расставить табуретки так, чтобы вдоль каждой стены стояло по 4 табуретки. Какое наименьшее и какое наибольшее число табуреток можно так расставить?

**37.3.** Можно ли расставить 6 маяков таким образом, чтобы из каждого было видно ровно 4 других маяка?

**37.4.** В цирке 12 тигров. После представления дрессировщик хотел рассадить всех тигров в 8 клеток так, чтобы ни одна клетка не пустовала и в каждом ряду клеток сидели 4 тигра. После второго представления дрессировщик рассадил всех тигров в те же клетки, но на этот раз в каждом ряду клеток сидели 5 тигров. Нарисуйте, как он это сделал. Можно ли рассадить 10 тигров по тем же клеткам так, чтобы в каждом ряду клеток сидели 4 тигра?



## 38. ИЗВЕСТНЫ СУММА И РАЗНОСТЬ



Многие дети решают такие задачи в уме. Вот только ответы у них получаются неправильные.

Типичный диалог ученика и учителя выглядит так:

– У Насти с Машей пять конфет, причём у Насти на три конфеты больше. Сколько конфет у Маши?

– Ага! – говорит ребёнок. – У Насти больше, значит, надо от пяти отнять три, получается два. Ура! У Маши две конфеты!

– А сколько конфет у Насти?

– А у Насти 5 конфет!

– А вместе у них сколько конфет?

– Очень просто: пять плюс два равно семь. Вместе – семь конфет!

– А в условии у нас что написано – сколько у них вместе было конфет?

– Ой!

Подобные задачи трудно решать без наглядного материала. Но если дать ребёнку пять счётных палочек, то он обязательно придёт к правильному ответу. Раскладывая палочки по двум кучкам, ребёнок непременно найдёт вариант распределения конфет, удовлетворяющий условию задачи.

Можно ли узнать без перебора, что у Маши была всего одна конфета? Конечно! Достаточно вычесть из суммы разность и то, что получится, поделить пополам. Но логику такого решения многим детям понять нелегко. Даже после самого подробного разбора двух или трёх задач следующая – точно такая же! – может вызвать у детей затруднения.

Не торопите события. Опыт работы с наглядным материалом сделает своё дело.

**Уровень сложности:** \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀

**38.1.** У Серёжи и Саши карандашей поровну. Саша отдал Серёже 1 карандаш. На сколько карандашей теперь у Серёжи больше?

**38.2.** У Насти и Маши вместе 5 конфет. У Насти на 3 конфеты больше, чем у Маши. Сколько конфет у Маши?

**38.3.** У Васи на 5 машинок больше, чем у Пети. У Васи с Петей вместе 9 машинок. Сколько машинок у каждого из них?

**38.4.** Малыш и Карлсон поделили между собой 7 конфет, причём Карлсон получил на 3 конфеты больше, чем Малыш. Сколько досталось каждому?

**38.5.** Марине и Оле вместе 8 лет. Марина на 2 года старше Оли. Сколько лет каждой из девочек?

**38.6.** У Олега несколько орехов, а у Паши их на 2 больше. Всего у них 10 орехов. Сколько орехов у каждого мальчика?

**38.7.** У Ани и Маши вместе 11 кукол. У Ани на 1 куклу больше, чем у Маши. Сколько кукол у Ани?

**38.8.** В первый день ребята поймали на 12 рыб больше, чем во второй. За два дня ребята поймали 18 рыб. Сколько рыб они поймали во второй день?

**38.9.** Два карандаша и ластик стоят столько же, сколько один карандаш и четыре ластика. Ластик стоит 1 рубль. Сколько стоит карандаш?

**38.10.**

- а) Сумма двух чисел 5, разность 3. Найдите эти числа.
- б) Сумма двух чисел 5, разность 1. Найдите эти числа.
- в) Сумма двух чисел 7, разность 3. Найдите эти числа.
- г) Сумма двух чисел 6, разность 2. Найдите эти числа.
- д) Сумма двух чисел 7, разность 5. Найдите эти числа.
- е) Сумма двух чисел 7, а разность 1. Найдите эти числа.
- ж) Сумма двух чисел 9, а разность 3. Найдите эти числа.
- з) Сумма двух чисел 6, а разность 2. Найдите эти числа.
- и) Сумма двух чисел 8, а разность 6. Найдите эти числа.
- к) Сумма двух чисел 10, а разность 2. Найдите эти числа.
- л) Сумма двух чисел 10, а разность 4. Найдите эти числа.
- м) Сумма двух чисел 11, а разность 1. Найдите эти числа.
- н) Сумма двух чисел 11, а разность 9. Найдите эти числа.

**38.11.**

- а) Сумма двух чисел 37, разность 33. Найдите эти числа.
- б) Сумма двух чисел 50, разность 48. Найдите эти числа.
- в) Сумма двух чисел 180, разность 160. Найдите эти числа.

**38.12.** На двух полках стоит 19 книг. На одной полке книг на 5 больше, чем на другой. Сколько книг на каждой полке?

**38.13.** У Ани, Бори и Васи вместе 11 воздушных шариков. У Ани на 2 шарика меньше, чем у Бори. А у Бори на 1 шарик меньше, чем у Васи. Сколько шариков у каждого?

**38.14.** У Аси, Кати и Маши вместе 25 конфет. У Аси и Маши конфет поровну. У Кати конфет в 3 раза больше, чем у Маши. Сколько конфет у каждой девочки?

**38.15.** Катя и Маня собирали грибы. Вместе они нашли на 6 грибов больше, чем Катя, и на 4 гриба больше, чем Маня.

а) Сколько грибов они нашли вместе?

б) Сколько грибов нашла каждая девочка?

**38.16.** У четырёх девочек вместе 40 конфет. У второй на 2 конфетки больше, чем у первой, у третьей на 2 конфетки больше, чем у второй, а у четвёртой на 2 конфетки больше, чем у третьей. Сколько конфет у каждой девочки?

**38.17.** У Васи есть братья-близнецы, Коля и Митя, на 5 лет младше его. Если сложить возраст всех трёх мальчиков, то получится 17 лет. Сколько лет Васе? Сколько лет Коле? Сколько лет Мите?

**38.18.** Валера купил 3 книжки. Цена второй и третьей книг вместе – 35 рублей, первой и второй вместе – 25 рублей, первой и третьей – 30 рублей. Сколько стоит каждая книга?

## 39. ГОЛОВЫ И НОГИ



Если дети уже умеют рисовать схемы, то первые задачи этого раздела не вызовут у них затруднений. Напомните детям ещё раз, что для решения задач не нужны подробные художественные изображения животных. Вместо курицы достаточно нарисовать кружочек с двумя ногами, вместо овцы – кружочек с четырьмя.

Разберём такую задачу.

На ферме живут куры и овцы, всего у них 5 голов и 14 ног. Сколько живёт на ферме кур и сколько овец?

Нарисуем 5 голов:



Предположим, что все эти головы куриные. Тогда надо к каждой голове пририсовать по 2 ноги:



Получается  $5 \cdot 2 = 10$  ног.

Но нам нужно, чтобы было 14 ног.

Заменяем одну курицу на овечку. У каждой овцы 4 ноги, то есть на 2 больше, чем у курицы. Число ног увеличилось на 2, теперь мы видим 12 ног:



Заменяем ещё одну курицу на овцу. Число ног увеличилось ещё на 2, и теперь их стало 14 – ровно столько, сколько и нужно:



**Ответ:** 3 курицы и 2 овцы.

Так решают эти задачи дети – подбирая подходящий ответ, заменяя курочек на овечек по одной и дорисовывая нужное число ног.

Детям постарше можно объяснить и более «взрослый» алгоритм решения этих задач. Мы знаем, что каждая замена курицы на овцу добавляет по 2 ноги к общей сумме. Возьмём общее число голов и узнаем, сколько было бы ног,

если бы на ферме жили одни только куры:  $5 \cdot 2 = 10$  ног. По условию общее число ног – 14, отнимем 10 и получим, что 4 «лишние» ноги принадлежат овечкам. Разделим 4 на 2 и получим ответ – количество овец.

**Уровень сложности:** \*, \*\*, \*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀ ☀

**39.1.** Восемь пар танцуют польку. А всего танцоров сколько?

**39.2.** Из клетки с зайцами торчит 12 ушей. Сколько в клетке зайцев?

**39.3.** Из клетки взяли 3 цыплят и посадили в неё 3 кроликов. Как изменилось число ног в клетке?

**39.4.** Дети катались на двух- и трёхколёсных велосипедах. Велосипедов было три, а колёс – восемь. Сколько было трёхколёсных велосипедов? Сколько было двухколёсных велосипедов?

**39.5.** В первой клетке 4 цыплёнка и 2 кролика, во второй клетке 5 цыплят.

а) В какой клетке больше глаз и на сколько?

б) В какой клетке больше ног и на сколько?

**39.6.** В клетке сидят цыплята и кролики. Всего у них 10 голов и 24 ноги. Сколько в клетке цыплят и сколько кроликов?

**39.7.** В первой корзинке 2 котёнка, а во второй – 2 петуха и утка.

а) В какой корзинке больше глаз и на сколько?

б) В какой корзинке больше ног и на сколько?

**39.8.** По пустыне идёт караван из 6 верблюдов. Всего у них 8 горбов. Сколько в караване двугорбых верблюдов?

**39.9.** У короля есть козы и единороги. Всего у этих животных 16 ног и 5 рогов. Сколько единорогов в королевском стаде?

**39.10.** По саванне бегают жирафы и страусы. У них 14 глаз и 20 ног. Кого больше – страусов или жирафов и на сколько?

**39.11.** В банке сидят жуки и пауки, всего у них 10 туловищ и 68 ножек. У каждого жука 6 ног. У каждого паука 8 ног. Сколько в банке жуков и сколько пауков?

**39.12.** У 10 велосипедов 27 колёс. Четырёхколесных среди них нет. Сколько велосипедов двухколёсные и сколько трёхколёсные?

**39.13.** Около магазина стоят машины и двухколёсные велосипеды, всего их 10. Колёс всего 30. Сколько велосипедов и сколько машин?

**39.14.** На стоянке 10 автомобилей: легковые и грузовые. У легковых – по 4 колеса, у грузовых – по 6 колёс. А всего у этих автомобилей 46 колёс. Сколько грузовиков и сколько легковых машин на стоянке?

**39.15.** В комнате стояли табуретки и стулья. У каждой табуретки 3 ножки, а у стула 4 ножки. Всего табуреток и стульев было 5, а ножек у них было 18.

а) Сколько было табуреток?

б) Сколько было стульев?

**39.16.** Мама купила детям 9 игрушек: несколько машинок по 10 рублей и несколько банок с раствором для мыльных пузырей по 7 рублей. Сколько машинок купила мама, если на всю покупку она потратила 78 рублей?

**39.17.** На лужайке пасутся сороконожки и трёхголовые драконы. Вместе у них 20 голов и 110 ног. Сколько ног у трёхголового дракона?

**39.18.** В инкубаторе лежало 12 яиц. Из некоторых вылупились цыплята, а из остальных – змеи. В сумме у детёнышей оказалось 16 ног. Сколько вылупилось змей?

**39.19.** В инкубаторе лежало 7 яиц. Из некоторых вылупились гусята, а из остальных – крокодильчики. Всего из яиц вышли 18 ног. Сколько вылупилось гусят и сколько крокодильчиков?

**39.20.** В инкубаторе лежало 20 яиц. Из некоторых вылупились гусята, а из остальных – крокодильчики. В сумме у детёнышей оказалось 54 ноги. Сколько вылупилось гусят и сколько крокодильчиков?

**39.21.** В инкубаторе лежало 21 яйцо. Из некоторых вылупились утята, а из остальных – утконосы, причём ног и у тех, и у других оказалось поровну. Сколько вылупилось утят и сколько утконосов?

**39.22.** В морской пучине водолазы сражаются с осьминогами. Мы видим 36 конечностей. Из них 26 – ноги. Сколько осьминогов участвует в битве?

## 40. ВЗВЕШИВАНИЕ



Решения этих задач можно записывать в виде текста, картинок с весами или уравнений с буквами. Одним детям понятнее уравнения, другим сложно в них разобраться, поэтому задачи такого типа следует время от времени разбирать на доске.

Весы с чашами и гирями многие дети не видели, поэтому хорошо, если есть возможность принести такие весы на занятие и объяснить принцип их работы.

С весами дети сталкиваются нечасто, зато качели есть в каждом дворе. Все дети знают, что на качелях удобнее качаться двум детям одинакового веса, а взрослому с ребёнком неудобно, потому что взрослый перевешивает. Можно объяснить детям, что весы с чашами устроены подобным образом.

Когда в задаче спрашивается: «Сколько весит?» – надо так расположить на весах предметы и гири, чтобы на одной чаше были только гири, а на другой – только предметы, вес которых требуется определить.

При решении задач на взвешивание важно помнить два основных правила:

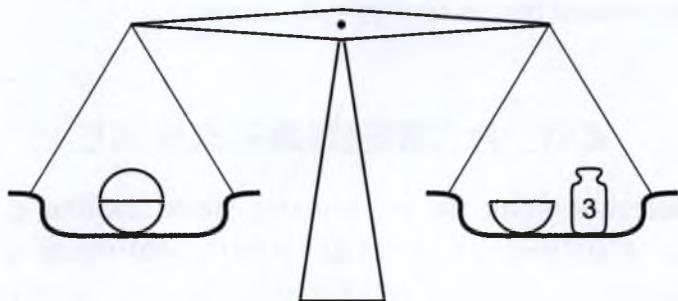
1. Если на левой и на правой чашах весов лежат **одинаковые** предметы, то их можно **снять** (или, наоборот, можно добавить одинаковые предметы и на левую, и на правую чаши), и равновесие не нарушится.

2. Если 2 яблока уравновешивают 3 груши, то на первую чашу можно положить ещё 2 яблока, а на вторую – ещё 3 груши, и равновесие не нарушится тоже.

Разберём задачу.

На одну чашу весов положили круг сыра, а на другую – половину такого же круга и ещё гирию массой 3 кг.

Сколько весит круг сыра, если весы остались в равновесии?



Разрежем целый круг сыра, лежащий на весах, пополам. Теперь на одной чаше – две половины, на другой – половина и гиря. Снимем с обеих сторон по одной половине круга сыра.



Весы останутся в равновесии, потому что снятые половины одинаковые. Получаем, что половина круга сыра весит столько же, сколько гиря массой 3 кг. Целый круг состоит из двух одинаковых половин.

*Ответ:* круг сыра весит 6 кг.

Уровень сложности: **\*\*\*, \*\*\*\***

Уровень наглядности: **☀ ☀**

**40.1.** Сколько весит один мячик?



**40.2.** Сколько весит пирамидка?



**40.3.** Пирамидку, кубик и мячик уравнивают 1 кубик и 2 мячика. Мячик весит 5 г, кубик – 10 г. Сколько весит пирамидка?



**40.4.** Два яблока весят столько же, сколько 3 груши. Сколько нужно груш, чтобы уравновесить 4 яблока?



**40.5.** Четверть круга сыра весит 1 кг. Сколько весит целый круг сыра?

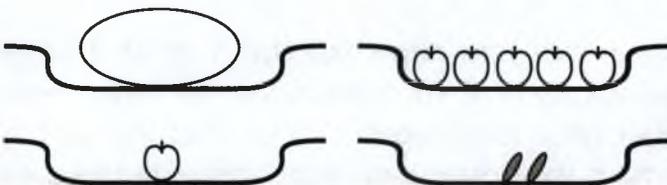


**40.6.** Кошка и собака тяжелее, чем две кошки, на 1 кг. Кто тяжелее: кошка или собака? На сколько?

**40.7.** Весы находятся в равновесии. Мячик весит 10 г. Сколько весит кубик?



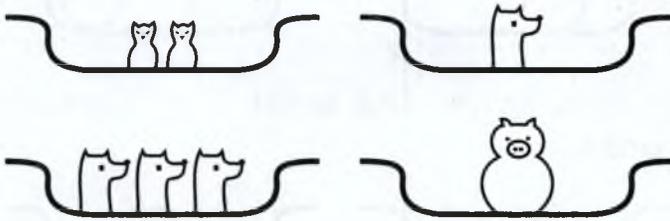
**40.8.** Дыня весит столько же, сколько 5 яблок, а одно яблоко – как 2 огурца. Сколько понадобится огурцов, чтобы уравновесить одну дыню? А сколько огурцов понадобится, чтобы уравновесить дыню и яблоко?



**40.9.** Груша в 2 раза дороже яблока. Что дороже и во сколько раз:

- а) 6 яблок или 3 груши;
- б) 6 груш или 6 яблок;
- в) 12 яблок или 3 груши;
- г) 8 груш или 4 яблока?

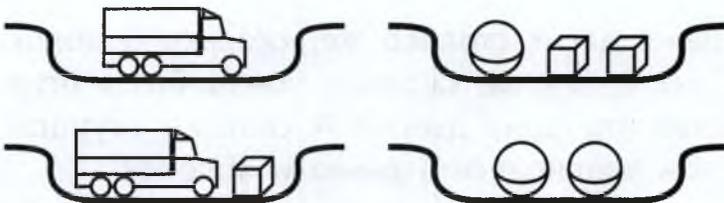
**40.10.** Два котёнка весят столько же, сколько 1 щенок. Три щенка весят столько же, сколько 1 поросёнок. На одну чашу весов влезли 2 поросёнка. На другую чашу весов влезли 4 щенка. Сколько надо позвать котят, чтобы котята и щенки весили столько же, сколько 2 поросёнка?



**40.11.** Полный бидон с молоком весит 10 кг, а наполненный до половины – 5,5 кг. Сколько весит пустой бидон?

**40.12.** Жеребёнок весит на 6 кг больше, чем ягнёнок. Два жеребёнка весят столько же, сколько 5 ягнят. Сколько весит жеребёнок? Сколько весит ягнёнок?

**40.13.** Мише подарили весы, и он начал взвешивать свои игрушки. Грузовик уравновесили мяч и два кубика, а грузовик с кубиком – два мяча. Сколько кубиков уравновешивают грузовик?



**40.14.** Имеются две гири массой 1 кг и 2 кг. Какой груз можно уравновесить с их помощью на чашечных весах?

**40.15.** Имеются две гири: 1 кг и 3 кг. Какой груз можно уравновесить с их помощью, если гири можно класть толь-

ко на одну чашу весов? Какой груз можно уравновесить, если класть гири на обе чаши?

**40.16.** Имеются три гири массой 1 кг, 2 кг и 5 кг. Какой груз можно уравновесить с их помощью, если гири можно класть только на одну чашу весов? Какой груз можно уравновесить, если класть гири на обе чаши?

**40.17.** Есть 9 шариков, один из которых легче других. Можно ли найти лёгкий шарик за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

**40.18.** За наименьшее число взвешиваний найдите одну фальшивую (более лёгкую) из 3, 5, 7, 8, 9 и 12 монет. Сколько вам потребовалось взвешиваний в каждом случае?

**40.19.** Как тремя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найти одну более лёгкую монету из 20?

## 41. СРАВНЕНИЯ

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀☀

**41.1.** Кого больше:

- а) слонов или зверей;
- б) людей или женщин;
- в) детей или девочек с косичками?

**41.2.** Что больше:

- а)  $15 + 8$  или  $18 + 5$ ;
- б)  $12 + 3$  или  $13 + 2$ ;
- в)  $15 - 8$  или  $18 - 5$ ;
- г)  $12 - 3$  или  $13 - 2$ ?

**41.3.** В лесу зайцев и белок поровну. Синиц больше, чем белок, а ёжиков меньше, чем зайцев. Кого больше: синиц или ёжиков?

**41.4.** Можете ли вы угадать, не проводя подсчёт, какая из сумм больше:  $1 + 3 + 5 + 5 + 7 + 9$  или  $2 + 4 + 6 + 4 + 6 + 8$ ? Проверьте своё предположение.

**41.5.** Три одинаковых яблока тяжелее, чем четыре одинаковые груши. Что тяжелее: 4 яблока или 5 груш?

**41.6.** Груша тяжелее яблока, а яблоко тяжелее персика. Что тяжелее: груша или персик?

**41.7.** Ручка дороже тетради, а карандаш дешевле ручки. Что дороже: тетрадь или карандаш?

**41.8.** Аня, Боря, Вася и Даша поймали вместе 10 рыб, причём каждый поймал разное число рыб. Аня поймала больше всех рыб, а Даша – меньше всех. Кто больше поймал рыб: мальчики или девочки?

**41.9.** В четырёхэтажном доме Ваня живёт выше Пети, но ниже Сени, а Гоша живёт ниже Пети. Кто на каком этаже живёт?

## 42. ДЕНЬГИ



Некоторые дети с удовольствием считают вагоны в проезжающих поездах. Другие – с не меньшим удовольствием – считают ворон. И почти все они не прочь посчитать деньги. Дело не в алчности – ребёнку интересно посчитать всё то, что можно увидеть, а ещё лучше – пощупать. Детям нравится считать деньги: это приближает их к взрослому миру.

Уровень сложности: **\*\*\*, \*\*\*\***

Уровень наглядности: **☀**

**42.1.** У брата есть 6 двухкопеечных монет, а у сестры 10 трёхкопеечных монет. Сколько своих монет сестра должна отдать брату, чтобы денег у них стало поровну?

**42.2.** Сколько 5-рублёвых монет составляют 125 рублей?

**42.3.** Сколько 50-копеечных монет составляют 115 рублей?

**42.4.** В школьной столовой 3 пирожка и 1 стакан чая стоят столько же, сколько 7 стаканов чая. Стакан чая стоит 2 рубля. Сколько стоит пирожок?

**42.5.** Мама купила сыну машинку и мячик и заплатила за покупку 25 рублей. Сколько стоит каждая игрушка, если машинка на 5 рублей дороже, чем мячик?

**42.6.** В школьном буфете 2 шоколадки стоят 30 рублей. Сколько рублей надо заплатить за 5 таких шоколадок?

**42.7.** Ваня купил 4 пирожка, а Ира – 3 булочки, и оказалось, что оба заплатили одинаково. Что дороже: пирожок или булочка? Если 5 булочек стоят 40 рублей, то сколько стоят 5 пирожков?

**42.8.** Данила сказал, что если бы у него было столько денег, сколько есть сейчас, и ещё половина этой суммы, и ещё 1 рубль, то он смог бы купить пирожок за 16 рублей. Сколько денег у него сейчас?

**42.9.** Витя купил 5 одинаковых конфет, Коля – 7 таких же конфет, а Оля – 10 конфет. Оказалось, что Коля заплатил на 4 гривны больше, чем Витя. Сколько заплатила Оля?

**42.10.** Девочка купила линейку и 2 блокнота и заплатила 5 рублей. Мальчик купил линейку и 3 блокнота и заплатил 7 рублей.

а) Сколько стоит блокнот?

б) Сколько стоит линейка?

**42.11.** Саша купил столько же карандашей, сколько и Паша, а Надя – столько, сколько Саша и Паша вместе. Всего у них 24 карандаша. Сколько купил каждый?

**42.12.** У Тани есть несколько монет по 2 рубля и по 5 рублей. Как она может оплатить без сдачи покупку стоимостью 13 рублей?

**42.13.** Костя купил 2 машинки, 4 карандаша и 2 шоколадки, а Слава купил 1 карандаш, 3 шоколадки и 3 машинки. Сколько стоит комплект из 1 машинки, 1 карандаша и 1 шоколадки, если Костя за свои покупки заплатил 140 рублей, а Слава – 160 рублей?

**42.14.** Алиса пошла покупать ручки и карандаши и поняла, что на все деньги она может купить или 6 ручек, или 12 карандашей. Она решила купить поровну ручек и карандашей. Сколько ручек она купила?

**42.15.** Продаётся мороженое: эскимо стоит 4 рубля, а вафельный стаканчик – 3 рубля. Витя, Гена и Вася купили по мороженому. Сколько рублей они вместе могли при этом заплатить?

**42.16.** Продаются пирожки стоимостью 11, 13 и 15 рублей. Три друга хотели купить себе по пирожку. Хватит ли им денег на 3 пирожка, если всего у них 32 рубля?

**42.17.** Если Серёжа купит 5 тетрадей, то у него останется 20 рублей. Если он захочет купить 10 тетрадей, то ему не хватит 20 рублей. Сколько денег у Серёжи?

**42.18.** У Ани 10 монет по 2 и 3 копейки, а всего у неё 24 копейки. Сколько у Ани монет каждого вида?

## 43. ВОЗРАСТ



Основная сложность задач этого раздела – лингвистическая. Тяжеловесные формулировки условий очень трудно удержать в голове и не запутаться. Наглядная схема заметно упрощает решение этих задач.

Прежде всего, необходимо поговорить с детьми об отношениях «раньше-позже» и «старше-младше». К примеру, если в условии сказано, что Вася родился раньше Пети, то далеко не всем детям очевидно, кто из них старше.

Обратите внимание детей, что задачи на возраст требуют особой внимательности при чтении условий. Например, если задача начинается со слов: «Вике 4 года назад было 6 лет», то некоторые, прочитав, что «Вике 4 года», уже думают, что знают о её возрасте всё.

Или возьмём такую задачу: «Дима родился раньше Тани на 6 лет. Четыре года назад ему было 4 года. Сколько ему будет лет, когда его сестра будет такого возраста, как он сейчас?» Если было бы нужно просто произвести арифметические подсчёты, то в этой задаче никто бы не запутался. Однако здесь вся сложность – в понимании текста. К сожалению, не все ученики начальной школы способны разобраться в том, что сказано в условии.

Важно научить детей превращать запутанное условие задачи в цепочку простых и ясных формулировок.

Вернёмся к задаче и упростим её условие:

1. «Дима родился раньше Тани на 6 лет» = «Дима старше Тани на 6 лет».

2. «4 года назад ему было 4 года» = «Сейчас ему  $4 + 4 = 8$  лет».

3. Значит, Тане сейчас  $8 - 6 = 2$  года.

4. «Когда его сестра будет такого возраста, как он сейчас» = «когда Тане будет 8 лет» (или «Когда пройдёт столько лет, на сколько Дима старше, чем Таня», то есть 6 лет).

Следовательно, вся задача сводится к тому, чтобы узнать, сколько лет будет Диме через 6 лет.

Мы знаем, что сейчас ему 8, значит, через 6 лет ему будет  $8 + 6 = 14$  лет.

Как уже неоднократно подчёркивалось, схемы помогают в решении многих задач. Например: «У Вити конфет на 2 меньше, чем у Миши. Вместе у них 8 конфет. Сколько конфет у каждого?»

Рисуем 8 условных значков, допустим, звёздочек, и задача становится понятной даже дошкольнику: \*\*\*\*\* – вот наши конфеты. У Вити на 2 конфеты меньше, чем у Миши. Значит, все конфеты надо разложить на такие кучки, чтобы в одной из них конфет было меньше на 2.

***	Витя
***(**)	Миша

Если бы у мальчиков было поровну конфет, у каждого – как у Вити, то вместе у них было бы на 2 конфеты меньше. Тогда у них было бы  $8 - 2 = 6$  конфет. Тогда у Вити было бы 3 конфеты, и у Миши – 3. Но у Миши на 2 конфеты больше, то есть  $3 + 2 = 5$  конфет.

Рассмотрим другую задачу: «Витя на 2 года моложе Миши. Вместе им 8 лет. Сколько лет каждому из них?» Как ни странно, такая задача намного сложнее. Всё дело в том, что годы, в отличие от конфет, нельзя потрогать руками.

Если дети поймут, что к этим двум задачам можно нарисовать одинаковые схемы, то им будет намного проще решать и другие задачи о возрастах.

**Уровень сложности:** \*\*, \*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀

**43.1.** Варе 7 лет. Сколько лет ей было 2 года назад?

**43.2.** Юре два года назад было 4 года. Сколько лет ему будет через 3 года?

**43.3.** Серёже год назад было 7 лет. Насте через два года будет 9 лет. Кто из них старше?

**43.4.** Яша родился на три года раньше, чем Федя. Сколько лет было Яше, когда Феде было 7 лет?

**43.5.** Маша родилась на 3 года раньше, чем Ваня, и на год позже, чем Петя. Маше сейчас 5 лет. Сколько лет Ване и Пете?

**43.6.** Вера младше Марины на 2 года, а Марина старше Оли на 5 лет. Кто старше: Вера или Оля и на сколько?

**43.7.** Ира старше Вани на 2 года. Лёва младше Иры на 5 лет. Сколько лет Лёве, если Ване сейчас 11 лет?

**43.8.** Псу Шарику и коту Кубику вместе 5 лет. Сколько им будет вместе через год?

**43.9.** Олеся и Аняте вместе 12 лет. Сколько лет им вместе было 2 года назад?

**43.10.** Псу Бобику, кошке Мурке и попугаю Гоше вместе 8 лет. Сколько лет им будет вместе через 2 года?

**43.11.** Варя на 3 года младше брата. Вместе им 11 лет. Сколько лет сейчас Варе? Сколько лет её брату?

**43.12.** Яша младше Бори на 4 года и старше Марка на 5 лет. Через год им вместе будет 20 лет. Учится ли Марк в школе?

**43.13.** У Никиты, которому 8 лет, есть младшие братья-близнецы – Денис и Матвей. Всем братьям вместе 16 лет. Сколько лет Матвею?

**43.14.** Брату 12 лет, а сестра в два раза младше. Сколько лет будет брату, когда сестре будет столько лет, сколько ему сейчас?

**43.15.** Надя на 5 лет старше Феде. Сколько лет будет Наде через год, если год назад им вместе было 17 лет?

**43.16.** Лариса на 8 лет старше Матвея. Два года назад она была в три раза старше, чем Матвей. Сколько лет Ларисе?

**43.17.** Отец старше сына в 4 раза. Вместе им 45 лет. Сколько лет сыну?

**43.18.** Внук младше деда на 60 лет. Дед старше внука в 7 раз. Сколько лет деду?

**43.19.** Миша сказал: «У меня два брата. Я на 3 года старше Феде, а Федя на 5 лет младше Васи. Когда младшему из нас исполнилось 7 лет, у нас родилась сестра Юля». На сколько лет Миша старше Юли?

## 44. КАЛЕНДАРЬ



Для решения задач такого типа нужно хорошо знать порядок месяцев и представлять себе, как устроен календарь, сколько месяцев в каждом времени года, сколько недель в месяце и сколько дней в неделе.

Рассмотрим такую задачу: «Сейчас январь. Какой месяц будет через полгода?»

Если нарисовать к этой задаче схему, изобразив на ней год в виде круга, то нужный месяц найдётся легко. Можно привести и такое рассуждение: «Если сейчас январь, середина зимы, то через полгода будет середина лета, то есть июль».

При составлении подобной схемы важно учитывать, что картинка, на которой месяцы и сезоны расположены по кругу (ментальная карта представления о временах года), в головах у разных людей устроена по-разному. Примерно для половины людей месяцы располагаются по часовой стрелке, как часы на циферблате, а остальные, наоборот, считают, что год «крутится в другую сторону». У кого-то на этой схеме весна расположена справа, а у кого-то – слева.

Разумеется, при решении задач годится любая схема, лишь бы месяцы на ней располагались в правильном порядке!





Следующие вопросы нужно обязательно обсудить с детьми. Сейчас осень.

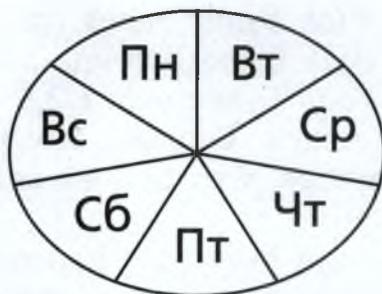
Какое время года будет через год? Очевидно, тоже осень.

Какое время года будет через 2 года? И через 2 года, и через 6 лет, и через 100 тоже будет осень.

Какое время года будет через полгода? Через полгода будет весна. И через 3,5 года будет весна, и полтора года назад была весна.

Разберём ещё одну задачу: «Сегодня 1 мая. Какое время года будет через 3 недели? через 6 недель?»

Решение: 3 недели меньше, чем месяц, значит, будет тот же месяц, май, значит, будет то же время года, то есть весна. Можно посчитать даже, какое будет число, но это не обязательно. Шесть недель больше, чем 1 месяц, и меньше, чем 2 месяца, значит, будет следующий месяц, июнь, весна закончится, начнётся лето.



Для решения одних задач может пригодиться схема, в которой дни недели расположены по кругу. Для решения других – удобнее нарисовать сетку-календарь, чтобы было ясно, на какой день недели попадает какое число.

Сегодня пятница.

Какой день недели будет завтра? Завтра будет суббота.

Какой день недели будет послезавтра? Послезавтра будет воскресенье.

Какой день недели был вчера? Вчера был четверг.

Сегодня среда, 8 сентября. На какие числа выпадут третьи выходные сентября? Сколько в этом месяце будет занятий математического кружка, если они проводятся по четвергам?

Нарисуем календарь в виде таблицы.

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Из этой таблицы мы видим, что третьи выходные выпадают на 18–19 сентября и что всего в сентябре будет 5 занятий кружка: 2, 9, 16, 23 и 30 числа.

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀

**44.1.** Сейчас зима.

- а) Какое время года будет через 5 лет?
- б) Какое время года было 3 месяца тому назад?
- в) Какое время года будет через год и ещё 3 месяца?
- г) Какое время года было полгода тому назад?
- д) Какое время года будет через 2,5 года?

**44.2.** Саше 15 месяцев. Сколько ему лет?

**44.3.** Юле 25 месяцев. Сколько ей лет?

**44.4.** Сегодня 2 января.

- а) Какое время года было две недели назад?
- б) Какое время года будет через месяц?
- в) Какое время года будет через три месяца?
- г) Какое время года будет через полтора года?

**44.5.** Сегодня 10 января.

- а) Какое число будет через две недели?
- б) Какое число будет через три недели?
- в) Какое число было две недели назад?
- г) Какое число будет через год и 3 дня?

**44.6.** Сегодня 5 февраля.

- а) Какое время года будет через 2 недели?
- б) Какое время года будет через 10 недель?
- в) Какое время года будет через 20 недель?

**44.7.** Сегодня 15 сентября.

- а) Какой месяц будет через 3 недели?
- б) Какой месяц был 3 недели назад?

**44.8.** Пятого мая Грише исполнилось 2 года, 2 месяца и 2 дня. Какого числа у Гриши день рождения?

**44.9.** День рождения у Вити 10 января. Сегодня 25 декабря. Сколько ночей осталось до его дня рождения?

**44.10.** В воскресенье, 10 октября, я купил билеты в театр на ближайшую субботу. Какого числа я пойду в театр?

**44.11.** Если сегодня среда, то какой день недели:

- а) был позавчера;

- б) будет через 6 дней;
- в) будет через 14 дней?

**44.12.** Если сегодня вторник, то какой день недели будет:

- а) через 15 дней;
- б) через 20 дней;
- в) через 25 дней;
- г) через 50 дней?

**44.13.** Позавчера была среда. Какой день недели будет послезавтра?

**44.14.** Соня ходит на танцы каждую среду. Сколько раз она пойдёт на танцы в сентябре, если 3 сентября была пятница?

**44.15.** У Валеры день рождения 13 сентября. Попадёт ли на выходные его день рождения, если в этом году 1 сентября – вторник?

**44.16.** Сколько учебных дней было бы у школьников в сентябре, если бы выходными днями были все числа, в которых есть чётные цифры? А сколько учебных дней было бы в октябре?

**44.17.** Сколько учебных дней в сентябре, если все субботы и воскресенья – выходные? А если только один выходной – воскресенье? (Рассмотрите все варианты.)

## 45. ВРЕМЯ НА ЧАСАХ



Большинство дошкольников и многие ученики начальных классов не умеют определять время по механическим часам. У некоторых возникают проблемы и с электронными. Встречаются школьники 3–4 классов, которые способны узнать время по электронным часам, но которые не понимают, что 18 – это 6 вечера, что 18:30 – это полседьмого и уж тем более, что 18:45 – это без четверти семь. Происхождение четвертей и половин покрыто мраком для ребёнка, не знакомого с механическими часами.

Часы со стрелками нагляднее электронных, но научиться определять по ним время – трудней. Надо уметь отличать минутную стрелку от часовой, не путать 17 часов и 7, по-

нимать, что когда до 9 часов остаётся лишь пара минут, и часовая стрелка показывает почти на 9, часов всё равно ещё только 8. Считать минуты пятёрками тоже не слишком просто.

Иногда создаётся впечатление, что ребёнок освоится с часами не сегодня завтра, но время идёт, а качественного скачка не происходит. Задачи этого раздела напоминают: всему своё время.

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

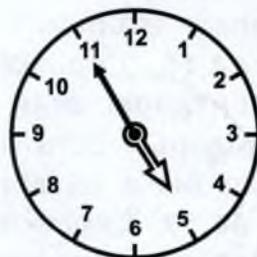
**45.1.** Выберите часы, которые показывают одинаковое время.



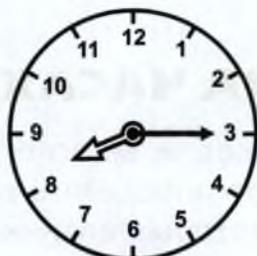
1)



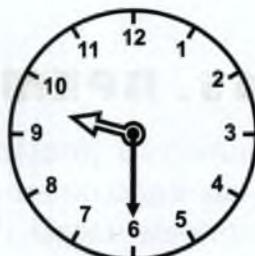
2)



3)



4)



5)

08:00

а)

08:15

б)

08:30

в)

08:05

г)

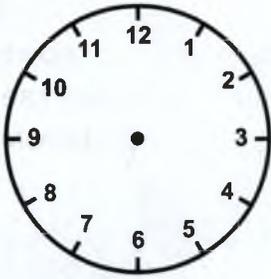
08:30

д)

08:55

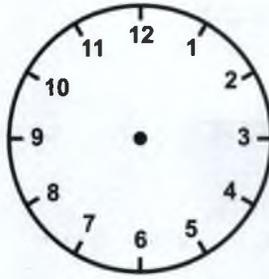
е)

**45.2.** Дорисуйте стрелки у часов так, чтобы они показывали то же время, что и электронные часы.



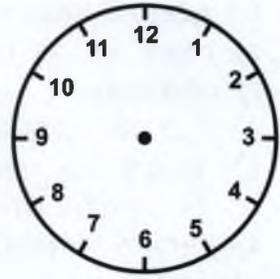
08:00

а)



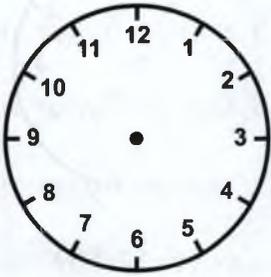
08:00

б)



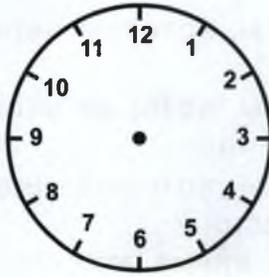
10:30

в)



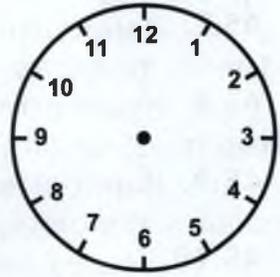
08:30

г)



08:45

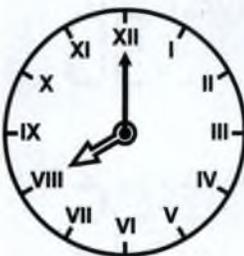
д)



08:15

е)

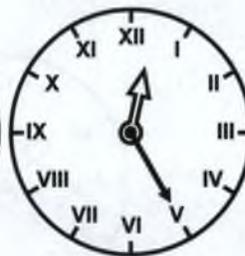
**45.3.** Посмотрите на циферблат с римскими числами. Сколько времени показывают эти часы?



а)



б)



в)



г)

**45.4.** Напишите, что показывают электронные часы, когда говорят:

- а) двенадцать часов ровно;
- б) девять часов вечера;
- в) семь часов утра;
- г) полдень;
- д) без пятнадцати три;
- е) половина первого;
- ж) без четверти шесть;
- з) десять пятнадцать;
- и) полночь.

**45.5.** Сейчас 12:00. Куда будет показывать часовая стрелка через 15 часов? через 33 часа?

**45.6.** Сейчас 16:45. Нарисуйте положение стрелок:

- а) через 2,5 часа;
- б) 2,5 часа назад.

**45.7.** Нарисуйте часы, которые через 15 минут будут показывать полдень.

**45.8.** Нарисуйте часы, которые через 25 минут будут показывать 5 часов 15 минут.

**45.9.** Нарисуйте часы, которые через 35 минут будут показывать половину шестого.

**45.10.** Через какое время эти часы покажут 12:10?



**45.11.** Через какое время эти часы покажут 12:20?



**45.12.** Когда мы видим цифру 2, а говорим 10?

**45.13.** Саша, Митя и Денис учатся в первом классе и не очень хорошо умеют определять время по часам. Саша считает, что эти часы показывают 8 часов 9 минут. Митя считает, что на часах без пятнадцати восемь. Денис говорит, что на часах 8 часов 45 минут. Кто из них прав?



**45.14.** Мама велела детям погулять во дворе и вернуться не позже шести. Они спросили время у старушки, сидящей перед домом, и та сказала, что сейчас четверть шестого. Опоздали ли они?

**45.15.** Что раньше: четверть седьмого или без четверти семь?

**45.16.** Максим хочет посмотреть мультфильм, который начинается в 15:15. Сколько у него осталось времени до начала мультфильма, если сейчас полдень?

**45.17.** Вере надо успеть в музыкальную школу к 5 часам. Она вышла из дома, погуляла немного и увидела, что электронные часы показывают уже 14:55. Успевает ли она в музыкальную школу, если идти туда 10 минут?

**45.18.** Бабушка смотрит сериал каждый день в шесть часов вечера. Сколько ещё времени до начала её любимого фильма, если сейчас на часах 15:55?

**45.19.** Костя делает домашнее задание по математике за 35 минут, а по русскому языку – за 40 минут. Во сколько он закончит делать домашнюю работу, если начнёт её делать в 14:50?

**45.20.** Тренировка у Вани начинается в 14:15 и продолжается полтора часа. Нарисуйте положение стрелок на часах в тот момент, когда у Вани закончится тренировка.

**45.21.** Сейчас без пяти минут четыре. Нарисуйте положение стрелок через 20 минут.

**45.22.** Сколько минут:

- а) в двух часах;
- б) в четверти часа;
- в) в полутора часах?

**45.23.** Сколько секунд:

- а) в трёх минутах;
- б) в одном часе;
- в) в двух с половиной часах?

**45.24.** Сколько минут останется спать непослушной Гале, если в 23:30 она ещё не спит и ляжет только через 15 минут, а в 7:00 у неё зазвонит будильник?

**45.25.** Мама привела первоклассника Вову в школу к 8:30. Сегодня у Вовы 3 урока по 45 минут, а перемены между уроками по 15 минут. Во сколько маме нужно прийти, чтобы забрать Вову из школы?

**45.26.** У Насти сегодня 5 уроков по 45 минут и перемены по 10 минут. Первый урок начинается в 8:30. Сколько звонков Настя услышала сегодня с 9:00 до 11:00?

**45.27.** Праздничная свечка горит 10 минут. На день рождения Коли в пирог вставили 7 свечей, зажгли их одновременно и не ели пирог, пока все свечи не сгорели. Сколько времени голодные гости ждали угощения, любуясь свечами?

**45.28.** Яйцо варится 8 минут. Миша решил сварить 4 яйца. Сварятся ли они за 20 минут?

**45.29.** Нина смотрела мультфильм с самого начала, но не до конца – всего 15 минут. Ксюша смотрела мультфильм не с начала, но зато до конца – всего 10 минут. Сколько времени шёл мультфильм, если вместе они смотрели его 5 минут?

**45.30.** Что вы подумаете, если увидите, что электронные часы показывают 55:20?

55:20

## 46. ДОРОГИ И ПЕРЕКРЁСТКИ



Задачи этого типа трудны. Редкий ребёнок способен самостоятельно изобрести алгоритм решения этих задач и тем более его обосновать. Но даже если этот алгоритм объяснить детям заранее, задачи не станут для них слишком лёгкими.

Полезно разобрать с детьми несколько примеров и попытаться найти какие-нибудь общие закономерности. Попросите детей обвести одну и ту же фигуру, начиная с разных точек. Обратите их внимание на то, что одни фигуры можно нарисовать, начиная с любой вершины, а другие – не с любой. Предъявите фигуру, которую вообще нельзя нарисовать без отрыва карандаша от бумаги. Покажите детям, что, когда они обводят одни фигуры, карандаш возвращается в исходную точку, а когда обводят другие – нет.

Можно сказать, что линии на рисунке – это дороги, а точки, в которых они соединяются, – перекрёстки. Задача состоит в том, чтобы пройти по каждой дороге ровно один раз.

Рядом с каждым перекрёстком можно написать число – количество приходящих в него дорог. Если это число чётное, назовём перекрёсток чётным, если нечётное – нечётным.

Оказывается, что рисунок можно обвести, начиная с любой точки, если все перекрёстки чётные. Любопытно, что старт обязательно совпадёт с финишем. Кроме того, можно обвести рисунки, которые содержат ровно два нечётных перекрёстка. Но начать движение можно будет не в любой точке, а только в одном из этих нечётных перекрёстков. Финиш при этом обязательно окажется во втором.

Никакие другие рисунки обвести нельзя!

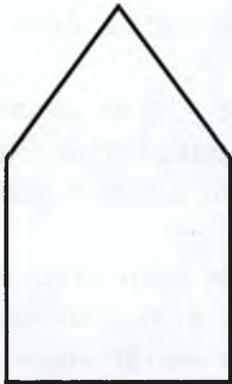
Не следует требовать от младших школьников доказательства этого факта, но важно, чтобы они осознали алгоритм решения подобных задач.

Итак, сначала нужно аккуратно подписать все перекрёстки, затем посчитать, сколько получилось нечётных. Если нечётных перекрёстков окажется 1, 3 или больше, то задача решения не имеет. Если нечётных перекрёстков окажется ровно 2, то задача имеет решение, но начинать обводить рисунок следует только с нечётного перекрёстка. Наконец, если все перекрёстки на рисунке чётные, то задача также имеет решение, а стартовать можно откуда угодно.

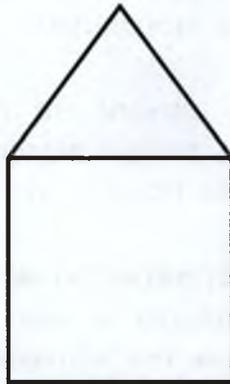
Уровень сложности: **\*\*\*, \*\*\*\***

Уровень наглядности: **☀**

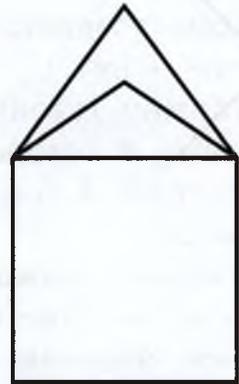
**46.1.** Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



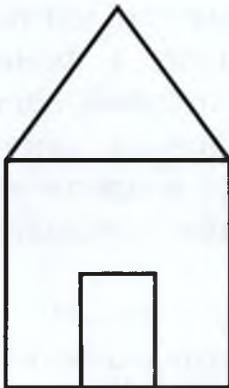
а)



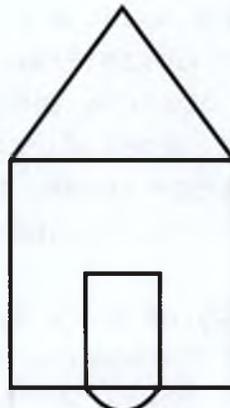
б)



в)

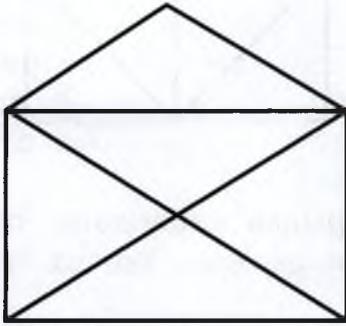


г)

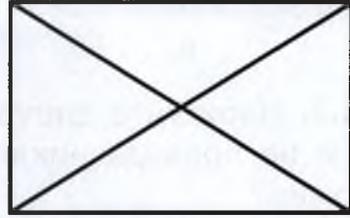


д)

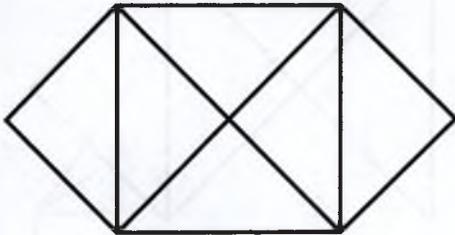
**46.2.** Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



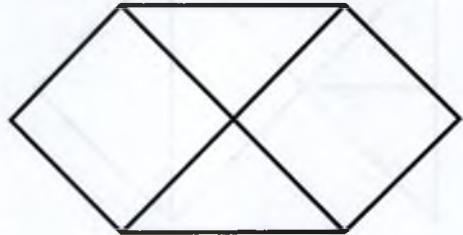
а)



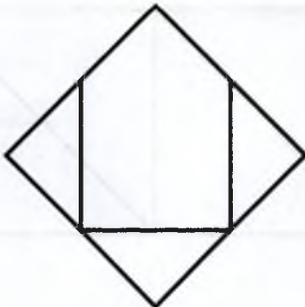
б)



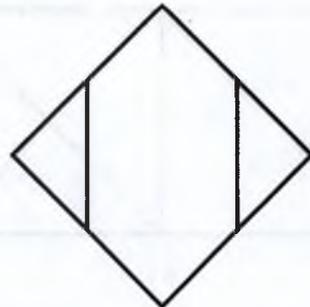
в)



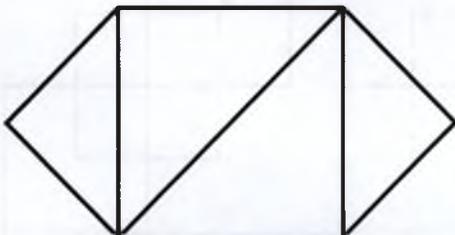
г)



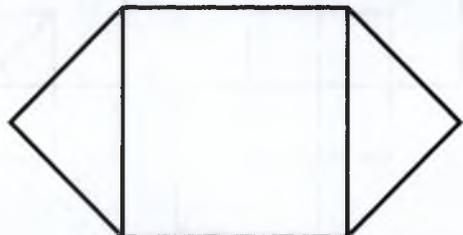
д)



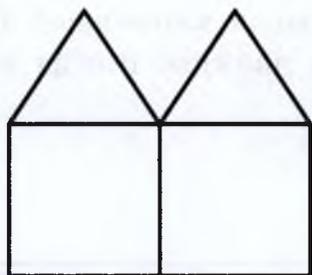
е)



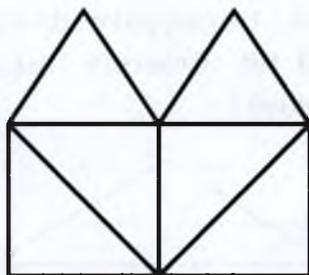
ж)



з)

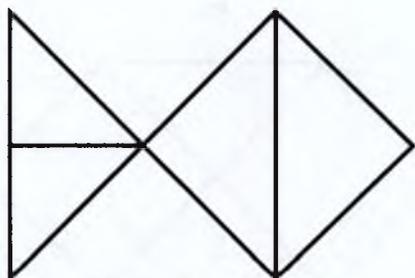


и)

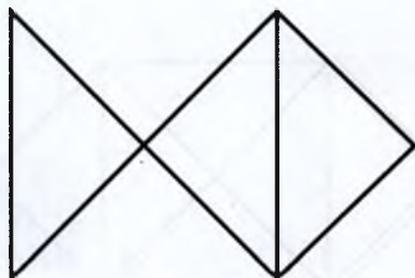


к)

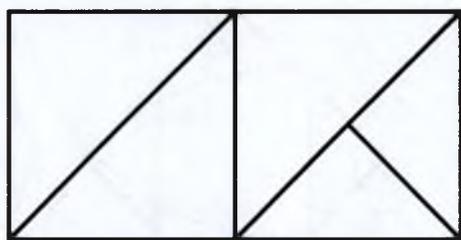
**46.3.** Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



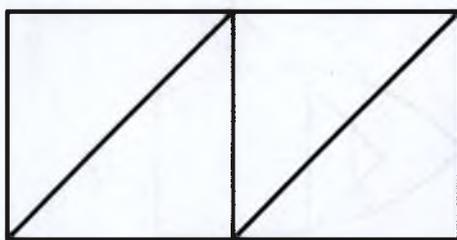
а)



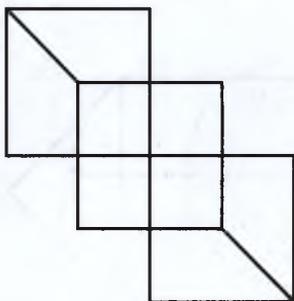
б)



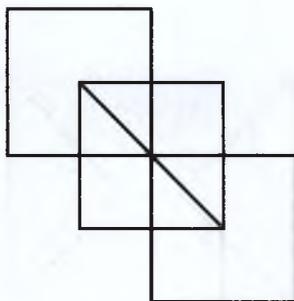
в)



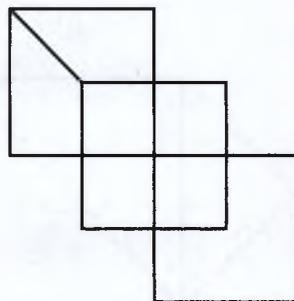
г)



д)

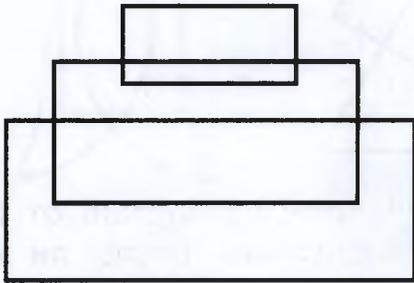


е)



ж)

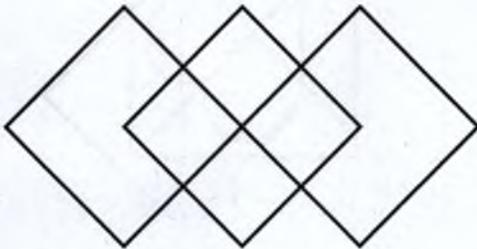
**46.4.** Нарисуйте фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Всегда ли это возможно?



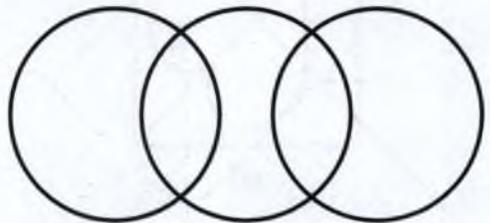
а)



б)



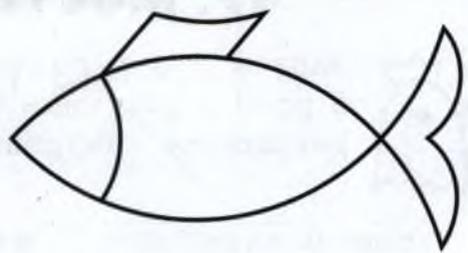
в)



г)



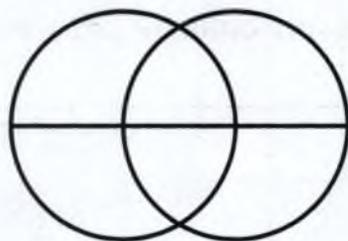
д)



е)



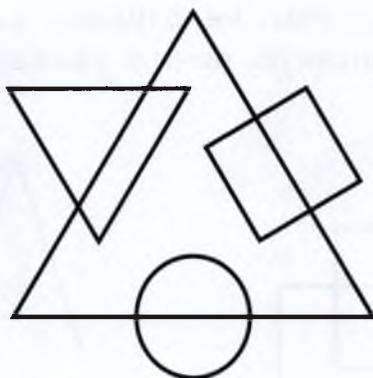
ж)



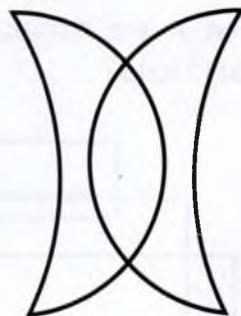
з)



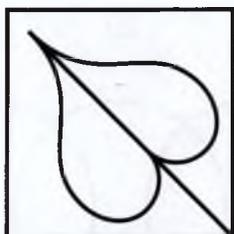
и)



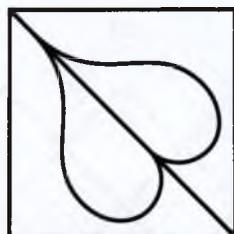
к)



л)



м)



н)

## 47. МОСТЫ И БЕРЕГА



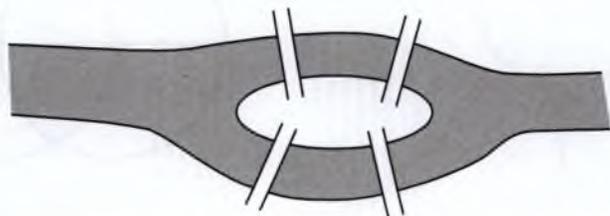
Задачи этого раздела аналогичны предыдущим. В роли дорог здесь выступают мосты, а в роли перекрёстков – острова и оба берега реки.

Уровень сложности: **\*\*\*, \*\*\*\***

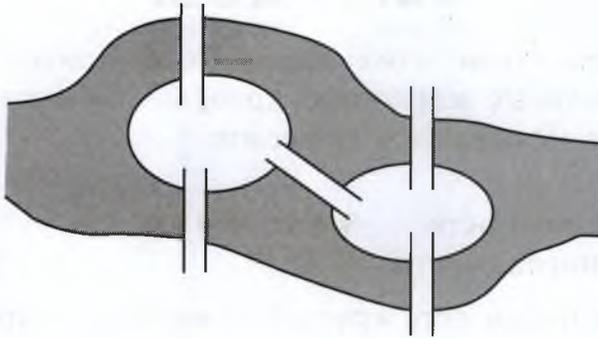
Уровень наглядности: **☀**

**47.1.** Можно ли обойти все острова и берега, побывав ровно по одному разу на каждом мосту?

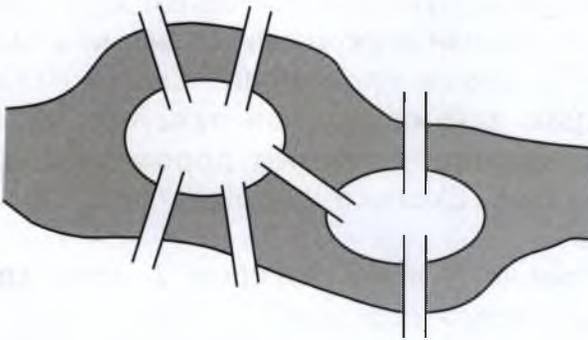
а)



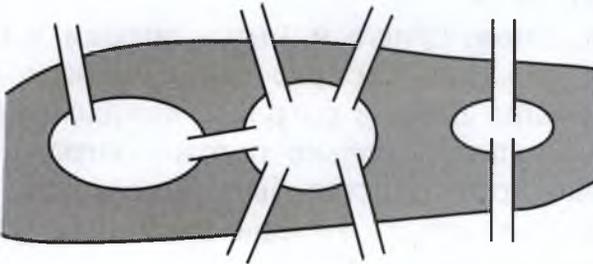
б)



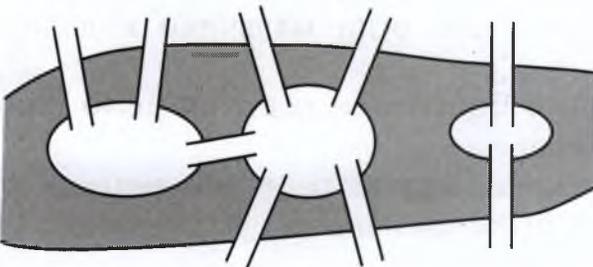
в)



г)



д)



## 48. ГРАФЫ



Для решения этих задач необходимо нарисовать правильные картинki, которые на математическом языке называются графами.

Уровень сложности: **\*\*\*, \*\*\*\***

Уровень наглядности: **☀ ☀ ☀**

**48.1.** а) В парке есть круглая лужайка, по краю которой стоят 3 скамейки. Все скамейки соединены прямыми дорожками. На сколько газонов дорожки разбивают лужайку?

б) На краю этой лужайки поставили ещё одну скамейку. Её соединили прямыми дорожками со всеми старыми скамейками. Сколько дорожек проложили? Сколько стало газонов?

**48.2.** На краю той же круглой лужайки поставили пятую скамейку и соединили прямыми дорожками со всеми старыми скамейками. Сколько дорожек проложили? Сколько стало газонов?

**48.3.** В деревне 3 дома. Каждые 2 дома соединяет дорожка. Сколько всего дорожек?

**48.4.** Вася, Боря и Антон играли в шахматы. Каждый сыграл с каждым. Сколько было сыграно партий? Сколько партий сыграл Вася?

**48.5.** Ваня, Боря, Гриша и Антон играли в шашки. Каждый сыграл с каждым. Сколько было сыграно партий? Потом к ним пришёл Даня и сыграл с каждым из них. Сколько партий он сыграл? Сколько партий сыграли все пятеро?

**48.6.** В некотором царстве было 6 городов, расположенных по кругу. Каждые два города соединяла дорога. Сколько дорог было в царстве?

**48.7.** Пол, Джон и Том делали самолётики. Каждый запустил в каждого по 2 самолётика. Сколько всего было сделано самолётиков, если мальчики кидали только свои самолётики?

**48.8.** Сколько бабушек и дедушек было у всех твоих бабушек и дедушек?

**48.9.** Мальчики при встрече обменялись рукопожатиями. При этом было сделано 6 рукопожатий. Сколько было мальчиков?

**48.10.** Встретились 5 человек, и каждый поздоровался со всеми остальными за руку. Сколько было рукопожатий? А если встретились 6 человек? 8 человек?

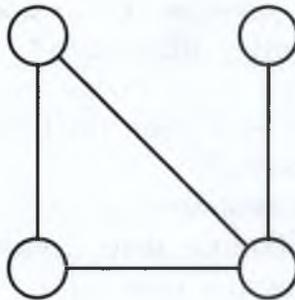
**48.11.** Костя, Даня и Серёжа обменялись номерами телефонов. Сколько новых номеров появилось в записной книжке у Кости? А сколько новых номеров появилось во всех трёх записных книжках?

**48.12.** Уезжая из летнего лагеря, ребята обменялись фотографиями: каждый дал каждому из друзей по 2 свои фотографии. Всего им для этого понадобилось 24 фотографии. Сколько было друзей?

**48.13.** У зайчика, крота, белочки и ёжика есть телефоны. Крот может позвонить и зайчику, и ёжику, и белочке. Зайчик может позвонить кроту и белочке. Белочка может позвонить зайчику и кроту. А ёжик может позвонить только кроту.

а) Раскрасьте телефон крота красным карандашом, ёжика – синим, белочки – зелёным, зайчика – жёлтым.

б) Дорисуйте провода так, чтобы каждый зверь мог поговорить с каждым. Сколько проводов пришлось нарисовать? Сколько проводов выходит из каждого телефона? Сколько всего проводов на картинке?



## 49. МОЯ СЕМЬЯ



Есть дети, как правило, мальчики, которым эта тема кажется очень сложной. Дело тут не только в логике, но и в том, насколько хорошо они понимают, откуда берутся фамилии и отчества.

Объясняя задачи этого раздела, можно предложить мальчикам такие вопросы:

– Костя! Вот ты вырастешь, станешь взрослым, у тебя будет своя семья. Если у тебя родится дочка, какое ты ей выберешь имя? Света? Хорошо. А ты можешь сказать, какое у неё будет полное имя, отчество и фамилия?

У мальчиков подобные вопросы часто вызывают затруднения. Они понятия не имеют, как им узнать фамилию и отчество своей будущей дочери! Девочки обычно справляются с этими задачами без проблем и рвутся подсказать мальчикам.

**Уровень сложности:** **\*\*\*, \*\*\*\***

**Уровень наглядности:** ☀

**49.1.** У Вани сестёр и братьев поровну. Кого в семье больше: сыновей или дочерей и на сколько?

**49.2.** В семье Васильевых у каждого брата есть 1 сестра, а у каждой сестры – 3 брата. Сколько всего детей в этой семье?

**49.3.** У Анны Ивановны 6 сыновей. У каждого из этих сыновей есть родная сестра. Сколько всего у неё детей?

**49.4.** У Пети братьев в три раза больше, чем сестёр. Сколько всего детей в его семье, если их меньше 10?

**49.5.** У Водяного 3 дочери. У каждой дочери есть 2 брата. Сколько всего детей у Водяного?

**49.6.** Два отца и два сына съели на завтрак 3 бутерброда, причём каждый из них съел по целому бутерброду. Как вы это можете объяснить?

**49.7.** Дочь моей мамы мне ... .

**49.8.** Сын моей бабушки мне ... или ... .

**49.9.** Отец моей сестры мне ... .

**49.10.** Дочь моей сестры мне ... .

**49.11.** Отец моего двоюродного брата мне ... .

**49.12.** У Петра Семёновича Федосеева есть дочь Надя. Как будут записаны её фамилия, имя и отчество в паспорте?

**49.13.** Юрий Евгеньевич Егоров назвал дочку в честь своего отца. Напишите её фамилию, имя и отчество.

**49.14.** Можно ли узнать, как зовут дедушек Миши Петрова, если мы знаем, что у Миши есть дядя, которого

зовут Олег Львович Петров, и тётя, которую зовут Юлия Сергеевна Семёнова?

**49.15.** Собрались вместе внук, отец и дед. Одного из них зовут Пётр Иванович, другого Иван Сергеевич, третьего – Степан Петрович.

- а) Как зовут внука?
- б) Как зовут отца?
- в) Как зовут деда?

**49.16.** Мужа зовут Игорь Александрович Матвеев, жену – Валерия Андреевна Орлова. У них родилась дочка. Дочку назвали в честь дедушки. Как её фамилия, имя и отчество будут записаны в паспорте?

## 50. ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С КОНЦА



Некоторые задачи следует решать, «раскручивая» условие от конца к началу. Как, например, узнать, сколько воздушных шариков было у Пятачка, если половину он подарил Винни-Пуху, половину от того, что осталось, подарил ослику Иа, потом ещё три подарил Крошке Ру и всего лишь один оставил себе? Такую задачу надо решать с конца. В конце у Пятачка остался всего один шарик. Значит, перед тем как Пятачок подарил три шарика Крошке Ру, у Пятачка было четыре шарика ( $1 + 3 = 4$ ). До того как Пятачок подарил половину шариков ослику Иа, у Пятачка их было вдвое больше, то есть восемь ( $4 \cdot 2 = 8$ ). А в самом начале у Пятачка было шариков ещё в два раза больше, потому что половину из них он подарил Винни-Пуху ( $8 \cdot 2 = 16$ ).

*Ответ:* с самого начала у Пятачка было 16 шариков.

**Уровень сложности:** **\*\*\*, \*\*\*\***

**Уровень наглядности:** **0**

**50.1.** Я задумала число. Разделила его пополам, потом результат разделила пополам, потом результат разделила на три одинаковые части и получила 1. Какое число я задумала?

**50.2.** Хозяин принёс трём своим гостям большую связку бананов и сказал: «3 банана отдайте моей обезьянке, а остальные разделите поровну на троих». Трое гостей уснули. Потом первый из них проснулся, отдал 3 банана обезьянке, съел треть оставшихся бананов и ушёл гулять. Затем второй из них проснулся, отдал 3 банана обезьянке, съел треть оставшихся бананов и ушёл гулять. Третий проснулся, отдал 3 банана обезьянке, съел треть оставшихся бананов, и на столе осталось 2 банана. Сколько всего бананов принёс хозяин?

**50.3.** Когда Саша и Андрюша посчитали, сколько у них солдатиков, они поняли, что у Андрюши солдатиков в 5 раз меньше, чем у Саши. Тогда Саша отдал Андрюше половину своих солдатиков, и у Андрюши стало больше солдатиков, чем у Саши. После этого Андрюша отдал одного солдатика Саше, и у них стало по 6 солдатиков. Сколько солдатиков было у каждого из них вначале?

**50.4.** Арина и Настя пошли в магазин. Арина потратила половину своих денег на мороженое, а Настя на половину своих денег купила пирожок. Потом они на все оставшиеся деньги купили одну книжку за 40 рублей. Сколько денег было в самом начале у каждой из девочек, если пирожок на 10 рублей дешевле, чем мороженое?

**50.5.** На трёх ёлках сидели 27 птиц. Когда с первой ёлки на вторую перелетели 5 птиц, а со второй на третью перелетели 3 птицы, то птиц на трёх ёлках стало поровну. Сколько птиц сидело сначала на каждой ёлке?

## 51. ДЕЛИМОСТЬ



Как быстро узнать, делится ли число на 2? Как выяснить, ничего не считая, делится ли число на 5? Некоторые закономерности дети могут заметить самостоятельно. Многие из них понимают, что если число оканчивается на чётную цифру, то оно делится на 2. Чуть сложнее осознать, что если число оканчивается на 5 или 0, то оно делится на 5. Некоторые дети замечают, что если сумма цифр числа делится на 9, то и всё число делит-

ся на 9. Аналогичный признак делимости на 3, как ни странно, гораздо менее нагляден. Тем, кто свободно считает в пределах тысячи, может пригодиться признак делимости на 4 – если число, образованное последними двумя цифрами, делится на 4, то и всё число делится на 4.

Знать, почему все эти признаки верны, ученикам начальной школы не обязательно, но уметь ими пользоваться – полезно.

**Уровень сложности:** \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀

**51.1.** На доске написаны числа: 12, 102, 15, 111, 36, 75, 78, 34, 35, 90, 202, 30, 91, 20, 22, 25, 700, 225, 122. Обведите числа, которые:

- а) делятся на 2;
- б) делятся на 5;
- в) делятся на 3.

Как вы об этом догадались? Какие числа вы обвели 3 раза?

**51.2.** Найдётся ли среди четырёх последовательных чисел:

- а) хотя бы одно чётное;
- б) хотя бы одно число, делящееся на 3;
- в) хотя бы одно число, делящееся на 4;
- г) хотя бы одно число, делящееся на 5?

**51.3.** Марина написала на доске однозначное число, потом приписала к нему справа такое же число. Будет ли это двузначное число делиться на 11?

**51.4.** У Антона был набор из 24 кубиков. Во вторник он пытался построить из всех кубиков 2 одинаковые башенки, в среду – три одинаковые башенки, в четверг – 4, в пятницу – 5, в субботу – 6, в воскресенье – 7. В какие дни ему это удалось?

**51.5.** У Васи было 30 конфет, он съел несколько, а потом стал раскладывать конфеты на кучки. Когда он пытался разделить их на 2, 3 или 4 равные кучки, одна конфета всегда оказывалась лишней. Зато ему удалось разложить их на 5 кучек. Сколько конфет съел Вася?

**51.6.** Делится ли на 9 число 369639? а число 111111111? а число 450054? Как это проверить?

**51.7.** Друзья Тома Сойера красили забор. Билл покрасил все доски с чётными номерами. Джим покрасил все доски, номер которых делится на три. В итоге Питеру осталось покрасить только 8 досок. Сколько было досок в заборе?

**51.8.** Может ли число, составленное только из троек, делиться на число, составленное только из четвёрок? А наоборот?

## 52. ЧАСТИ И ЦЕЛОЕ



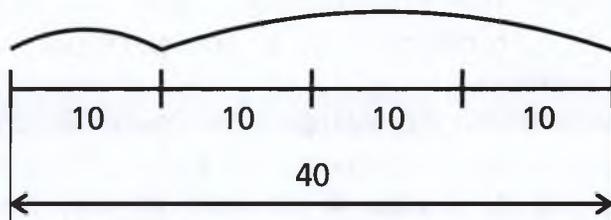
Дети привыкли к тому, что если в условии задачи встречается слово «разделить», то надо самое большое число разделить, к примеру, на самое маленькое. В задачах на части дети делают много ошибок, потому что не готовы к тому, что части не всегда равны. Именно поэтому дети не всегда могут нарисовать к этим задачам подходящую схему.

Особенно сложны задачи про годы, метры и литры – всё то, что нельзя пощупать руками и разложить на кучки. В такой ситуации особенно помогает умение нарисовать схему и воспользоваться ей.

Разберём такую задачу.

Верёвку длиной 40 м разрезали на 2 части, одна в 3 раза длиннее другой. Какова длина короткого куска?

Нарисуем схему. Одна часть верёвки в 3 раза короче другой, значит, длинный кусок верёвки состоит из 3 таких частей. На схеме мы видим, что вся верёвка состоит из 4 одинаковых частей, равных маленькому куску.

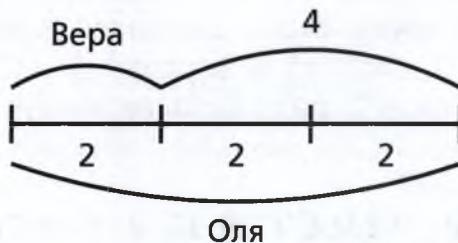


Из условия известно, что вся верёвка 40 м, значит, каждая из маленьких частей равна 10 м.

**Ответ:** 10 м.

Разберём вторую задачу.

Вера в 3 раза младше Оли, а Оля на 4 года старше Веры. Сколько лет Вере и Оле?



Поскольку Оля в три раза старше Веры, на схеме возраст Оли разделён на 3 равные части. Одна из этих частей – возраст Веры, а две оставшиеся части в сумме составляют 4 года. Если 2 части – это 4 года, то 1 часть – это 2 года. Следовательно, Вере 2 года, Оле 6 лет.

**Уровень сложности:** \*\*\*, \*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀ ☀

**52.1.** Карлсон дал Малышу 10 конфет, а себе взял в 2 раза больше конфет. Сколько конфет они съели вместе?

**52.2.** Верёвку длиной 15 м разрезали на 2 части, одна в 2 раза длиннее другой. Какова длина короткого куска?

**52.3.** У Кати на юбке 2 кармана, а у Ани – 1 карман. Мама положила в каждый карман поровну конфет. Сколько конфет у Ани, если всего мама раздала 12 конфет?

**52.4.** Когда варят манную кашу, берут 1 часть крупы и 5 частей молока. Сколько манной крупы надо взять, чтобы сварить кашу из 10 чашек молока?

**52.5.** Дед в 7 раз старше внука. Вместе им 80 лет. Сколько лет внуку?

**52.6.** Для варенья из вишни на каждые 3 кг вишен нужно 2 кг сахара. Сколько сахара понадобится, чтобы сварить варенье из 9 кг вишен?

**52.7.** В двух карманах у Юли лежат орехи. В правом кармане орехов в 2 раза больше, чем в левом. Сколько орехов в каждом кармане, если всего у Юли 15 орехов? 18 орехов? 45 орехов?

**52.8.** В два бидона – большой и маленький – поместилось 35 л молока. В один бидон поместилось в 4 раза больше, чем в другой. Сколько молока в маленьком бидоне?

**52.9.** Длина верёвки 24 см. Разрежьте её на две части так, чтобы одна часть была длиннее другой: а) на 2 см; б) на 6 см; в) в 2 раза; г) в 3 раза; д) в 5 раз.

**52.10.** У Серёжи в 2 раза больше машинок, чем у Бори, а у Бори на 6 машинок меньше, чем у Серёжи. Сколько машинок у Серёжи?

**52.11.** У Сони в 3 раза больше тетрадок, чем у Ани, а у Ани на 4 тетрадки меньше, чем у Сони. Сколько тетрадок у Сони?

**52.12.** У Милы в 4 раза больше кукол, чем у Лены, а у Лены на 12 кукол меньше, чем у Милы. Сколько кукол у Лены?

**52.13.** У Володи на 6 тетрадок больше, чем у Артёма. При этом у Артёма в 4 раза меньше тетрадок, чем у Володи. Сколько тетрадей у каждого?

**52.14.** Если Андреев даст Петрову 30 рублей, то у них будет денег поровну. На сколько рублей у Андреева больше, чем у Петрова?

**52.15.** У Марины в 5 раз больше кукол, чем у Насти. Если Марина отдаст Насте 4 куклы, то у них станет поровну кукол. Сколько кукол у каждой из девочек?

**52.16.** Найдите два числа, если известно, что:

а) сумма этих чисел 10, а их произведение 16;

б) сумма этих чисел 12, а их произведение 20;

в) сумма этих чисел 8, а их произведение 15;

г) сумма этих чисел 11, а их произведение 18;

д) сумма этих чисел 9, а их произведение 20.

**52.17.** Отец в 6 раз старше сына. В прошлом году он был на 30 лет старше сына. Сколько лет сыну?

**52.18.** В двух комнатах было 76 человек. Когда из первой комнаты вышли 30 человек, а из второй – 40, то в комнатах стало людей поровну. Сколько человек было в каждой комнате первоначально?

**52.19.** Ленточку длиной 18 м разрезали на 3 части. Одна часть на 1 м длиннее другой и на 1 м короче третьей. Найдите длину частей.

**52.20.** Бабушка варит компот. Она кладёт в него 2 кг яблок, 1 кг сахара и добавляет 3 л воды. Сколько сахара и сколько воды ей понадобится, чтобы сварить компот из 12 кг яблок?

**52.21.** У Миши и Серёжи машинок поровну, а у Кости столько же, сколько у Миши и Серёжи вместе. Всего у них 20 машинок. Сколько машинок у Миши и сколько у Кости?

**52.22.** У Славы в 2 раза больше солдатиков, чем у Димы, а у Димы в 3 раза меньше, чем у Тимоши. Сколько солдатиков у Славы с Тимошей вместе, если у Димы на 20 солдатиков меньше, чем у Тимоши?

**52.23.** Слив купили в 2 раза больше, чем вишни, а вишни – в 4 раза меньше, чем груш. Всего купили 7 кг фруктов и ягод. Сколько купили груш?

**52.24.** Бабушка Оля в 11 раз старше внучки Ани, а мама Лена в 6 раз старше Ани. Вместе бабушке, маме и Ане 90 лет. Сколько лет бабушке Оле?

**52.25.** Баба-яга делает зелье, в которое нужно добавить 2 части лягушачьих лапок, 3 части сушёных мухоморов, 1 часть волчьих ягод и 4 части воды. Сколько стаканов сушёных мухоморов ей нужно взять для того, чтобы получить 30 стаканов зелья?

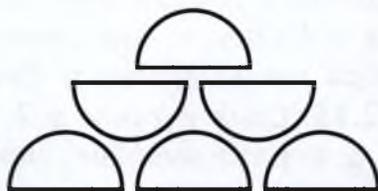
## 53. ДРОБИ



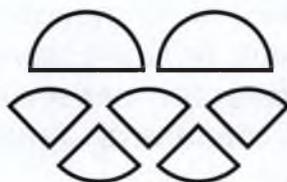
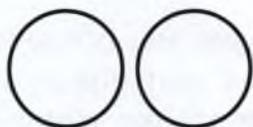
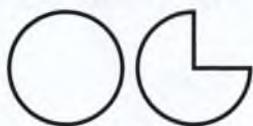
Для знакомства с дробями совсем не обязательно ждать 5 класса, ведь все дети так или иначе знают, как делится на половинки и четвертинки яблоко, пирог или пицца. Если предложить дошкольнику разделить целый пирог поровну на четырёх человек, он наверняка сам справится с задачей, даже если не знает, что такое дробь.

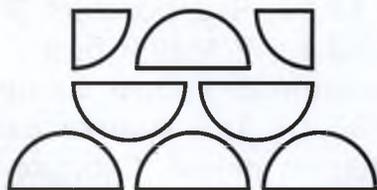
Важно дать детям достаточно времени для игр с наглядным материалом. Можно, например, раздать целые картонные кружочки и их половинки, а потом добавить ещё их четвертинки. Полезно научить детей записывать простые дроби.

В качестве первого знакомства с дробями предложите детям соединить линиями картинки с одинаковым количеством яблок:



На следующих рисунках попадают четвертинки.





Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

**53.1.** У Андрея 3 целых яблока, а у Вовы 7 половинок яблока. У кого из них больше?

**53.2.** Что тяжелее: 7 половинок яблока или 4 целых яблока?

**53.3.** Сколько половинок в 8 яблоках?

**53.4.** Мама принесла детям 3 банана и дала каждому по половинке. Сколько детей она накормила?

**53.5.** Детям дали по половинке яблока. Всего яблоки раздали 4 детям. Сколько было яблок?

**53.6.** Класс построился парами, чтобы идти на завтрак. Получилось 11 пар. Сколько детей в классе?

**53.7.** У Кати 3 половинки яблока, а у Саши два целых яблока и ещё половинка. Как им разделить эти яблоки поровну? А смогут ли они разделить эти яблоки поровну на четверых?

**53.8.** Пете дали 2 яблока и ещё половинку, а Никите дали 1 яблоко и ещё половинку. Сколько яблок у них вместе?

**53.9.** У Кати было полтора яблока и у Саши тоже. Сколько яблок у них вместе?

**53.10.** Сколько будет половина от половины?

**53.11.** Что больше: полтора часа или 90 минут?

**53.12.** Что больше: 9 четвертинок или 5 половинок?

**53.13.** У Маши было три четверти яблока, а у Серёжи – половинка. У кого из них больше яблок и на сколько?

**53.14.** Три яблока разделили на четвертинки и раздали четырём детям. Сколько кусочков яблока получил каждый?

**53.15.** У трёх детей по три четверти яблока. Сколько всего у них яблок?

**53.16.** Взяли 2 одинаковых по размеру яблока и одно яблоко разрезали на 4 равные части, а другое – на 6 равных частей. Какие части получились крупнее?

## 54. ЗАДАЧИ ПРО СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ



Для большинства детей эти задачи очень сложны. Дети привыкли, что если в задаче даны какие-то числа, то их нужно сложить. Поэтому если в условии сказано, что Малыш может съесть весь торт за 20 минут, а Карлсон – за 5 минут, и спрашивается, за какое время они съедят торт вдвоём, то самый частый ответ у детей – 25 минут. Важно объяснить детям, что Малыш и Карлсон вместе съедят торт точно быстрее, чем каждый из них по отдельности, и поэтому 25 минут – неверный ответ. Можно нарисовать, сколько тортов (или какую часть торта) съедят по отдельности Малыш и Карлсон за 5, 10 и 20 минут. После такой подсказки некоторые дети приходят к правильному решению. Но многие даже после подробного разбора с трудом решают задачи такого типа.

**Уровень сложности:** \*\*\*, \*\*\*, \*\*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀

**54.1.** Щенок Шарик ест сосиски со скоростью 1 м в минуту, а котёнок Гав – со скоростью 2 м в минуту. Они начали есть сосиску длиной 6 м с двух концов. Через какое

время сосиска закончится? Сколько метров сосиски достанется котёнку?

**54.2.** Голодные Карло и Джузеппе съели одну макаронину длиной 5 м одновременно с двух концов за 4 минуты. За какое время Карло съел бы эту макаронину один, если известно, что друзья были одинаково голодные и ели с одинаковой скоростью? За сколько времени они вместе съели бы макаронину длиной 15 м?

**54.3.** Малыш может съесть весь торт за 20 минут, а Карлсон – за 5 минут. За сколько минут они съедят этот торт вдвоём?

**54.4.** Пятачок может вскопать свой огород за 12 часов, Винни-Пух может вскопать этот же огород за 4 часа. За сколько часов они вскопают его вместе?

**54.5.** Мама почистит картошку к обеду за 12 минут, а сын – за час. За сколько минут они почистят картошку вдвоём?

## 55. ТРИ РЫБАКА И ТРИ СУДАКА



Задачи этого раздела кажутся совсем простыми. Однако ответ, который приходит в голову первым, чаще всего оказывается неправильным. Если три рыбака поймали трёх судаков за три дня, то сколько рыб поймают шесть рыбаков за шесть дней? Напрашивается ответ «шесть», но он неверен.

Попробуем разобраться. Если три рыбака за три дня поймали трёх рыб, то сколько рыб поймают три рыбака за один день?

Если уменьшить время в три раза, то и число пойманных рыб уменьшится втрое, значит, за один день они втроем поймают одну рыбу.

Теперь увеличим только число рыбаков. Сколько судаков поймают шесть рыбаков за один день? В два раза больше, чем трое рыбаков, то есть двух судаков.

Если 6 рыбаков за один день ловят двух судаков, то за 6 дней они поймают в 6 раз больше рыб, а именно 12.

Решение этой задачи можно представить в виде таблицы:

3 рыбака	3 дня	3 судака
3 рыбака	1 день	1 судак
6 рыбаков	1 день	2 судака
6 рыбаков	6 дней	12 судаков

Уровень сложности: \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

**55.1.** Мы знаем, что 1 кошка за 1 день ловит 1 мышку.

- За сколько дней 1 кошка поймает 2 мышек?
- За сколько дней 2 кошки поймают 2 мышек?
- За сколько дней 5 кошек поймают 5 мышек?
- За сколько дней 5 кошек поймают 15 мышек?

**55.2.** Три курицы за 3 дня снесли 3 яйца.

- Сколько яиц снесёт 1 курица за 3 дня?
- Сколько яиц снесёт 1 курица за 12 дней?
- Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?

**55.3.** Три рыбака поймали 3 судака за 3 дня. За сколько дней поймают 6 рыбаков 6 судаков?

**55.4.** Три землекопа за 2 часа выкопали 3 ямы. Сколько ям выкопают 6 землекопов за 6 часов?

**55.5.** Известно, что 4 зайца и 3 кролика за 5 дней съедают столько морковки, сколько съедают 3 зайца и 4 кролика за 4 дня. Кто быстрее ест морковку: зайцы или кролики – и почему?

## 56. ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ



Ключом к решению задач из этого раздела являются правильно нарисованные схемы.

Уровень сложности: \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀☀

**56.1.** Красная Шапочка дошла от своего дома до домика бабушки за 2 часа. За первый час она прошла половину пути, а за второй – 3 км. Какую часть пути Красная Шапочка прошла за второй час? Сколько километров она прошла за первый час? Какое расстояние от дома Красной Шапочки до домика бабушки?

**56.2.** Две мухи соревнуются, кто быстрее заползёт на верхний край стакана и спустится вниз. Одна муха ползёт всё время с одинаковой скоростью, другая вверх ползёт в 2 раза быстрее первой, а вниз – в 2 раза медленнее первой. Какая муха приползёт вниз первой?

**56.3.** Пёс Шарик хочет догнать зайчонка и отдать ему фотографию. Скорость Шарика 5 км в час, а зайчонка – 4 км в час, но зайчонок стартовал на 2 км дальше по дороге, чем Шарик. Через какое время Шарик догонит зайчонка?

**56.4.** Дядя Пётр заметил, что когда он плывёт по реке на лодке из Простоквашина в Кефирово, то проплывает всё расстояние за час, а обратно добирается за 2 часа.

а) Какая деревня стоит выше по реке?

б) Какова скорость течения, если расстояние между деревнями 8 км?

**56.5.** Мушкетёры Атос и Портос скачут по дороге. Атос скачет со скоростью 6 лье в час, а Портос – со скоростью 4 лье в час. Когда они начали движение, между ними было расстояние 24 лье. Какое расстояние будет между ними через час? Возможны ли другие решения?

## 57. НЕВЕЗУЧИЙ ПЕТЯ



Невезучему Пете постоянно не везёт! Если у него в кармане лежат белые и чёрные шарики и Петя очень хочет достать, не подглядывая, чёрный шарик, то он обязательно достанет белый. Вот как сильно ему не везёт!

Предположим, в кармане у Невезучего Пети лежат 4 белых и 4 чёрных шарика. Петя раз за разом запускает руку в карман и каждый раз вынимает ровно один шарик.

Сколько шариков ему придётся достать, чтобы вытащить хотя бы один чёрный?

Как решать эту задачу? Очень просто! Нашему Пете никогда не везёт. Это значит, что пока в его глубоком и тёмном кармане есть белые шарики, Петя будет вынимать именно их.

Если Петя хочет достать один чёрный шарик, то какой шарик он вытащит первым? Конечно же, белый, ведь Пете не везёт! Какой он вытащит вторым? Опять белый, потому что Пете не везёт всегда. В кармане у Пети 4 белых шарика, значит, сначала он вытащит именно их. Среди первых четырёх шариков, которые Петя достанет из кармана, не будет ни одного чёрного – вот как ему не везёт!

А какой шарик вытащит Петя в пятый раз? Невезучему Пете по-прежнему не везёт, но белых шариков в его кармане больше нет! Значит, деваться некуда – пятый шарик обязательно окажется чёрным.

*Ответ:* 5 шариков.



Ученики 1–2 классов подобные задачи лучше решают с помощью наглядного материала. Это могут быть счётные палочки, квадратики, треугольники, магниты разного цвета.

Важно постоянно подчёркивать, что в этих задачах нас интересует самый неудачный вариант.

**Уровень сложности:** \*\*\*, \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

**Уровень наглядности:** ☀

**57.1.** В мешке лежат 3 красных, 3 синих и 3 зелёных кубика. Если Невезучий Петя вытащит 1 кубик, какого цвета он может быть? А если 2 – какие они могут быть? А может ли он вытащить 4 одинаковых кубика?

**57.2.** У Невезучего Пети в мешке есть 3 красных яблока и 5 зелёных. Сколько яблок ему нужно достать не глядя, если он хочет подарить Маше одно красное и одно зелёное яблоко?

**57.3.** В сумке лежат 6 разных видов конфет. Какое наименьшее количество конфет нужно взять из сумки, чтобы наверняка попались 3 конфеты одного вида?

**57.4.** В ящике лежит 3 пары зелёных перчаток и 4 пары чёрных. Сколько перчаток надо взять, чтобы среди них точно была 1 пара зелёных?

**57.5.** В коробке 10 красных и 12 синих мячиков. Какое наименьшее количество мячиков нужно вытащить из коробки, чтобы наверняка попались:

- а) 2 синих мячика;
- б) 2 мячика одного цвета;
- в) 2 мячика разных цветов;
- г) 3 мячика одного цвета?

**57.6.** В коробке 10 синих и 10 красных шариков. Продавец не глядя достаёт по одному шарiku.

а) Сколько шариков (в самом худшем случае) ему нужно вытащить, чтобы среди уже вынутых обязательно нашлось хотя бы 2 шарика одного цвета?

б) Сколько шариков ему нужно вытащить, чтобы точно попало 2 синих шарика?

в) Сколько шариков ему нужно вытащить, чтобы точно попало 2 шарика разного цвета?

**57.7.** В коробке 5 синих, 3 красных, 4 зелёных и 8 оранжевых карандашей.

а) Какое наименьшее количество карандашей надо взять (с закрытыми глазами), чтобы среди них оказалось не меньше 5 карандашей одного цвета?

б) Сколько карандашей надо взять, чтобы среди них точно было 2 карандаша разного цвета?

в) Сколько карандашей надо взять, чтобы среди них точно было 3 карандаша разного цвета?

**57.8.** У Растеряшки 10 пар разных носков. Каждый вечер он кидает носки под кровать, а каждое утро достаёт их оттуда по одному, пока не попадутся два одинаковых. Сколько носков ему придётся достать, если очень не повезёт?

**57.9.** У Растеряшки под кроватью валяются 6 пар разных ботинок. Сколько ботинок ему придётся достать по одному, чтобы найти пару, если ему очень не повезёт?

**57.10.** Растеряшка выбросил все свои разноцветные носки и купил вместо них 5 пар белых и 5 пар чёрных носков. Сколько теперь нужно достать носков из-под кровати, чтобы собрать пару, если очень не повезёт?

**57.11.** В обувном шкафу у Славы стоит 6 пар чёрных ботинок и 2 пары коричневых. Какое наименьшее количество ботинок должен взять из шкафа сонный Слава, чтобы у него была хотя бы пара ботинок одного цвета? (Помните о том, что ботинки бывают правые и левые!)

**57.12.** В коробке лежат красные, синие и белые шары. Чтобы вытащить один красный, нужно взять 11 шаров, 1 синий – 12, 1 белый – 10.

- а) Сколько всего шаров в коробке?
- б) Сколько красных шаров?
- в) Сколько синих шаров?
- г) Сколько белых шаров?

**57.13.** В коробке 10 красных карандашей, 8 синих, 6 зелёных и 4 жёлтых. Наугад из коробки берут несколько карандашей. Определите, какое наименьшее число карандашей надо вытащить, чтобы среди них было:

- а) не менее 4 карандашей одного цвета;
- б) по одному карандашу каждого цвета;
- в) хотя бы 6 красных карандашей;
- г) хотя бы 2 жёлтых карандаша.

**57.14.** В ящике 10 чёрных и 10 белых носков, причём половина носков каждого цвета дырявые. Сколько нужно достать носков, чтобы среди них точно попались 2 целых носка одинакового цвета?

**57.15.** В одном ящике лежат 5 пар коричневых и 5 пар чёрных носков, а в другом – 5 пар серых перчаток и 5 пар белых перчаток. По сколько носков и перчаток надо взять не глядя из каждого ящика, чтобы точно можно было выбрать одну пару носков и одну пару перчаток? (Помните, что перчатки бывают правые и левые!)

## 58. ЛИЛИПУТЫ И ГУЛЛИВЕР



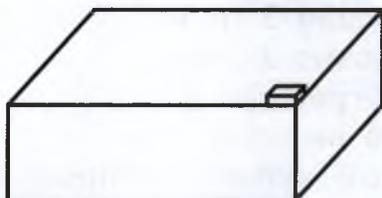
Возьмём волшебную палочку, самый обыкновенный кубик и применим к нему заклинание «Удвоение». Это заклинание устроено так, что оно увеличивает все рёбра куба ровно в 2 раза. Во сколько раз увеличится площадь его поверхности и объём? Многие

дети, не задумываясь, дадут неверный ответ. Правильно нарисованная схема поможет им осознать, в чём тут хитрость.

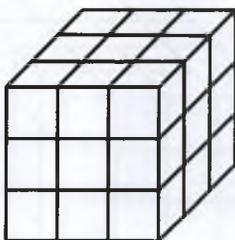
Уровень сложности: \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀

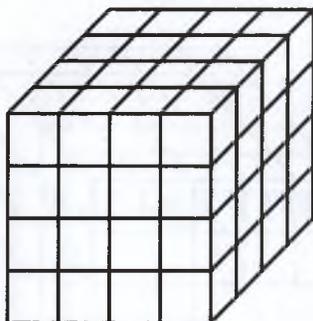
**58.1.** В одном шаге Гулливера 10 шагов лилипутов. Сколько спичечных коробков лилипутов поместится в одном спичечном коробке Гулливера?



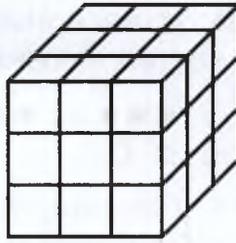
**58.2.** На окраску кубика размером  $1 \times 1 \times 1$  см ушло 2 г краски. Сколько краски понадобится на окраску кубика размером  $3 \times 3 \times 3$  см?



**58.3.** На окраску кубика размером  $2 \times 2 \times 2$  см ушло 6 г краски. Сколько краски понадобится на окраску кубика размером  $4 \times 4 \times 4$  см?



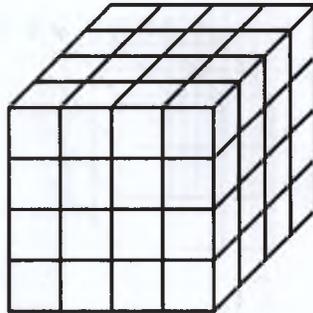
**58.4.** Покрашенный куб размером  $3 \times 3 \times 3$  см распилили на 27 одинаковых кубиков.



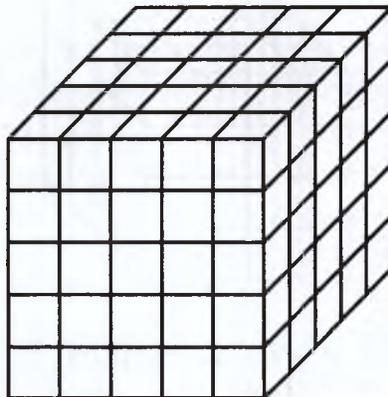
Сколько получилось кубиков, у которых:

- а) покрашено ровно 3 грани;
- б) покрашено ровно 2 грани;
- в) покрашена 1 грань;
- г) не покрашена ни одна грань?

**58.5.** Деревянный кубик с ребром 4 см, окрашенный красной краской, распилили на кубики с ребром 1 см. Кубики с ровно двумя красными гранями выложили в ряд. Какой длины получился ряд?



**58.6.** Кубик размером  $5 \times 5 \times 5$  см покрасили снаружи, а потом распилили на кубики с ребром 1 см.



- а) Какой длины будет ряд, если все эти маленькие кубики выложить один за другим?
- б) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашена ровно одна грань?
- в) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашены ровно 2 грани?
- г) Сколько будет кубиков, у которых не покрашена ни одна грань?

## 59. РЫЦАРИ И ЛЖЕЦЫ



Схема решения этих задач такова – разобрать все случаи и отсеять те, что приводят к противоречию.

Уровень сложности: \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

**59.1.** На одном острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда обманывают. Путник встретил двух жителей этого острова. Один из них сказал: «По крайней мере один из нас лжец!» Кто этот островитянин – рыцарь или лжец? Кто второй островитянин?

**59.2.** Три девочки нарисовали круг, квадрат и треугольник. Ася: «Я нарисовала круг». Галя: «Марина нарисовала круг». Марина: «Я нарисовала квадрат». Одна девочка сказала неправду. Кто что нарисовал?

**59.3.** На необитаемом острове растут три дерева: ёлка, берёза и сосна. Под одним из них пираты зарыли клад, а на деревья повесили таблички: на ёлку – «Клад зарыт под сосной», на берёзу – «Клад зарыт не здесь», на сосну – «Клад зарыт под берёзой». Две надписи правдивые, одна – ложная. Под каким деревом клад?

**59.4.** До царя дошла весть, что кто-то из трёх богатырей убил Змея Горыныча. Царь приказал им явиться и доложить о случившемся. Илья Муромец доложил: «Змея убил Добрыня Никитич». Добрыня Никитич сказал: «Змея

убил Алёша Попович». Алёша Попович признался: «Я убил Змея». Известно, что только один богатырь сказал правду, а два других солгали. Кто убил Змея?

## 60. КОМБИНАТОРИКА

Уровень сложности: \*\*\*\*, \*\*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀

**60.1.** Кристина, Ангелина и Эвелина сели в ряд на скамеечку и попросили Петю их сфотографировать. Потом они пересели и попросили сделать ещё одну фотографию. Потом они поменялись местами ещё несколько раз, перепробовав все возможные варианты. Сколько разных фотографий трёх девочек получилось у Пети?

**60.2.** К паровозу из Ромашково прицепили 4 одинаковых вагона и 1 цистерну. Сколькими разными способами это можно было сделать?

**60.3.** Марина нанизывает на травинку 4 ягоды: одна из них земляника, остальные – голубика. Сколькими способами она это может сделать, если первой она уже нанизала ягоду голубики?

**60.4.** У Гали есть резинки для волос: жёлтые, красные и оранжевые. Во вторник она попросила маму заплести ей столько косичек, чтобы на каждой было по 2 резинки и чтобы узор из резинок не повторялся. Сколько косичек у Гали было во вторник? В среду Галя попросила маму заплести ей столько косичек, чтобы на каждой было по 3 резинки и чтобы узор из резинок не повторялся. Сколько косичек было у Гали в среду?

**60.5.** Из деревни Анино в деревню Борисовку ведёт 2 дороги, а из Борисовки в Васино – 1 дорога. Сколькими способами можно проехать из Анино в Васино?

**60.6.** Из города А в город В ведут 3 дороги, а из города В в город С – 2. Сколько существует способов попасть из А в С? Пронумеруйте дороги и запишите способы.

**60.7.** Сколько различных букетов, состоящих из трёх цветков, Пьеро может собрать, если у него есть тюльпаны, нарциссы и розы?

## 61. РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ

Уровень сложности: \*\*, \*\*\*, \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀, ☀☀

**61.1.** В пакете лежат фрукты. Все, кроме двух, апельсины. Все, кроме двух, яблоки. Все, кроме двух, бананы. Сколько фруктов в пакете? Какие это фрукты?

**61.2.** У Васи и Максима вместе было 12 машинок. Вася отдал Максиму 5 машинок. Сколько теперь машинок у Максима и Васи вместе?

**61.3.** В лифт на первом этаже вошли Маша, Аня, Катя, Лиза и Оля. Маша живёт на 8-м этаже, Аня живёт на 3-м этаже, Лиза живёт на 10-м этаже, Катя живёт на 4-м этаже, Оля – на 6-м этаже.

а) Кто выйдет из лифта первым?

б) Кто выйдет перед Олей?

в) Кто останется в лифте, когда лифт будет проезжать мимо 7-го этажа?

г) Сколько девочек живёт выше Кати?

**61.4.** В очереди за билетами в кино стоят Юра, Миша, Володя, Саша и Олег. Известно, что Юра купит билет раньше, чем Миша, но позже Олега; Володя и Олег не стоят рядом; Саша не находится ни рядом с Олегом, ни с Юрой, ни с Володей. Кто за кем стоит?

**61.5.** Синяя чашка стоит между красной и зелёной. Рядом с зелёной чашкой стоит жёлтая. Нарисуйте все чашки. Какие чашки не могут быть рядом?

**61.6.** В лаборатории в течение двух недель рождались хомяки, всего 30 штук. Докажите, что среди них есть двое, родившихся в один день.

**61.7.** В деревне Кефирово 10 дворов. Почтальон Лавочкин насчитал там 12 лающих собак. Докажите, что были дворы, в которых на Лавочкина лаяло больше одной собаки.

**61.8.** Загадано число от 1 до 15 включительно. Какое наименьшее количество чисел надо назвать, чтобы наверняка отгадать это число, если ведущий будет отвечать «больше», «меньше» или «угадали»?

**61.9.** Костя родился весной. Как быстрее всего узнать, в каком месяце он родился, если он отвечает на вопросы только «да» или «нет»? Сколько понадобится вопросов?

**61.10.** Геологи нашли 7 камней массой 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 кг. Эти камни разложили в 4 рюкзака так, что масса камней в каждом рюкзаке оказалась одинаковой. Как геологи это сделали?

**61.11.** В магазине сок хранится в огромном баке. Покупатель пришёл с двумя пустыми банками: ёмкость первой – 4 л, ёмкость второй – 3 л. Как, не используя других ёмкостей, отмерить покупателю в его банки 5 л сока?

**61.12.** Нарисуйте, что увидят в зеркале следующие буквы.

А О Ж М

**61.13.** А если буква **Б** подойдёт к зеркалу, что она там увидит? Нарисуйте.

**61.14.** Нарисуйте, что увидят следующие буквы, если подойдут к зеркалу:

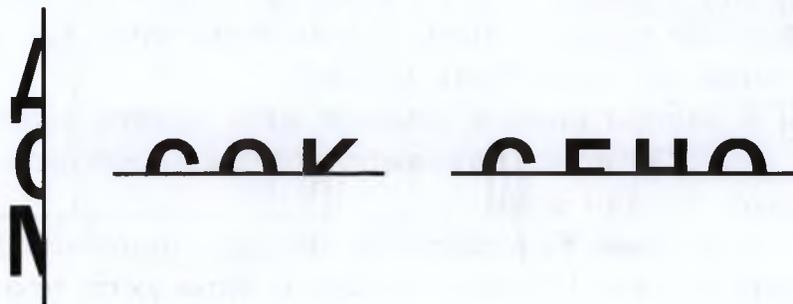
а) И

в) Ю

б) Е

г) Я

**61.15.** Нарисуйте отражения в зеркале и прочитайте слова:



**61.16.** Мальвина предложила своим ученикам написать на листочке три числа от 5 до 15 и потом сложить их.

– Мой ответ – 12! – сказал Буратино.

– Вы ошиблись, – возразила Мальвина.

Как она могла это узнать, если она не видела, какие числа записал на своём листочке Буратино?

**61.17.** На берегу реки стоит человек, у которого есть волк, коза и капуста. Как ему переправить всё своё добро на другой берег, если в лодку помещается только он сам и либо одно животное, либо капуста? Учтите, что волк может съесть козу, а коза может съесть капусту, если оставить их на берегу без присмотра.

**61.18.** На берегу реки стоят 2 мальчика и их папа. У них на всех одна лодка, в которой могут одновременно поместиться только 2 ребёнка или 1 взрослый. Как им всем перебраться на другой берег?

## 62. ХАНОЙСКИЕ БАШНИ



Ханойские башни – популярная головоломка, придуманная во Франции в конце XIX века.

Даны три стержня, на один из которых нанизаны восемь колец. Все кольца имеют разный диаметр и лежат друг на друге так, что чем выше лежит кольцо, тем оно меньше. Задача состоит в том, чтобы перенести стопку колец на один из пустых стержней. Разрешается переносить только одно кольцо за раз, причём нельзя класть большее кольцо на меньшее. Попробуйте решить головоломку за наименьшее число ходов.



Для учеников начальной школы вполне достаточно пирамиды из 5 колец. Увеличение числа колец на единицу приводит к увеличению числа необходимых действий примерно в 2 раза.

Реквизит понадобится каждому ученику. Вместо колец можно взять полоски картона шириной не менее 2 см

и длиной 2, 4, 6, 8, 10 см. Вместо стержней – три листа бумаги разного цвета.

Уровень сложности: \*\*\*\*

Уровень наглядности: ☀ ☀ ☀

## 63. ЛИСТ МЁБИУСА



Занятие, посвящённое листу Мёбиуса, запоминается детям надолго. Этот удивительный математический объект действительно поражает воображение. Факт существования такой «волшебной» вещи не укладывается в голове даже у многих взрослых. А сделать лист Мёбиуса очень легко.

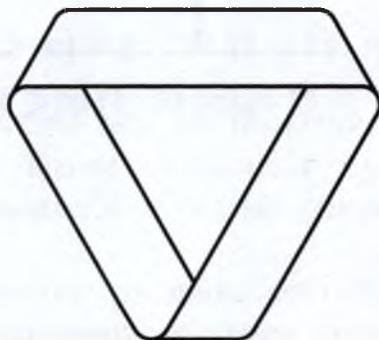
Для работы понадобятся длинные полоски бумаги шириной не менее 2 см, карандаш, клей и ножницы.

Сначала попросите детей склеить из бумажной полоски обычное кольцо. Потом попросите провести линию посередине наружной его стороны – вдоль всей полоски. Затем предложите детям нарисовать линию другого цвета – тоже посередине, но не снаружи кольца, а внутри.

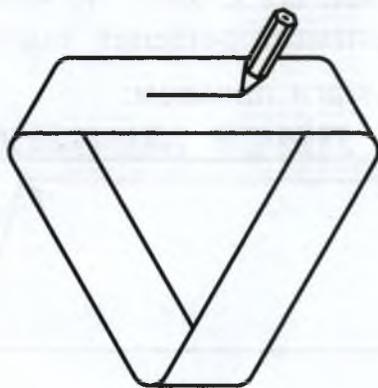
Затем возьмите другую полоску. Склейте её концы, перекрутив один из них на пол-оборота.



То, что получится в результате, называется листом Мёбиуса.



Попросите детей провести карандашом линию посередине листа Мёбиуса вдоль всей его длины. Обратите внимание детей на то, что линия оказалась и «внутри», и «снаружи».



Теперь возьмите ножницы и аккуратно разрежьте обычное кольцо по нарисованной линии. Получатся два узких колечка.

А что получится, если разрезать по нарисованной линии лист Мёбиуса? Дети будут ждать двух колечек, а получится одно – длинное и дважды перекрученное!

Склейте теперь ещё один лист Мёбиуса и опять нарисуйте на нём линию вдоль всей его длины, но не посередине, а ближе к краю. Что получится, если разрезать лист Мёбиуса по такой линии? К не меньшему удивлению детей, на этот раз получатся два колечка, причём сцепленных между собой, – лист Мёбиуса, и ещё одно – в два раза более длинное и дважды перекрученное!

## 64. КАК ПРОЛЕЗТЬ СКВОЗЬ ТЕТРАДНЫЙ ЛИСТОК?



Предложите детям прорезать в тетрадном листе дырку, через которую они смогли бы пролезть. Дайте им достаточно времени на эксперименты.

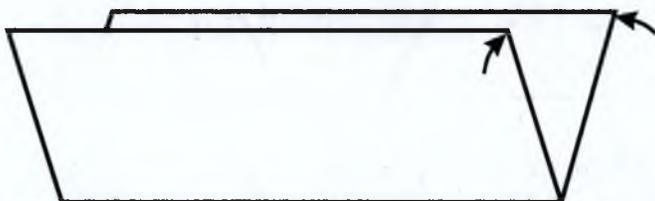
После этого сообщите, что задача имеет решение, и покажите свой способ разрезания.

Обратите внимание, что не все дети смогут сразу повторить «фокус».

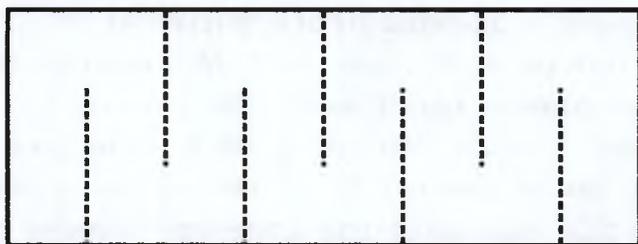
Запишите на доске пошаговые инструкции и помогите всем ученикам справиться с выполнением задания.

Вот один из вариантов решения задачи.

Сложите лист бумаги пополам:



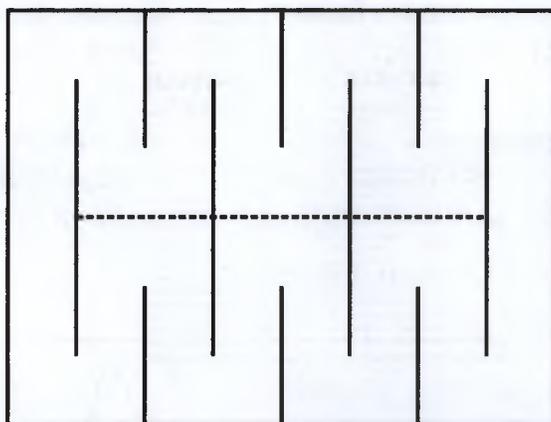
От линии сгиба к краям листа сделайте параллельные надрезы, немного не достоящие до краёв. Между этими надрезами, в обратную сторону – от краёв листа к линии сгиба – сделайте надрезы, немного не достоящие до линии сгиба.



Разверните лист.



Сделайте надрез по линии сгиба так, чтобы он соединил крайнюю левую и крайнюю правую прорези, как показано на рисунке:



Готово! Можно пролезать!

Попробуйте пролезть через страничку этой книги, вырезав шаблон на с. 377!

# ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

## 1. ЧЕТВЁРТЫЙ ЛИШНИЙ

1.1. Каждый из этих символов можно считать лишним, потому что он:



маленький,  
а остальные  
большие



цифра,  
а остальные  
буквы



закрашенный

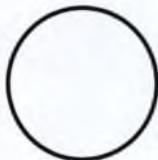


нарисован  
без круглых  
линий

1.2. Каждый из этих символов можно считать лишним, потому что он:



квадратный,  
а остальные  
круглые



незакрашен-  
ный



с дыркой



маленький

**1.3.** Каждую из этих букв можно считать лишней, потому что она:



пунктирная,  
а остальные  
сплошные



имеет штрих  
посередине  
и горизон-  
тальные  
линии



имеет отдель-  
ный элемент  
сверху, имеет  
полукруглую  
линию



маленькая,  
а остальные  
большие

**1.4.** Каждую из этих карточек можно считать лишней, потому что она:



шире других



закрашенная



с другой  
буквой



ниже других

**1.5.** Каждую из этих карточек можно считать лишней, потому что:



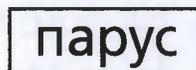
слово  
из 4 букв,  
а остальные  
из 5,  
кроме того,  
вторая  
буква **О**,  
у остальных **А**



карточка  
другой формы



не имеет  
отношения  
к морю



последняя  
буква обозна-  
чает соглас-  
ный звук,  
кроме того,  
первая буква  
**П**, а не **М**

1.6. Каждую из этих букв можно считать лишней, потому что она:



незакрашенная



обозначает  
согласный  
звук

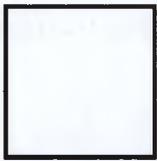


нарисована  
изогнутой  
линией,  
остальные –  
прямыми

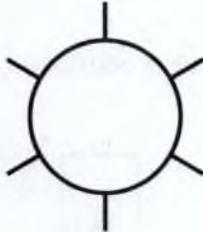


с точками,  
несимметрич-  
ная

1.7. Каждый из этих символов можно считать лишним, потому что он:



квадратный



имеет  
выступающие  
элементы



«одушевлён-  
ный»



маленький

## 2. ЗАПЛАТКИ

2.1. ■ \* \* ■ \* \* ■ \* \* ■ \* (\* ■ \*) \* ■ \* \* ■ \* \*

Заплата: \* ■ \*.

2.2. ААОАА(АО)ААОАААОААОАААО

Заплата: АО.

2.3. □ ♦ ○ ○ ○ □ ♦ ○ ○ ○ □ ♦ ○ (○ ○ □) ♦ ○ ○ ○ □ ♦ ○ ○ ○

Заплата: ○ ○ □.

2.4. ШЕШЕЕШЕЕЕШЕШ(ЕЕ)ШЕЕЕШЕШЕЕШЕ(ЕЕШ)

Заплаты: ЕЕ, ЕЕШ. Повторяется фрагмент ШЕШЕЕШЕЕЕ.

2.5. ▲ ● ▼ ● ▲ ● ▼ (● ▲) ● ▼ ● ▲ ● ▼ ● ▲ ● ▼ ●

Заплата: ● ▲.

2.6. 1231(23)12312(31)23123(1)23123123

Заплаты: 23, 31, 1.

## 3. РЕБУСЫ

3.1. устрица

3.2. путешествие

3.3. тритон

3.4. родина

3.5. опять

3.6. подвал

3.7. сестрица

3.8. шест

3.9. стриж

3.10. семья

3.11. пятка

3.12. трибуна

3.13. нашествие

3.14. пятно

3.15. Бородино

3.16. семена

3.17. костёр

3.18. паром

3.19. роман

3.20. крупа

## 4. БРАТЯ И СЁСТРЫ

4.1.



а)



б)

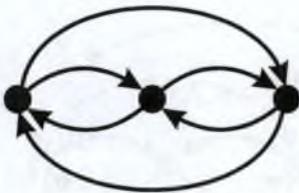


в)

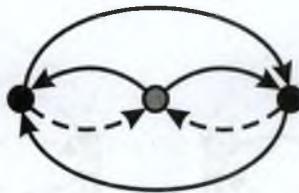
4.2. Саша – брат Валя, но Валя не брат Саши. Значит, Валя – девочка, а Саша – мальчик. Валя – сестра Саши.



4.3.



а)



б)

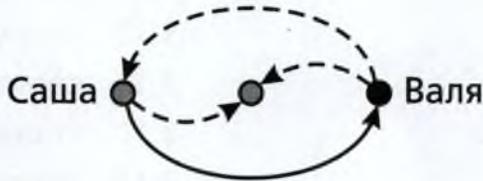


в)

4.4. У Саши есть брат и сестра. Их зовут Валя и Женя. Нарисуем это.



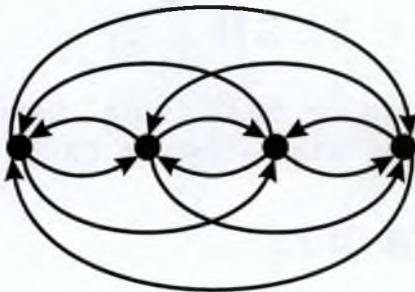
У Вали две сестры – Саша и Женя. Значит, Валя – мальчик, Саша и Женя – девочки.



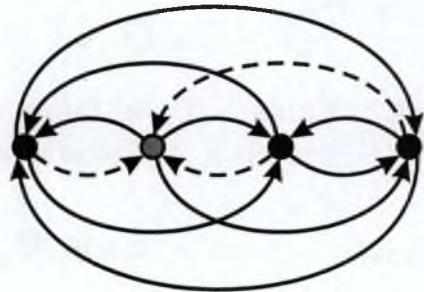
В итоге получаем ответ:



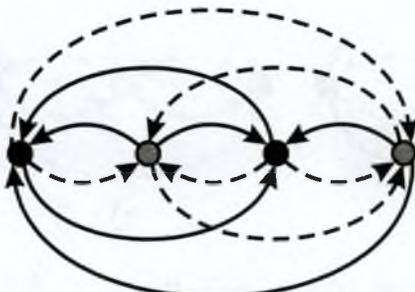
#### 4.5.



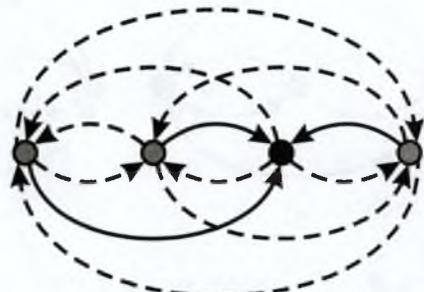
а)



б)

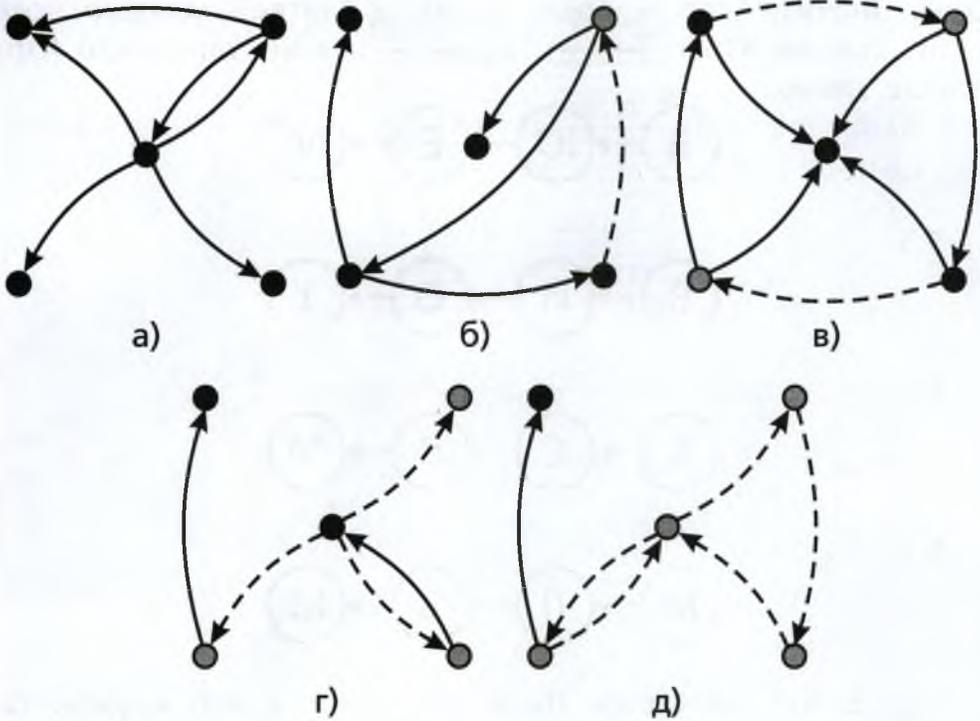


в)



г)

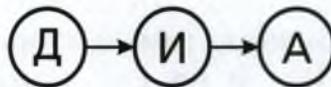
4.6.



## 5. Я СТАРШЕ ТЕБЯ

**5.1.** а) Старше Веры двое детей: Ася и Боря; б) младше Аси трое детей: Боря, Вера и Галя; в) младше Бори двое детей: Вера и Галя.

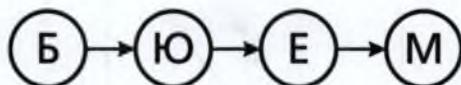
**5.2.** Алёша Попович младше, чем Илья Муромец. Илья Муромец младше, чем Добрыня Никитич. Значит, Алёша Попович – самый младший. Илья Муромец – средний, Добрыня – самый старший.



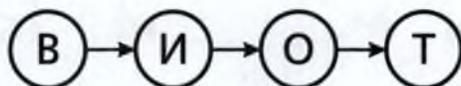
**5.3.** Костя старше Миши, но младше Паши. Значит, Костя – средний, Паша – самый старший, а Миша – самый младший.



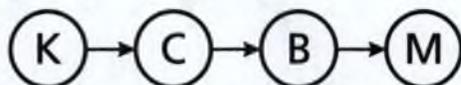
**5.4.** Егор старше Матвея, но младше Юры. Борис старше Юры. Значит, Егор младше двоих, а Матвей младше всех. Борис старше Юры. Значит, Борис – самый старший, а Юра старше двоих.



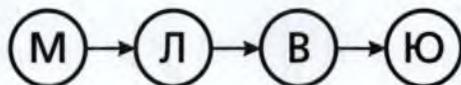
**5.5.**



**5.6.**



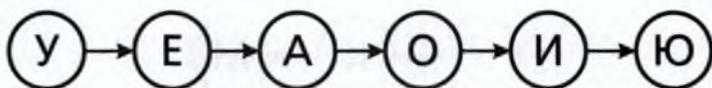
**5.7.**



**5.8.** Заполним схему. Даня старше всех, его кружок самый левый. Марк моложе четверых – слева от Марка должны быть четыре кружка. Значит, Марк самый младший, его кружок самый правый. Тимур старше одного и младше троих. Кружок Тимура второй справа. Остались два пустых кружка: Сенин и Гошин. Сеня младше Гоши, значит, Сенин кружок правее Гошиного.



**5.9.** Юкс младше всех. Акс младше двоих и старше троих. Окс младше Акса, но старше Икса. Екс старше Акса, но он не самый старший. Значит, самый старший из них не Юкс, не Акс, не Окс, не Икс и не Екс. Самый старший из волшебников – Укс. Екс старше Акса, значит, Екс старше всех, кроме Укса. Следом идёт Акс. Окс старше Икса, значит, Окс старше двоих и младше троих, а младше Икса только Юкс.



**5.10.** Белый старше всех. Серый старше пятерых. Зелёный старше четверых. Красный старше двоих. Красный младше Оранжевого. Значит, Оранжевый старше троих и младше троих. Фиолетовый старше Жёлтого. Значит, Жёлтый самый младший.



## 6. ОТ БУКВЫ К БУКВЕ

6.1. Ключ

6.2. Зима

6.3. Лето

6.4. Рост

6.5. Трос

6.6. Сорт

6.7. Автор

6.8. Товар

6.9. Отвар

6.10. Тёрка

6.11. Актёр

6.12. Сосна

6.13. Насос

6.14. Банка

6.15. Кабан

6.16. Ночь

6.17. Улица

6.18. Фонарь

6.19. Аптека

6.20. Чеснок

6.21. Рисунок

6.22. Заяц

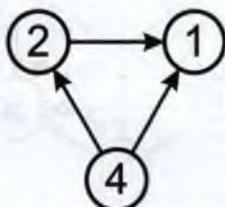
6.23. Школа

6.24. Камыш

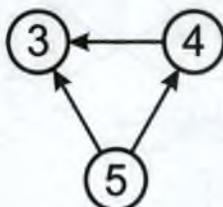
6.25. Мышка

## 7. Я БОЛЬШЕ ТЕБЯ

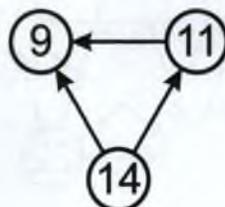
7.1.



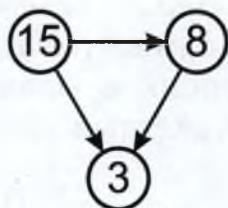
а)



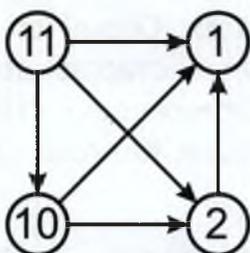
б)



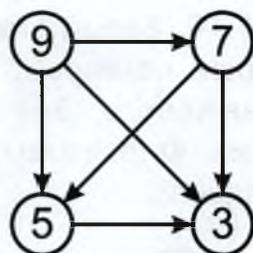
в)



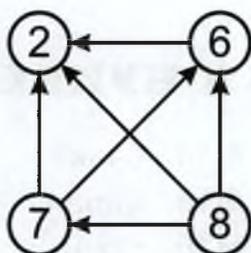
г)



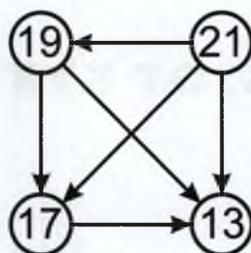
д)



е)

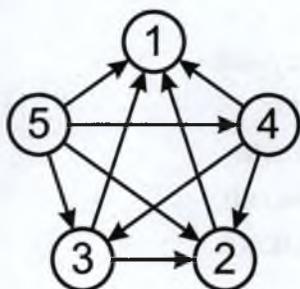


ж)

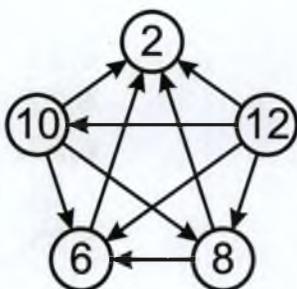


з)

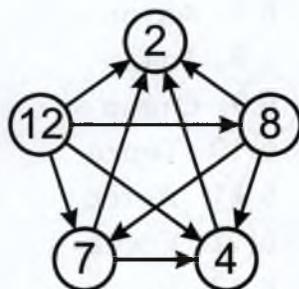
## 7.2.



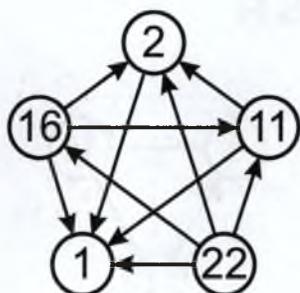
а)



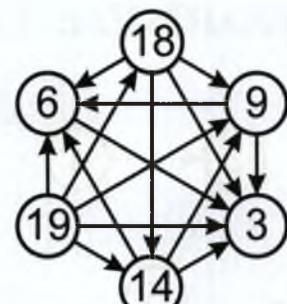
б)



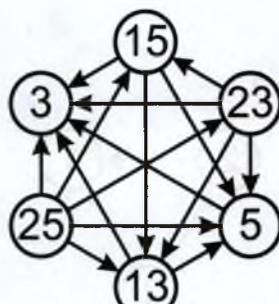
в)



г)

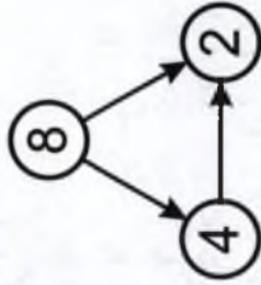


д)

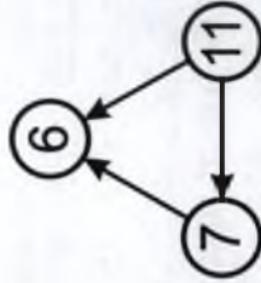


е)

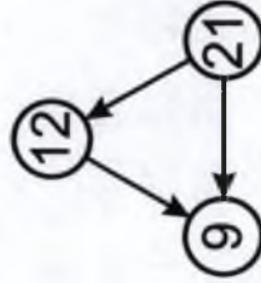
7.3.



а)

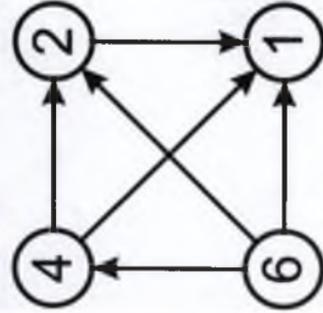


б)

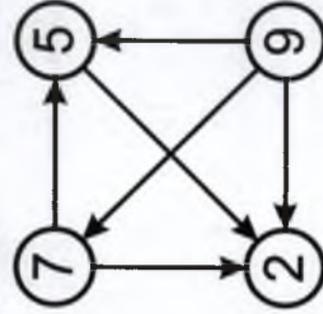


в)

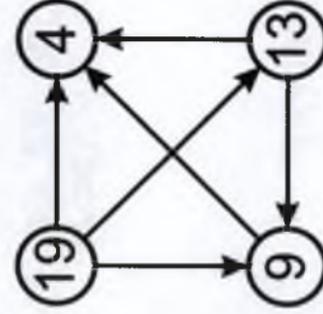
7.4.



а)

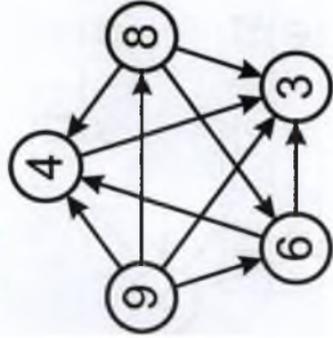


б)

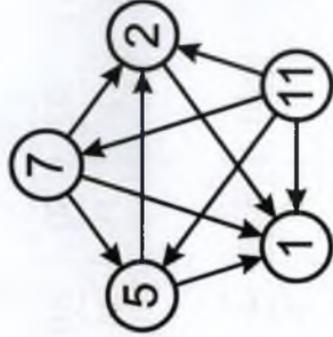


в)

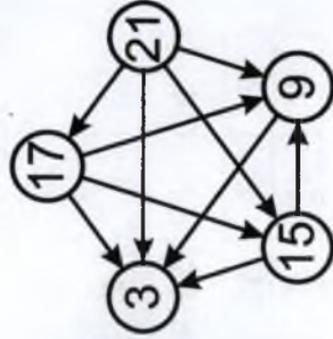
7.5.



a)

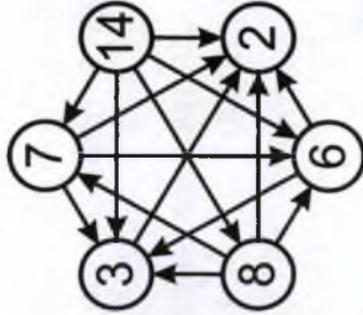


b)

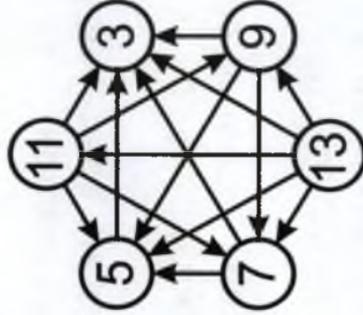


b)

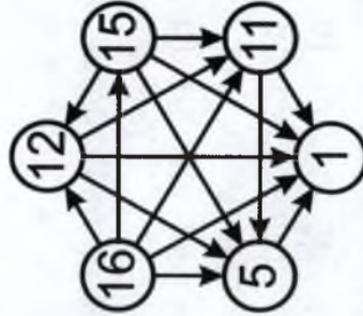
7.6.



a)



b)



b)

## 8. ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ

8.1. а) 1, 4, 6, 7, 12, 35, 123, 432; б) 5, 10, 15, 25, 20, 30, 35, 40 (не подходит, так как  $25 > 20$ ); в) 7, 8, 14, 15, 21, 22, 28, 29; г) 1, 2, 12, 121, 212, 12121, 22122; д) 75, 78, 85, 88, 65, 68, 95, 98, 105 (не подходит, так как  $88 > 65$ ).

8.2. а) 999, 888, 777, 666, 444, 333, 22, 17; б) 175, 176, 165, 155, 145, 135, 125, 115 (не подходит, так как  $175 < 176$ ); в) 99, 90, 89, 80, 78, 79, 70, 69, 60, 59 (не подходит, так как  $78 < 79$ ); г) 987, 876, 765, 654, 543, 432, 321, 210; д) 707, 606, 505, 77, 66, 55, 17, 16, 15.

8.3. а) АРБУЗ

6	8	12	27	50
А	Р	Б	У	З

б) ЯГУАР

17	20	35	48	95
Я	Г	У	А	Р

в) ГУСЕНИЦА

12	19	41	42	50	59	94	121
Г	У	С	Е	Н	И	Ц	А

г) ФОТОГРАФИЯ

2	7	13	15	21	32	43	57	67	91
Ф	О	Т	О	Г	Р	А	Ф	И	Я

## 9. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

9.1. а) 1, 3, 5, 7, 9, 11... (каждое следующее число больше предыдущего на 2; нечётные числа идут в порядке возрастания);

б) 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45... (каждое следующее число больше предыдущего на 5; числа, кратные 5, идут в порядке возрастания);

в) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70... (каждое следующее число больше предыдущего на 10; числа, кратные 10, идут в порядке возрастания);

г) 99, 88, 77, 66, 55, 44, 33, 22, 11 (каждое следующее число меньше предыдущего на 11; числа, кратные 11, идут в порядке убывания);

д) 1, 22, 333, 4444, 55555, 666666... (на первом месте стоит одна цифра 1, на втором – две цифры 2, на третьем – три цифры 3 и т. д. Иначе говоря, числа, составленные из  $n$  цифр  $n$ , идут в порядке возрастания);

е) 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 6, 1, 7... (все числа в порядке возрастания перемежаются единицами);

ж) зима, весна, лето, осень, зима, весна, лето, осень... (порядок смены времён года);

з) четверг, пятница, суббота, воскресенье, понедельник... (дни недели по порядку);

и) позавчера, вчера, сегодня, завтра, послезавтра...;

к) ночь, утро, день, вечер, ночь...;

л) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49... (последовательность площадей квадратов при увеличении стороны на 1; квадраты целых чисел);

м) 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41... (следующее число больше предыдущего на 3; числа, дающие остаток 2 при делении на 3).

**9.2.** а) 20, 40, 60, 80, 100, 120... (каждое следующее число больше предыдущего на 20; числа, кратные 20, идут в порядке возрастания);

б) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64... (каждое следующее число больше предыдущего в 2 раза);

в) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 24... (каждое следующее число больше предыдущего на 3; числа, кратные 3, идут в порядке возрастания);

г) 220, 210, 200, 190, 180, 170, 160... (каждое следующее число меньше предыдущего на 10; числа, кратные 10, идут в порядке убывания);

д) 19, 17, 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1 (каждое следующее число меньше предыдущего на 2; нечётные числа идут в порядке убывания);

е) 91, 82, 73, 64, 55, 46, 37, 28, 19 (каждое следующее число меньше предыдущего на 9; двузначные числа, сумма цифр которых равна 10, идут в порядке убывания);

ж) 132, 121, 110, 99, 88, 77, 66... (каждое следующее число меньше предыдущего на 11; числа, кратные 11, идут в порядке убывания);

з) 101, 212, 323, 434, 545, 656 (каждое следующее число больше предыдущего на 111; каждая цифра следующего на 1 больше соответствующей цифры предыдущего; трёхзначные числа, у которых первая и третья цифры равны, а вторая меньше их на 1, в порядке возрастания; числа вида  $111n + 10$ , дающие остаток 10 при делении на 111);

и) 2, 3, 5, 8, 12, 17, 23, 30, 38... (второе больше первого на 1, третье больше второго на 2, четвёртое больше третьего на 3 и т. д.; числа в порядке возрастания, для которых у трёх подряд стоящих чисел разность второго и первого на единицу меньше разности третьего и второго; расстояние между соседними элементами последовательности на числовой прямой с каждым шагом увеличивается на 1).

**9.3.** а) 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16... (каждое следующее число больше предыдущего на 2; чётные числа идут в порядке возрастания);

б) 5, 9, 13, 17, 21, 25... (каждое следующее число больше предыдущего на 4; числа, дающие остаток 1 при делении на 4, идут в порядке возрастания);

в) 30, 50, 70, 90, 110... (каждое следующее число больше предыдущего на 20; числа, дающие остаток 10 при делении на 20, идут в порядке возрастания);

г) 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27... (каждое следующее число больше предыдущего на 3; числа, кратные 3, идут в порядке возрастания);

д) 2, 10, 18, 26, 34, 42... (каждое следующее число больше предыдущего на 8; числа, дающие остаток 2 при делении на 8, идут в порядке возрастания);

е) 70, 65, 60, 55, 50, 45, 40... (каждое следующее число меньше предыдущего на 5; числа, кратные 5, идут в порядке убывания);

ж) 31, 28, 25, 22, 19, 16, 13, 10... (каждое следующее число меньше предыдущего на 3; числа, дающие остаток 1 при делении на 3, идут в порядке убывания);

з) 13, 23, 43, 83, 163, 323, 643... (при переходе от предыдущего числа к следующему количество десятков увели-

чивается в 2 раза, количество единиц не изменяется; числа вида  $10 \cdot 2^n + 3$ ).

#### 9.4. Шуточные последовательности:

а) 4, 3, 3, 6, 4, 5, 4, 6, 6... (члены последовательности обозначают количество букв в названиях чисел: один, два, три, четыре, пять, шесть и т. д.);

б) число в первой строке обозначает количество букв в названии месяца, а во второй – количество дней в нём.

6	7	4	6	3	4
31	28 или 29	31	30	31	30
январь	февраль	март	апрель	май	июнь

9.5. Имена идут по алфавиту. Продолжить можно, например, так: Анна, Борис, Витя, Глеб, Даня, Егор, Женя, Зина, Ира, Катя, Лев, Максим, Никита, Оля, Петя, Рома, Саша, Тамара, Ульяна, Фёдор.

9.6. Сначала нарисуем многоножку без ног. Затем нарисуем отдельно 36 носков и будем вычёркивать по мере надевания. Пририсуем многоножке первую ногу, вычеркнем 1 носок, осталось 35. Пририсуем вторую ногу, вычеркнем ещё 2 носка, осталось 33. Рисуем третью ногу, вычёркиваем 3 носка, осталось 30. Продолжаем, пока носки не кончатся, считаем, сколько получилось ног. Кроме того, можно заметить, что количество ног равняется числу членов последовательности: 36, 35, 33, 30, 26, 21, 15, 8. В таком случае мы можем складывать члены последовательности (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...), пока не получим в сумме 36. Последнее прибавленное число и есть количество ног многоножки.

Ответ: 8 ног.

## 10. УДОБНЫЙ ПОДСЧЁТ

10.1.  $1 + 2 + 9 + 3 + 8 + 4 + 7 + 6 = (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) = 40$ .

10.2.  $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99 = 11 \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 11 \cdot 3 + 11 \cdot 4 + 11 \cdot 5 + 11 \cdot 6 + 11 \cdot 7 +$

$+ 11 \cdot 8 + 11 \cdot 9 = 11 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 11 \cdot ((1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5) = 11 \cdot 45 = 450 + 45 = 495$ . Возможно, кому-то из детей будет удобнее считать по-другому:  $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99 = (11 + 99) + (22 + 88) + (33 + 77) + (44 + 66) + 55$ . Легко заметить, что сумма в каждой скобке равна 110. Всего у нас 4 такие скобки. Итого общая сумма будет:  $110 + 110 + 110 + 110 + 55 = 440 + 55$ . Так можно считать, вообще не умея умножать.

**10.3.** а) Заметим, что  $1 + 20 = 2 + 19 = 3 + 18 = \dots = 21$ . Запишем в ряд числа от 1 до 20 на нечётные места и числа от 20 до 1 (в обратном порядке) на чётные места. Просуммируем, получим  $(1 + 20) + (2 + 19) + \dots + (19 + 2) + (20 + 1) = 21 \cdot 20$ . (20 раз по 21). Таким образом, мы просуммировали числа от 1 до 20 дважды, значит,  $1 + 2 + \dots + 20 = 21 \cdot 20 / 2 = 21 \cdot 10 = 210$ .

*Ответ:* 210.

б) Запишем в один ряд числа от 10 до 30, а во второй – числа от 0 до 20. Каждое число первого ряда на 10 больше соответствующего числа второго ряда. Сумму чисел второго ряда мы считали в пункте а). В каждом ряду 21 число, значит, сумма чисел первого ряда на 210 больше суммы чисел второго.  $210 + 210 = 420$ .

*Ответ:* 420.

в) Заметим, что  $50 + 100 = 51 + 99 = \dots = 150$ . Запишем в ряд числа от 50 до 100 на нечётные места и числа от 100 до 50 (в обратном порядке) – на чётные места. Просуммировав, получим  $(50 + 100) + (51 + 99) + \dots + (99 + 51) + (100 + 50) = 51 \cdot 150$  (51 раз по 150). Таким образом, мы просуммировали числа от 50 до 100 дважды, значит,  $50 + 51 + \dots + 100 = 51 \cdot 150 / 2 = 51 \cdot 75 = 50 \cdot 75 + 75 = 50 \cdot 74 + 50 + 75 = 100 \cdot 37 + 125 = 3825$ .

*Ответ:* 3825.

**10.4.** Заметим, что в каждом столбце в разном порядке стоят одни и те же числа: 2, 8, 4, 6, 7, 3. Если сложить их попарно, получим  $(2 + 8) + (4 + 6) + (7 + 3) = 10 + 10 + 10 = 30$ . В таблице 10 таких столбцов.

*Ответ:* 300.

$$10.5. \text{ а) } (2 + 3 + 4) : 3 = ((3 - 1) + 3 + (3 + 1)) : 3 = (3 + 3 + 3 + (1 - 1)) : 3 = 3 \cdot 3 : 3 = 3;$$

$$\text{ б) } (4 + 5 + 6) : 3 = ((5 - 1) + 5 + (5 + 1)) : 3 = 5 \cdot 3 : 3 = 5;$$

$$\text{ в) } (3 + 5 + 7) : 3 = ((5 - 2) + 5 + (5 + 2)) : 3 = 5 \cdot 3 : 3 = 5;$$

$$\text{ г) } (22 + 23 + 24) : 3 = ((23 - 1) + 23 + (23 + 1)) : 3 = 23 \cdot 3 : 3 = 23;$$

$$\text{ д) } (127 + 128 + 129) : 3 = ((128 - 1) + 128 + (128 + 1)) : 3 = 128 \cdot 3 : 3 = 128;$$

$$\text{ е) } (9156 + 9157 + 9158) : 3 = 9157.$$

## 11. ЦИФРЫ В МАСКАХ

### 11.1.

$$\text{ а) } \text{ (bear mask) } = 4;$$

$$\text{ б) } \text{ (sheep mask) } = 2;$$

$$\text{ в) } \text{ (cat mask) } = 5;$$

$$\text{ г) } \text{ (fox mask) } = 6;$$

$$\text{ д) } \text{ (rabbit mask) } = 1;$$

$$\text{ е) } \text{ (bird mask) } = 7;$$

$$\text{ ж) } \text{ (dog mask) } = 3;$$

### 11.2.

$$\text{ а) } \text{ (rabbit mask) } = 5, \text{ (bear mask) } = 9;$$

$$\text{ б) } \text{ (sheep mask) } = 4, \text{ (cat mask) } = 8;$$

$$\text{ в) } \text{ (cat mask) } = 1, \text{ (fox mask) } = 2, \text{ (bird mask) } = 3.$$

## 11.3.

а)  $\square = 4$ ,  $\triangle = 3$ ,  $\star = 6$ ;

б)  $\smile = 2$ ,  $\star = 5$ ;

в)  $\odot = 8$ ,  $\smile = 2$ .

11.4. Если  $\smile = 3$ , то сумма четырёх  $\smile$  равна 12.

Значит,  $12 = \bullet$ . Но это невозможно, потому что под маской  $\bullet$  скрывается ровно одна цифра, а не две. Точно так же доказываем, что цифра под маской  $\smile$  не может быть больше, чем 3.

Если  $\smile = 1$ , то  $\smile + \smile = 1$ , но такого не может быть. Значит, под маской  $\smile$  скрывается цифра 2. Отсю-

да получаем ответ:

$\smile = 1$ ,  $\smile = 2$ ,  $\bullet = 8$ .

## 11.5.

а)  $\text{поезд} = 2$ ;

б)  $\text{поезд} = 3$ ;

в)  $\text{дерево} - \text{цветок} = 7$ . Значит, под выражением  $\text{дерево} - \text{цветок}$

скрывается либо  $8 - 1$ , либо  $9 - 2$ . Поэтому, или

 =  $8 + 1$ , или  =  $9 + 2$ . Заметим, что  $9 + 2 = 11$ .

Но под символом  скрывается всего лишь одна цифра,

а число 11 записывается двумя. Значит,  = 9.

Ответ:  = 9,  = 8,  = 1.

**11.6.** а)  $A = 3$ .

б)  $A + A = 4$ , поэтому  $A = 2$ ;  $2 + B = 3$ , значит,  $B = 1$ .

Ответ:  $A = 2$ ,  $B = 1$ .

в)  $A + A = 2$ , поэтому  $A = 1$ ;  $1 + B = 4$ , значит,  $B = 3$ .

Ответ:  $A = 1$ ,  $B = 3$ .

г)  $A + A + A = 6$ , поэтому  $A = 2$ ;  $2 + B = 5$ , значит,  $B = 3$ .

Ответ:  $A = 2$ ,  $B = 3$ .

д)  $A + A = 14$ , поэтому  $A = 7$ ;  $B + B = 2$ , значит,  $B = 1$ ;  
 $7 + 1 + C = 10$ , поэтому  $C = 2$ .

Ответ:  $A = 7$ ,  $B = 1$ ,  $C = 2$ .

е)  $A + A = 8$ , поэтому  $A = 4$ ;  $4 - B = 3$ , значит,  $B = 1$ .

Ответ:  $A = 4$ ,  $B = 1$ .

ж)  $A + A = 18$ , поэтому  $A = 9$ ;  $9 - B = 7$ , значит,  $B = 2$ .

Ответ:  $A = 9$ ,  $B = 2$ .

з)  $A + A = 6$ , поэтому  $A = 3$ ;  $B + B + B = 3$ , значит,  $B = 1$ ;  
 $3 + C = 7$ , поэтому  $C = 4$ .

Ответ:  $A = 3$ ,  $B = 1$ ,  $C = 4$ .

**11.7.** а) ЯЯ – это 11, в противном случае Ю было бы двузначным числом.

Ответ: Я = 1, Ю = 9.

б) Й + Й + Й оканчивается на Й, только если Й = 0 или Й = 5. Если Й = 0, то  $0 = ЭЙ$ , а этого не может быть. Если Й = 5, то Э = 1.

Ответ: Й = 5, Э = 1.

в) Если  $\ddot{E} \geq 3$ , то  $\ddot{E}Ж \geq 30$ , но даже 30 не может быть суммой трёх чисел, меньших 10. Значит,  $\ddot{E}$  – это 0, 1 или 2. Если  $\ddot{E} = 0$ , то  $\ddot{E}Ж$  – не число. Если  $\ddot{E} = 2$ , то  $2 + Ж + Ж = 20 + Ж$ , отсюда следует, что  $Ж = 18$ , а этого не может быть, т. к. Ж – цифра. Если  $\ddot{E} = 1$ , то  $Ж = 9$ .

Ответ:  $\ddot{E} = 1$ ,  $Ж = 9$ .

г) ЦЦ + ЦЦ + W не может быть больше, чем  $99 + 99 + 9$ , то есть 207. Значит, WWW = 111, то есть  $W = 1$ . Отсюда получаем, что ЦЦ + ЦЦ = 110, значит, ЦЦ = 55.

Ответ: Ц = 5, W = 1.

## 12. ШАЛОВЛИВЫЙ ЛЁВА

**12.1.** Стёртые буквы в решении мы будем обозначать звёздочкой \*.

а)  $* = 4$ .

б)  $* = 7$ .

в)  $6 + * = *0$ . По условию Лёва стёр отдельные цифры. Сумма двух однозначных чисел не может давать ни 20, ни 30, ни большее число, а только 10. Значит, справа от знака равенства мы можем смело вписать цифру 1. Тогда получим пример  $6 + * = 10$ .

Ответ:  $6 + 4 = 10$ .

г)  $* + 7 = *5$ . В этом примере мы складываем два однозначных числа и получаем двузначное. Поскольку любое однозначное число не больше 9, сумма будет не больше 18, значит, первая цифра суммы может быть только 1. Осталось расшифровать пример:  $* + 7 = 15$ .

Ответ:  $8 + 7 = 15$ .

д)  $8 + * = *1$ . Поскольку мы складываем однозначные числа, очевидно, справа от знака равенства Лёва стёр цифру 1. Итак, решим пример  $8 + * = 11$ .

Ответ:  $8 + 3 = 11$ .

**12.2.** В этом примере мы складываем два однозначных числа и получаем двузначное. Поскольку любое однозначное число не больше 9, сумма будет не больше 18, значит, первая цифра суммы может быть только 1.

а)  $5 + 5 = 10$ , А = 5.

б)  $8 + 8 = 16$ , Б = 8.

**12.3.** В этом примере мы складываем два однозначных числа и получаем двузначное, значит, первая цифра суммы может быть только 1, то есть А = 1. Осталось расшифровать  $1 + Б = 1В$ . Существует только одно однозначное число, из которого можно получить двузначное, прибавляя 1. Это 9.

Ответ: А = 1, Б = 9, В = 0.  $1 + 9 = 10$ .

**12.4.** Ноль – единственное число, при сложении с которым сумма совпадает с первым слагаемым. Буквы В и Г могут обозначать любые разные цифры (В не равно 0, потому что числа с нуля начинаться не могут).  $*$  = 0.

**12.5.** а) Если бы второе стёртое число было больше 1, то первое было бы больше 5. Поскольку по условию Полина использовала в своих примерах только числа 1, 2, 3, 4 и 5, то мы легко можем восстановить пример:  $5 - 1 = 4$ .

*Ответ:*  $5 - 1 = 4$ .

б) Сумму 3 Полина могла получить, сложив числа 1 и 2. Значит, пример мог выглядеть так:  $2 + 1 = 3$  или  $1 + 2 = 3$ . Если бы стёртые числа были другими, их сумма была бы больше 3.

*Ответ:*  $2 + 1 = 3$  или  $1 + 2 = 3$ .

в) У этой задачи возможны два решения. Второе стёртое число может быть 1 или 2. Если бы второе стёртое число было больше 2, то первое было бы больше 5, что противоречит условию.

*Ответ:*  $4 - 1 = 3$  или  $5 - 2 = 3$ .

г) У этой задачи несколько правильных решений.

Если первое стёртое число равно 1, то второе – 4.

Если первое стёртое число равно 2, то второе – 3.

Если первое стёртое число равно 3, то второе – 2.

Если первое стёртое число равно 4, то второе – 1.

*Ответ:*  $1 + 4 = 5$ , или  $2 + 3 = 5$ , или  $3 + 2 = 5$ , или  $4 + 1 = 5$ .

д) У этой задачи несколько правильных решений.

Если второе стёртое число равно 1, то первое – 2.

Если второе стёртое число равно 2, то первое – 3.

Если второе стёртое число равно 3, то первое – 4.

Если второе стёртое число равно 4, то первое – 5.

Если второе стёртое число будет больше 4, то первое будет больше 5, что противоречит условию задачи.

*Ответ:*  $2 - 1 = 1$ , или  $3 - 2 = 1$ , или  $4 - 3 = 1$ , или  $5 - 4 = 1$ .

**12.6.** Если первое число меньше 99, то при прибавлении единицы получится двузначное число.

*Ответ:*  $99 + 1 = 100$ .

**12.7.** Если при прибавлении к трёхзначному числу двузначного получилось четырёхзначное, то трёхзначное слагаемое начинается с цифры 9 ( $899 + 99 = 998 < 1000$ ), первые две цифры четырёхзначного 1 и 0 ( $999 + 99 = 1098 < 1100 < 2000$ ). Имеем:  $5* + 9*3 = 1001$ . Поскольку сумма оканчивается на 1, а второе слагаемое – на 3, то первое слагаемое оканчивается на 8. Получаем:  $58 + 9*3 = 1001$ .

*Ответ:*  $58 + 943 = 1001$ .

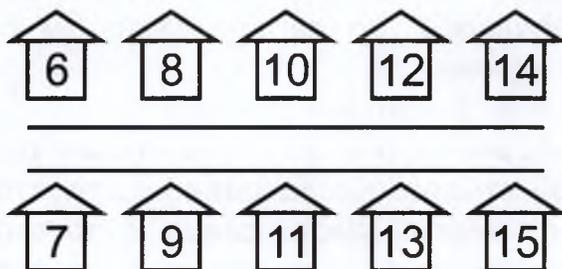
## 13. ЧЁТНОСТЬ

**13.1.** а) 2 и 4; б) 4 и 6; в) 5 и 7.

У чётных чисел соседи нечётные, у нечётных – чётные.

**13.2.** На одной стороне улицы дома с чётными номерами, а на другой – с нечётными.

*Ответ:*



**13.3.** 8 яблок можно разложить на 2 тарелки поровну, по 4 яблока на каждую тарелку, потому что 8 – чётное число. Если яблок будет 7, то поровну яблоки разделить не получится, поскольку 7 – нечётное число.

**13.4.** У Насти было 3 конфеты, а у Алёны 7 конфет. У каждой из девочек число конфет было нечётным, поэтому каждая из них не могла разделить свои конфеты поровну. Однако сумма двух нечётных чисел – чётное число. Значит, когда Настя и Алёна сложили конфеты вместе, они смогли разделить их поровну.

**13.5.** Скорее всего, ошиблась Карина, потому что за забором правых ног должно было быть столько же, сколько и левых, и сумма ног должна делиться на 2. (Если только вдруг одной из уток не надоело гулять и она не встала на одну ногу, чтобы вздремнуть.)

**13.6.** Квадраты с нечётными сторонами состоят из нечётного количества клеток. Поэтому их разделить пополам нельзя. Квадраты с чётными сторонами разделить пополам можно, например, разрезав их по линии, проходящей через середины противоположных сторон.

*Ответ:* можно разделить квадрат  $2 \times 2$  и любые другие квадраты с чётными сторонами.

**13.7.** а) Можно, количество клеток чётное; б) нельзя, количество клеток нечётное; в) можно, количество клеток чётное; г) можно, количество клеток чётное; д) нельзя, количество клеток нечётное.

**13.8.** а) Нельзя, количество клеток нечётное; б) можно, количество клеток чётное, фигура симметрична относительно горизонтальной оси; в) можно, количество клеток чётное, фигура симметрична относительно вертикальной оси; г) нельзя, количество клеток нечётное; д) можно, количество клеток чётное, фигура симметрична относительно вертикальной оси.

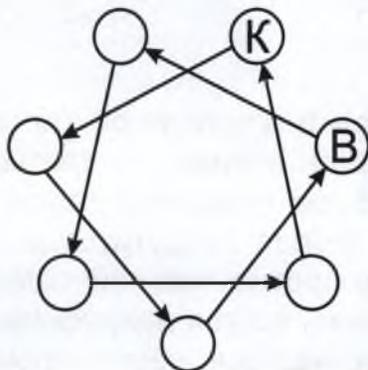
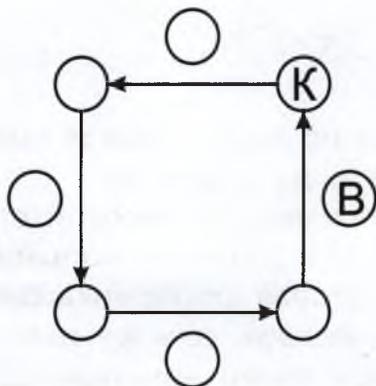
**13.9.** а) Разрезать не удалось, количество клеток нечётное.

б)



в) Разрезать не удалось, количество клеток нечётное.

**13.10.** Если детей чётное количество (8), то до Васи мяч вообще не дойдёт. Если 1 человек выйдет из хоровода и участников станет 7 (нечётное количество), то мяч будет у Васи через 3 броска.



**13.11.** а) Сумма любого количества чётных чисел будет делиться на 2 так же, как и её слагаемые, то есть будет чётной.

б) Сумма чётного количества нечётных чисел чётна, сумма нечётного количества нечётных чисел нечётна.

в) Сумма чётного и нечётного чисел нечётна.

г) Произведение двух нечётных чисел  $a \cdot b$  есть сумма нечётного количества ( $a$ ) одинаковых нечётных чисел ( $b$ ), поэтому оно нечётно.

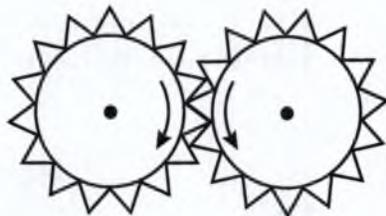
д) Произведение чётного и нечётного чисел чётно, потому что в его состав входит множитель 2 (если  $a = 2k$ , то  $ab = 2kb$ ); кроме того, произведение чётного ( $a = 2k$ ) и нечётного ( $b$ ) чисел есть сумма  $b$  одинаковых чётных чисел  $a$ .

**13.12.** Оба числа оканчиваются на чётные цифры, значит, они чётные. Сумма двух чётных чисел должна быть чётной, а число, полученное Буратино, оканчивается на 1, то есть нечётное. Увидев, что ответ оканчивается на нечётную цифру, Мальвина догадалась, что Буратино ошибся.

**13.13.** За чётным числом всегда следует нечётное, а за нечётным – чётное. Сумма чётного и нечётного чисел нечётна, а Сергей получил в ответе чётное число.

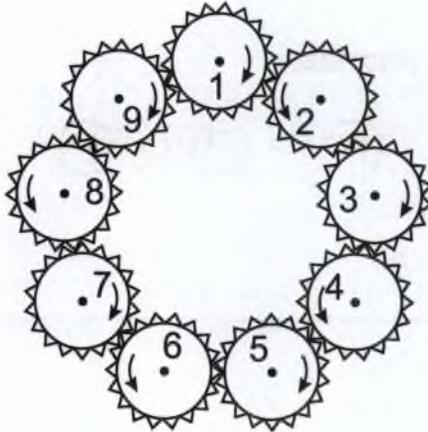
**13.14.** И Кристина, и Алёна умножали чётное число на нечётное, значит, произведения у них должны были получиться чётными, а получились нечётными.

**13.15.** Две сцепленные шестерёнки вращаются в разные стороны: одна – по часовой стрелке, другая – против часовой стрелки.



Пусть 9 шестерёнок сцеплены по кругу: первая сцеплена со второй, вторая – с третьей и т. д., а девятая – с первой. Попробуем вращать первую, например, по часовой стрелке, тогда вторая закрутится в противоположном направлении, то есть против часовой стрелки. Вторая шестерёнка сцеплена с третьей, третья закрутится по часовой стрелке и т. д. Получится, что все шестерёнки с нечётными номерами должны

крутятся в одну сторону, а шестерёнки с чётными номерами – в противоположную сторону. Девятая и первая шестерёнки хотя и крутятся в одну сторону, но не могут, потому что они сцеплены, а сцепленные шестерёнки должны вращаться в разных направлениях. Получается, что система из нечётного числа шестерёнок, замкнутых в кольцо, крутиться не будет.



**13.16.** Сумма 10 монет достоинством 1, 3 и 5 рублей есть сумма чётного числа нечётных чисел, то есть должна быть чётна, а число 25 нечётно.

*Ответ:* нельзя.

**13.17.** Одну гирю массой 5 кг мы не можем уравновесить с помощью гирь массой 2 кг, поскольку сумма произвольного числа чётных чисел будет чётной, а число 5 нечётное. Зато мы можем уравновесить 2 пятикилограммовые гири с помощью 5 двухкилограммовых гирь. В этом случае на весах окажется 7 гирь. Добавим ещё 7 гирь: 5 по 2 кг на одну чашу весов и 2 по 5 кг – на другую.

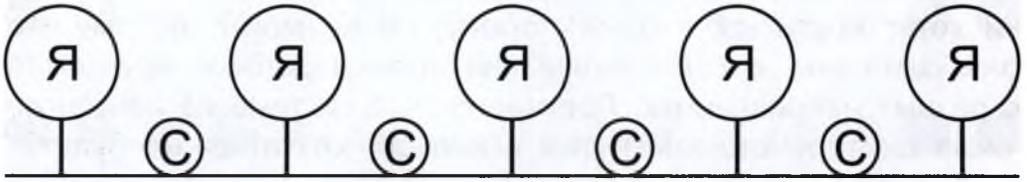
*Ответ:* 10 двухкилограммовых гирь.

## 14. НАРИСУЙ СХЕМУ

**14.1.** 3 девочки, 7 детей.



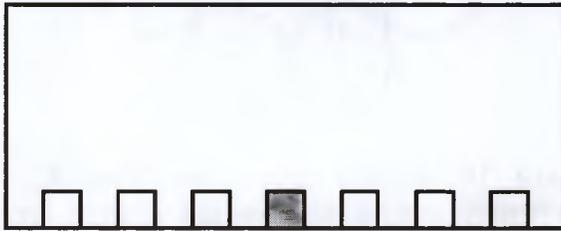
14.2. 4 куста смородины.



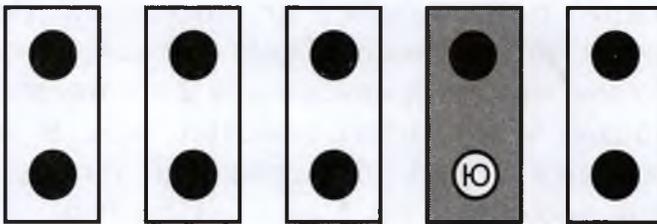
14.3. 8 кустов пионов.



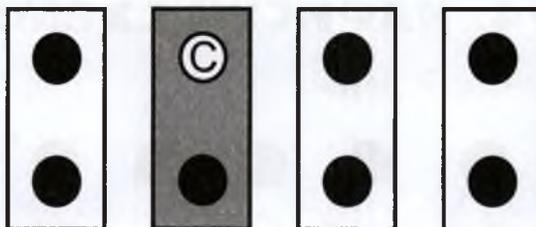
14.4. 7 подъездов.



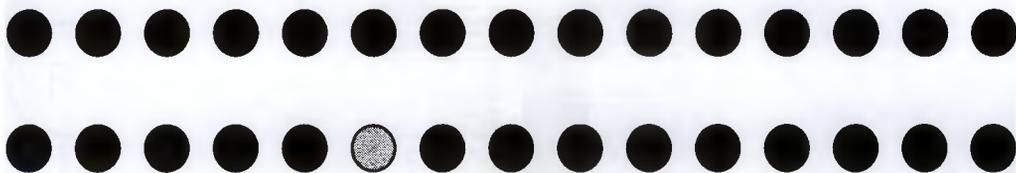
14.5. 5 парт, 10 детей.



14.6. 4 парты.



**14.7.** 30 учеников.



**14.8.** Рисуем Гошин дом: 4 этажа под Гошиным, Гошин этаж пятый. Чтобы он был пятым сверху, пририсовываем ещё 4 этажа сверху.

*Ответ:* 9 этажей.



**14.9.** Рисуем на клетчатой бумаге 12 клеток сверху вниз, отсчитываем и помечаем 5-ю снизу, подсчитываем, какая она по счёту сверху.

*Ответ:* 8-й этаж сверху.

**14.10.** Рисуем на клетчатой бумаге 16 клеток сверху вниз, отсчитываем и помечаем 10-ю сверху, подсчитываем, какая она по счёту снизу.

*Ответ:* на 7-м этаже.

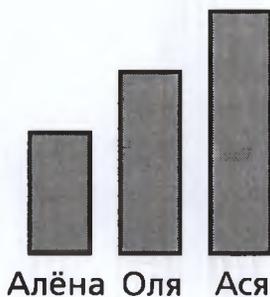
**14.11.** Петя.



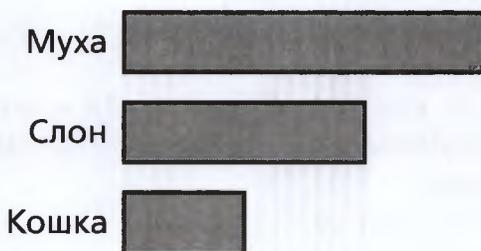
14.12. Они одинакового роста.



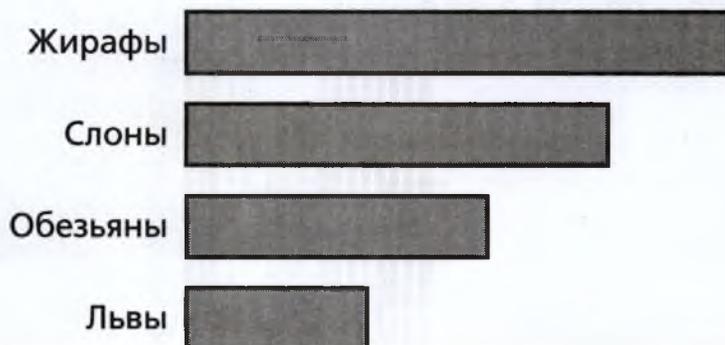
14.13. У Аси.



14.14. Муха.

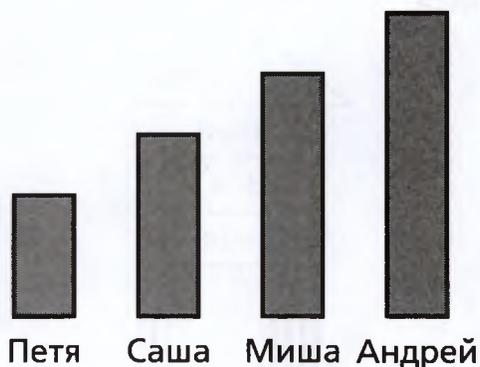


14.15. Львов.

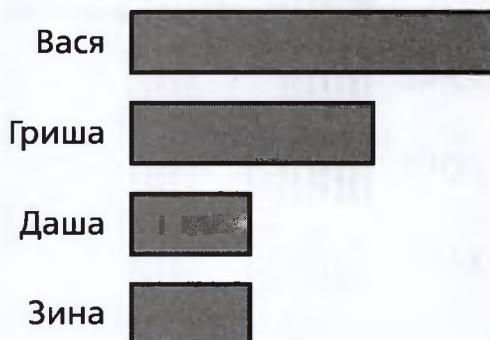




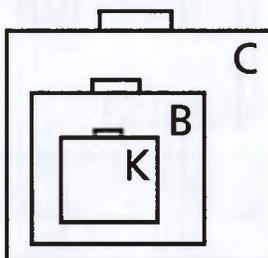
14.20. Самый высокий – Андрей, самый низкий – Петя.



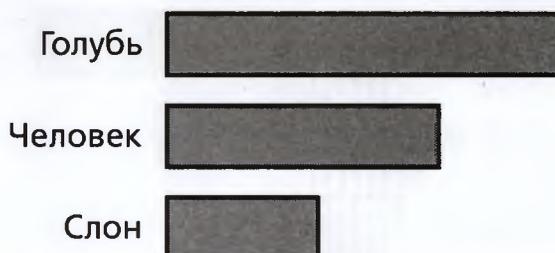
14.21. Вася.

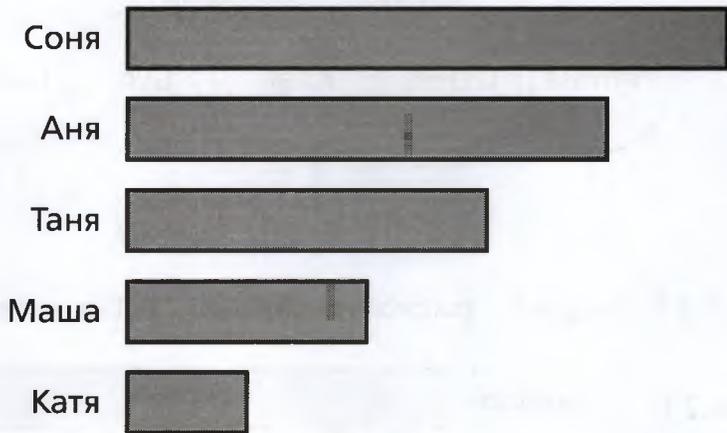
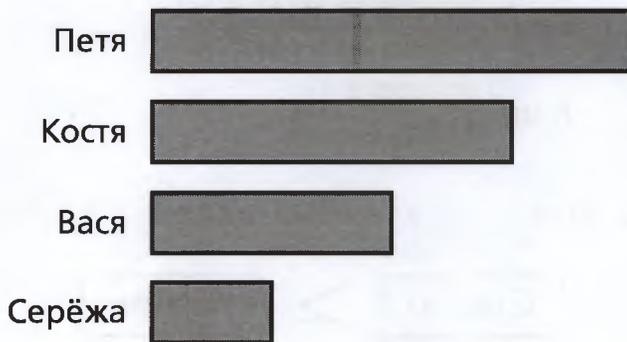


14.22. Портфель Севы.

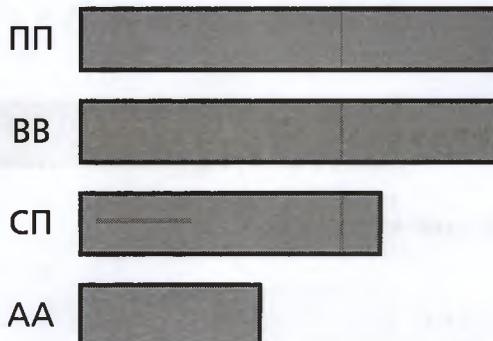


14.23. У слона.



**14.24.** Соня.**14.25.** Старший – Петя, младший – Серёжа.

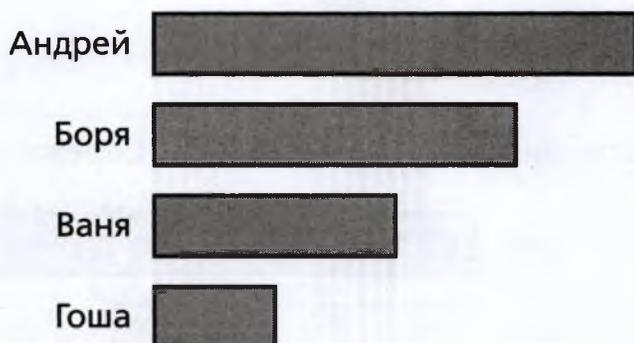
**14.26.** Антон Андреевич. (Нам неизвестно, кто старше: Василий Витальевич или Пётр Петрович, но для решения задачи этого знать не надо.)



14.27. Самый толстый – баобаб, самая тонкая – рябина.



14.28. Андрей прибежал первым, Гоша – последним.



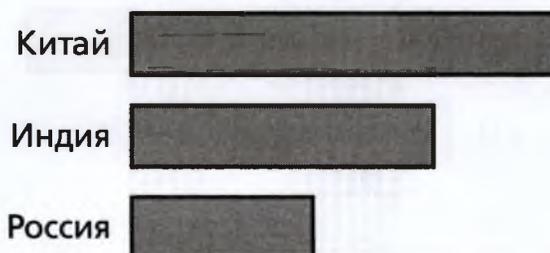
14.29. Да. Нет.

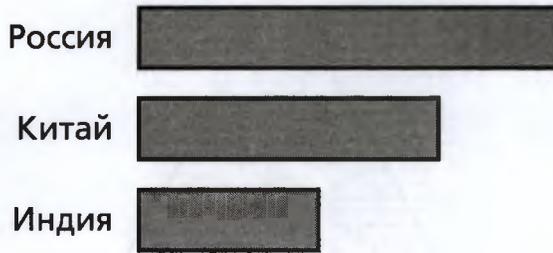
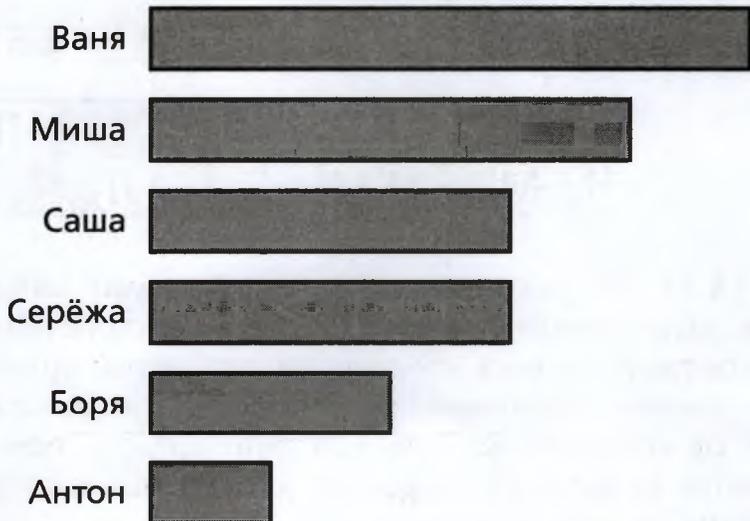
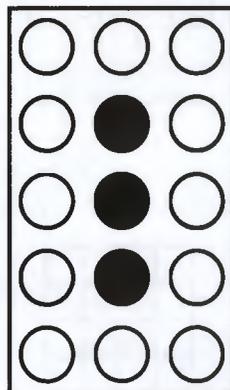
Стекло > Картон

14.30. Алмаз.

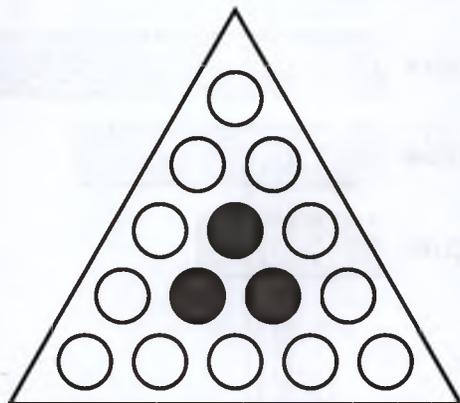
Алмаз > Стекло > Мрамор

14.31. В Китае.

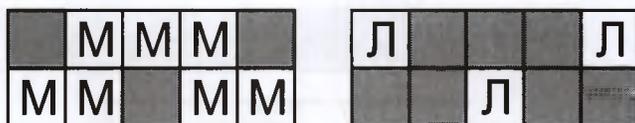


**14.32.** Россия.**14.33.** У Вани.**14.34.** Маша съела 12 конфет.

**14.35.** Всего было конфет 15, осталось 3 конфеты.

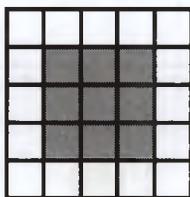


**14.36.** В двух коробках осталось 10 конфет.



**14.37.** Нетронутые конфеты образуют квадрат, потому что, если прямоугольник с разными сторонами обложить конфетами со всех сторон, он останется прямоугольником с разными сторонами. 9 конфет можно выложить в квадрат со стороной 3. Если его обложить со всех сторон, получится квадрат со стороной 5. Съеденные конфеты рисуем другим цветом и пересчитываем.

*Ответ:* Катя съела 16 конфет.



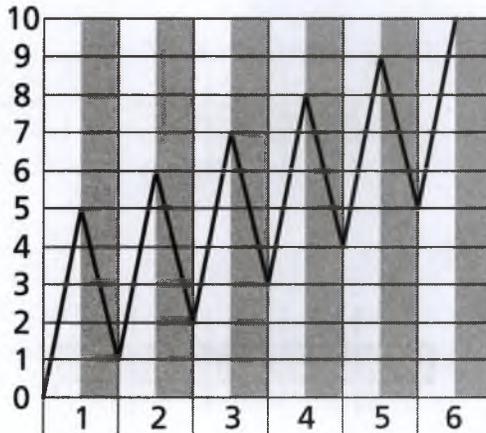
**14.38.** 4 конфеты.



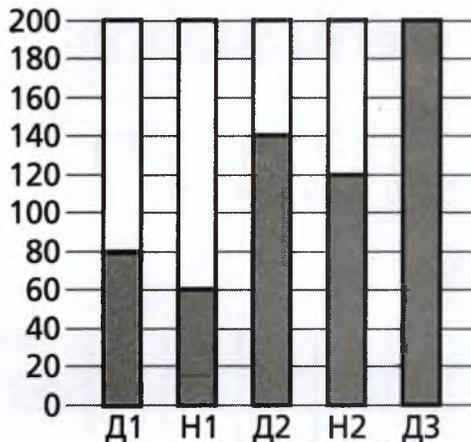
**14.39.** В четвёртом ряду 8 человек, всего 20 гимнастов.



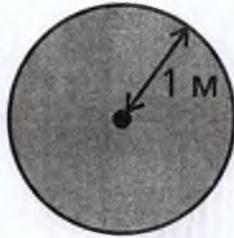
**14.40.** К вечеру шестого дня.



**14.41.** На третий день.

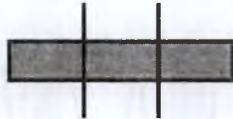


**14.42.** В любую сторону коза может уйти не дальше, чем на 1 м. Если коза обойдет свои владения, максимально натянув верёвку, она опишет окружность.

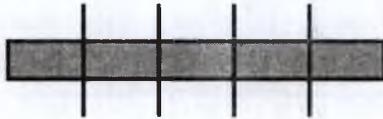


## 15. РАСПИЛЫ

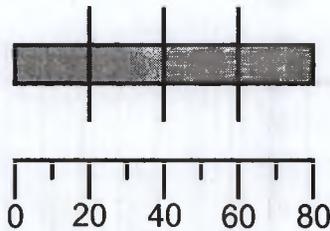
**15.1.** 3 куска.



**15.2.** 4 распила.



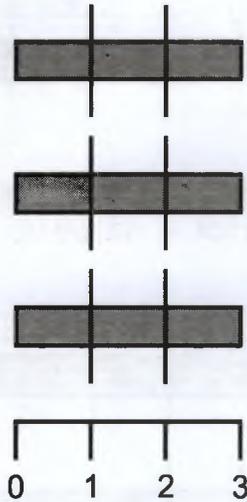
**15.3.** 4 кусочка, 3 распила.



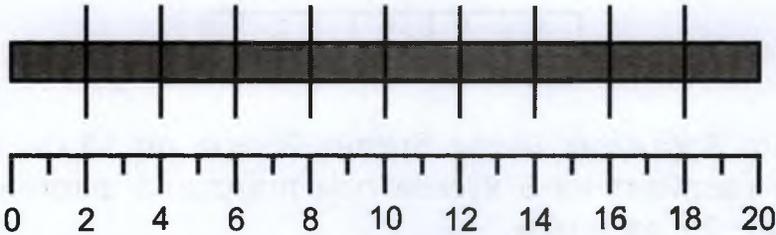
**15.4.** 5 распилов.



**15.5.** 6 распилов (по 2 на каждом бревне).



**15.6.** 9 распилов.



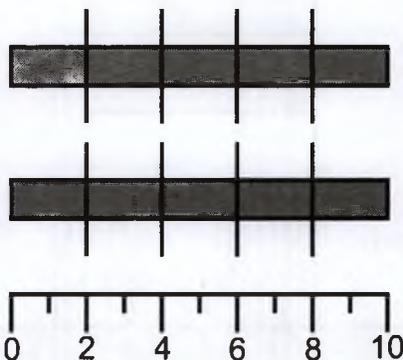
**15.7.** Если нельзя сложить доски стопкой и пилить одновременно (1 распил), то понадобится 3 распила – по 1 на каждой доске.



**15.8.** 9 чурбачков.

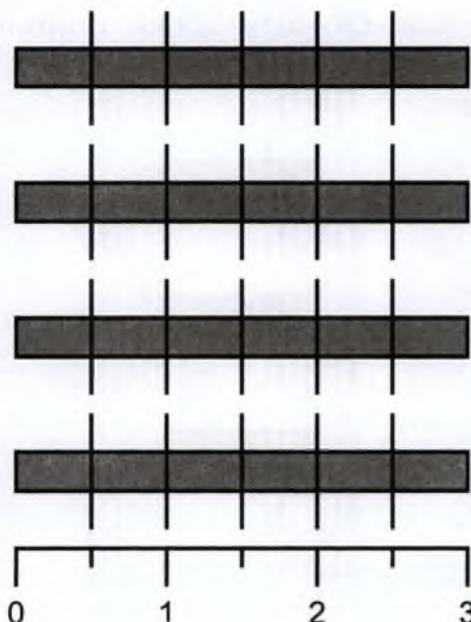


**15.9.** Можно сложить ленты вместе и резать одновременно, тогда понадобится 4 разреза; если резать по одной, то нужно 8 разрезов.



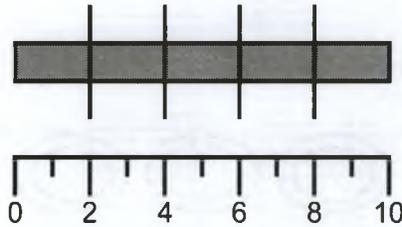
**15.10.** В каждом метре бревна 2 раза по 50 см, каждое бревно распилят на 6 кусков при помощи 5 распилов.

*Ответ:* 20 распилов.



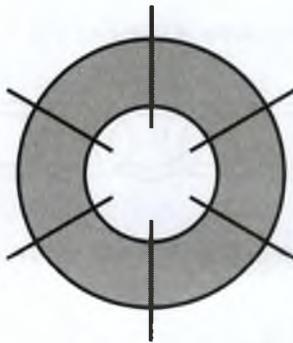
**15.11.** После того как продавец отрежет 2 м ткани для предпоследнего покупателя, у него останется кусок длиной ровно 2 м, который уже не нужно будет отрезать.

*Ответ:* 4 раза.



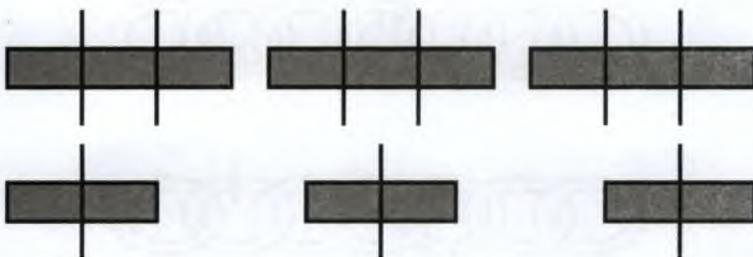
**15.12.** При разрезании появляется 2 новых конца. У 6 частей бублика и 6 частей бревна одинаковое суммарное количество концов, но у бревна 2 конца были с самого начала, а у бублика концов не было – понадобился лишний разрез.

*Ответ:* 6 разрезов.



**15.13.** У бревна 2 конца, если мы его распилим, то у двух частей будет 4 конца, то есть от распила появляется 2 новых конца. У 15 чурбачков 30 концов. От 9 распилов появилось 18 концов, значит, 12 концов было у брёвен до того, как зайцы начали их пилить. 12 концов – это 6 брёвен.

*Ответ:* 6 брёвен. Зайцы могли пилить, например, так:



15.14. 1 распил.



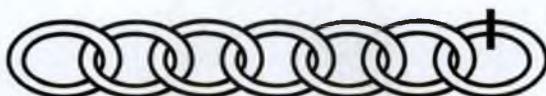
15.15. 1 распил.



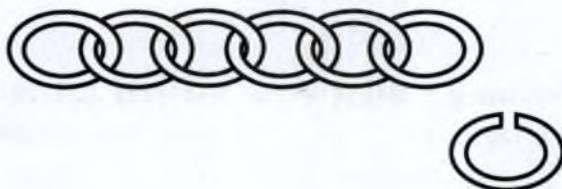
15.16. 2 распила.



15.17. Если мы распилем кольцо на одном из концов цепи,



то получится 2 части: распиленное кольцо и цепь из 6 колец.



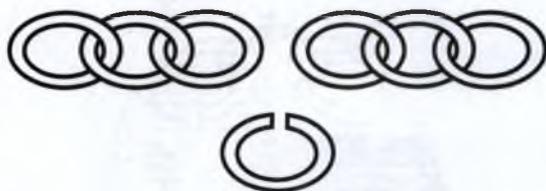
Если распилить любое кольцо, не стоящее с краю,



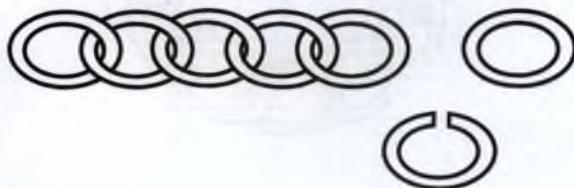
или так



то получится 3 части: 2 куска цепи и распиленное кольцо.



или так



Ответ: или на 2 части, или на 3 части.

**15.18.** Если мы распилим соседние звенья замкнутой цепи,



то она распадётся на 3 части: два распиленных кольца и оставшаяся цепь.



Если мы распилим кольца, не стоящие рядом,



то вся цепочка распадётся на 4 части: два распиленных кольца и два кусочка цепи.



*Ответ:* на 3 части, если мы распилим соседние звенья, и на 4 части, если распилим несоседние звенья.

## 16. ИНТЕРВАЛЫ

16.1. 2 мальчика, 5 детей.



**16.2.** Между 6 сливами 5 мест, Катя доложила 5 яблок. Всего яблок и слив 11, между ними 10 мест. Аня положила 10 вишен.

- а) 5 яблок;
- б) 10 вишен;
- в) 21 плод.



**16.3.** Между 5 чашками 4 места – там Алла положила 4 ложки. Всего стало 9 предметов. Между 9 предметами 8 мест, значит, Алла положила 8 салфеток.

Ответ: 4 ложки, 8 салфеток.

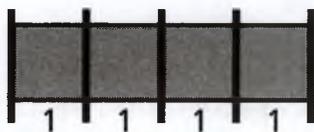


**16.4.** 13 см.

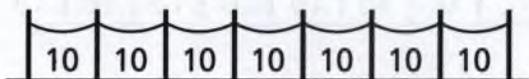


Как мы видим из картинки, Маша нарисует 5 красных полосок и по 4 полоски оранжевые и жёлтые, всего 13 полосок.

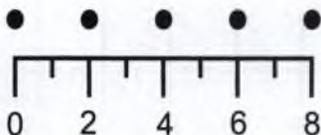
**16.5.** 4 м.



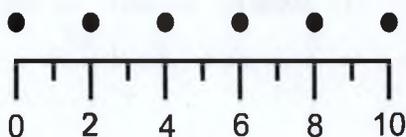
**16.6.** 8 столбов.



**16.7.** 8 см.

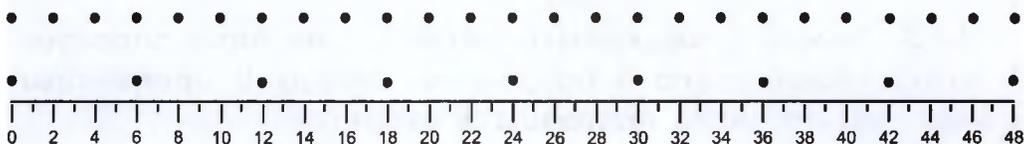


16.8. 6 камушков.

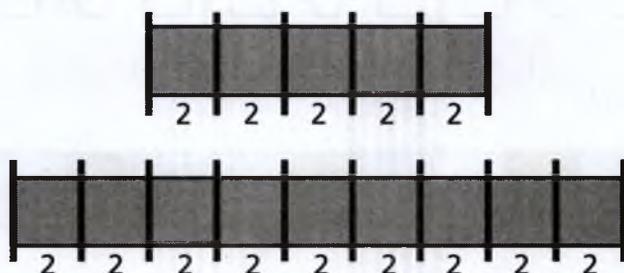


16.9. В первом ряду 8 интервалов по 6 см = 48 см, во втором ряду 24 интервала по 2 см = 48 см.

Ответ: ряды одинаковой длины.

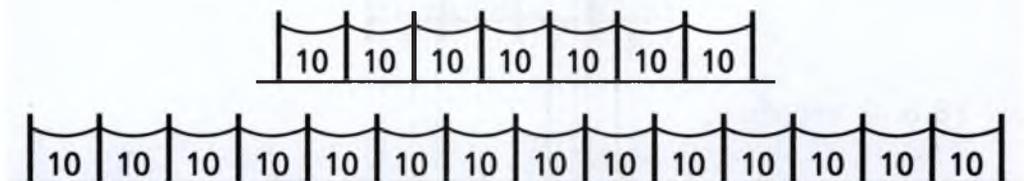


16.10. 10 м и 18 м.

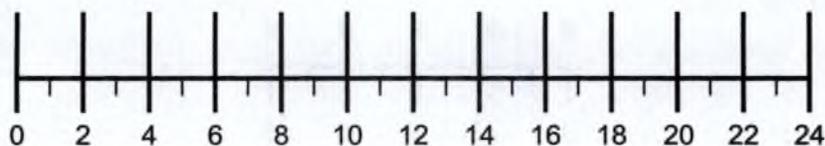


16.11. Количество интервалов между столбами на 1 меньше количества столбов.

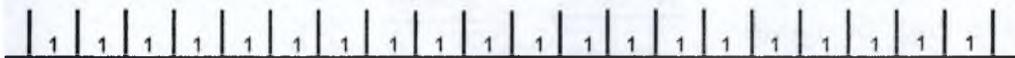
Ответ: 70 и 140 м.



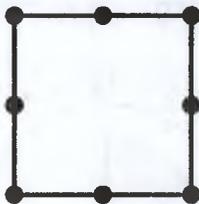
16.12. 13 учеников.



**16.13.** 21 ученик.



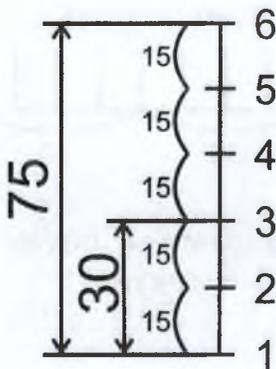
**16.14.** Саше понадобится всего 8 колышков, поскольку забор замкнутый, а не прямой. Вдоль каждой стороны будет по 3 колышка.



**16.15.** Через 30 дней (число дней должно делиться на 2, 3 и 5; 30 – наименьшее такое число).



**16.16.** 75 ступенек.



**16.17.** Между 1-м и 2-м этажом 1 лестничный пролёт, между 1-м и 3-м этажом 2 лестничных пролёта, между 1-м и 15-м этажом – 14.  $14 = 2 \cdot 7$ .

Ответ: в 7 раз.

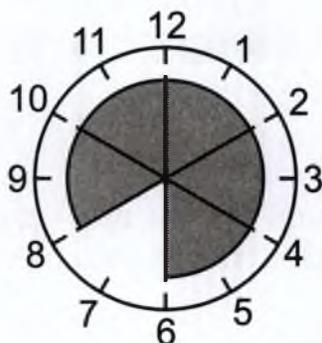
**16.18.** а) Между 1-м и 4-м этажом 3 интервала высотой в этаж. Между 1-м и 16-м – 15 таких же интервалов, что в 5 раз больше.

*Ответ:* 50 секунд.

б) Между 1-м и 5-м этажом 4 интервала, между 1-м и 25-м этажом – 24 интервала, то есть в 6 раз больше.

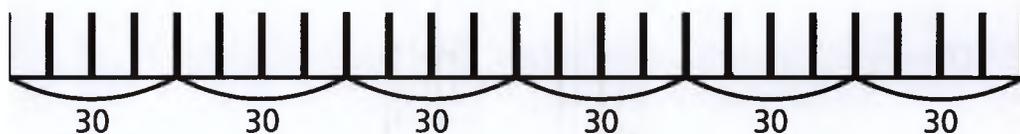
*Ответ:* 120 секунд = 2 минуты.

**16.19.** Последнюю таблетку Незнайка примет в 6 часов вечера, лечение займёт 10 часов.



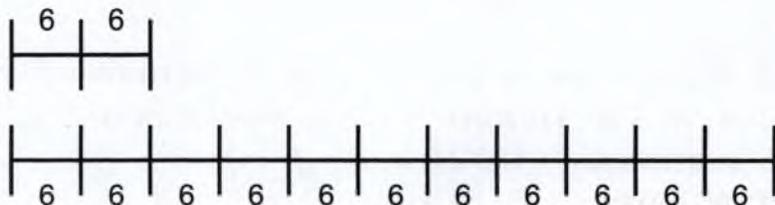
**16.20.** Между 25 столбами 24 промежутка, между 5 столбами – 4, это в 6 раз меньше. 30 секунд – это полминуты. До 30-го столба бегуну пришлось бежать в 6 раз дольше, то есть 3 минуты.

*Ответ:* 3 минуты.

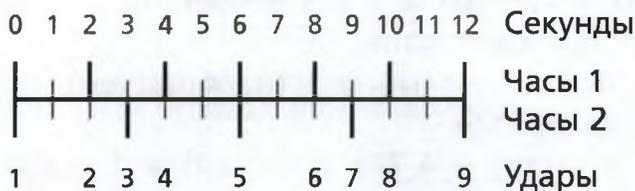


**16.21.** Между 3 ударами 2 паузы по 6 секунд, между 12 ударами 11 паузы по 6 секунд.

*Ответ:* 66 секунд.



**16.22.** 12 секунд.



## 17. СОСЧИТАЙ ВСЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКИ

**17.1.** в, е, и, к.

**17.2.** 2 (из 1 части) + 1 (из 2 частей).

*Ответ:* 3 прямоугольника.

**17.3.** 3 (из 1 части) + 2 (из 2 частей).

*Ответ:* 5 прямоугольников.

**17.4.** 4 (из 1 части) + 3 (из 2 частей) + 1 (из 3 частей).

*Ответ:* 8 прямоугольников.

**17.5.** 4 (из 1 части) + 3 (из 2 частей) + 1 (из 3 частей).

*Ответ:* 8 прямоугольников.

**17.6.** 5 (из 1 части) + 4 (из 2 частей) + 1 (из 3 частей).

*Ответ:* 10 прямоугольников.

**17.7.** 7 (из 1 части) + 6 (из 2 частей) + 3 (из 3 частей).

*Ответ:* 16 прямоугольников.

**17.8.** 5 (из 1 части) + 4 (из 2 частей) + 2 (из 3 частей).

*Ответ:* 11 прямоугольников.

**17.9.** 5 (из 1 части) + 4 (из 2 частей) + 1 (из 3 частей).

*Ответ:* 10 прямоугольников.

**17.10.** 7 (из 1 части) + 6 (из 2 частей) + 2 (из 3 частей).

*Ответ:* 15 прямоугольников.

**17.11.** 4 (из 1 части) + 4 (из 2 частей) + 1 (из 4 частей).

*Ответ:* 9 прямоугольников.

**17.12.** 6 (из 1 части) + 6 (из 2 частей) + 2 (из 3 частей) + 1 (из 4 частей).

*Ответ:* 15 прямоугольников.

**17.13.** 10 (из 1 части) + 13 (из 2 частей) + 7 (из 3 частей) + 5 (из 4 частей) + 4 (из 6 частей) + 1 (из 9 частей).

*Ответ:* 40 прямоугольников.

**17.14.** 8 (из 1 части) + 7 (из 2 частей) + 3 (из 3 частей) + 2 (из 4 частей) + 1 (из 5 частей).

*Ответ:* 21 прямоугольник.

**17.15.** а) 4 (из 1 части) + 1 (из 4 частей).

*Ответ:* 5 квадратов.

б) 4 (из 1 части) + 4 (из 2 частей) + 1 (из 4 частей).

*Ответ:* 9 прямоугольников.

**17.16.** а) 6 (из 1 части) + 2 (из 4 частей).

*Ответ:* 8 квадратов.

б) 6 (из 1 части) + 7 (из 2 частей) + 2 (из 3 частей) + 2 (из 4 частей) + 1 (из 6 частей).

*Ответ:* 18 прямоугольников.

**17.17.** а) 9 (из 1 части) + 4 (из 4 частей) + 1 (из 9 частей).

*Ответ:* 14 квадратов.

б) 9 (из 1 части) + 12 (из 2 частей) + 6 (из 3 частей) + 4 (из 4 частей) + 4 (из 6 частей) + 1 (из 9 частей).

*Ответ:* 36 прямоугольников.

**17.18.** а) 16 (из 1 части) + 9 (из 4 частей) + 4 (из 9 частей) + 1 (из 16 частей).

*Ответ:* 30 квадратов.

б) 16 (из 1 части) + 24 (из 2 частей) + 16 (из 3 частей) + 17 (из 4 частей) + 12 (из 6 частей) + 6 (из 8 частей) + 4 (из 9 частей) + 4 (из 12 частей) + 1 (из 16 частей).

*Ответ:* 100 прямоугольников.

## 18. СОСЧИТАЙ ВСЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

**18.1.** а) 2 маленьких треугольника + 1 большой треугольник, составленный из двух маленьких.

*Ответ:* 3 треугольника.

б) 2 (из 1 части) + 3 (из 2 частей) + 1 (из 4 частей).

*Ответ:* 6 треугольников.

в) 2 (из 1 части) + 3 (из 2 частей) + 2 (из 3 частей) + 1 (из 4 частей) + 1 (из 6 частей).

*Ответ:* 9 треугольников.

г) 2 (из 1 части) + 3 (из 2 частей) + 2 (из 3 частей) + 3 (из 4 частей) + 1 (из 6 частей) + 1 (из 8 частей).

Ответ: 12 треугольников.

**18.2.** а) 3 (из 1 части) + 2 (из 2 частей) + 1 (из 3 частей).

Ответ: 6 треугольников.

б) 3 (из 1 части) + 5 (из 2 частей) + 1 (из 3 частей) + 2 (из 4 частей) + 1 (из 6 частей).

Ответ: 12 треугольников.

в) 3 (из 1 части) + 5 (из 2 частей) + 4 (из 3 частей) + 2 (из 4 частей) + 3 (из 6 частей) + 1 (из 9 частей).

Ответ: 18 треугольников.

**18.3.** а) 4 треугольника.

б)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 4\Delta \rangle$ .

Ответ: 5 треугольников.

в)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 4\Delta \rangle$ .

Ответ: 7 треугольников.

**18.4.** а)  $3 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 3\Delta \rangle$ .

Ответ: 5 треугольников.

б)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 4\Delta \rangle$ .

Ответ: 7 треугольников.

в)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 3 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 5\Delta \rangle$ .

Ответ: 9 треугольников.

г)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 4 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 6\Delta \rangle$ .

Ответ: 13 треугольников.

**18.5.** а)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 2\Delta \rangle$ .

Ответ: 6 треугольников.

б)  $3 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 2\Delta \rangle$ .

Ответ: 5 треугольников.

в)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 3\Delta \rangle$ .

Ответ: 7 треугольников.

г)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 3\Delta \rangle$ .

Ответ: 7 треугольников.

**18.6.** а)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 4 \cdot \langle 2\Delta \rangle$ .

Ответ: 8 треугольников.

б)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 4 \cdot \langle 2\Delta \rangle$ .

Ответ: 10 треугольников.

в)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 4 \cdot \langle 3\Delta \rangle$ .

Ответ: 12 треугольников.

**18.7.** а)  $3 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 4$  (из двух частей) + 1 (из 4 частей).

Ответ: 8 треугольников.

б)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 3 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 6 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 6\Delta \rangle$ .

Ответ: 16 треугольников.

**18.8.** а)  $4 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 2$  (из 3 частей).

Ответ: 6 треугольников.

б)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 4\Delta \rangle$ .

Ответ: 8 треугольников.

**18.9.** а)  $7 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 7\Delta \rangle$ .

Ответ: 8 треугольников.

б)  $7 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 6 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 4 \cdot \langle 4\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 7\Delta \rangle$ .

Ответ: 17 треугольников.

**18.10.**  $5 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 8$  (из 2 частей) + 4 (из 3 частей) + 3 (из 4 частей) + 2 (из 6 частей).

Ответ: 22 треугольника.

**18.11.**  $5 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 3 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 4\Delta \rangle$ .

Ответ: 10 треугольников.

**18.12.**  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 1 \cdot \langle 6\Delta \rangle$ .

Ответ: 11 треугольников.

**18.13.** а)  $5 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 6 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 1$  (из 4 частей).

Ответ: 14 треугольников.

б)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 6 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 3 \cdot \langle 3\Delta \rangle + 2$  (из 5 частей).

Ответ: 17 треугольников.

**18.14.** а)  $6 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 4 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 3\Delta \rangle$ .

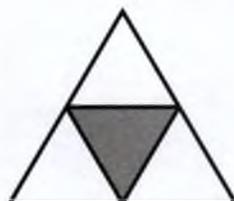
Ответ: 12 треугольников.

б)  $8 \cdot \langle 1\Delta \rangle + 8 \cdot \langle 2\Delta \rangle + 2 \cdot \langle 4\Delta \rangle$ .

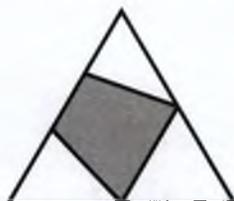
Ответ: 18 треугольников.

## 19. ЗАДАЧИ НА РАЗРЕЗАНИЕ

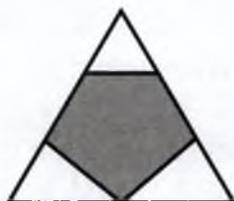
**19.1.** От 3 до 6 углов.



3 угла



4 угла

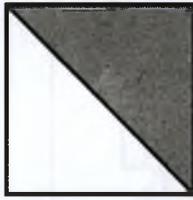


5 углов

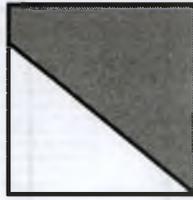


6 углов

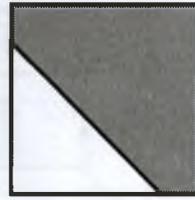
**19.2.** Трёх-, четырёх- или пятиугольной формы.



3 угла



4 угла



5 углов

**19.3.** 4 части.



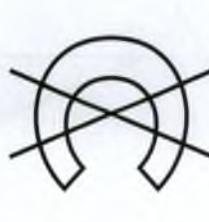
**19.4.** На 3, 4, 5 или 6 частей.



3 части



4 части

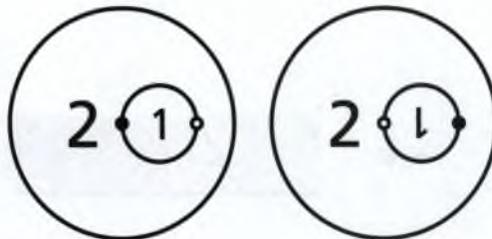


5 частей

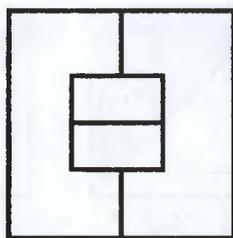
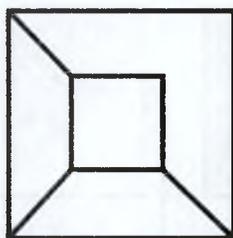


6 частей

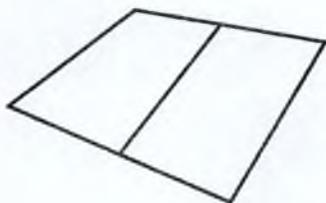
**19.5.** Можно. Вырежем кружок с центром в середине отрезка, соединяющего данную точку и центр круга (часть 1). Остальная часть круга – часть 2. Повернём часть 1 на  $180^\circ$ .



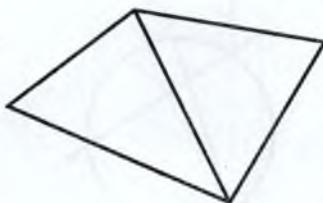
19.6. Можно, например, так:



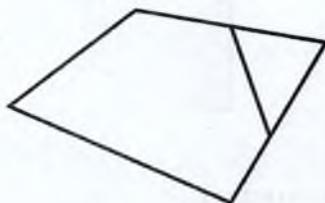
19.7.



а)

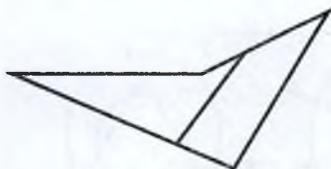


б)

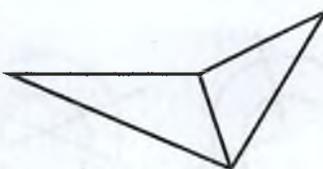


в)

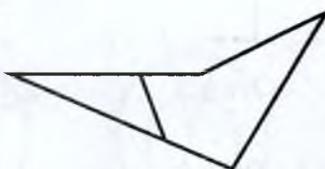
19.8.



а)



б)

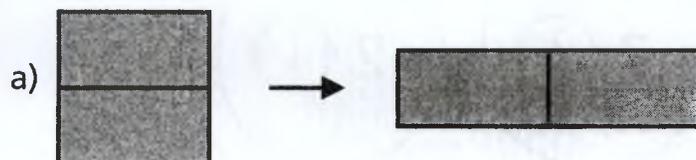


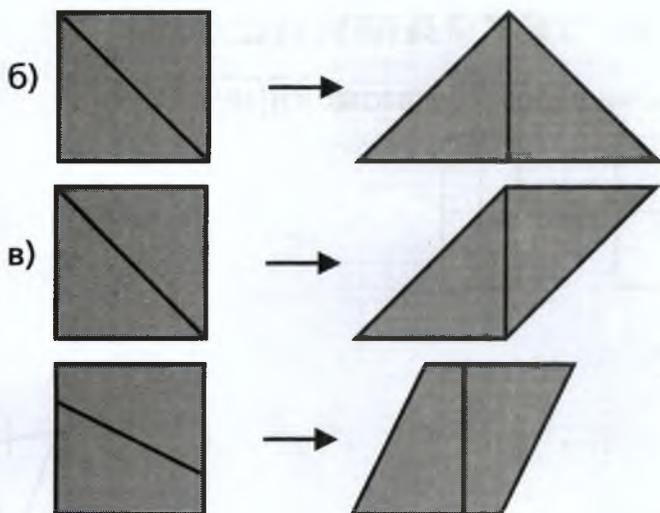
в)

19.9. 8 клеток.



19.10.





**19.11.** Была одна часть. Каждый разлом увеличивает количество частей на одну.

2 разлома



3 разлома

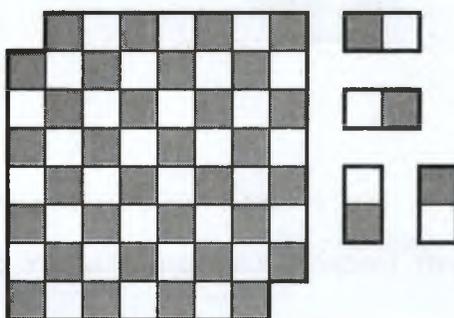


3 разлома



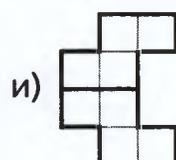
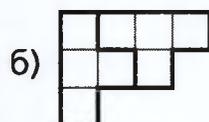
*Ответ:* на 3 части и 4 части.

**19.12.** Заметим, что, как бы ни располагалась доминошка, она всегда состоит из одной чёрной клетки и одной белой. У доски, которую можно нарезать на такие доминошки, чёрных клеток должно быть столько же, сколько и белых. У нашей доски было поровну чёрных и белых клеток, пока мы не вырезали 2 белых по углам, и теперь её нельзя разрезать на доминошки. На оставшейся доске есть 2 лишние чёрные клетки!

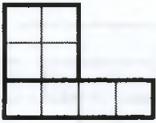


## 20. ТЕТРАМИНО

20.1. Здесь перечислены все возможные решения:



20.2. Существует несколько правильных решений, например такие:



а)



б)



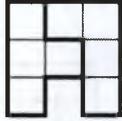
в)



г)



д)



е)



ж)

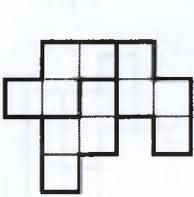


з)



и)

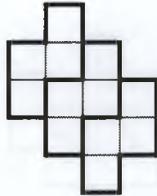
**20.3.** Существует несколько правильных решений, например такие:



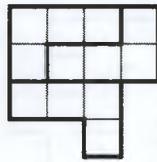
а)



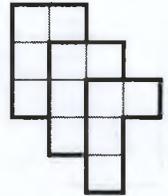
б)



в)



г)



д)



е)



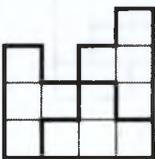
ж)



з)



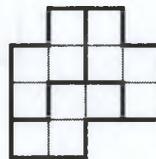
и)



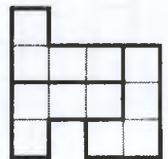
к)



л)

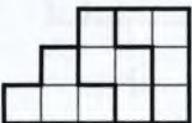


м)

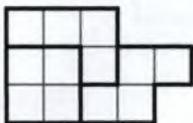


н)

**20.4.** Существует несколько правильных решений, например такие:



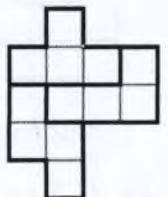
а)



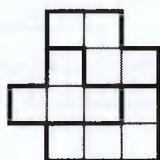
б)



в)



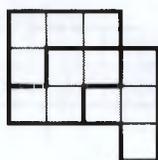
г)



д)



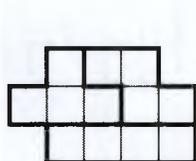
е)



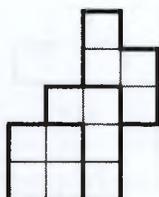
ж)



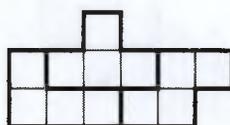
з)



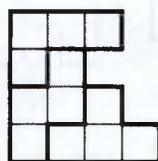
и)



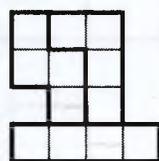
к)



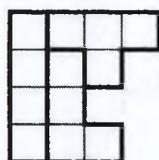
л)



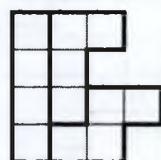
м)



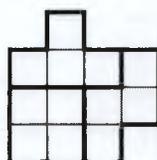
н)



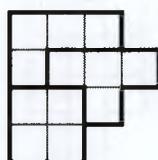
о)



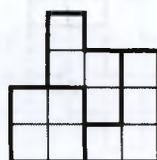
п)



р)

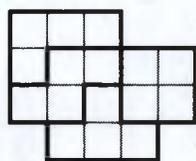


с)



т)

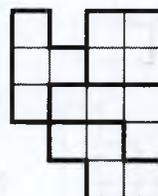
**20.5.** Существует несколько правильных решений, например такие:



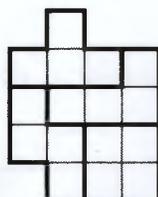
а)



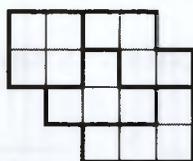
б)



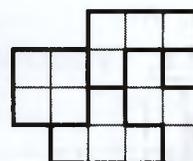
в)



г)



д)

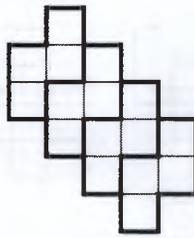


е)

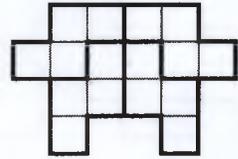
**20.6.** Разделить эти фигуры можно несколькими способами, например так:



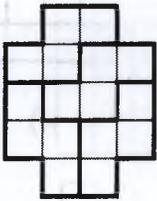
а)



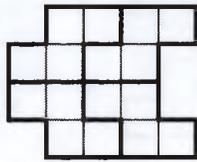
б)



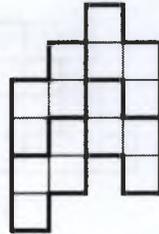
в)



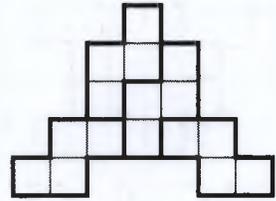
г)



д)

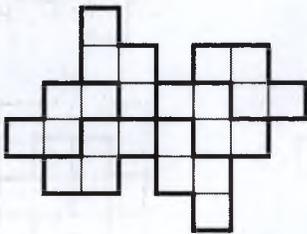


е)

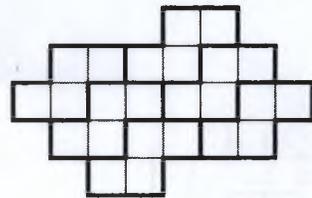


ж)

**20.7.** Разделить эти фигуры можно несколькими способами, например так:



а)



б)

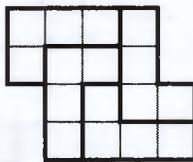
**20.8.** Разделить эти фигуры можно несколькими способами, например так:



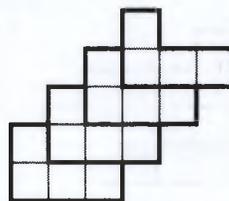
а)



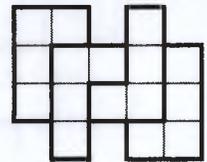
б)



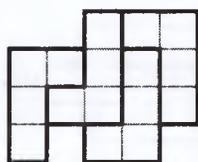
в)



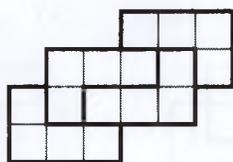
г)



д)



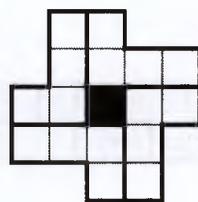
е)



ж)

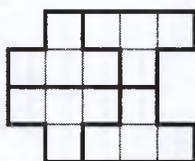


з)

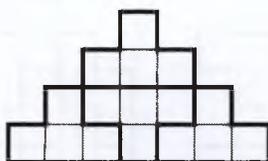


и)

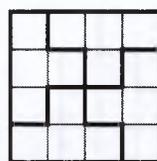
### 20.9. Решения:



а)



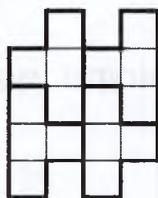
б)



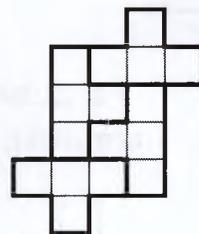
в)



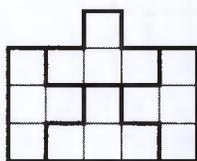
г)



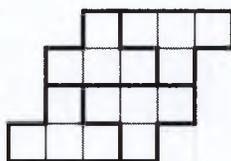
д)



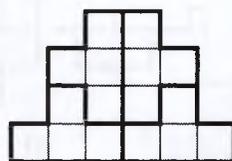
е)



ж)

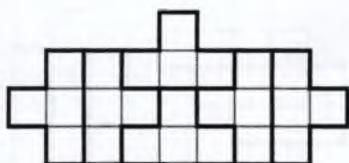


з)

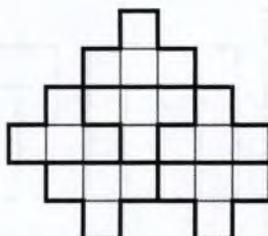


и)

**20.10.** Разделить эти фигуры можно несколькими способами, например так:



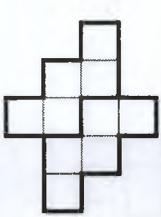
а)



б)

## 21. ПЕНТАМИНО

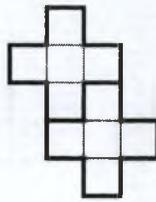
**21.1.** Существует несколько правильных решений, например такие:



а)



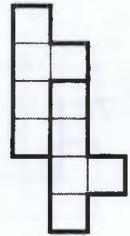
б)



в)



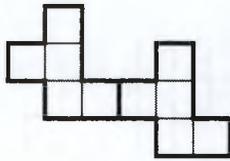
г)



д)



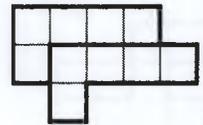
е)



ж)

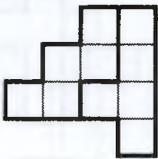


з)

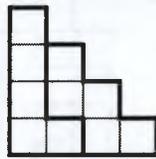


и)

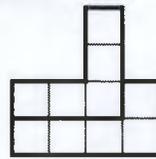
**21.2.** Существует несколько правильных решений, например такие:



а)



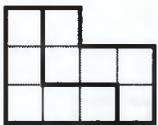
б)



в)



г)



д)



е)



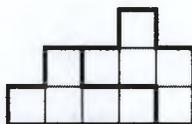
ж)



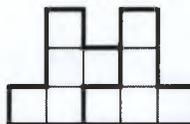
з)



и)



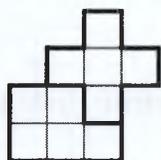
к)



л)



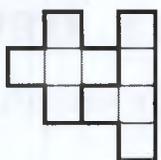
м)



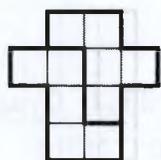
н)



о)



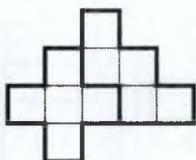
п)



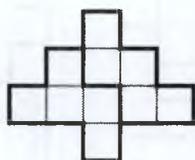
р)



с)



т)

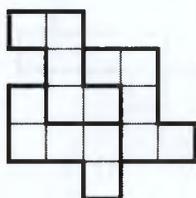


у)

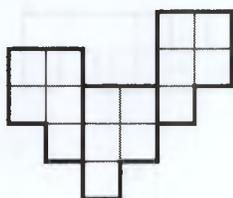


ф)

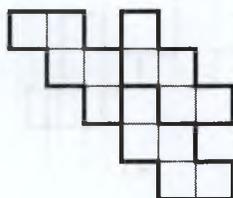
### 21.3. Решения:



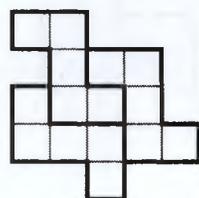
а)



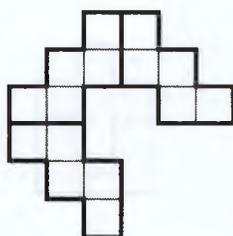
б)



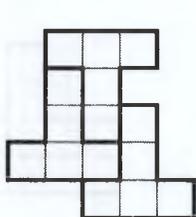
в)



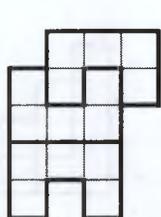
г)



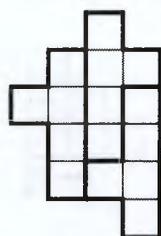
д)



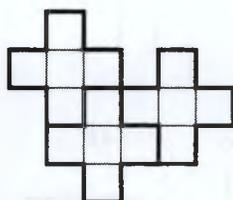
е)



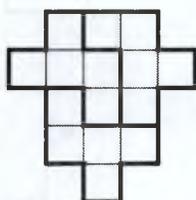
ж)



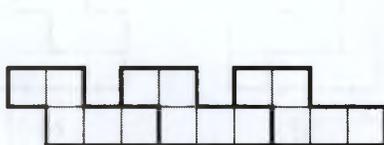
з)



и)

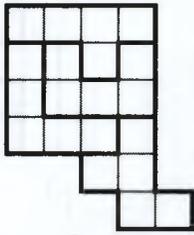


к)



л)

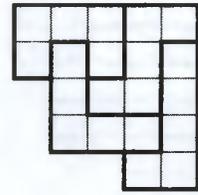
21.4. Существует несколько правильных решений, например такие:



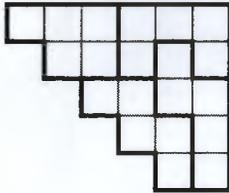
а)



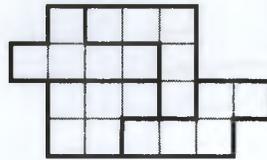
б)



в)

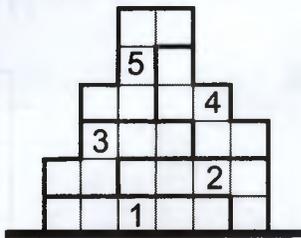


г)

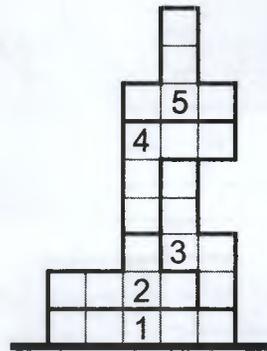


д)

**21.5.** Митя ставил фигурки в таком порядке:



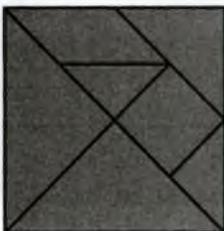
а)



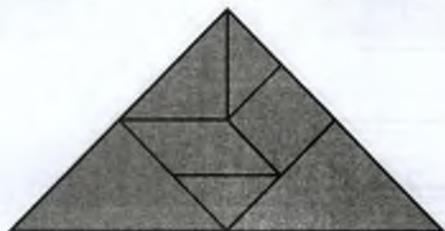
б)

## 22. ТАНГРАМ

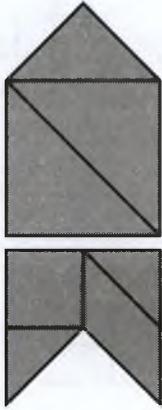
22.1.



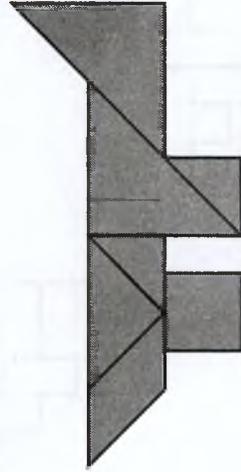
22.2.



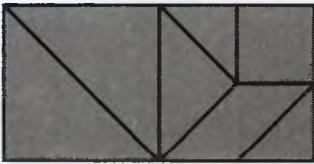
22.3.



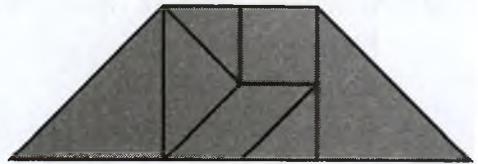
22.4.



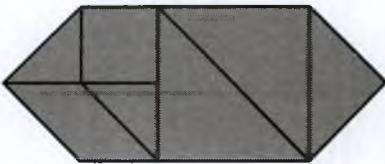
22.5.



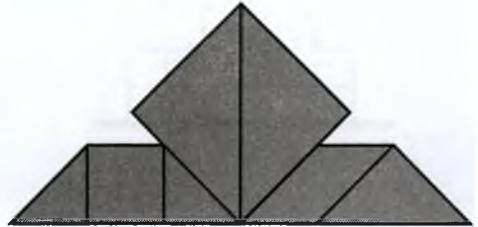
22.6.



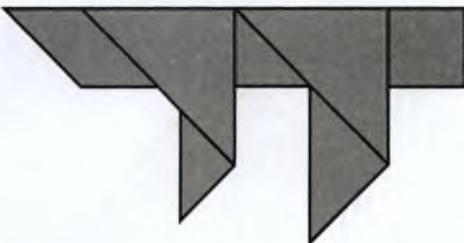
22.7.



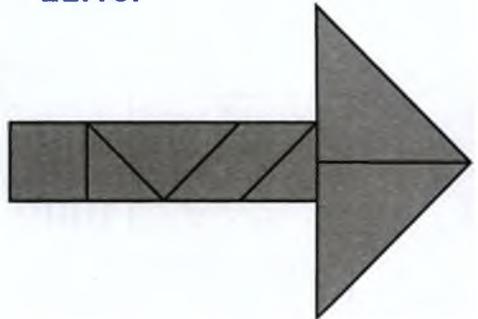
22.8.



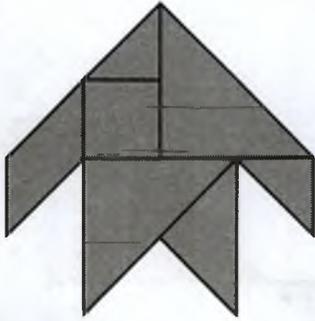
22.9.



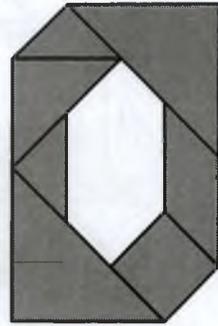
22.10.



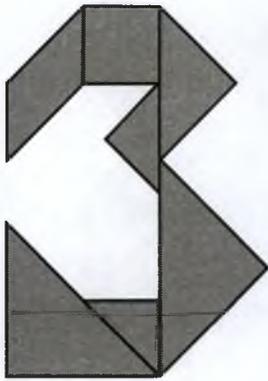
22.11.



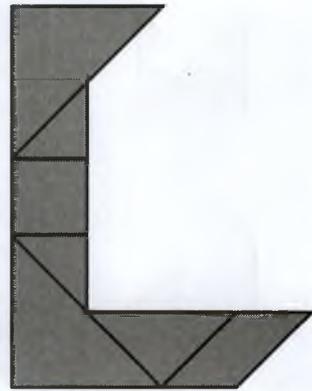
22.12.



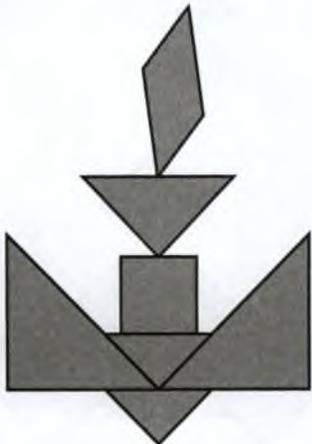
22.13.



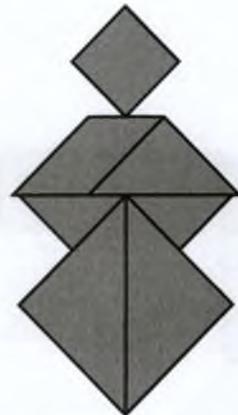
22.14.



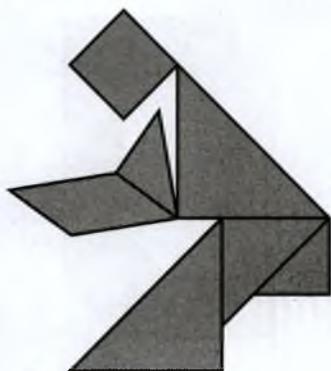
22.15.



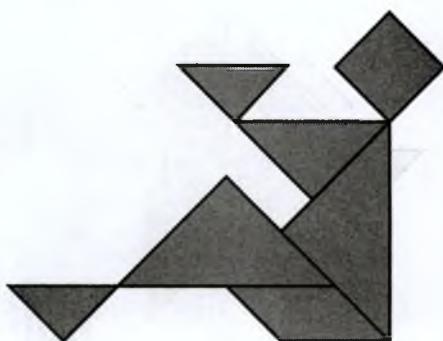
22.16.



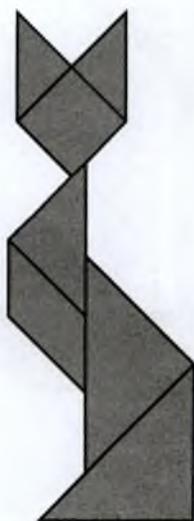
22.17.



22.18.



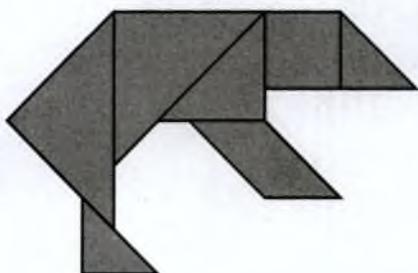
22.19.



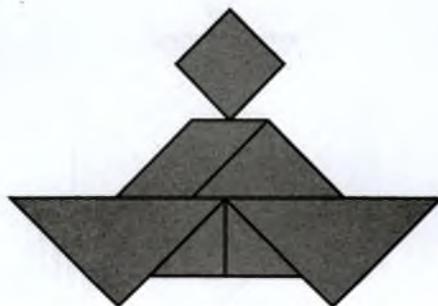
22.20.



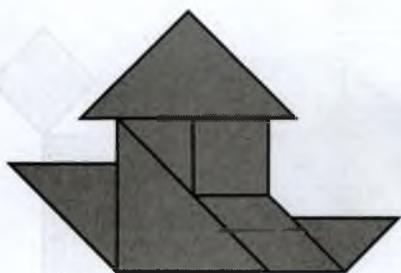
22.21.



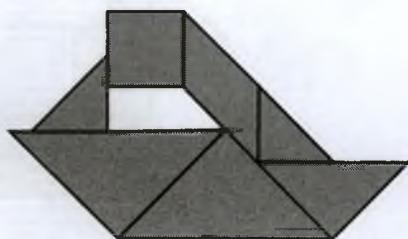
22.22.



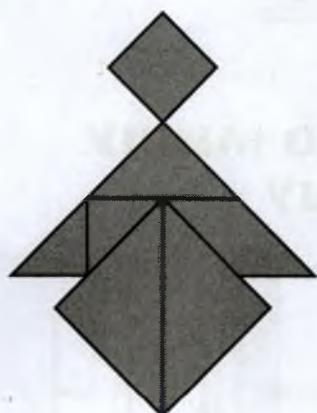
22.23.



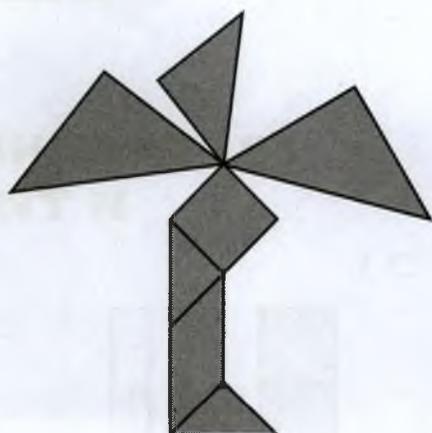
22.24.



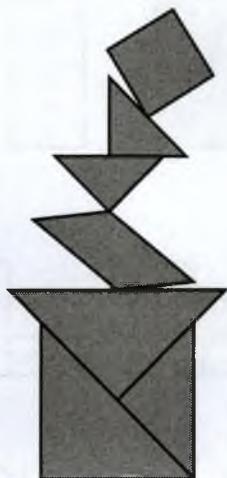
22.25.



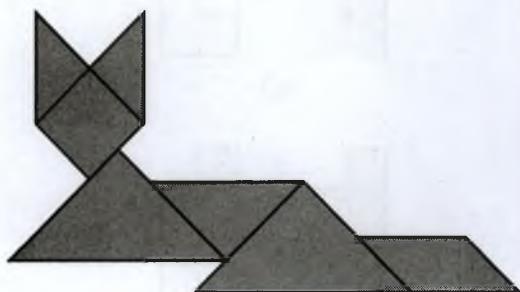
22.26.



22.27.



22.28.



22.29.



22.30.



## 23. ЗАДАЧИ ПРО МИШУ И ТИМОШУ

23.1.



а)



б)



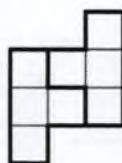
в)



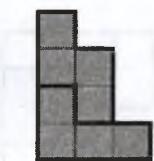
г)



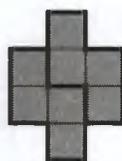
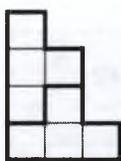
д)



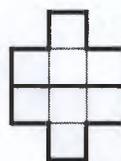
е)



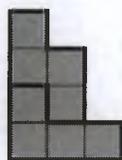
ж)



з)



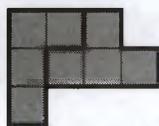
и)



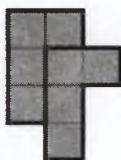
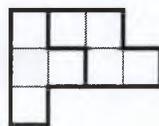
к)



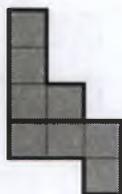
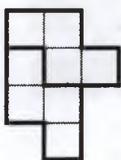
л)



м)



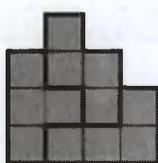
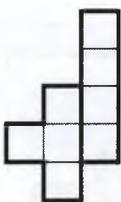
н)



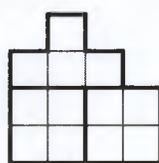
о)



п)



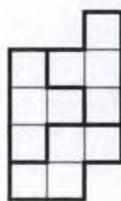
р)

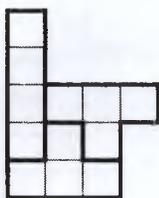


с)

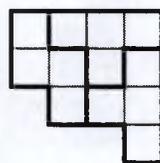
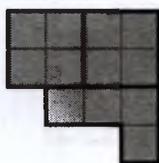


т)





у)



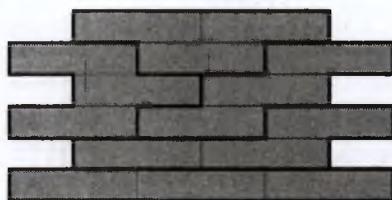
ф)

## 24. КИРПИЧКИ

24.1.



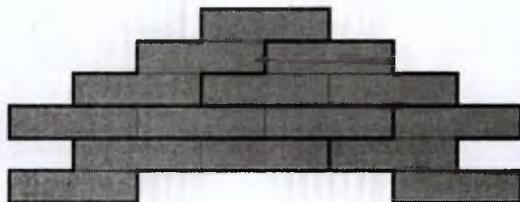
24.2.



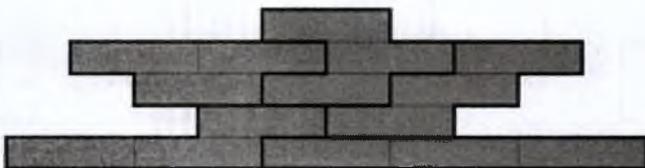
24.3.



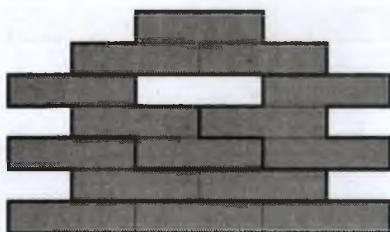
24.4.



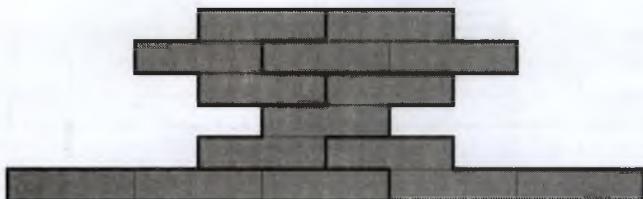
24.5.



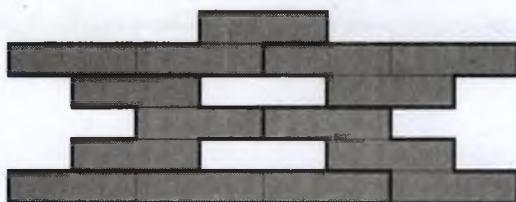
24.6.



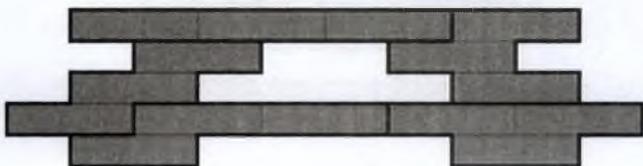
24.7.



24.8.



24.9.



24.10.



24.11.



24.12.



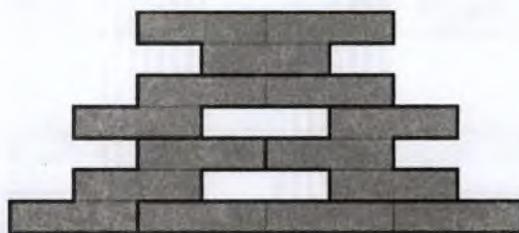
24.13.



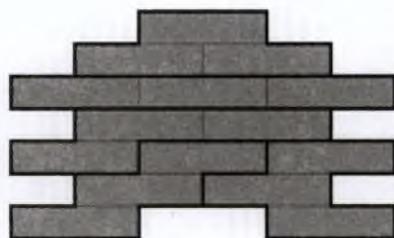
24.14.



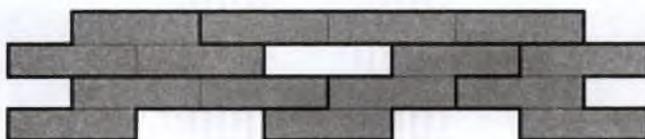
24.15.



24.16.



24.17.



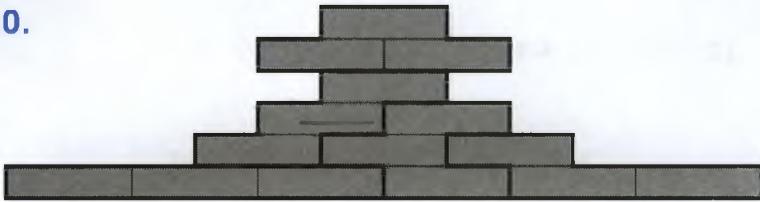
24.18.



24.19.



24.20.



## 25. ОБЪЁМНЫЕ И ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ

25.1.

а) 4 шарика, 4 спички.



б) 3 шарика, 3 спички.



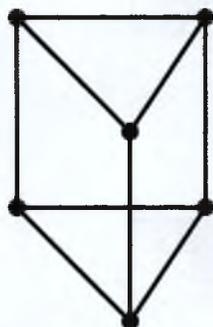
в) 4 шарика, 4 спички.



г) 8 шариков, 12 спичек.



д) 6 шариков,  
9 спичек.



е) 5 шариков,  
8 спичек.



ж) 6 шариков,  
12 спичек.



25.2. 1е, 2г, 3б, 4а, 5в, 6д.

## 26. РАЗВЁРТКИ

26.1. 1е, 2в, 3б, 4г, 5а, 6д.

Заметим, что только одна фигура – цилиндр – содержит круглые грани. Значит, её развёртка имеет два круга. Это развёртка е.

Кубик состоит из 6 квадратных граней. Это развёртка в.

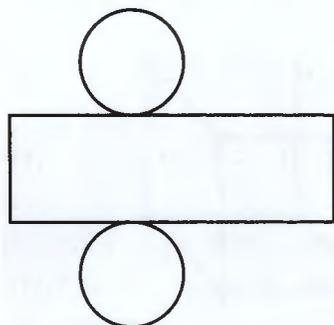
Треугольная призма склеена из 2 треугольников и 3 прямоугольников. Это развёртка б.

Четырёхугольная пирамида склеена из 1 квадрата и 4 треугольников. Это развёртка г.

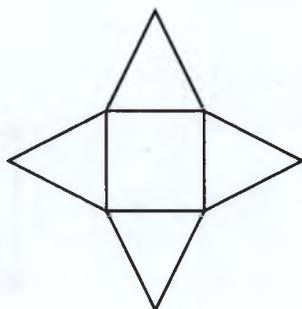
Треугольная пирамида (тетраэдр) склеена из 4 треугольников. Это развёртка а.

Октаэдр склеен из 8 треугольников. Это развёртка д.

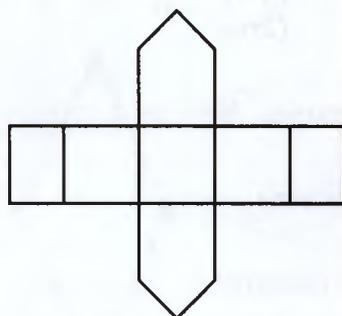
26.2.



а)

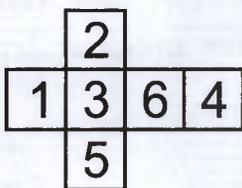


б)



в)

**26.3.** Возможны разные решения, например такое:



**26.4.** б, г, д, ж, з.

**26.5.** Подходит только развёртка г.

**26.6.** Развёртки а, в, д.

## 27. ПРЕДМЕТЫ И ИХ СВОЙСТВА

**27.1.** Аня никогда не рисует людей, значит, она не рисует принцессу. Следовательно, Аня рисует жар-птицу, а Василиса – принцессу.

*Ответ:* Аня рисует жар-птицу, а Василиса – принцессу.

**27.2.** Егору для его постройки не нужны колёсики, значит, он делает не грузовик, а лодку. Значит, Стёпа строит грузовик.

*Ответ:* Стёпа строит грузовик.

**27.3.** Чёрные звери у Пети и у Васи, но мы знаем, что у Васи – пёс. Значит, чёрный кот может быть только у Пети.

*Ответ:* чёрный кот у Пети.

**27.4.** У Паши и Игоря на велосипедах есть звонок, а у Миши – нет. У Миши и Паши велосипеды красные. Значит, без звонка велосипед у Миши и он красного цвета.

*Ответ:* у Миши красный велосипед без звонка.

**27.5.** У Иры красные розы, у Насти белые розы, у Марины белые астры.

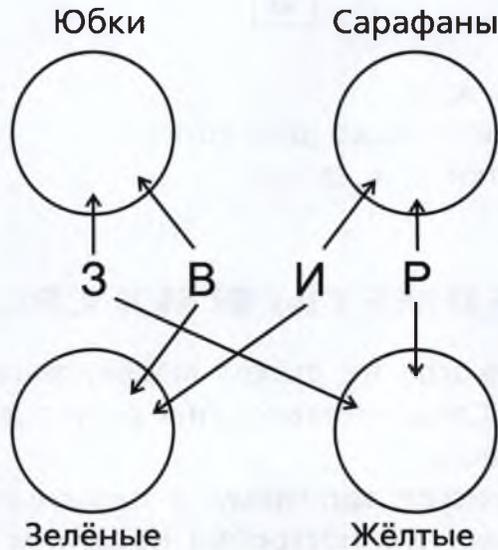
**27.6.** Алёша учится в третьем классе и занимается лыжами.

**27.7.** Красные яблоки собирала Надя. Жёлтые яблоки собирала Оля. Красные сливы собирала Мила. Ответить на вопрос, кто собирал жёлтые сливы, нельзя: данных задачи недостаточно.

27.8. У Вики синяя юбка.

27.9. Аркадий Борисович пил чай и читал журнал.

27.10. В зелёной юбке пришла Вера, Рита пришла в жёлтом сарафане.



27.11. Синий самолёт нарисовал Влад.

## 28. МНОЖЕСТВА И ИХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

28.1.



28.2.



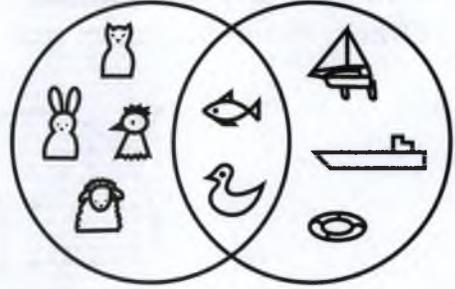
28.3.

Двигается Живое



28.4.

Живое Плавает



28.5.

Серые Полосатые



Овальные

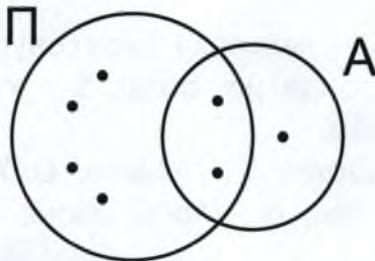
28.6.

Маленькие Треугольники

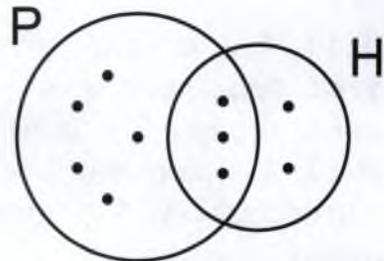


Чёрные

28.7. 2 ребёнка.



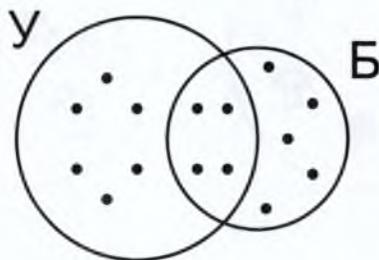
28.8. У 3 пиратов.



28.9. В команде есть матросы, которые носят и усы, и бороду. Сложим количество уса­тых и количество бородатых

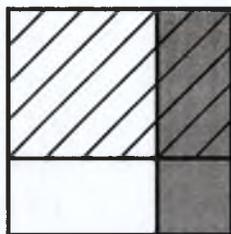
матросов:  $10 + 9 = 19$ . Тех матросов, которые имеют и усы, и бороду, мы посчитали дважды. Таких матросов  $19 - 15 = 4$ . Значит, усатых матросов без бороды  $10 - 4 = 6$ .

*Ответ:* 6 безбородых усачей.



**28.10.** Кол-во причёсанных детей (незаштрихованное) = кол-во причёсанных девочек (белое незаштрихованное) + кол-во причёсанных мальчиков (серое незаштрихованное) = кол-во непричёсанных мальчиков (серое заштрихованное) + кол-во причёсанных мальчиков (серое незаштрихованное) = кол-во мальчиков (серое).

*Ответ:* причёсанных детей столько же, сколько и мальчиков.



**28.11.** 1 – ехидна, утконос; 2 – ласточка-береговушка; 3 – утка, гусь, лебедь; 4 – выдра, ондатра, бобр; 5 – курица, орёл, страус; 6 – крот; 7 – рыба.

**28.12.** 1 – корова; 2 – коза, баран; 3 – кошка, собака; 4 – антилопа гну; 5 – кролик, хомяк; 6 – лось, олень; 7 – крокодил, тушканчик.

**28.13.** 1 – торшер, настольная лампа; 2 – люстра; 3 – фонарь; 4 – вешалка; 5 – светлячок, луна, солнце; 6 – улитка, дерево; 7 – стул, табурет, стол.

## 29. КЛИНОПИСЬ

29.1. а) 2, б) 5, в) 14, г) 26, д) 31, е) 43, ж) 57.

29.2.

- а)   
 б)   
 в) 

29.3.

- а)   
 б)   
 в)   
 г)   
 д) 

## 30. РИМСКИЕ ЧИСЛА

30.1. а) VI; б) XII; в) V; г) VII; д) X; е) IX; ж) VI; з) V; и) VIII.

30.2. а) Неверно, правильно так:  $I + III = IV$ ; б) верно; в) неверно, правильно так:  $II + IV = VI$ ; г) верно; д) неверно, правильно так:  $X + III = XIII$ ; е) неверно, правильно так:  $XV + I = XVI$ ; ж) верно; з) верно.

30.3. а) IX; б) VI; в) XII; г) XVIII; д) XIII; е) XVII; ж) XXIII; з) XIX.

30.4. а) =; б) <; в) <; г) >; д) =; е) >.

30.5. Пётр I и Пётр III правили одной и той же страной – Россией. Пётр I был первым правителем России по имени Пётр. Именно это и означает римское число I после его имени. Следующий правитель по имени Пётр именовался Пётр II, и уже за ним следовал Пётр III.

Ответ: Пётр I правил Россией раньше, чем Пётр III.

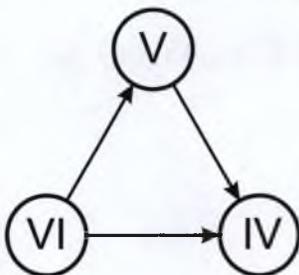
30.6. а) <; б) <; в) =; г) >; д) <; е) =; ж) <; з) >; и) <; к) <.

30.7. а) Верно; б) неверно, правильно так:  $IX - V = IV$ ; в) неверно, правильно так:  $VI + VIII = XIV$ ; г) верно; д) неверно, правильно так:  $IX + XII = XXI$ ; е) верно; ж) неверно, правильно так:  $XIV + VII = XXI$ ; з) неверно, правильно так:  $XV - IX = VI$ ; и) верно.

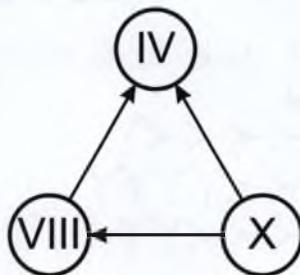
30.8. Максим читает главу XXXI, а Артём – главу XXIX. Римское число XXXI больше, чем XXIX. Значит, Максим прочитал больше.

Ответ: Максим прочитал больше.

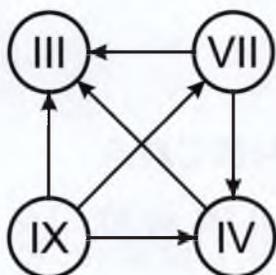
30.9.



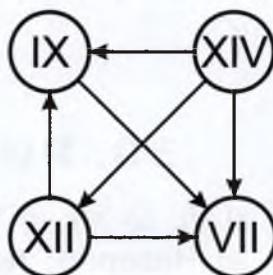
30.10.



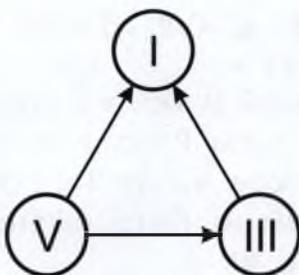
30.11.



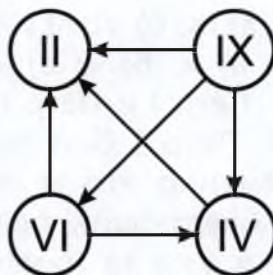
30.12.



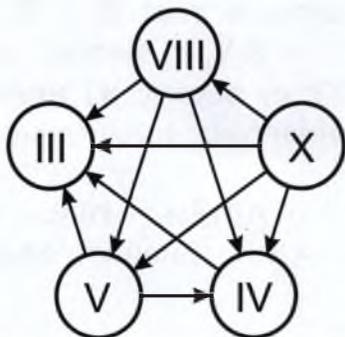
30.13.



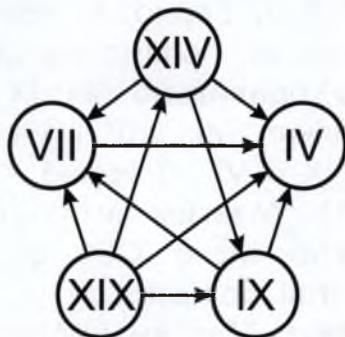
30.14.



30.15.



30.16.



## 31. ЗАДАЧИ СО СПИЧКАМИ

31.1. Некоторые из этих задач имеют больше одного решения.

а)  $VII + III = XI$

б)  $VI + III = IX$

$IV + III = IX$

в)  $XI - VII = II$

$XI - VII = II$

г)  $VI + V = XI$

$VI + V = XI$

д)  $IX + II = VII$

$IX + II = VI$

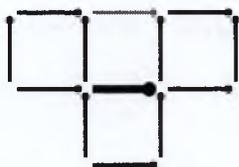
е)  $XII - IX = VIII$

ж)  $XI + V = XV$

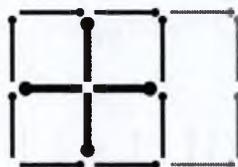
з)  $IX - V = IV$

$IX - IV = V$

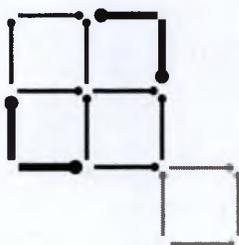
31.2.



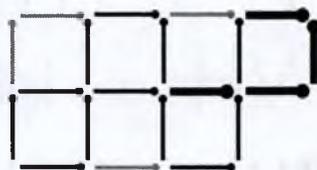
31.3.



31.4.



31.5.



## 32. СУДОКУ

**32.1.** Мы знаем, что в каждой строке, в каждом столбце и в каждом маленьком прямоугольнике каждая из цифр должна встречаться ровно один раз. Если у нас есть строка или столбец, в котором не хватает всего одной цифры, то начинать надо именно с этого места.

Видим, что в третьей строке сверху и в третьем столбце слева есть все цифры, кроме одной, значит, надо добавить в эти клетки недостающие цифры. (На рисунке добавленные цифры выделены.)

1		4	
		2	
2	1	3	4
	4	1	

Теперь в нижней строке не заполнены всего две клетки. Добавим недостающие цифры.

1		4	
		2	
2	1	3	4
3	4	1	2

Теперь в первом столбце слева не хватает только одной цифры – добавим её.

1		4	
4		2	
2	1	3	4
3	4	1	2

Остались четыре свободные клетки, и надо понять, как их заполнить, чтобы не было противоречия.

Во втором столбце слева не хватает цифр 2 и 3. Однако надо учесть, что во второй строке цифра 2 уже есть, значит, 2 можно поставить только в верхнюю строку.

1	2	4	
4		2	
2	1	3	4
3	4	1	2

Теперь мы можем поставить последнюю цифру во втором столбце слева и в верхней строке.

1	2	4	3
4	3	2	
2	1	3	4
3	4	1	2

Заполняем последний пропуск, и задача решена!

1	2	4	3
4	3	2	1
2	1	3	4
3	4	1	2

32.2.

1	2	3	4
4	3	2	1
3	4	1	2
2	1	4	3

32.3.

4	1	2	3
3	2	1	4
2	4	3	1
1	3	4	2

**32.4.** Мы знаем, что в каждой строке, в каждом столбце и в каждом маленьком прямоугольнике каждая из цифр должна встречаться ровно один раз. Если у нас есть строка или столбец, в котором не хватает всего одной цифры, то начинать надо именно с этого места.

В данном случае мы видим, что в верхней и в нижней строках не хватает по одной цифре. Добавляем их: 5 в верхнем левом углу и 3 в правом нижнем углу. Те цифры, которые добавлены только что, выделены.

5	4	1	2	3	6
			4	5	
					2
6					
	6	5			
1	2	4	5	6	3

Теперь в левом нижнем и в правом верхнем прямоугольниках есть все числа, кроме одного. Заполним эти клетки.

5	4	1	2	3	6
			4	5	1
					2
6					
3	6	5			
1	2	4	5	6	3

Теперь у нас нет ни одного столбца или строки с пятью заполненными клетками. Поищем самые заполненные строки и столбцы. Возьмём, к примеру, самый первый столбец

слева. В нём не хватает двух чисел, 2 и 4, и нам нужно решить, в каком порядке их поставить.

Мы видим по условию, что число 2 в третьей строке сверху уже есть, значит, поставить туда мы можем только 4. Исходя из этого, 2 ставим во второй строке сверху.

5	4	1	2	3	6
2			4	5	1
4					2
6					
3	6	5			
1	2	4	5	6	3

В левом верхнем прямоугольнике теперь не хватает только двух чисел. Заполним эти пустые клетки. Не хватает чисел 6 и 3 во второй строке сверху. Проверим столбцы и увидим, что во втором столбце цифра 6 уже есть. Значит, во втором столбце слева мы можем поставить только 3. Исходя из этого, цифру 6 ставим в третьем столбце слева.

5	4	1	2	3	6
2	3	6	4	5	1
4					2
6					
3	6	5			
1	2	4	5	6	3

В самом правом столбце не хватает двух чисел, 5 и 4. Проверив условие, мы можем заметить, что во второй строке снизу 5 уже есть и на свободном месте может стоять только 4. В последнюю свободную клетку правого столбца вписываем 5.

5	4	1	2	3	6
2	3	6	4	5	1
4					2
6					5
3	6	5			4
1	2	4	5	6	3

Во второй строке снизу не хватает двух чисел. Заполним эти пропуски. Число 2 не может стоять в четвёртом столбце слева, значит, его надо поставить в пятый столбец. В последнюю свободную клетку второй строки снизу вписываем 1.

5	4	1	2	3	6
2	3	6	4	5	1
4					2
6					5
3	6	5	1	2	4
1	2	4	5	6	3

Заполним второй столбец слева. В этом столбце не хватает чисел 5 и 1. Число 5 не может стоять в четвёртой сверху строке, значит, нужно поставить его в третьей строке. В последнюю свободную клетку столбца вписываем 1.

5	4	1	2	3	6
2	3	6	4	5	1
4	5				2
6	1				5
3	6	5	1	2	4
1	2	4	5	6	3

Заполним третий слева столбец, в котором не хватает чисел 2 и 3. Число 2 не может стоять в третьей сверху строке, значит, его нужно поставить в четвёртую сверху строку. В последнюю свободную клетку столбца вписываем 3.

5	4	1	2	3	6
2	3	6	4	5	1
4	5	3			2
6	1	2			5
3	6	5	1	2	4
1	2	4	5	6	3

Заполним третью сверху строку, в которой не хватает чисел 1 и 6. Поскольку в четвёртом слева столбце уже встречается 1, а в пятом столбце уже есть 6, мы можем легко определить, в каком порядке должны стоять недостающие числа.

5	4	1	2	3	6
2	3	6	4	5	1
4	5	3	6	1	2
6	1	2			5
3	6	5	1	2	4
1	2	4	5	6	3

Впишем в две свободные клетки числа 3 и 4. Это можно сделать только одним способом.

Задача решена!

5	4	1	2	3	6
2	3	6	4	5	1
4	5	3	6	1	2
6	1	2	3	4	5
3	6	5	1	2	4
1	2	4	5	6	3

32.5.

5	1	3	4	2	6
6	2	4	1	5	3
4	6	1	4	3	5
3	5	2	6	1	4
2	3	6	5	4	1
1	4	5	3	6	2

32.6.

6	3	1	4	5	2
4	2	5	6	1	3
3	1	6	2	4	5
2	5	4	3	6	1
5	4	2	1	3	6
1	6	3	5	2	4

32.7.

1	5	3	2	6	4
2	4	6	3	5	1
6	1	5	4	2	3
4	3	2	6	1	5
3	6	1	5	4	2
5	2	4	1	3	6

32.8.

4	1	3	2	6	5
2	5	6	1	3	4
1	2	4	3	5	6
3	6	5	4	2	1
5	3	1	6	4	2
6	4	2	5	1	3

32.9.

5	3	4	2	6	1
2	1	6	3	4	5
4	5	3	6	1	2
1	6	2	4	5	3
6	2	1	5	3	4
3	4	5	1	2	6

32.10.

2	4	3	1	5	6
1	5	6	3	4	2
5	6	4	2	1	3
3	2	1	5	6	4
4	3	5	6	2	1
6	1	2	4	3	5

## 33. ЧИСЛОВАЯ ЗМЕЯ

33.1.

		1		
		2		
		3		
		4		
		5		

а)

1				
2				
3	4	5		

б)

	4	3	2	
	5		1	

в)

			1	2
				3
			5	4

г)

33.2.

1	2	3	4	
			5	

а)

			5	
			4	3
				2
				1

б)

	1			
	2	3		
		4	5	

в)

		2	1	
		3		
5	4			

г)

## 33.3.

	<b>1</b>	2	3	<b>4</b>
				5
				6
				<b>7</b>

а)

<b>4</b>	3	2	<b>1</b>	
5				
6	<b>7</b>			

б)

<b>7</b>		<b>1</b>		
6		2		
5	<b>4</b>	3		

в)

## 33.4.

<b>1</b>				
2				
3				
<b>4</b>				
5	6	<b>7</b>		

а)

	3	<b>4</b>	5	
<b>1</b>	2		6	<b>7</b>

б)

2	3	<b>4</b>	5	6
<b>1</b>				<b>7</b>

в)

<b>1</b>				
2				
3	<b>4</b>			
	5			
6	<b>7</b>			

г)

	5	6	<b>7</b>	
3	<b>4</b>			
2				
<b>1</b>				

д)

<b>1</b>				
2	3			
	<b>4</b>	5		
		6	<b>7</b>	

е)

## 33.5.

<b>1</b>				
2				
3				
4				
<b>5</b>	6	7	8	<b>9</b>

а)

		3	4	<b>5</b>
		2		6
		<b>1</b>		7
				8
				<b>9</b>

б)

		2	3	4
		<b>1</b>		<b>5</b>
				6
		<b>9</b>	8	7

в)

4	<b>5</b>	6	7	
3			8	
2	<b>1</b>		<b>9</b>	

г)

## 33.6.

	3	4	5	
1	2		6	
			7	
			8	
			9	

а)

	8	7	6	
	9		5	
			4	
			3	
			2	1

б)

3	4	5		
2		6		
1		7	8	9

в)

				9
			7	8
		5	6	
	3	4		
1	2			

г)

				9
				8
3	4	5	6	7
2				
1				

д)

9	8			
	7			
	6			
	5	4	3	2
				1

е)

		8	9	
		7		
		6		
	1	5		
2	3	4		

ж)

			1	2
				3
	9			4
	8	7	6	5

з)

## 33.7.

2	1			
3				
4				
5				11
6	7	8	9	10

а)

11		1	2	3
10				4
9	8	7	6	5

б)

				11
	7	8	9	10
	6			
	5		1	
	4	3	2	

в)

1		7	8	9
2		6		10
3	4	5		11

г)

		3	4	5
	1	2		6
				7
	11	10	9	8

д)

## 33.8.

				<b>1</b>
10	9	8		2
11		<b>7</b>		3
12		6	5	4
<b>13</b>				

а)

7	6	5		
<b>8</b>		4		
9		3	2	<b>1</b>
10				
11	12	13	14	<b>15</b>

б)

13	14	<b>15</b>		
12				
11		5	4	3
10		6		2
9	<b>8</b>	7		<b>1</b>

в)

2	<b>1</b>		<b>15</b>	14
3				13
4				12
5	6		10	11
	7	<b>8</b>	9	

г)

## 33.9.

<b>17</b>	16	15	14	13
				12
3	4	5		11
2		6		10
<b>1</b>		7	8	<b>9</b>

а)

13	14	15	16	<b>17</b>
12				
11		<b>1</b>	2	3
10				4
<b>9</b>	8	7	6	5

б)

<b>1</b>	2	3	4	5
				6
11	10	<b>9</b>	8	7
12				
13	14	15	16	<b>17</b>

в)

7	6	5		<b>1</b>
8		4	3	2
<b>9</b>				
10		14	15	16
11	12	13		<b>17</b>

г)

## 34. КООРДИНАТЫ

**34.1.** а) Кит и кот; б) липа; в) тополь; г) пальто; д) копыто; е) от топота копыт пыль по полю летит.

**34.2.** а) Колесо упало; б) Алиса пела; в) кошка шла и шипела; г) шла Саша по шоссе и сосала сушку.

**34.3.** Винни-Пух попал в точки (8,7), (6,9), (5,6) и выбил  $5 + 3 + 10 = 18$  (очков);

Пятачок попал в точки (6,4), (6,6), (6,2) и выбил  $10 + 5 + 1 = 16$  (очков).

Кристофер Робин попал в точки (4,6) и (8,6) и выбил  $5 + 5 = 10$  (очков); чтобы набрать больше всех очков, ему надо попасть в десятку.

**Ответ:** Винни-Пух набрал больше очков; Кристоферу Робину надо сделать выстрел (5,6), или (6,6), или (7,6), или (6,7), или (6,5).

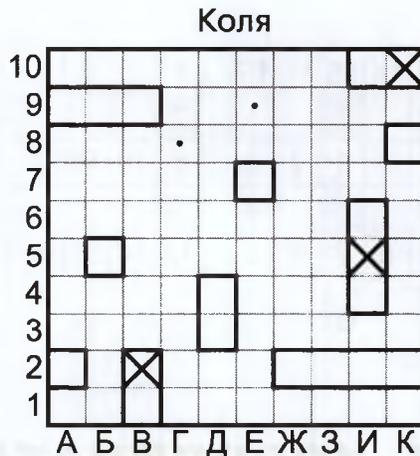
**34.4.** Атаманша:  $(3,1)$  – 3 очка,  $(-1,3)$  – 5 очков,  $(1,2)$  – 10 очков. Итого 18 очков.

Трубадур:  $(2,-1)$  – 1 очко,  $(-3,5)$  – 1 очко и  $(0,3)$  – 10 очков. Итого 12 очков.

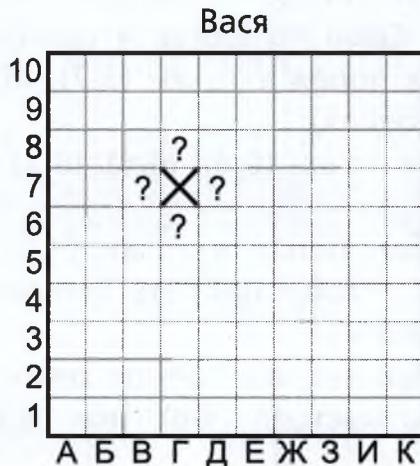
Гениальный Сыщик:  $(1,5)$  – 5 очков,  $(2,4)$  – 5 очков и  $(1,3)$  – 10 очков. Итого: 20 очков.

Ответ: лучше всех стреляет сыщик; атаманша получила 3 очка за свой выстрел  $(3,1)$ .

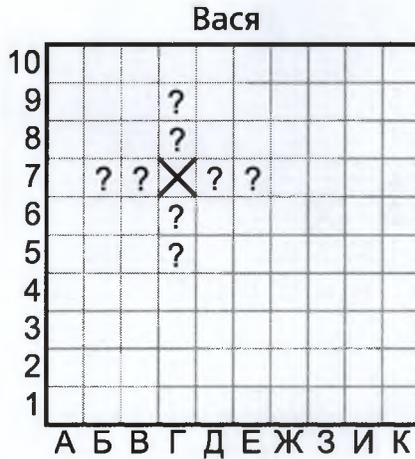
**34.5.** Выстрелы В2, И5 и К10 были успешными, выстрелы Г8 и Е9 – мимо.



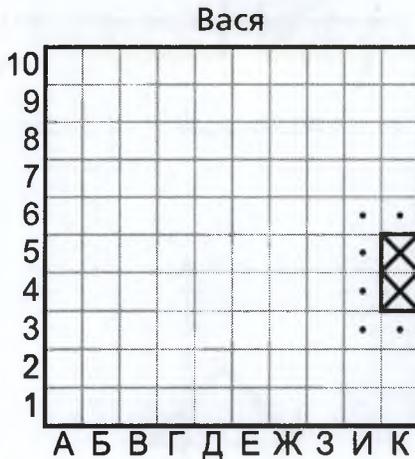
**34.6.** а) Раненый двухпалубный корабль может занимать ещё клетки Г6, Г8, В7, Д7.



б) Раненый трёхпалубный корабль может занимать ещё клетки Г5 и Г6, Г6 и Г8, Г8 и Г9, Б7 и В7, В7 и Д7 или Д7 и Е7.

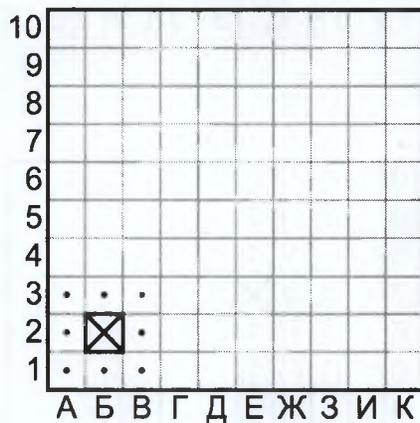


**34.7.** На соседних клетках другие корабли стоять не могут. Уголками они тоже не могут соприкасаться. Значит, кораблей точно нет на полях И3, И4, И5, И6 и К3, К6.

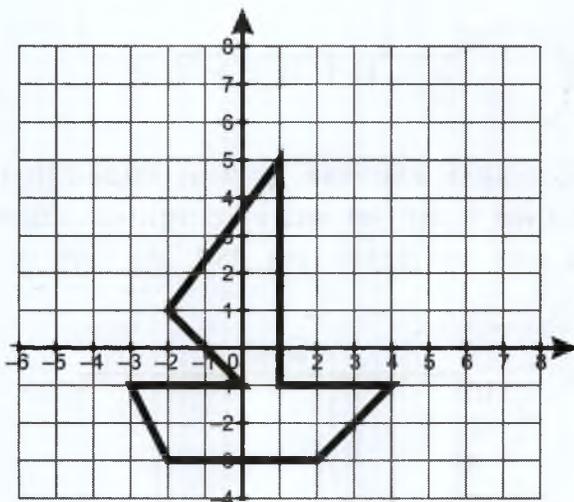


**34.8.** На соседних клетках другие корабли стоять не могут. Уголками они тоже не могут соприкасаться. Значит, кораблей точно нет на полях: А1, А2, А3, Б1, Б3, В1, В2, В3.

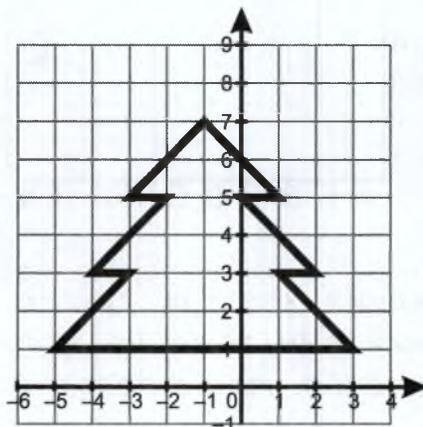
Вася



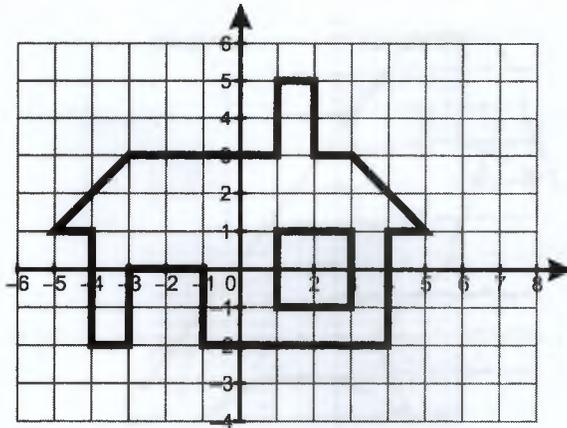
34.9.



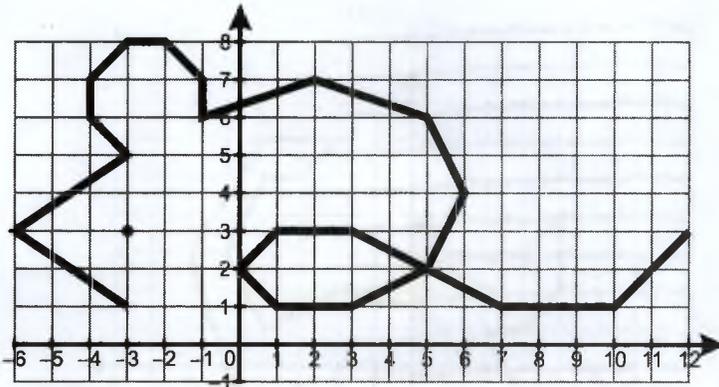
34.10.



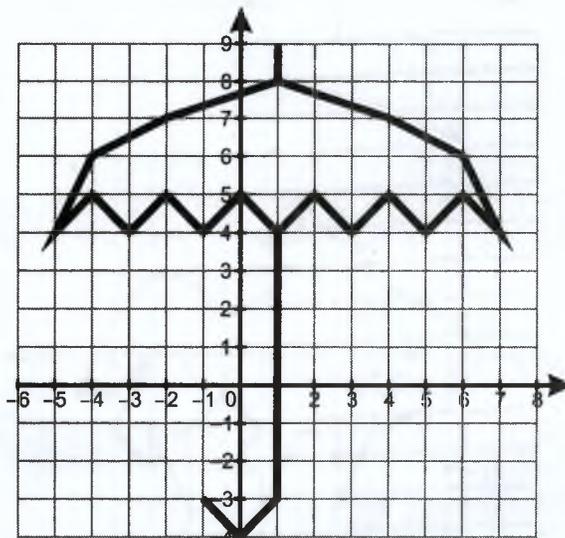
34.11.



34.12.



34.13.





## 35. СЛОВЕСНОЕ ОПИСАНИЕ ЧИСЕЛ

**35.1.** У трёх палок 6 концов, у двух верблюдов 8 ног.

*Ответ:* 7 яблок.

**35.2.** У одной палки два конца, у половины палки тоже два конца, значит, у двух с половиной палок 6 концов.

*Ответ:* 6 кружочков.

**35.3.**



**35.4.** Сумма всех написанных чисел равна 15, значит, надо стереть два числа, дающих в сумме 5.

*Ответ:* надо стереть 1 и 4 или 2 и 3.

**35.5.** Сто.

**35.6.** 10.

**35.7.** 99.

**35.8.** 98.

**35.9.** 999 и 100.

**35.10.** В трёхзначном числе должны быть сотни, десятки и единицы. Начнём придумывать число с сотен, потому что, если сотен будет слишком много, нам будет неважно, сколько десятков и единиц, – число уже не будет наименьшим. Наименьшее количество сотен – 1. Наименьшее количество десятков – 0. Наименьшее количество единиц, которое можно обозначить неиспользованными цифрами, – 2.

*Ответ:* 102.

**35.11.** 987.

**35.12.** В трёхзначном числе должны быть сотни, десятки и единицы. Начнём придумывать число с сотен. Их должно быть как можно меньше. Из предложенных цифр самое маленькое количество обозначает 0, но в трёхзначном числе не может быть 0 сотен, поэтому пишем 5. Наименьшее количество десятков – 0. Для единиц осталось 7.

*Ответ:* 507.

**35.13.** 97.

**35.14.** 864.

**35.15.** Числа будем придумывать, начиная с единиц. Рассмотрим по порядку все возможные варианты. Если количество единиц – 1, то десятков должно быть 2. Получаем 21. Если единиц – 2, то десятков – 4. Имеем 42. Аналогично получаем 63 и 84. Если единиц 5 или больше, то вдвое большее количество десятков при помощи одной цифры не записывается.

*Ответ:* 21, 42, 63, 84.

**35.16.** В нашем числе должно быть как можно больше сотен. Если взять 9 сотен, то сумма двух оставшихся цифр должна быть равна 1, а это возможно, только если эти цифры 1 и 0, значит, десятков – 1, единиц – 0.

*Ответ:* 910.

**35.17.** Придумывать число начинаем с тысяч: чем их больше, тем больше число, чем меньше – тем меньше. Последующие цифры имеют меньшее значение, их можно выбирать из того, что останется. Не забываем, что цифра 0 обозначает меньшее количество, чем 1, но, к сожалению, при написании самого маленького числа на первое место 0 поставить нельзя, поэтому ставим 0 на второе место.

*Ответ:* 9976 и 1012.

**35.18.** 99762 и 10126.

**35.19.** а)  $42679109 \rightarrow 919$ ; б)  $42679109$  или  $12679109 \rightarrow 109$ .

**35.20.** В трёхзначном числе должны быть сотни, десятки и единицы. Начнём писать число с сотен. Их должно быть как можно меньше. Из предложенных цифр самое маленькое количество обозначает 0, но в трёхзначном числе не может быть 0 сотен, поэтому пишем 3. Наименьшее количество десятков – 0. Для единиц осталось 9.

*Ответ:* 309.

**35.21.** Если число десятков на 1 больше числа единиц, то число единиц на 1 меньше числа десятков. Рассмотрим по порядку все возможные варианты.

*Ответ:* 10, 21, 32, 43, 54, 65, 76, 87, 98.

**35.22.**  $1829 = 129$ .

**35.23.** 9876543210 и 1023456789.

**35.24.** 278.

**35.25.** 722.

**35.26.** 500 – это 50 десятков. 23 десятка меньше 50 десятков на 27 десятков, то есть на 270.

*Ответ:* на 270, или на 27 десятков.

**35.27.** 37 десятков.

**35.28.** 6012 – это 60 сотен и ещё 12. 60 сотен спичек лежат в 60 коробках, и ещё 12 спичек возьмём из 61-го коробка.

*Ответ:* 61 коробок.

**35.29.** Написанные числа в сумме дают 15. Запишем  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ . Если в этой записи перед некоторым числом поменять плюс на минус, результат уменьшится на удвоенное это число (мы не только не добавляем его к общей сумме, но ещё и вычитаем).

$13 = 15 - 2$ . Заменяем плюс на минус перед 1, получаем  $5 + 4 + 3 + 2 - 1 = 13$ .

$11 = 15 - 4$ . Ставим минус перед 2, остальные плюсы, имеем  $5 + 4 + 3 - 2 + 1 = 11$ .

$9 = 15 - 4 - 2$ . Минусы перед 2 и 1, остальные плюсы:  $5 + 4 + 3 - 2 - 1 = 9$ .

$7 = 15 - 8$ . Минус перед 4, остальные плюсы:  $5 - 4 + 3 + 2 + 1 = 7$ .

$7 = 15 - 6 - 2$ . Минусы перед 3 и 1, остальные плюсы:  $5 + 4 - 3 + 2 - 1 = 7$ .

$5 = 15 - 8 - 2$ . Минусы перед 4 и 1, остальные плюсы:  $5 - 4 + 3 + 2 - 1 = 5$ .

$5 = 15 - 6 - 4$ . Минусы перед 3 и 2, остальные плюсы:  $5 + 4 - 3 - 2 + 1 = 5$ .

$3 = 15 - 8 - 4$ . Минусы перед 4 и 2, остальные плюсы:  $5 - 4 + 3 - 2 + 1 = 3$ .

$1 = 15 - 8 - 6$ . Минусы перед 4 и 3, остальные плюсы:  $5 - 4 - 3 + 2 + 1 = 1$ .

$1 = 15 - 8 - 4 - 2$ . Минусы перед 4, 2 и 1, остальные плюсы:  $5 - 4 + 3 - 2 - 1 = 1$ .

**35.30.**  $9 + 8 + 7 + 6 + 5 = 35$ . Если в этой записи перед некоторым числом поменять «плюс» на «минус», результат уменьшится на удвоенное это число (мы не только не добавляем его к общей сумме, но ещё и вычитаем). Поэтому

при любой расстановке знаков 35 будет уменьшаться на чётное число, значит, результат будет нечётным. Если минус стоит перед 5, результат уменьшается на 10, перед 6 – на 12, перед 7 – на 14, перед 8 – на 16. Когда на доске стоит один плюс, а все остальные минусы, можем получить, соответственно, 25, 23, 21, 19. Запишем остальные варианты по порядку: с двумя минусами, с тремя минусами, с четырьмя минусами.

$$9 + 8 + 7 - 6 - 5 = 13$$

$$9 + 8 - 7 + 6 - 5 = 11$$

$$9 - 8 + 7 + 6 - 5 = 9$$

$$9 + 8 - 7 - 6 + 5 = 9$$

$$9 - 8 + 7 - 6 + 5 = 7$$

$$9 - 8 - 7 + 6 + 5 = 5$$

$$9 + 8 - 7 - 6 - 5 = -1$$

$$9 - 8 + 7 - 6 - 5 = -3$$

$$9 - 8 - 7 + 6 - 5 = -5$$

$$9 - 8 - 7 - 6 + 5 = -7$$

$$9 - 8 - 7 - 6 - 5 = -17$$

Итак, можно получить числа 35, 25, 23, 21, 19, 13, 11, 9, 7, 5, -1, -3, -5, -7, -17.

**35.31.** Цифра 1 встретилась в числах 21 и 31.

*Ответ:* 2 раза.

**35.32.** 11 раз (9 раз двойка встретилась при обозначении десятков и 2 раза – при обозначении единиц).

**35.33.** 7 и 8 (если брать соседние числа ниже по числовому ряду, сумма будет уменьшаться, если выше – увеличиваться, поэтому ответ один).

**35.34.** Второе из двух соседних чисел меньше первого на 1, значит,  $23 = \text{меньшее число} + \text{меньшее число} + 1$ , значит,  $22 = 2 \times \text{меньшее число}$ , значит,  $\text{меньшее число} = 11$ .  
*Ответ:* 11 и 12.

**35.35.** *Ответ:* 1, 2, 3. Если сдвинуть эту тройку чисел вверх по числовому ряду, сумма станет больше 6, поэтому других ответов нет.

**35.36.** Из этих трёх чисел среднее больше первого на 1 и меньше третьего на 1, значит, их сумму можно записать

так:  $12 = (\text{среднее} - 1) + \text{среднее} + (\text{среднее} + 1) = 3 \times \text{среднее}$ ; значит,  $\text{среднее} = 4$ .

Можно рассуждать иначе: если сдвинуть тройку соседних чисел на один шаг вверх по числовому ряду, каждое из них увеличится на 1, значит, сумма увеличится на 3:  $1 + 2 + 3 = 6$ , сдвигая на один шаг, получаем 9, ещё на один – 12.

*Ответ:* 3, 4, 5.

**35.37.** 5, 6, 7.

**35.38.** 9, 10, 11.

**35.39.** В этой фразе 10 разных букв, значит, их заменили на 10 разных цифр. Цифр всего 10, поэтому одна из них обязательно 0. При умножении на 0 всегда получается 0.

*Ответ:* 0.

**35.40.** Если из этого числа вычесть 2, результат должен делиться на 3, 4 и 5, для этого он должен делиться на  $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ .

*Ответ:* 2, 62, 122, 182, ..., то есть  $2 + 60k$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

**35.41.** Чётное.  $B = 4k + 2$ , оба слагаемых чётные.

**35.42.** На 0 ( $5 + 5 = 10$ ).

**35.43.** На 5 ( $5 \cdot 5 = 25$  оканчивается на 5).

**35.44.** Слагаемые оканчиваются на 3, 4, 5, 6, 7. Сумма первых двух слагаемых оканчивается на 7;  $7 + 5 = 12$ , поэтому сумма первых трёх слагаемых оканчивается на 2;  $2 + 6 + 7 = 15$ .

*Ответ:* сумма оканчивается на 5.

**35.45.** Произведение чисел 244 и 15 оканчивается на 0, поскольку  $4 \cdot 5 = 20$ . При умножении результата на 10 к нему приписывается ещё один ноль.  $244 \cdot 150 = 244 \cdot 15 \cdot 10$ .

*Ответ:* 00.

**35.46.** 11, 13, 15, 17, 19, 21.

**35.47.** 10 рук – это 5 раз по две руки.

*Ответ:* 50 пальцев.

**35.48.** 7 конфет.

**35.49.** У нас есть 2 условия, которым должно удовлетворять количество галок и палок. Из первого условия следует, что палок на одну меньше, чем галок. Рассмотрим второе

условие. Если взять 2 палки, на них сядут 2 галки (2 – на первую, вторая свободна). Не удовлетворяет первому условию. Добавим палку (теперь их 3), на неё сядут 2 галки (теперь их 4) – подходит. Если продолжить добавлять по одной палке, то количество галок будет увеличиваться на 2 и количество палок перестанет удовлетворять первому условию.

*Ответ:* 3 палки и 4 галки.

**35.50.** Все двузначные числа можно разбить на десятки: от 10 до 19, от 20 до 29 и т. д. В них первая цифра не меняется, а вторая принимает 10 разных значений. Первая цифра в двузначном числе может принимать 9 разных значений (все, кроме нуля), значит, таких десятков 9.

*Ответ:* 90 двузначных чисел.

**35.51.** Все двузначные числа можно разбить на десятки: от 10 до 19, от 20 до 29 и т. д. В каждом из этих десятков чётные числа расположены одинаково, они оканчиваются на 0, 2, 4, 6, 8, то есть стоят через один. В каждом десятке 5 чётных чисел (ровно половина). Десятков 9.

*Ответ:* 45 чётных двузначных чисел (в 2 раза меньше, чем всего двузначных чисел).

**35.52.** Пусть у нас было однозначное число Ч. Когда к нему приписали такую же цифру, оно превратилось в число, равное 4 десяткам + 4 единицам, то есть в  $11 \cdot Ч$ .

*Ответ:* в 11 раз.

**35.53.** Если записать подряд все числа от 1 до 100, то 0 не встретится в обозначении сотен, в обозначении десятков он встретится 1 раз (в числе 100). Числа от 1 до 100 можно разбить на 10 десятков: от 1 до 10, от 11 до 20... от 91 до 100. В каждом из этих десятков 0 в разряде единиц встречается ровно 1 раз. Итого 10 нулей.

*Ответ:* 11 нулей.

**35.54.** Маша выписала все числа от 1 до 30.

а) Цифра 6 встретилась только при обозначении единиц: 6, 16, 26.

*Ответ:* 3 раза.

б) Цифра 9 встретилась только при обозначении единиц: 9, 19, 29.

*Ответ:* 3 раза.

в) Цифра 3 встретилась 3 раза при обозначении единиц: 3, 13, 23 – и один раз – при обозначении десятков: 30.

*Ответ:* 4 раза.

г) Цифра 2 встретилась 3 раза при обозначении единиц: в числах 2, 12, 22 – и 10 раз – при обозначении десятков: в числах 20, 21, 22, ..., 29.

*Ответ:* 13 раз.

**35.55.** Цифра 1 встречается в разряде единиц 5 раз в числах 1, 11, 21, 31, 41. В разряде десятков цифра 1 встречается 10 раз в числах 10, 11, ..., 19.

*Ответ:* 15 раз.

**35.56.** Цифра 5 встречается в разряде единиц 6 раз в числах 5, 15, 25, 35, 45, 55. В разряде десятков цифра 5 встречается 10 раз в числах 50, 51, ..., 59.

*Ответ:* 16 раз.

**35.57.** В каждом десятке (от 30 до 39, от 40 до 49 и т. д.) по 5 нечётных чисел. Таких десятков 4.

*Ответ:* 20.

**35.58.** В написанном числе 31 цифра, после вычёркивания 21 останется десятизначное число. Желательно, чтобы первая его цифра была 9. В записи на доске всего две цифры 9. Вторая из них не может быть использована как первая цифра десятизначного числа (оно не поместится). Цифры 12345678 в начале строки можем сразу вычеркнуть, поскольку каждое десятизначное число, начинающееся с любой из них, будет меньше любого числа, начинающегося с выбранной девятки. Итак, на доске получилось ~~12345678~~91011121314151617181920. Вторую цифру выберем самую большую не правее 9-й цифры справа. Это цифра 6. Если бы мы выбрали на это место любую другую, стоявшую левее, число получилось бы меньше. Имеем ~~12345678~~91011121314151617181920. Остальные цифры определяются автоматически, потому что мы уже вычеркнули с доски 21 цифру.

*Ответ:* 9617181920.

**35.59.** Первая цифра десятизначного числа, которое останется на доске, должна быть 1 (потому что число не может начинаться с нуля). В качестве второй выбираем 0, за ним

можно оставить семь единиц, а последняя цифра будет ноль, получаем **1234567891011121314151617181920**.

*Ответ:* 1011111110.

**35.60.** 100 (сто). Стол, столб, столица, сторож, восток, столяр.

**35.61.** Запишем словами цифры, которыми могут обозначаться единицы в этом числе. Все цифры его разные, а третья – самая большая, поэтому это не 0, не 1 и не 2: три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять. Десятки этого числа могут обозначаться такими словами (не 0 и не 1, потому что тогда название числа не будет состоять из трёх слов; не 9, потому что третья цифра должна быть старше второй): двадцать, тридцать, сорок, пятьдесят, шестьдесят, семьдесят, восемьдесят. Можем выбрать двузначные числа, у которых цифры разные, вторая больше первой и в названиях оба слова начинаются на одну букву: двадцать девять (29), сорок семь (47). Число 29 не подходит, потому что мы можем сделать из него только трёхзначное число 129, слова в его названии начинаются с разных букв. Из чисел 147, 247, 347 подходит только 147.

*Ответ:* сто сорок семь.

**35.62.** 9 чисел: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.

**35.63.** Сумма двух чисел равна 495. Первое число оканчивается нулём, значит, второе число оканчивается на 5. Если этот нуль зачеркнуть, то получится второе число, значит, первое число оканчивается на 50. Эти числа не 50 и 5, значит, первое трёхзначное, а второе двузначное. Если 495 есть сумма трёхзначного и двузначного чисел, то первая цифра первого числа или 4, или 3. Цифра 3 не подходит.

*Ответ:* 450 и 45.

## 36. СОСТАВЬ ТАБЛИЦУ

**36.1.** Несмотря на то что эта задача решается при помощи устных логических рассуждений, оформим её решение при помощи таблицы, чтобы на простом примере понять алгоритм решения такого рода задач. Нам необходимо установить соответствие между именами и фамилиями мальчиков. Составим такую таблицу:

	Белов	Чернов
Петя		
Миша		

Имена и фамилии у мальчиков разные, поэтому одному имени должна соответствовать ровно одна фамилия, одной фамилии – ровно одно имя. В таблицу будем ставить минус, если имя и фамилия, которым соответствует данная ячейка, не удовлетворяют условию задачи, плюс будем ставить у правильных сочетаний имени и фамилии. Очень важно заметить, что в каждой строке и в каждом столбце таблицы должен стоять ровно один знак «плюс».

Итак, нам известно, что Петя старше Белова. Петя не может быть старше самого себя, значит, он не Белов. Ставим минус на пересечении строки «Петя» и столбца «Белов».

	Белов	Чернов
Петя	–	
Миша		

Но в строке «Петя» обязательно должен быть один плюс (кого-то из мальчиков точно зовут Петей), а пустая клеточка в этой строке осталась только одна, получаем, что в клеточке «Петя Чернов» должен стоять плюс. Аналогично в столбце «Белов» должен быть плюс (кто-то должен быть Беловым), значит, плюс стоит в клеточке «Миша Белов».

	Белов	Чернов
Петя	–	+
Миша	+	–

*Ответ:* Петя Чернов и Миша Белов.

**36.2.** Аня, скорее всего, подарила куклу не себе, а подруге, значит, Аня не Волкова.

	Волкова	Зайцева
Катя	+	–
Аня	–	+

*Ответ:* Катя Волкова, Аня Зайцева.

**36.3.** Три девочки получили три разные оценки: «3», «4», «5». Рисуем таблицу с тремя столбцами: «Алла», «Инна» и «Марьяна» – и со строками: «3», «4», «5». Заполняем таблицу согласно условию задачи. У Аллы не тройка – ставим минус на пересечении строки «3» и столбца «Алла». У Инны не тройка, но и не пятёрка – ставим минус на пересечении столбца «Инна» и строк «3» и «5».

	Алла	Инна	Марьяна
«3»	–	–	
«4»			
«5»		–	

В каждой строке и в каждом столбце должен быть плюс (у каждой девочки есть одна оценка, каждую оценку кто-то получил). В столбце «Инна» два минуса и пустое место на пересечении со строкой «4». Ставим туда плюс. Тройку могла получить только Марьяна. В строке «4» появился плюс. Больше плюсов в этой строке быть не должно, поэтому заполняем все оставшиеся клеточки этой строки минусами. То же проделываем со столбцом «Марьяна». После таких действий в нашей таблице осталась ровно одна незаполненная ячейка «Алла» и «5», ставим туда плюс.

	Алла	Инна	Марьяна
«3»	–	–	+
«4»	–	+	–
«5»	+	–	–

*Ответ:* Алла получила «5», Инна – «4», Марьяна – «3».

**36.4.** Белый котёнок живёт в квартире № 3, чёрный – в квартире № 2, рыжий – в квартире № 1.

	Белый	Чёрный	Рыжий
1	–	–	+
2	–	+	–
3	+	–	–

**36.5.** Выше всех живёт Тая.

	Настя	Катя	Тая
3-й этаж	–	–	+
2-й этаж	+	–	–
1-й этаж	–	+	–

**36.6.** У Володи зелёный карандаш, у Сени – синий, у Коли – красный.

	Володя	Сеня	Коля
Красный	–	–	+
Зелёный	+	–	–
Синий	–	+	–

**36.7.** Сначала определим, кто из мальчиков на каком этаже живёт. Известно, что Миша живёт посередине, то есть на втором этаже. Слава живёт этажом выше Миши, значит, на третьем этаже. Петя живёт этажом ниже Миши, то есть на первом. Далее составляем таблицу и получаем ответ. Заметим, что нам не понадобилось заполнять таблицу до конца.

*Ответ:* хозяйина черепахи зовут Миша.

	Кошка	Собака	Черепаха
3-й этаж, Слава	–		
2-й этаж, Миша	–	–	+
1-й этаж, Петя	+	–	–

**36.8.** Условия задачи записываются в таблицу так:

	Кукла	Мячик	Шарик	Грузовик
Тая	–		–	–
Юля			–	–
Максим				–
Ваня				

Из данных этой таблицы видно, что у Таи ничего, кроме мяча, быть не может.

*Ответ:* мяч у Таи.

**36.9.** Галя – обезьяна, Люся – волк, Дима – медведь, Витя – лиса.

	Медведь	Лиса	Волк	Обезьяна
Галя	–	–	–	+
Люся	–	–	+	–
Дима	+	–	–	–
Витя	–	+	–	–

**36.10.** Если Плотников ответил сыну слесаря, то Плотников не сын слесаря. По диагонали в таблице будут стоять минусы, потому что ни один из отцов не работает по той специальности, от которой произошла его фамилия.

	Плотников	Слесарев	Токарев
Плотник	–	+	–
Слесарь	–	–	+
Токарь	+	–	–

*Ответ:* Плотников – токарь, Слесарев – плотник, Токарев – слесарь.

**36.11.** Иванов съел меньше, чем Иван, Пётр съел больше всех, значит, Пётр не Иванов.

	Иванов	Петров	Сидоров
Иван	–	+	–
Пётр	–	–	+
Сидор	+	–	–

*Ответ:* Иван Петров, Пётр Сидоров и Сидор Иванов.

**36.12.** Рисуем двойную таблицу. В каждой строке этой таблицы должен быть ровно один плюс, в каждом столбце должно быть ровно два плюса: в верхней половине один и в нижней половине один. Заполняем таблицу. У Арамиса ни туфли, ни плащ не были красными – ставим минусы в ячейках «Арамис» + «красный плащ» и «Арамис» + «красные туфли». Портос был в зелёных туфлях и в плаще другого цвета, значит, на пересечении столбца «Портос» со строкой «зелёные туфли» ставим плюс, а со строкой «зелёный плащ» – минус. Дополняем строку «зелёные туфли» мину-

сами и ставим минусы в ячейках «Портос» – «красные туфли», «Портос» – «синие туфли».

Получаем, что красные туфли никто, кроме Атоса, надевать не захотел, значит, «Атос» и «красные туфли» – это плюс. У Атоса цвет плаща и туфель совпадал, значит, «Атос» и «красный плащ» – это плюс. Дополняем таблицу, получаем ответ.

		Арамис	Портос	Атос
ПЛАЩ	Красный	–	–	+
	Синий	–	+	–
	Зелёный	+	–	–
ТУФЛИ	Красные	–	–	+
	Синие	+	–	–
	Зелёные	–	+	–

*Ответ:* Атос в красном плаще и красных туфлях, Портос в синем плаще и зелёных туфлях, Арамис в зелёном плаще и синих туфлях.

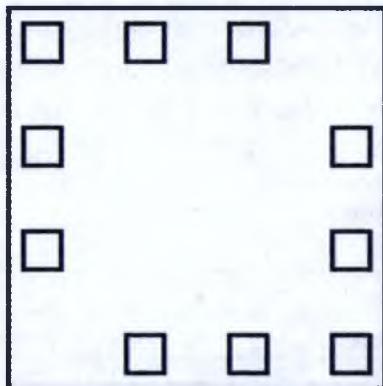
**36.13.** Мама могла составить таблицу, в строках которой указала надписи на банках, а в столбцах перечислила крупы, которые на самом деле лежат в этих банках. Потом мама достала одно зёрнышко из банки с надписью «гречка и рис»: если эта надпись не соответствует действительности, то в банке крупа одного сорта. Затем мама заполнила таблицу одним из двух способов (если она вытасила гречку, то получилась первая таблица, если рис – вторая таблица). Поскольку ни одна надпись не соответствует действительности, по диагонали (на пересечении одноимённых строки и столбца) в таблице стоят минусы.

	«Гречка и рис»	«Гречка»	«Рис»
Гречка и рис	–	+	–
Гречка	–	–	+
Рис	+	–	–

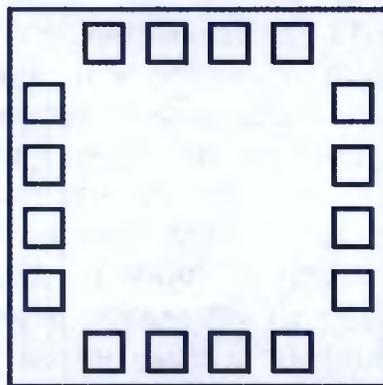
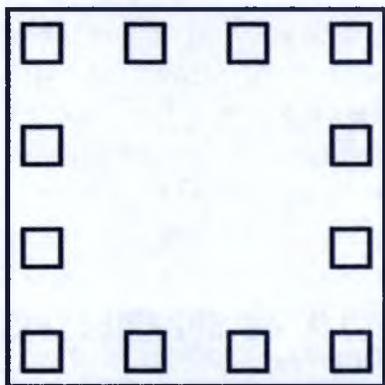
	«Гречка и рис»	«Гречка»	«Рис»
Гречка	–	–	+
Гречка	+	–	–
Рис	–	+	–

## 37. РАЗМЕЩЕНИЕ ПРЕДМЕТОВ

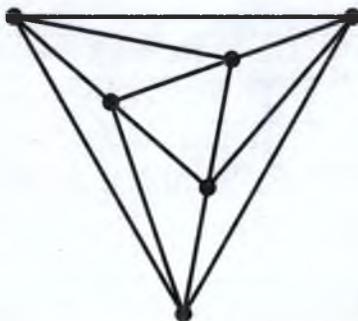
37.1.



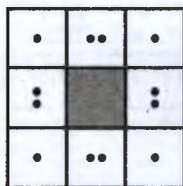
37.2. Наименьшее число табуреток – 12, наибольшее число табуреток – 16.



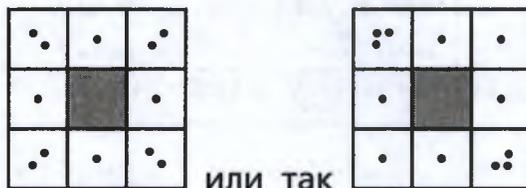
37.3. Можно. Маяки нужно расставить так:



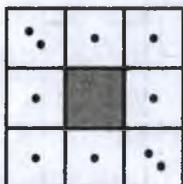
**37.4.** В первый раз 12 тигров сидели так:



Во второй раз тигры сидели так:



10 тигров рассадить можно, и в каждом ряду клеток будет 4 тигра:



## 38. ИЗВЕСТНЫ СУММА И РАЗНОСТЬ

Закономерность: если  $A + B = \text{СУММА}$ ,  $A - B = \text{РАЗНОСТЬ}$ , то  $2A = \text{СУММА} + \text{РАЗНОСТЬ}$ ,  $2B = \text{СУММА} - \text{РАЗНОСТЬ}$ . Если числа большие, проще всего считать так:  $B = (\text{СУММА} - \text{РАЗНОСТЬ}) : 2$ ,  $A = B + \text{РАЗНОСТЬ}$ .

**38.1.** У Серёжи на 2 карандаша больше, чем у Саши.

**38.2.** Возьмём 5 конфет. Попробуем разложить их на две кучки так, чтобы в одной оказалось на 3 конфеты больше, чем в другой. Меньшая кучка – для Маши, большая – для Насти.  $5 = 2 + 3$  или  $5 = 4 + 1$ . Подходит только второй вариант.

*Ответ:* у Маши 1 конфета.

**38.3.** Если бы Пете подарили ещё 5 машинок, то у мальчиков стало бы поровну машинок. Всего машинок стало бы  $9 + 5 = 14$ . И тогда у каждого из мальчиков стало бы  $14 : 2 = 7$  машинок. Значит, у Васи 7 машинок. Однако по условию у Пети на 5 машинок меньше, чем у Васи, то есть  $7 - 5 = 2$ .

*Ответ:* у Васи 7 машинок, у Пети 2 машинки.

**38.4.** Карлсон взял себе на 3 конфеты больше, чем Малыш. Заберём у него эти 3 конфеты, тогда у Карлсона станет столько же, сколько у Малыша, а сумма на 3 конфеты уменьшится и станет  $7 - 3 = 4$ . Значит, теперь у обоих по 2 конфеты. Изначально у Карлсона было на 3 больше, то есть 5 конфет.

*Ответ:* 5 конфет у Карлсона и 2 конфеты у Малыша.

**38.5.** Марине и Оле вместе 8 лет. Если бы они были ровесницами, то обеим было бы по 4 года. Однако по условию Марина на 2 года старше Оли, значит, одной из них на 1 год больше, чем 4 года, другой – на 1 год меньше.

*Ответ:* Марине 5 лет, Оле 3 года.

**38.6.** У Олега 4 ореха, у Паши 6 орехов.

**38.7.** У Ани 6 кукол, у Маши 5 кукол.

**38.8.** Во второй день поймали 3 рыбы.

**38.9.** Положим 2 карандаша и 1 ластик в одну кучку, 1 карандаш и 4 ластика – в другую. Эти две кучки стоят одинаково. Вытащим из каждой кучки 1 карандаш и 1 ластик. Кучки продолжают стоять одинаково, значит, карандаш стоит столько же, сколько 3 ластика, то есть 3 рубля.

*Ответ:* карандаш стоит 3 рубля.

**38.10.** а) 4 и 1; б) 3 и 2; в) 5 и 2; г) 4 и 2; д) 6 и 1; е) 4 и 3; ж) 6 и 3; з) 4 и 2; и) 7 и 1; к) 6 и 4; л) 7 и 3; м) 6 и 5; н) 10 и 1.

**38.11.** а) 35 и 2; б) 49 и 1; в) 170 и 10.

**38.12.** На одной полке 7 книг, на другой – 12.

**38.13.** Заметим, что у Ани шариков меньше всех, у Бори – на 2 больше, чем у Ани, у Васи – на 3 больше, чем у Ани. Можно решать задачу перебором: дадим Ане 1 шарик, тогда у Бори будет 3, у Васи – 4, в сумме 8, добавим каждому ребёнку по шарiku, получим в сумме 11.

Можно решать задачу иначе: обозначим буквой  $A$  количество шариков у Ани, тогда  $11 = A + (A + 2) + (A + 3)$ .  
 $3A = 6$ .  $A = 2$ .

*Ответ:* у Ани 2 шарика, у Бори – 4, у Васи – 5.

**38.14.** У Аси и Маши по 5 конфет, у Кати 15 конфет.

**38.15.** Если вместе они нашли на 6 грибов больше, чем Катя, то Маня нашла 6 грибов. Аналогично Катя нашла 4 гриба.

а) 10 грибов.

б) Маня нашла 6 грибов, Катя нашла 4 гриба.

**38.16.** У первой девочки на 2 конфеты меньше, чем у второй, а у четвёртой на 2 конфеты больше, чем у третьей, значит, у первой и четвёртой в сумме столько же конфет, сколько у второй и третьей вместе. Половину от 40 конфет (20) отдадим на двоих первой и четвёртой, половину (20 конфет) – второй и третьей. Если разделить эти 20 конфет поровну между второй и третьей, а потом вторая отдаст третьей 1 конфетку, то у третьей будет на 2 больше, чем у первой. Таким образом, у второй девочки  $10 - 1 = 9$  (конфет), у третьей девочки  $10 + 1 = 11$  (конфет). Теперь вспомним, что у первой девочки на 2 конфеты меньше, чем у второй ( $9 - 2 = 7$ ), а у четвёртой девочки на 2 конфеты больше, чем у третьей ( $11 + 2 = 13$ ).

*Ответ:* 7, 9, 11 и 13 конфет.

**38.17.** Коля и Митя – близнецы, им одинаковое количество лет. Если бы Вася был на 5 лет моложе, ему было бы столько же лет, но от этого суммарный возраст трёх братьев уменьшился бы на 5 лет и стал бы равен 12 годам. 12 – это 3 раза по 4.

*Ответ:* Коле 4 года, Мите 4 года, Васе  $4 + 5 = 9$  (лет).

**38.18.** Обозначим цены книг  $A_1, A_2, A_3$  рублей соответственно.  $90 = 35 + 25 + 30 = (A_2 + A_3) + (A_1 + A_2) + (A_1 + A_3) = (A_1 + A_2 + A_3) + (A_1 + A_2 + A_3)$ , значит, за 3 книги Валера заплатил 45 рублей. Вторая и третья стоили вместе 35 рублей, значит, первая стоила  $45 - 35 = 10$  (рублей).

*Ответ:* 10. 15. 20 рублей.

## 39. ГОЛОВЫ И НОГИ

**39.1.** 16 человек.

**39.2.** Рисуем 12 ушей, к каждой паре пририсовываем по голове, считаем головы.

*Ответ:* 6 зайцев.

**39.3.** При замене одного цыплёнка на одного кролика количество ног увеличивается на 2.

*Ответ:* стало на 6 ног больше.

**39.4.** Если бы все три велосипеда были двухколёсные, то всего у них было бы 6 колёс. Значит, два «лишних» колеса принадлежат двум трёхколёсным велосипедам.

*Ответ:* 2 трёхколёсных велосипеда.

**39.5.** В первой клетке 4 цыплёнка и 2 кролика, во второй клетке 5 цыплят.

а) Глаз у всех животных по 2. В первой клетке 6 животных, во второй – 5.

*Ответ:* в первой клетке на 2 глаза больше.

б) Из обеих клеток достаём по 4 цыплёнка. В первой клетке остаются 2 кролика с 8 ногами, во второй клетке – 1 цыплёнок с 2 ногами.

*Ответ:* в первой клетке на 6 ног больше.

**39.6.** Если бы все 10 были цыплятами, было бы 20 ног. При замене одного цыплёнка на одного кролика становится на 2 ноги больше. 9 цыплят + 1 кролик = 22 ноги, 8 цыплят + 2 кролика = 24 ноги.

*Ответ:* 8 цыплят и 2 кролика.

**39.7.** В первой корзинке 2 котёнка, а во второй – 2 петуха и утка.

а) Глаз у всех животных по 2. В первой корзинке 2 животных, во второй – 3.

*Ответ:* во второй корзинке на 2 глаза больше.

б) У одного котёнка ног столько же, сколько у двух птиц. Вынимаем из первой корзинки 1 котёнка, из второй – 2 петухов. В первой корзинке остаётся 1 котёнок с 4 ногами, во второй – 1 утка с 2 ногами.

*Ответ:* в первой корзинке на 2 ноги больше.

**39.8.** По пустыне идёт караван из 6 верблюдов. Значит, мы можем нарисовать 6 спин.



Предположим, все верблюды одногорбые.



Тогда мы бы насчитали 6 горбов. Но по условию мы знаем, что горбов 8. «Лишние» горбы принадлежат двугорбым верблюдам. Каждый двугорбый верблюд – это один «лишний» горб. Заменяем двух одногорбых верблюдов на двугорбых и получим 8 горбов.



*Ответ:* 2 двугорбых верблюда.

**39.9.** У коз и у единорогов по 4 ноги, значит, всего у короля  $16 : 4 = 4$  (животных). У каждого единорога 1 рог, у каждой козы 2 рога. Если бы все животные были единорогами, то у них было бы 4 рога. Значит, «лишний» рог принадлежит козе.

*Ответ:* 3 единорога.

**39.10.** У страусов и у жирафов по 2 глаза, значит, всего по саванне бегают  $14 : 2 = 7$  (животных). У страуса 2 ноги, у жирафа – 4. Если бы все они были страусами, у них было бы 14 ног. Значит, «лишние» 6 ног принадлежат жирафам. Замена одного страуса на одного жирафа добавляет по 2 ноги. Значит, всего там 3 жирафа и 4 страуса.

*Ответ:* страусов на 1 больше, чем жирафов.

**39.11.** Если бы в банке были только жуки, то у них было бы  $10 \cdot 6 = 60$  (ног). Замена одного жука на одного паука добавляет 2 ноги. Значит, 8 «лишних» ног = 4 паука.

*Ответ:* 6 жуков и 4 паука.

**39.12.** 7 трёхколёсных и 3 двухколёсных велосипеда.

**39.13.** 5 машин и 5 велосипедов.

**39.14.** 7 легковых автомобилей и 3 грузовика.

**39.15.** а) 2 табуретки; б) 3 стула.

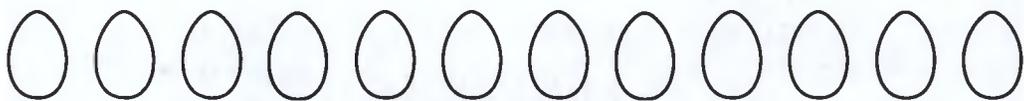
**39.16.** Каждая машинка стоит 10 рублей. Значит, если бы все купленные игрушки были машинками, то мама потратила бы 90 рублей:  $90 - 78 = 12$ . Эту разницу мы получили за счёт банок с раствором для мыльных пузырей. Банка с раствором для мыльных пузырей дешевле машинки на 3 рубля. Значит, было куплено  $12 : 3 = 4$  (банки).  $9 - 4 = 5$ .

*Ответ:* 5 машинок.

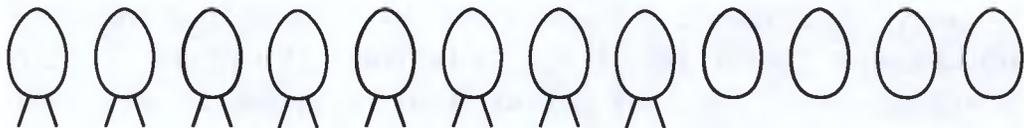
**39.17.** В этом стаде не больше 2 сороконожек (если бы их было 3, ног было бы больше 120). Если бы сороконожка была только одна, у нескольких трёхголовых драконов было бы в сумме 19 голов. 19 на 3 не делится, значит, в этом стаде ровно 2 сороконожки и 6 драконов. У драконов в сумме  $110 - 80 = 30$  (ног).

*Ответ:* у трёхголового дракона 5 ног.

**39.18.** У змей ног нет, поэтому все ноги принадлежат цыплятам.



У каждого цыплёнка по 2 ноги, значит, всего вылупилось  $16 : 2 = 8$  (цыплят).



Значит, было 8 куриных яиц, остальные – змеиные.  $12 - 8 = 4$ .

*Ответ:* 4 змеи.

**39.19.** У гусёнка 2 ноги, у крокодильчика – 4. Если бы из всех яиц вылупились гусята, то было бы  $7 \cdot 2 = 14$  (ног).  $18 - 14 = 4$ . «Лишние» 4 ноги принадлежат крокодильчикам. Если заменить одного гусёнка на крокодильчика, мы добавим 2 ноги. Значит, всего было  $4 : 2 = 2$  (крокодильчика) и  $7 - 2 = 5$  (гусят).

*Ответ:* 2 крокодильчика и 5 гусят.

**39.20.** Если бы все яйца были гусиные, то всего бы вылупилось 20 гусят и у них было бы 40 ног. Значит, оставшиеся 14 ног принадлежат крокодильчикам.  $14 : 2 = 7$ . Значит, гусят было  $20 - 7 = 13$ .

*Ответ:* 7 крокодильчиков и 13 гусят.

**39.21.** У каждой утки 2 ноги, у каждого утконоса 4 ноги. У всех вылупившихся утят ног было столько же, сколько у всех вылупившихся утконосиков. Значит, утят вылупилось в 2 раза больше, чем утконосиков. Значит, утконосиков вылупилось  $21 : 3 = 7$ , а утят  $- 2 \cdot 7 = 14$ .

*Ответ:* 7 утконосиков и 14 утят.

**39.22.** У каждого осьминога 8 конечностей, а именно 8 ног. У каждого водолаза 4 конечности: 2 руки и 2 ноги. Значит,  $36 - 26 = 10$  рук. Эти 10 рук принадлежат  $10 : 2 = 5$  (водолазам). У пятерых водолазов 10 ног. Остальные  $26 - 10 = 16$  (ног) принадлежат осьминогам.  $16 : 8 = 2$ .

*Ответ:* 2 осьминога.

## 40. ВЗВЕШИВАНИЕ

**40.1.** Мы знаем, что если с двух чаш весов снять одинаковые предметы, то равновесие не нарушится. Если с левой и правой чаш весов убрать по одному мячику, то слева останется один мячик, а справа – гиря массой 3 кг. Значит, один мячик весит 3 кг.

*Ответ:* 3 кг.

**40.2.** Гирию массой 3 кг можно заменить на три гири массой 1 кг каждая. После этого можно с левой и правой чаш весов снять по одной гире, и мы узнаем, что пирамидка весит 2 кг.

*Ответ:* 2 кг.

**40.3.** Мы можем снять с левой и правой чаш весов одинаковые предметы, и равновесие не нарушится. Уберём с каждой стороны мячик и кубик и получим с одной стороны пирамидку, с другой – мячик. Значит, пирамидка весит столько же, сколько мячик, то есть 5 г.

*Ответ:* 5 г.

**40.4.** Чтобы весы оставались в равновесии, на каждые 2 яблока слева должны приходиться 3 груши справа.



$$2Я + 2Я = 3Г + 3Г.$$

Ответ: 6 груш.

**40.5.** Разрежем круг сыра на 4 части. Положим на левую чашу весов четверть круга сыра, на правую поставим гирию массой 1 кг. Весы в равновесии. Добавим слева ещё четверть. Чтобы весы остались в равновесии, на правую чашу придётся поставить вторую гирию массой 1 кг. Добавим третью четверть и третью гирию, четвертую четверть и четвертую гирию. Весы находятся в равновесии: на левой чаше – целый круг сыра, разрезанный на четверти, на правой – 4 гири по 1 кг.



Ответ: 4 кг.

**40.6.** Если на весах слева кошка и собака, а справа две кошки, то левая чаша перевешивает. Чтобы уравновесить весы, добавляем на правую чашу гирию массой 1 кг.



Снимаем по одной кошке с каждой чаши.



Ответ: собака тяжелее кошки на 1 кг.

**40.7.** С каждой чаши весов можно снять по одному мячику, и равновесие не нарушится. Значит, 2 кубика весят столько же, сколько 4 мячика. Значит, 1 кубик весит столько же, сколько 2 мячика.

ко, сколько 2 мячика. Один мячик весит 10 г, значит, кубик весит 20 г.

*Ответ:* 20 г.

**40.8.** Кладём на левую чашу весов дыню, на правую чашу – 5 яблок. Весы в равновесии.



5 яблок весят столько же, сколько 10 огурцов. Снимаем с весов 5 яблок и кладём вместо них 10 огурцов. Весы остаются в равновесии. 1 дыня = 10 огурцов.



Докладываем к дыне на левую чашу 1 яблоко, значит, справа надо доложить 2 огурца.



*Ответ:* 1 дыня = 10 огурцов, 1 дыня + 1 яблоко = = 12 огурцов.

**40.9.** 1Г = 2Я.

а) 3 Г = 6 Я.

*Ответ:* 6 яблок стоят столько же, сколько 3 груши.

б) 6 Г = 2 · 6 Я.

*Ответ:* 6 груш стоят в 2 раза дороже, чем 6 яблок.

в) 12 Я = 6 Г = 2 · 3 Г.

*Ответ:* 12 яблок стоят в 2 раза дороже, чем 3 груши.

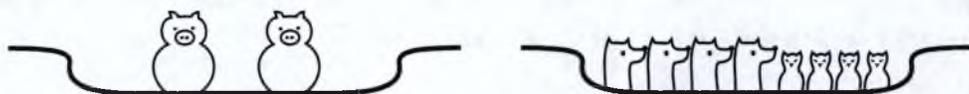
г) 8 Г = 16 Я = 4 · 4 Я.

*Ответ:* 8 груш стоят в 4 раза дороже, чем 4 яблока.

**40.10.** Для того чтобы уравновесить 1 поросёнка, нужно 3 щенка; для того чтобы уравновесить 2 поросёнка, нужно 6 щенков.



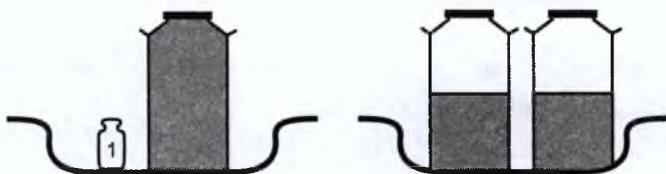
Но на весах только 4 щенка, 2 недостающих щенков надо заменить котятками: 1 щенок – 2 котёнка, 2 щенка – 4 котёнка.



Ответ: 4 котёнка.

**40.11.** Пустой бидон весит 1 кг.

Первый способ решения. Ставим на правую чашу весов полный бидон молока, на левую чашу ставим два бидона, наполненные молоком наполовину. На правой чаше находится груз массой 10 кг, на левой – 11 кг. Чтобы уравновесить весы, на правую чашу надо добавить гирию массой 1 кг.



Замечаем, что в бидонах на обеих чашах одинаковое количество молока. Выливаем всё молоко – весы остаются в равновесии.



На правой чаше один пустой бидон и гирия, на левой – два пустых бидона. Снимаем с каждой чаши по одному бидону.



Весы в равновесии. Один бидон весит столько же, сколько гирия массой 1 кг.

Второй способ решения. Обозначим массу полбидона молока (без бидона) буквой М, масса пустого бидона – Б. Вес полного бидона молока составляет так:  $10 = М + М + Б$ . Два бидона, наполовину наполненных молоком, будут весить 11 кг.  $11 = (М + Б) + (М + Б) = М + М + Б + Б$ . Можно записать  $М + М + Б + 1 = М + М + Б + Б$ . Сокращаем одинаковые слагаемые в левой и правой частях. Остаётся  $1 = Б$ .

**40.12.** Слева на весы поставим жеребёнка, справа – ягнёнка. Жеребёнок весит на 6 кг больше, чем ягнёнок. Добавим к ягнёнку гирию массой 6 кг. Теперь весы в равновесии ( $Ж = Я + 6$ ).



Поставим слева ещё одного жеребёнка, справа – ещё одного ягнёнка и ещё одну гирию ( $2Ж = 2Я + 12$ ).



По условию задачи 2 жеребёнка весят столько же, сколько 5 ягнят. Двух жеребят слева можем заменить на 5 ягнят, весы останутся в равновесии ( $5Я = 2Я + 12$ ).



С обеих чаш весов можем снять по 2 ягнёнка ( $3Я = 12$ ).



Таким образом, 3 ягнёнка весят 12 кг, 1 ягнёнок весит 4 кг. Жеребёнок на 6 кг тяжелее ягнёнка, значит, он весит 10 кг.

*Ответ:* жеребёнок – 10 кг, ягнёнок – 4 кг.

**40.13.** Грузовик весит столько же, сколько мяч и 2 кубика.  $Г = М + К + К$ .



Добавим по одному кубику на каждую чашу весов. Равновесие сохранится.

$$Г + К = М + К + К + К.$$



По условию грузовик и кубик вместе весят столько же, сколько 2 мяча.

$$Г + К = М + М.$$



Заменяем грузовик и кубик на левой чаше весов на 2 мяча. Весы останутся в равновесии.

$$М + М = М + К + К + К.$$

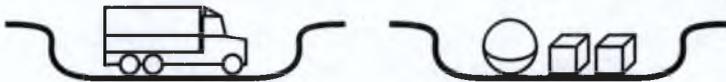


Снимем с каждой чаши весов по 1 мячику. Равновесие сохранится. Мы установили, что один мяч весит столько же, сколько 3 кубика.

$$М = К + К + К.$$



По условию  $Г = М + К + К$ .



Заменяем мяч на 3 кубика.

$$\Gamma = K + K + K + K + K.$$



*Ответ:* 5 кубиков.

**40.14.** 1, 2, 3 кг.

**40.15.** Если гири можно класть только на одну чашу, то мы можем уравновесить груз массой 3 или 1 кг (в этом случае на чаше весов будет стоять одна из гирь) или массой 4 кг (в этом случае поставим на чашу весов обе гири). Если гири можно класть на обе чаши, то к этим вариантам могут добавиться такие: 1 кг – вместе с грузом, 3 кг – на другой чаше (если весы в равновесии, то  $1 \text{ кг} + \Gamma = 3 \text{ кг}$ ,  $\Gamma = 2 \text{ кг}$ ) или 3 кг – вместе с грузом, 1 кг – на другой чаше – уравновесить не получится.

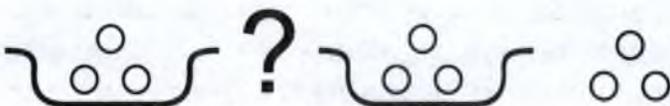
*Ответ:* 1, 3, 4 кг, если гири класть на одну чашу; 1, 2, 3, 4 кг, если можно класть гири на обе чаши.

**40.16.** Если гири класть на одну чашу, можем уравновесить такие грузы: 1, 2, 5 кг – одной гирей;  $1 \text{ кг} + 2 \text{ кг} = 3 \text{ кг}$ ,  $1 \text{ кг} + 5 \text{ кг} = 6 \text{ кг}$ ,  $2 \text{ кг} + 5 \text{ кг} = 7 \text{ кг}$  – двумя гирями;  $1 \text{ кг} + 2 \text{ кг} + 5 \text{ кг} = 8 \text{ кг}$  – тремя гирями. Если можно класть гири на обе чаши, добавятся следующие варианты.  $5 \text{ кг} > 1 \text{ кг} + 2 \text{ кг}$ , поэтому 5 кг на одну чашу с грузом можно не класть – уравновесить не получится. Остаётся:  $1 \text{ кг} + \Gamma = 2 \text{ кг}$ ,  $\Gamma = 1 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} + \Gamma = 5 \text{ кг}$ ,  $\Gamma = 4 \text{ кг}$ ;  $2 \text{ кг} + \Gamma = 5 \text{ кг}$ ,  $\Gamma = 3 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} + 2 \text{ кг} + \Gamma = 5 \text{ кг}$ ,  $\Gamma = 2 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} + \Gamma = 5 \text{ кг} + 2 \text{ кг}$ ,  $\Gamma = 6 \text{ кг}$ ;  $2 \text{ кг} + \Gamma = 5 \text{ кг} + 1 \text{ кг}$ ,  $\Gamma = 4 \text{ кг}$ .

*Ответ:* 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 кг; любое целое количество килограммов от 1 до 8.

**40.17.** Можно. Делим шарики на 3 кучки по 3 шарика.

Первое взвешивание: на одну чашу весов кладём первую кучку, на другую чашу – вторую кучку.



Если весы находятся в равновесии, то лёгкий шарик в третьей кучке; если нет, то в той из двух, которая легче.

Второе взвешивание: сравниваем 2 шарика из той кучки, в которой должен быть лёгкий шарик. Если один из них легче, то он нам и нужен; если весы в равновесии, то нам нужен тот, что остался.



**40.18.** 3 монеты. Сравниваем 2 монеты: если одна легче, то она фальшивая, если весы в равновесии, то фальшивая третья. 3 монеты – 1 взвешивание. 5 монет. Сравниваем 2 монеты: если одна легче, то она фальшивая; если весы в равновесии, то фальшивая среди оставшихся трёх и, чтобы её там найти, нужно ещё одно взвешивание. 5 монет – 2 взвешивания. 7 монет. Кладём на одну чашу весов 3 монеты, на другую – ещё 3, остаётся 1 монета. Если одна из чаш легче, то фальшивая монета на ней; если равновесие, то фальшивая та монета, которая осталась. Чтобы выбрать одну монету из трёх, нужно 1 взвешивание. 7 монет – 2 взвешивания. 9 монет. Сравниваем 3 монеты и 3 монеты – определяем, в какой тройке фальшивая; после этого делаем ещё одно взвешивание, чтобы выбрать фальшивую из трёх монет. 9 монет – 2 взвешивания. 12 монет. Делим все монеты на 3 кучки по 4 монеты, определяем при помощи одного взвешивания, в какой из них фальшивая монета. Для того чтобы выбрать фальшивую монету из четырёх, потребуется ещё 2 взвешивания. 12 монет – 3 взвешивания.

*Ответ:* 3 монеты – 1 взвешивание, 5, 7, 9 монет – 2 взвешивания, 12 монет – 3 взвешивания.

**40.19.** Сравниваем 2 кучки по 9 монет. Либо фальшивая монета в одной из них, и понадобится ещё 2 взвешивания, чтобы определить, какая именно; либо фальшивая – одна из двух оставшихся, и потребуется 1 взвешивание.

## 41. СРАВНЕНИЯ

41.1. а) Слонов, потому что все слоны – звери, но не все звери – слоны.



б) Людей больше.



в) Все дети делятся на мальчиков и девочек.



Среди девочек есть девочки с косичками и девочки без косичек. Значит, девочек с косичками меньше, чем детей.

Ответ: детей больше.



**41.2.** а)  $15 + 8 = 18 + 5$ .  $15 + 8 = 10 + 5 + 8 = 10 + 8 + 5 = 18 + 5$ ; б)  $12 + 3 = 13 + 2$ .  $12 + 3 = 10 + 2 + 3 = 10 + 3 + 2 = 13 + 2$ ; в)  $15 - 8 < 18 - 5$ . Из меньшего вычли больше, получили гораздо меньше, чем если из большего вычесть меньше; г)  $12 - 3 < 13 - 2$ . Аналогично.

**41.3.** Рисуем столбики разной высоты в соответствии с количеством животных так, чтобы они располагались от меньшего столбика к большему. Например: ёжиков  $<$   $<$  зайцев = белок  $<$  синиц.



Ответ: синиц больше, чем ёжиков.

**41.4.** Каждое из трёх первых слагаемых второй суммы на единицу больше, чем соответствующее слагаемое первой суммы, и, наоборот, каждое из трёх последних слагаемых (4, 5, 6-е) второй суммы на единицу меньше, чем соответствующее слагаемое первой суммы.

Ответ: суммы равны.

**41.5.** Три яблока тяжелее четырёх груш, значит, три яблока тяжелее трёх груш, поэтому яблоко тяжелее груши. Добавляем к трём яблокам одно и к четырём грушам одну. Мы к большему добавили больше и получили больше, чем если к меньшему добавить меньше.

*Ответ:* 4 яблока тяжелее, чем 5 груш.

**41.6.** Груша > яблоко > персик.

*Ответ:* груша тяжелее.

**41.7.** Ручка дороже тетради, карандаш дешевле ручки, значит, ручка дороже карандаша. Ручка дороже и тетради, и карандаша, а как они соотносятся между собой, неизвестно.

*Ответ:* неизвестно.

**41.8.** Возьмём 4 самых маленьких разных числа:  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ , значит, дети поймали 1, 2, 3 и 4 рыбы, так как если любое из этих количеств увеличить, увеличится и сумма. Аня поймала больше всех – 4 рыбы, Даша – меньше всех – 1 рыбу, девочки поймали  $1 + 4 = 5$  (рыб), мальчики –  $2 + 3 = 5$  (рыб).

*Ответ:* мальчики поймали столько же рыб, сколько и девочки.

**41.9.** Записываем условие задачи так, чтобы все знаки неравенств были направлены в одну сторону: Сеня > Ваня > Петя > Гоша.

*Ответ:* Гоша живёт на 1-м этаже, Петя – на 2-м этаже, Ваня – на 3-м этаже, Сеня – на 4-м этаже.

## 42. ДЕНЬГИ

**42.1.** У детей на двоих  $12 + 30 = 42$  (копейки). Поделим пополам, будет по 21 копейке у каждого.  $21 - 12 = 9 = 3 \cdot 3$ .

*Ответ:* 3 монеты.

**42.2.** 25 монет.

**42.3.** 50 копеек – это полрубля. Две 50-копеечных монеты – 1 рубль.

*Ответ:* 230 монет.

**42.4.** 3 пирожка и 1 стакан чая = 7 стаканов чая. Уберём по 1 стакану чая из каждой части равенства. Равенство сохранится. Один стакан чая стоит 2 рубля, значит, 6 стаканов чая стоят  $6 \cdot 2 = 12$  (рублей). Тогда пирожок стоит  $12 : 3 = 4$  (рубля).

*Ответ:* 4 рубля.

**42.5.** Если бы мама купила вместо машинки ещё один мячик, она заплатила бы на 5 рублей меньше, то есть 20 рублей = 2 мячика, значит, 1 мячик стоит 10 рублей.

*Ответ:* мячик – 10 рублей, машинка – 15 рублей.

**42.6.** 2 шоколадки = 30 рублей, 1 шоколадка =  $30 : 2 = 15$  (рублей), 5 шоколадок =  $15 \cdot 5 = 75$  (рублей).

*Ответ:* 75 рублей.

**42.7.** 4 пирожка стоят столько же, сколько 3 булочки, значит, 3 пирожка дешевле 3 булочек, поэтому 1 пирожок дешевле 1 булочки. 5 булочек = 40 рублей, 1 булочка = 8 рублей, 3 булочки = 24 рубля = 4 пирожка, 1 пирожок = 6 рублей, 5 пирожков = 30 рублей.

*Ответ:* булочка дороже; 30 рублей.

**42.8.** Данила разделил свои деньги на 2 равные части и положил в 2 кармана. Если добавить ему ещё один такой же карман денег, то у него будет  $16 - 1 = 15$  (рублей). В трёх карманах – 15 рублей, в 1 кармане – 5 рублей, в 2 карманах – 10 рублей.

*Ответ:* 10 рублей.

**42.9.** Коля купил на 2 конфеты больше и заплатил на 4 гривны больше. Значит, 2 конфеты стоят 4 гривны, 1 конфета – 2 гривны, 10 конфет – 20 гривен.

*Ответ:* 20 гривен.

**42.10.** а) Мальчик купил на 1 блокнот больше и заплатил на 2 рубля больше.

*Ответ:* блокнот стоит 2 рубля.

б) 1 блокнот = 2 рубля, 2 блокнота = 4 рубля. 1 линейка = 5 рублей – 4 рубля = 1 рубль.

*Ответ:* линейка стоит 1 рубль.

**42.11.** Все карандаши можно разделить на равные части: 1 часть – у Саши, 1 часть – у Паши, 2 части – у Нади. Всего: 4 части = 24 карандаша. 1 часть = 6 карандашей.

*Ответ:* Саша купил 6 карандашей, Паша – 6 карандашей, Надя – 12 карандашей.

**42.12.** 13 – нечётное число. Если взять чётное количество пятирублёвых монет и любое количество двухрублёвых, получится чётная сумма, поэтому пятирублёвых монет должно быть нечётное количество. Если взять 1 пятирублёвую монету, к ней надо добавить 8 рублей, это 4 монеты по 2 рубля. Если взять 3 пятирублёвые монеты или больше, получится 15 рублей или больше – это больше 13 рублей, значит, других вариантов нет.

*Ответ:* 1 пятирублёвая и 4 двухрублёвые монеты.

**42.13.** Запишем условие задачи так:  $2M + 4K + 2Ш = 140$ ,  $3M + 1K + 3Ш = 160$ . Первое равенство умножим на 3, второе – на 2, получим, что  $6M + 12K + 6Ш = 420$ ,  $6M + 2K + 6Ш = 320$ . Получили, что если бы Костя купил в 3 раза больше, а Слава – в 2 раза больше, то у Кости было бы на 10 карандашей больше, а остальных предметов – столько же, сколько у Славы. Значит, 10 карандашей стоят  $420 - 320 = 100$  (рублей). 2 карандаша = 20 рублей. Если бы Костя купил 2 машинки, 2 (а не 4) карандаша и 2 шоколадки, он заплатил бы на 20 рублей меньше, то есть 120 рублей, значит, 1 машинка, 1 карандаш и 1 шоколадка вместе стоят 60 рублей.

*Ответ:* 60 рублей.

**42.14.** 6 ручек стоят столько же, сколько 12 карандашей, значит, ручка в 2 раза дороже карандаша. Если Алиса возьмёт 6 ручек, а потом заменит одну ручку на 2 карандаша, стоимость получится та же. Она может купить 5 ручек и 2 карандаша, 4 ручки и 4 карандаша и т. д. (далее ручек будет становиться меньше, а карандашей больше и поровну уже не будет).

*Ответ:* 4 ручки.

**42.15.** Если все трое купили эскимо, то за покупку заплатили 12 рублей. Если один выбрал стаканчик, а двое – эскимо, то сумма – 11 рублей, если ребята купили 2 стаканчика и 1 эскимо – 10 рублей, 3 стаканчика – 9 рублей.

*Ответ:* 9, 10, 11 или 12 рублей.

**42.16.** Три самых дешёвых пирожка стоят 33 рубля – это больше, чем 32 рубля; если кто-то из мальчиков захочет купить более дорогой пирожок, получится ещё большая сумма.

*Ответ:* денег не хватит.

**42.17.** Если Серёжа купит 5 тетрадей и захочет купить ещё 5, ему придётся заплатить те 20 рублей, которые у него останутся после покупки 5 тетрадей, и попросить у друга ещё 20 рублей, которых не хватает. Получается, что 5 тетрадей стоят  $20 + 20 = 40$  рублей. Если Серёжа купит 5 тетрадей, то у него останется 20 рублей, значит, у Серёжи  $40 + 20 = 60$  (рублей).

*Ответ:* 60 рублей.

**42.18.** Если бы у Ани было 10 монет по 2 копейки, у неё было бы 20 копеек. Замена одной 2-копеечной монеты на 3-копеечную монету увеличивает сумму на 1 копейку.

*Ответ:* 4 монеты по 3 копейки и 6 монет по 2 копейки.

## 43. ВОЗРАСТ

**43.1.** Варе 7 лет. Значит, 2 года назад ей было на 2 года меньше.  $7 - 2 = 5$ .

*Ответ:* Варе было 5 лет.

**43.2.** Юре 2 года назад было 4 года. Значит, сейчас Юре  $4 + 2 = 6$  лет. А через три года ему будет  $6 + 3 = 9$  (лет).

*Ответ:* 9 лет.

**43.3.** Серёже год назад было 7 лет. Значит, сейчас Серёже  $7 + 1 = 8$  (лет). Насте через два года будет 9 лет. Значит, сейчас Насте  $9 - 2 = 7$  (лет).

*Ответ:* Серёжа старше Насти на 1 год.

**43.4.** Яша родился на 3 года раньше, чем Федя. Значит, Яша старше Феде на 3 года. Когда Феде было 7 лет, Яше было на 3 года больше.  $7 + 3 = 10$ .

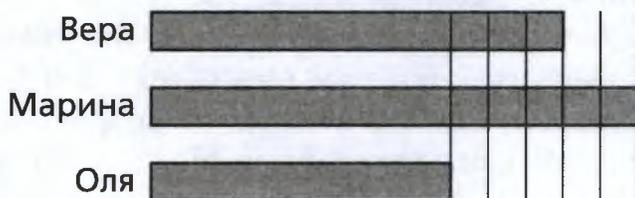
*Ответ:* Яше было 10 лет.

**43.5.** Маша родилась на 3 года раньше, чем Ваня, и на год позже, чем Петя. Маша на 3 года старше Вани

и на год моложе Пети. Самый старший – Петя. Если Маше сейчас 5 лет, то Ване  $5 - 3 = 2$  (года), а Пете  $5 + 1 = 6$  (лет).

*Ответ:* Ване 2 года, Пете 6 лет.

**43.6.** Нарисуем схему на клетчатой бумаге.



Вера младше Марины на 2 года, а Марина старше Оли на 5 лет. Это условие нужно переформулировать так: Вера на 2 года младше Марины, а Оля на 5 лет младше Марины. Становится ясно, что Вера старше Оли на 3 года.

*Ответ:* Вера старше Оли на 3 года.

**43.7.** Ира старше Вани на 2 года, значит, Ваня младше Иры на 2 года. Лёва младше Иры на 5 лет. Значит, Ваня старше Лёвы на 3 года. Если Ване сейчас 11 лет, то Лёве  $11 - 3 = 8$  (лет).

*Ответ:* Лёве 8 лет.

**43.8.** Псу Шарику и коту Кубику вместе 5 лет. Через год каждый из них станет старше на год, а вместе – на 2 года. Значит, через год им вместе будет 7 лет.

*Ответ:* 7 лет.

**43.9.** Олесе и Анюте вместе 12 лет. Два года назад каждая из них была моложе на 2 года, значит, вместе им два года назад было  $12 - 4 = 8$  (лет).

*Ответ:* 8 лет.

**43.10.** Псу Бобику, кошке Мурке и попугаю Гоше вместе 8 лет. Через 2 года каждый из них станет старше на 2 года, а втроём они станут старше на 6 лет. Значит, через 2 года им вместе будет  $8 + 6 = 14$  (лет).

*Ответ:* 14 лет.

**43.11.** Варя на 3 года младше брата. Вместе им 11 лет. Если бы брат был ровесником Вари, то им вместе было бы на 3 года меньше, то есть  $11 - 3 = 8$ . Тогда им было бы

по 4 года. Однако мы знаем, что брат на 3 года старше – ему  $4 + 3 = 7$  (лет). Варе 4 года.

*Ответ:* Варе 4 года, брату 7 лет.

**43.12.** Яша младше Бори на 4 года и старше Марка на 5 лет. Значит, Марк младше всех. Яша старше Марка на 5 лет, Боря старше Марка на 9 лет. Через год им вместе будет 20 лет. Значит, сейчас им вместе  $20 - 3 = 17$  (лет). Если возраст Марка обозначить как  $M$ , то возраст Яши  $M + 5$ , возраст Бори  $M + 9$ . Тогда  $M + M + 5 + M + 9 = 17$ .  $3M + 14 = 17$ .  $M = 1$ . Значит, Марк в школе не учится.

*Ответ:* Марк в школе не учится.

**43.13.** Близнецов двое, им одинаковое количество лет. Всем братьям вместе 16 лет, значит, Денису с Матвеем вместе  $16 - 8 = 8$  (лет). Тогда каждому из близнецов  $8 : 2 = 4$  (года).

*Ответ:* Матвею 4 года.

**43.14.** Брату 12 лет, а сестра в 2 раза младше. Значит, сестре  $12 : 2 = 6$  (лет). Сестра на 6 лет моложе брата. Сестре будет столько лет, сколько брату сейчас, через 6 лет. И брат тоже станет старше на 6 лет, ему будет  $12 + 6 = 18$  (лет).

*Ответ:* 18 лет.

**43.15.** Надя на 5 лет старше Феде. Год назад им было вместе 17 лет, значит, сейчас они оба стали на год старше и им вместе 19 лет. Если возраст Феде обозначить  $\Phi$ , то возраст Нади  $\Phi + 5$ . Мы знаем, что  $\Phi + \Phi + 5 = 19$ . Тогда  $\Phi + \Phi = 14$ . Отсюда получаем  $\Phi = 7$ . Феде сейчас 7 лет, Наде сейчас  $7 + 5 = 12$  (лет). Через год Наде будет  $12 + 1 = 13$  (лет).

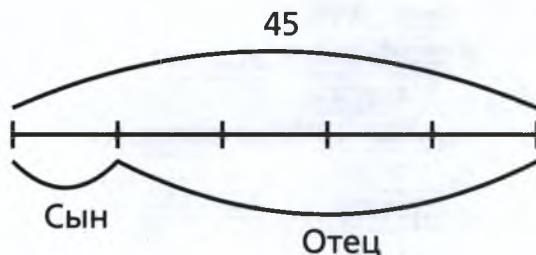
*Ответ:* 13 лет.

**43.16.** Лариса на 8 лет старше Матвея. Если сейчас Матвею  $M$  лет, то Ларисе сейчас  $M + 8$  лет. Два года назад Ларисе было  $M + 6$  лет. Матвею тогда было  $M - 2$  года. По условию задачи Лариса тогда была в три раза старше Матвея, значит,  $M + 6 = 3 \cdot (M - 2)$ , то есть  $2M = 12$ .  $M = 6$ . Ларисе сейчас  $M + 8 = 14$  лет.

*Ответ:* Ларисе 14 лет.

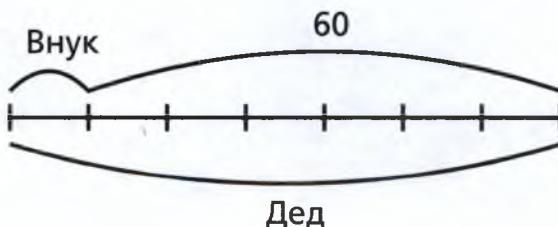
**43.17.** Возраст отца – это 4 возраста сына. Вместе отцу и сыну – 5 возрастов сына = 45 лет.

*Ответ:* сыну 9 лет.



**43.18.** Внук младше деда на 60 лет. В то же время внук младше деда в 7 раз. Обозначим возраст внука как  $B$ . Тогда возраст деда  $7B$ . Получаем, что  $7B - B = 60$ . Тогда  $6B = 60$ . Отсюда узнаём возраст внука – 10 лет, и возраст деда – 70 лет.

*Ответ:* 70 лет.



**43.19.** Федя на 3 года младше Миши и на 5 лет младше Васи. Значит, самый старший – Вася, на 2 года младше Миша, и на 5 лет младше Федя. Когда Феде исполнилось 7, родилась Юля. Федя старше её на 7 лет, а Миша ещё на 3 года старше, значит, он старше Юли на 10 лет.

*Ответ:* на 10 лет.

## 44. КАЛЕНДАРЬ

**44.1.** а) Через 5 лет будет снова зима; б) три месяца тому назад была осень; в) через год и 3 месяца будет весна; г) полгода тому назад было лето; д) через 2,5 года будет лето.

**44.2.** Саше 15 месяцев. В одном году 12 месяцев.  $15 - 12 = 3$ . Значит, ему 1 год и 3 месяца.

*Ответ:* 1 год и 3 месяца.

**44.3.** Юле 25 месяцев. В одном году 12 месяцев.  $25 = 12 \cdot 2 + 1$ . Значит, Юле 2 года и 1 месяц.

*Ответ:* 2 года и 1 месяц.

**44.4.** а) Две недели назад был декабрь – это зима; б) через месяц будет февраль – это зима; в) сейчас зима, через три месяца будет весна; г) через полтора года будет лето.

**44.5.** а) Через 2 недели, то есть через 14 дней, будет 24 января; б) через 3 недели будет 31 января; в) чтобы узнать, какое число было 2 недели назад, нарисуем таблицу из 7 столбцов.

27 дек.						
3 январ.	2 январ.	1 январ.	31 дек.	30 дек.	29 дек.	28 дек.
10 январ.	9 январ.	8 январ.	7 январ.	6 январ.	5 январ.	4 январ.

В этой таблице в первом столбце указана сегодняшняя дата, 10 января, над ней – число, которое было неделю назад, – 3 января, над 3 января – число, которое было 2 недели назад, – 27 декабря; г) через год будет тоже 10 января, а ещё через 3 дня будет 13 января.

**44.6.** а) Через 2 недели будет  $5 + 14 = 19$  (февраля), то есть конец зимы; б) 10 недель – это больше, чем 2 месяца, но меньше, чем 3 месяца. И через 2 месяца, и через 3 месяца будет весна; в) 20 недель – это больше, чем 4 месяца, но меньше, чем 5, значит, через 20 недель будет лето.

**44.7.** Сейчас 15 сентября. До конца сентября осталось больше 2, но меньше 3 недель, поэтому через 3 недели будет уже октябрь. С начала сентября прошло больше 2 недель, но меньше 3 недель, то есть 3 недели назад был август.

**44.8.** 5 мая Грише исполнилось 2 года 2 месяца и 2 дня. За 2 месяца до 5 мая было 5 марта. За 2 дня до 5 марта было 3 марта.

*Ответ:* день рождения у Гриши 3 марта.

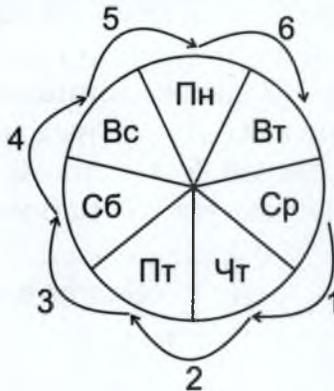
**44.9.** День рождения у Вити 10 января. Сегодня 25 декабря. Запишем по порядку все дни, начиная с сегодняшнего, до Витинового дня рождения. Разделим дни чёточками, которые будут обозначать ночи. Сосчитаем чёточки, получим ответ: 16 ночей.

25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10

**44.10.** В воскресенье, 10 октября, я купил билеты в театр на ближайшую субботу. Можно взглянуть на календарь, а можно заметить, что ближайшая суббота будет перед следующим воскресеньем. Следующее воскресенье – через 7 дней, значит, ближайшая суббота – через 6 дней, то есть 16 октября.

*Ответ:* 16 октября.

**44.11.** Если сегодня среда, то позавчера был понедельник. Через 6 дней будет вторник, а через 14 дней – снова среда.



**44.12.** Сегодня вторник. Через 7 дней, и через 14 дней, и через 21 день, и через 49 дней будет снова вторник.

а) Значит, через 15 дней будет среда.

б) Через 20 дней будет на день раньше, чем вторник, то есть понедельник.

в) Через 25 дней будет пятница.

г) Через 50 дней будет среда.

**44.13.** Позавчера была среда. Значит, сегодня пятница. Послезавтра будет воскресенье.

**44.14.** Соня ходит на танцы каждую среду. Нарисуем календарь на сентябрь и увидим, что у Сони будет 5 занятий: 1, 8, 15, 22 и 29 сентября.

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

**44.15.** У Валеры день рождения 13 сентября. Для того чтобы узнать, попадёт ли на выходные его день рождения, нарисует календарь.

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13

Из календаря видно, что день рождения Валера будет отмечать в воскресенье.

**44.16.** В сентябре 30 дней. Запишем числа от 1 до 30 по порядку. Вычеркнем все 15 чётных чисел и все 20-е числа. Останется 10 чисел: по 5 в первом и втором десятках. В октябре 31 день. Останется 10 рабочих дней (как в сентябре) и 31-е число.

*Ответ:* 10 учебных дней в сентябре и 11 – в октябре.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31									

**44.17.** Рисуем 30 клеточек-дней, отмечаем все выходные, считаем их количество за месяц для всех вариантов того, каким днём недели будет 1 сентября.

*Ответ:* если 2 выходных в неделю: 22 дня (1 сентября – пн, вт, ср, чт), 21 день (1 сентября – пт, вс), 20 дней (1 сентября – сб); если один выходной: 26 дней (1 сентября – пн, вт, ср, чт, пт), 25 дней (1 сентября – сб, вс).

## 45. ВРЕМЯ НА ЧАСАХ

45.1. 1г, 2а, 3е, 4б, 5в, 5д.

45.2.



а)



б)



в)



г)



д)



е)

45.3. а) 8:00, или 20:00; б) 11:30, или 23:30; в) 12:25, или 00:25; г) 2:35, или 14:35.

45.4. а) 00:00, или 12:00; б) 10:00; в) 07:00; г) 12:00; д) 14:45, или 2:45; е) 00:30, или 12:30; ж) 05:45, или 17:45; з) 10:15, или 22:15; и) 00:00.

45.5. Через 12 часов часовая стрелка снова будет показывать на 12, а через 15 часов часовая стрелка будет показывать на 3.

Через 12 часов и через 24 часа часовая стрелка снова будет показывать на 12, а через 33 часа часовая стрелка будет показывать на  $33 - 24 = 9$ .

45.6.

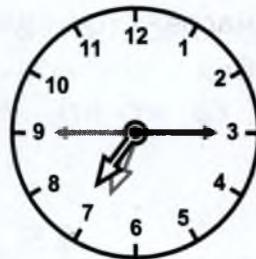
а)



Сейчас 16:45.



Через 2 часа.

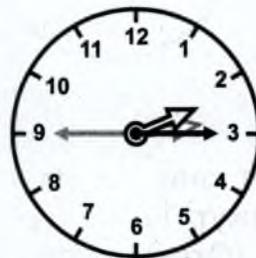


Ещё за полчаса  
минутная  
стрелка прой-  
дёт полкруга,  
часовая  
передвинется  
на полделения.

б)



Сейчас 16:45.

2 часа назад  
было 14:45.

Ещё за полчаса  
минутная  
стрелка прой-  
дёт полкруга,  
часовая  
передвинется  
на полделения.

45.7. Часы, которые через 15 минут будут показывать полдень.



**45.8.** Часы, которые через 25 минут будут показывать 5 часов 15 минут.



**45.9.** Часы, которые через 35 минут будут показывать половину шестого.



**45.10.** Сейчас эти часы показывают 11:35. Через 25 минут они покажут 12:00, а ещё через 10 минут эти часы покажут 12:10.

*Ответ:* через 35 минут.

**45.11.** Сейчас эти часы показывают 10:25. Через 35 минут они покажут 11:00. Через 1 час и 35 минут они покажут 12:00. Ещё через 20 минут эти часы покажут 12:20. Итого  $35 \text{ минут} + 1 \text{ час} + 20 \text{ минут} = 1 \text{ час и } 55 \text{ минут}$ , или  $60 + 55 = 115 \text{ минут}$ .

*Ответ:* через 115 минут.

**45.12.** Мы говорим 10, когда видим, что минутная стрелка часов показывает на цифру 2. Цифра 2 означает, что нужно отсчитать 2 раза по 5, то есть 10 минут.



**45.13.** Митя считает, что на часах без пятнадцати восемь, и он прав.

**45.14.** Они ещё не опоздали, часы показывают 7:15, до восьми ещё 45 минут.

**45.15.** Четверть седьмого – это 6 часов и ещё одна четверть часа.

Без четверти семь – это 7 часов без одной четверти часа, то есть 6 часов и 3 четверти ( $4 - 1 = 3$ ). Три четверти больше, чем одна четверть, поэтому четверть седьмого раньше.



Четверть седьмого –  
это 6:15.



Без четверти семь –  
это 6:45.

**45.16.** Максим хочет посмотреть мультфильм, который начинается в 15:15. Если сейчас полдень, то часы показывают 12:00, через 3 часа будет 15:00, а через 3 часа и 15 минут будет 15:15.

*Ответ:* 3 часа 15 минут.

**45.17.** Сейчас 14:55, то есть без пяти три, а, чтобы успеть в музыкальную школу, Вере надо выйти без десяти 5. У неё есть ещё почти 2 часа свободного времени! Она может погулять ещё полтора часа и прийти в музыкальную школу за 25 минут до начала занятий, а может погулять ещё 1 час и 55 минут – и прийти вовремя.

*Ответ:* Вера успевает в музыкальную школу.

**45.18.** Сейчас на часах 15:55, то есть без пяти 4, через 5 минут будет 4, через час и 5 минут будет 5, через 2 часа и 5 минут будет 6 часов вечера.

*Ответ:* до сериала 2 часа 5 минут.

**45.19.** Костя делает домашнее задание по математике за 35 минут, а по русскому языку – за 40 минут, значит, все уроки он делает за  $35 + 40 = 75$  (минут), то есть 1 час

и 15 минут. Если он начнёт делать уроки в 14:50, то закончит в 16:05.

*Ответ:* Костя закончит делать домашнюю работу в 16:05.

**45.20.** Тренировка у Вани начинается в 14:15 и продолжается полтора часа. Через час будет 15:15, через полтора – 15:45, то есть без четверти четыре.



**45.21.**



**45.22.** а) В двух часах  $2 \cdot 60 = 120$  (минут); б) в четверти часа  $60 : 4 = 15$  (минут); в) в полутора часах  $60 + 30 = 90$  минут.

**45.23.** В 1 минуте – 60 секунд, в 1 часе – 60 минут, в половине часа – 30 минут.

*Ответ:* а) 180 секунд; б) 3600 секунд; в)  $7200 + 1800 = 9000$  (секунд).

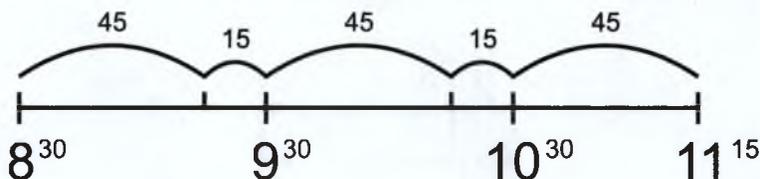
**45.24.** Галя ляжет спать в 23:45, через 15 минут на часах будет 00:00, после этого ей останется спать ещё 7 часов. Итак, Галя поспит 15 минут до полуночи и 7 часов – после.

*Ответ:* 7 часов 15 минут.

**45.25.** Первый способ решения. Три урока по 45 минут – это 135 минут, между двумя уроками одна перемена, между тремя уроками две перемены. Значит, надо добавить ещё полчаса. Получаем  $135 + 30 = 165$  минут, то есть 2 часа 45 минут. Начались уроки в 8:30, значит, забирать Вову из школы нужно в 11:15.

**Второй способ решения.** Урок с переменной – это ровно час. Значит, второй урок начнётся в 9:30, третий – в 10:30, а после третьего урока не надо ждать перемену – мама может сразу забрать Вову в 11:15.

*Ответ:* в 11:15.



**45.26.** У Насти сегодня 5 уроков по 45 минут и перемены по 10 минут. Первый урок начинается в 8:30, так что мы можем составить такую схему:

08:30 – 09:15	первый урок	45 минут
09:15 – 09:25	перемена	10 минут
09:25 – 10:10	второй урок	45 минут
10:10 – 10:20	перемена	10 минут
10:20 – 11:05	третий урок	45 минут

Остальные уроки нас не интересуют, нам нужны звонки с 9:00 до 11:00. Звонок после первого урока будет в 9:15, звонок на второй урок – в 9:25, звонок после второго урока – в 10:10, звонок на третий урок – в 10:20.

*Ответ:* 4 звонка.

**45.27.** Вне зависимости от числа свечей гости ждали 10 минут, поскольку свечи горели одновременно.

**45.28.** Если Миша положит все яйца в кастрюльку одновременно, то все 4 яйца сварятся за 8 минут. Если в кастрюльку влезает только 1 яйцо, то понадобится 32 минуты, чтобы сварить все яйца. Если в кастрюльку влезает 2 или 3 яйца, Миша будет варить 4 яйца в два приёма. Это займёт 16 минут.

*Ответ:* Миша успеет сварить все яйца за 20 минут (кроме случая, когда в кастрюльку влезает только 1 яйцо).

**45.29.** Если бы девочки смотрели мультфильм по очереди: сначала Нина – 15 минут, потом Ксюша – 10, то мы бы узнали, что мультфильм шёл  $15 + 10 = 25$  минут. Однако по условию 5 минут они смотрели мультфильм вместе,

и это время мы посчитали дважды. Значит, мультфильм шёл  $15 + 10 - 5 = 20$  минут.

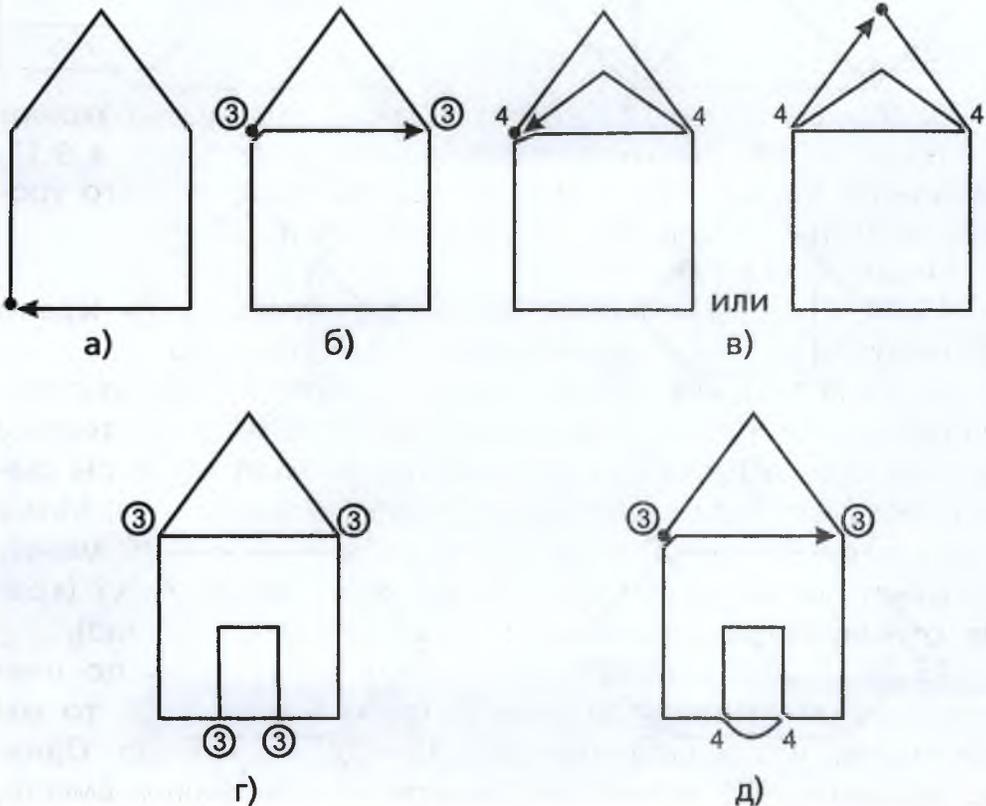
Ответ: 20 минут.

**45.30.** Если вы увидите, что электронные часы показывают 55:20, то вы догадаетесь, что их нужно перевернуть, и тогда сможете узнать, сколько времени.

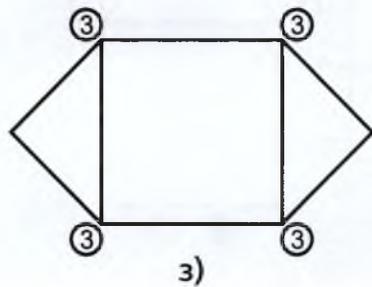
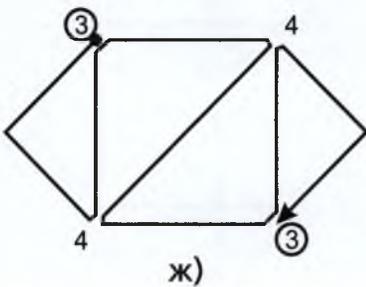
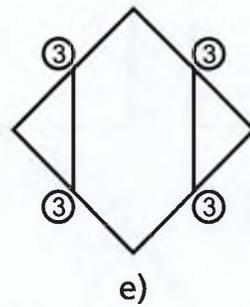
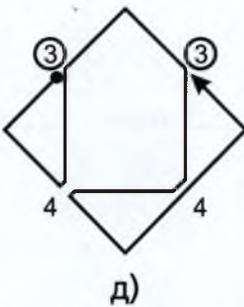
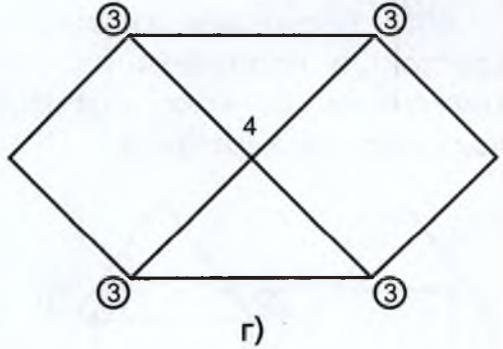
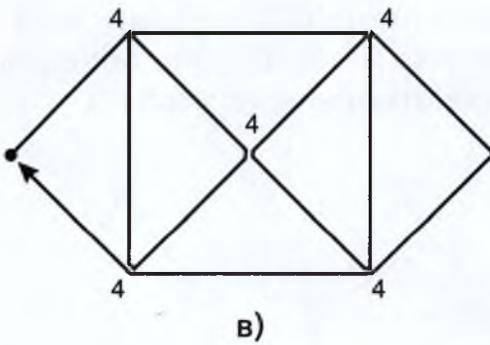
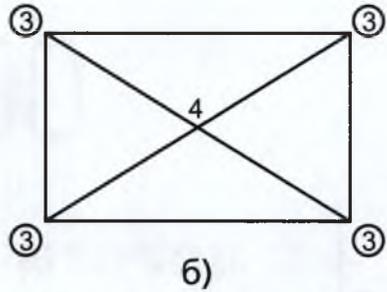
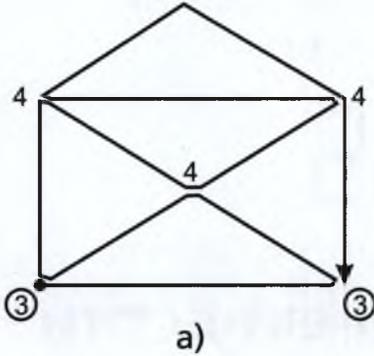
02:55

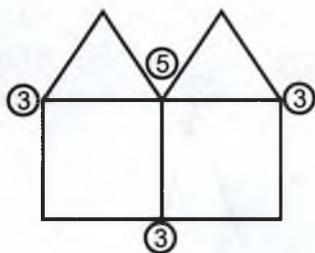
## 46. ДОРОГИ И ПЕРЕКРЁСТКИ

**46.1.** Посчитаем, сколько дорог входит в каждый перекрёсток, и подпишем их. Нечётные перекрёстки обведём кружочком. Во всех задачах, где решение возможно, оно показано на картинках.

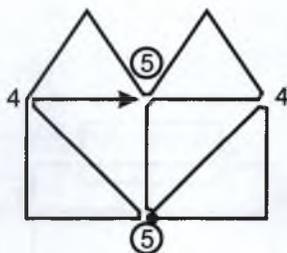


**46.2.** Посчитаем, сколько дорог входит в каждый перекрёсток, и подпишем их. Нечётные перекрёстки обведём кружочком. Во всех задачах, где решение возможно, оно показано на картинках.



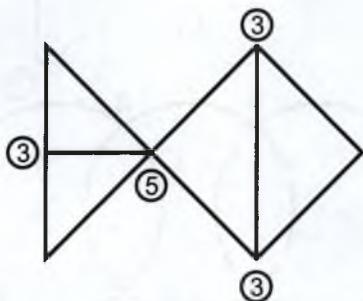


и)

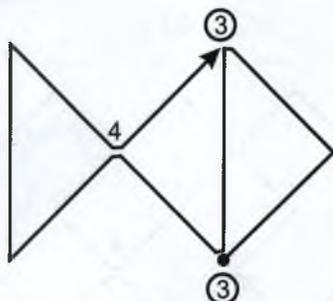


к)

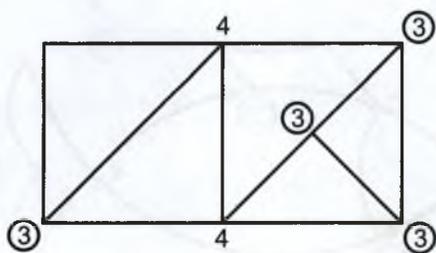
## 46.3.



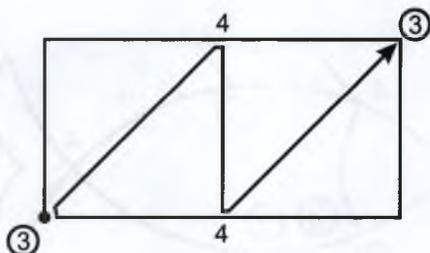
а)



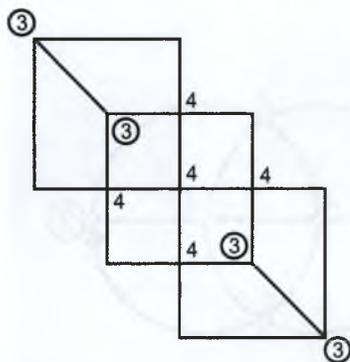
б)



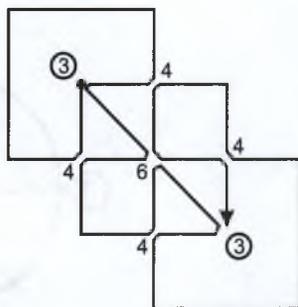
в)



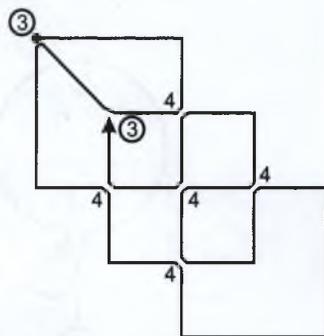
г)



д)

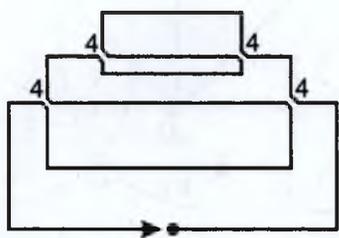


е)

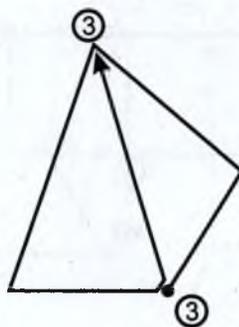


ж)

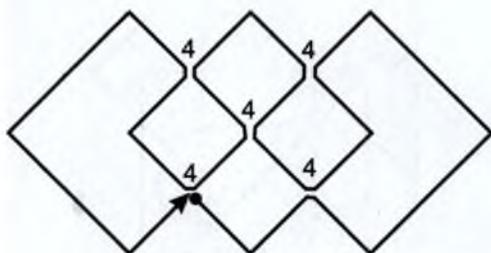
## 46.4.



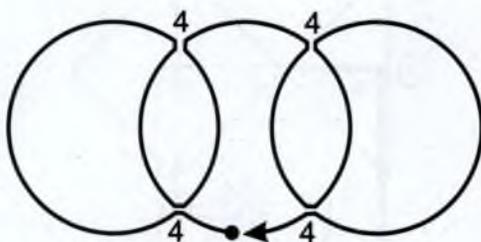
а)



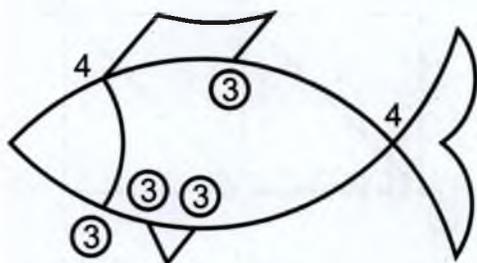
б)



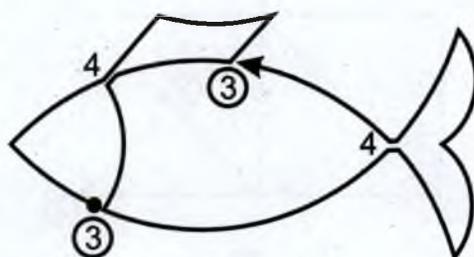
в)



г)



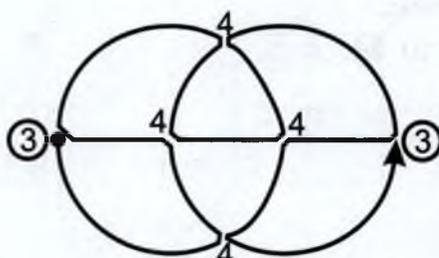
д)



е)



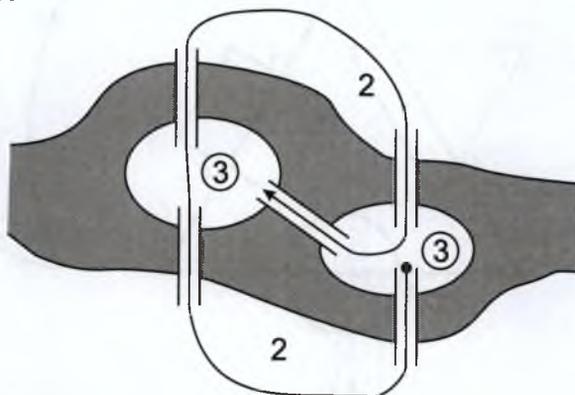
ж)



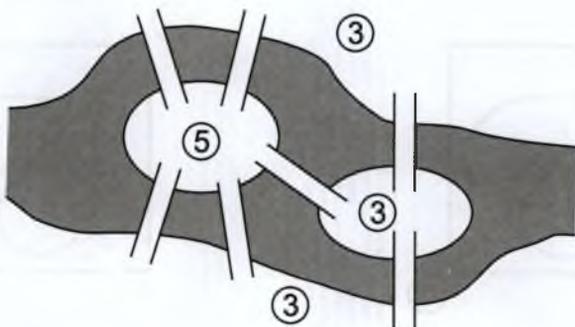
з)



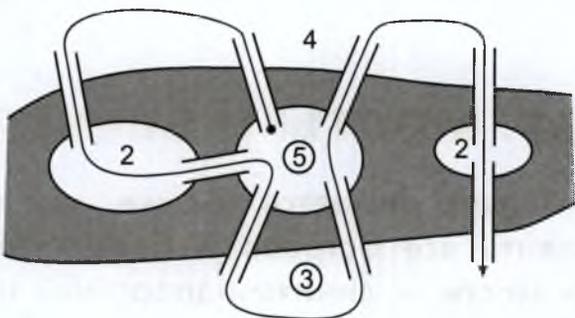
б) Можно.



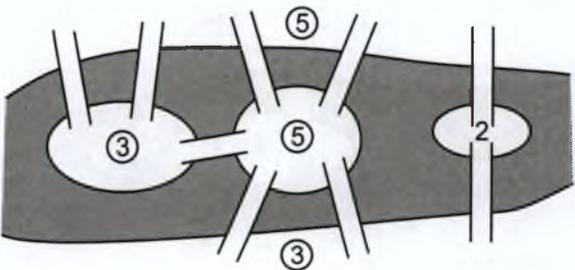
в) Невозможно.



г) Можно.



д) Невозможно.



## 48. ГРАФЫ

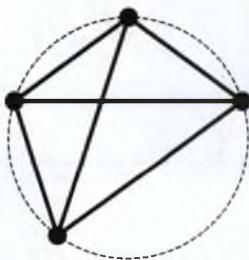
**48.1.** а) Как мы видим из схемы, три дорожки окружают 1 центральный треугольный газон, и по краям получается ещё три газона со скруглённым краем.

*Ответ:* 4 газона.



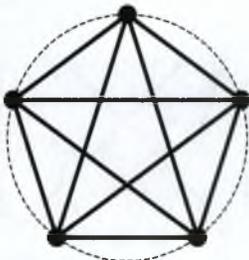
б) Если добавить ещё одну скамейку, то придётся проложить 3 новых дорожки. В центре получится 4 треугольных газона, и по краям – ещё 4 газона со скруглённым краем.

*Ответ:* 6 дорожек, из которых 3 новые; 8 газонов.



**48.2.** К пятой скамейке нужно проложить 4 новые дорожки (от каждой старой скамейки). Получится 1 пятиугольный газон, 10 треугольных и 5 газонов со скруглённым краем.

*Ответ:* 16 газонов.



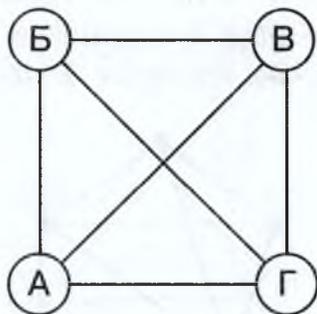
**48.3.** Всего нужно 3 дорожки, чтобы соединить 3 дома.

*Ответ:* 3 дорожки.

**48.4.** Вася сыграл 2 партии – с Борей и с Антоном. Можно рассуждать так: каждый сыграл по 2 партии: АБ, АВ, БА, БВ, ВА, ВБ. Значит, партий должно быть 6. Но после этого надо вычеркнуть все партии, записанные дважды, ведь партия Антон – Боря – это та же самая партия, что Боря – Антон.

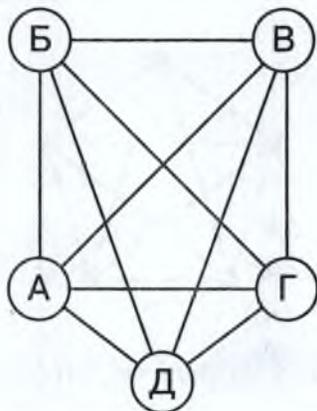
*Ответ:* Вася, Боря и Антон сыграли 3 партии в шахматы.

**48.5.** Можно рассуждать так: каждый сыграл по 3 партии, Антон сыграл с Борей, Ваней и Гришей. Запишем эти партии как АБ, АВ, АГ. Тогда всеми были сыграны такие партии: АБ, АВ, АГ, БА, БВ, БГ, ВА, ВБ, ВГ, ГА, ГБ, ГВ. Значит, партий должно быть 12. Но после этого надо вычеркнуть все партии, записанные дважды, ведь партия Антон – Боря – это та же самая партия, что Боря – Антон. Следовательно, всего было сыграно  $12 : 2 = 6$  (партий).



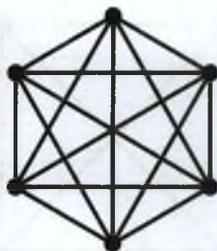
Даня пришёл и сыграл с каждым: ДА, ДБ, ДВ, ДГ, то есть 4 партии. Значит, все пятеро сыграли 10 партий.

*Ответ:* четверо сыграли 6 партий; Даня сыграл 4 партии; пятеро сыграли 10 партий.



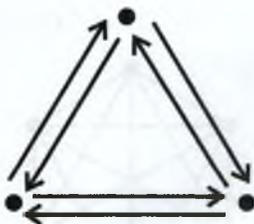
**48.6.** Из каждого города выходит 5 дорог. Шесть городов по 5 дорог – это 30. Однако надо помнить, что мы каждую дорогу посчитали дважды. Значит, всего в царстве  $30 : 2 = 15$  (дорог).

*Ответ:* 15 дорог.



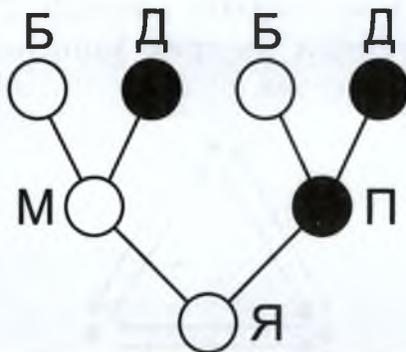
**48.7.** Пол, Джон и Том делали самолётики. Каждый запустил в каждого по 2 самолётика. Пол запустил 2 самолётика – в Тома и в Джона. Джон тоже 2 – в Пола и в Тома. Том запустил тоже 2 – в Пола и в Джона.

*Ответ:* 6 самолётиков.



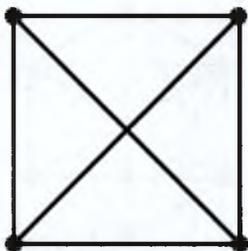
**48.8.** У каждого человека было в сумме 4 бабушки и дедушки. Соответственно, у каждого из 4 моих бабушек и дедушек было по 4 бабушки и дедушки.

*Ответ:* 16 прапрабабушек и прапрадедушек.



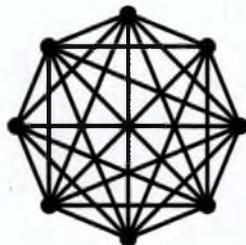
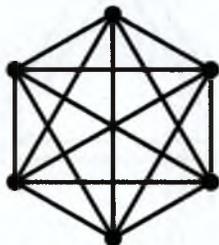
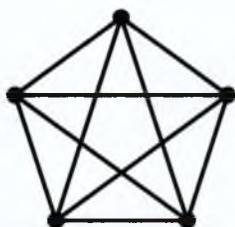
**48.9.** Рисуем двух мальчиков – точки, соединяем отрезком – рукопожатие. Приходит ещё один мальчик (стало 3), он должен пожать руки двум, которые уже были (итого ещё 2 рукопожатия). 4 мальчика – 6 рукопожатий.

*Ответ:* 4 мальчика.

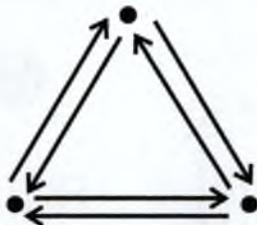


**48.10.** Если встретились 5 человек, то каждый здоровается с остальными четверыми:  $5 \cdot 4 = 20$  (рукопожатий). При этом каждое рукопожатие мы посчитали дважды, а оно было одно на двоих, значит, всего было 10 рукопожатий.

*Ответ:* 5 человек – 10 рукопожатий, 6 человек – 15 рукопожатий, 8 человек – 28 рукопожатий.



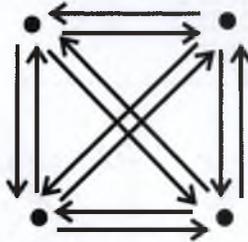
**48.11.** Обозначим мальчиков на схеме точками. Каждый из них дал свой телефон двум другим. Из каждой точки ведут две стрелочки. В каждую точку приходят 2 стрелочки, значит, каждый из мальчиков записал 2 телефона. Всего стрелочек 6 – в каждой из трёх записных книжек появилось по 2 новых телефона.



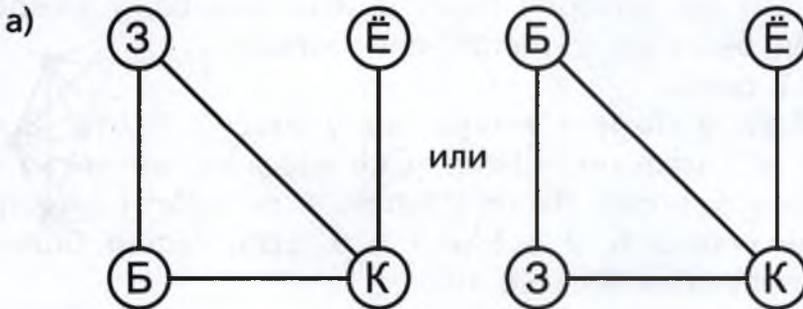
*Ответ:* Костя записал 2 новых номера, все трое записали 6 новых номеров.

**48.12.** Каждый из ребят дал каждому 2 фотографии, то есть пару. Всего 12 пар. Нарисуем граф, в котором из каждой точки выходит по одной стрелочке в каждую из оставшихся точек. Одна стрелочка обозначает пару фотографий. Всего 12 стрелочек. 2 точки – 2 стрелочки. 3 точки – 6 стрелок. 4 точки – 12 стрелок.

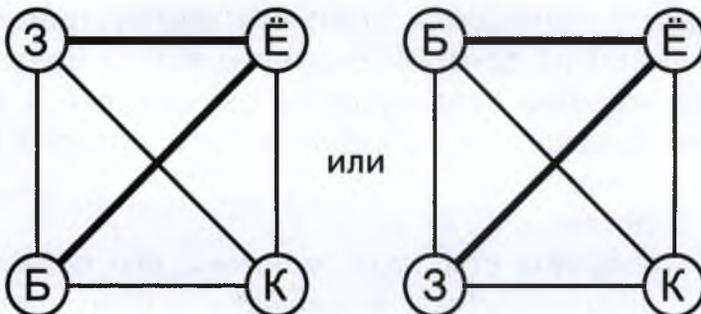
*Ответ:* четверо друзей.



**48.13.** У этой задачи два решения. Телефоны белочки и зайчика можно поменять местами.



б) Из каждого телефона выходит 3 провода. Дорисовали 2 провода. Всего 6 проводов.



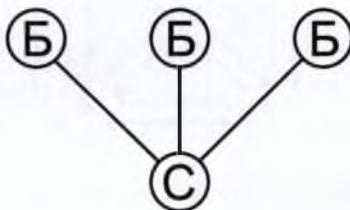
## 49. МОЯ СЕМЬЯ

**49.1.** В семье есть такие мальчики: братья Вани и сам Ваня. Девочки – сёстры Вани.

*Ответ:* сыновей в семье на одного больше, чем дочерей.

**49.2.** Если девочка в семье одна, то мальчиков 3. Итого 4 ребёнка. Если добавить ещё одну или несколько девочек, то все они будут сёстрами для каждого из мальчиков и у каждого мальчика будет больше одной сестры. Если добавлять мальчиков, то у каждой из девочек увеличится количество братьев.

*Ответ:* 4 ребёнка.



**49.3.** Если бы дочерей было 2 или больше, у каждого из сыновей было бы 2 сестры или больше.

*Ответ:* 7 детей.

**49.4.** Если у Пети 1 сестра, то у него 3 брата. Всего 1 девочка и 4 мальчика (Петя тоже мальчик, но он не является своим братом). Итого 5 детей. Если у Пети 2 сестры, то братьев у него 6.  $2 + 6 + 1 = 9$ . Если сестёр больше, то детей получится больше 10.

*Ответ:* 5 или 9 детей.

**49.5.** У каждой дочери Водяного есть 2 брата, значит, у Водяного есть как минимум 2 сына. Если у Водяного 2 сына, то в его семье 5 детей: 3 дочери и 2 сына. Все они друг другу приходятся братьями или сёстрами. В этом случае у каждой из дочерей Водяного есть 2 брата (что соответствует условию задачи). Если бы сыновей у Водяного было 3 или больше, то у каждой из его дочерей было бы 3 брата или больше.

*Ответ:* 5 детей.

**49.6.** Бутерброды ели трое: мальчик, его папа и дедушка. Папа – отец мальчика, а дедушка – отец папы. Итого

два отца. Мальчик – сын папы, а папа – сын бабушки. Итого два сына.

**49.7.** Сестра.

**49.8.** Отец или дядя.

**49.9.** Отец.

**49.10.** Племянница.

**49.11.** Дядя.

**49.12.** Надежда Петровна Фёдорова.

**49.13.** Отец Юрия Евгеньевича – Евгений. От этого имени можно образовать как мужское имя, так и женское.

*Ответ:* Егорова Евгения Юрьевна.

**49.14.** Отчества дедушек мы узнать не можем, одного деда зовут Лев Петров, другого – Сергей Семёнов.

**49.15.** Отчество внука должно быть образовано от имени его отца, а отчество отца – от имени деда.

а) Внук Степан Петрович;

б) отец Пётр Иванович;

в) дед Иван Сергеевич.

**49.16.** Внучку назвали в честь бабушки – Александра, поскольку от имени Андрей нельзя образовать женское имя.

*Ответ:* Александра Игоревна Матвеева.

## 50. ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С КОНЦА

**50.1.** Будем решать эту задачу с конца. В конце у меня вышло три одинаковые части, каждая по 1. Значит, перед этим было  $1 \cdot 3 = 3$ . Этот результат я получила, два раза поделив загаданное число пополам. Значит, чтобы узнать загаданное число, мне нужно умножить  $3 \cdot 2 = 6$ ,  $6 \cdot 2 = 12$ .

*Ответ:* 12.

**50.2.** Третий оставил друзьям 2 банана на двоих, себе взял один, а три банана отдал обезьянке. Когда третий проснулся, на столе было  $3 \cdot 1 + 3 = 6$  (бананов) – это то, что оставил друзьям второй. Шесть бананов на двоих – по 3 банана каждому. Когда второй проснулся, на столе было  $3 \cdot 3 + 3 = 12$  (бананов). Двенадцать бананов на двоих, то есть по шесть бананов каждому из друзей оставил

первый. Когда первый проснулся, на столе был  $3 \cdot 6 + 3 = 21$  (банан).

*Ответ:* 21 банан.

**50.3.** Солдатиков стало по 6 ( $C = 6, A = 6$ ), после того как Андрюша отдал одного солдатика Саше. Значит, у Саши было на 1 солдатика меньше:  $6 - 1 = 5$  (солдатиков), а у Андрюши было на 1 больше:  $6 + 1 = 7$  (солдатиков) ( $C = 5, A = 7$ ). Это случилось после того, как Саша отдал Андрюше половину своих солдатиков. Когда он это сделал, у Саши осталось в 2 раза меньше солдатиков, чем было. У Саши стало 5 солдатиков, а было 10. Значит, 5 солдатиков Саша отдал Андрюше. У Андрюши стало 7 солдатиков, а было на 5 меньше. Значит, у Саши было 2 солдатика ( $C = 10, A = 2$ ). И действительно, у Андрюши было в 5 раз меньше солдатиков, чем у Саши.

*Ответ:* у Саши было 10 солдатиков, у Андрюши – 2 солдатика.

**50.4.** Обе девочки потратили половину своих денег на мороженое и пирожок, значит, осталось у них столько же, сколько они потратили, то есть книга стоит столько же, сколько мороженое и пирожок вместе.  $M = П + 10$ .  $П + П + 10 = 40, П = 15$ .

*Ответ:* у Насти было 30 рублей, у Арины было 50 рублей.

**50.5.** ( $Ё1 = 9, Ё2 = 9, Ё3 = 9$ )  $\leftarrow$  ( $Ё1 = 9, Ё2 = 12, Ё3 = 6$ )  $\leftarrow$  ( $Ё1 = 14, Ё2 = 7, Ё3 = 6$ ).

*Ответ:* 14, 7 и 6 птиц.

## 51. ДЕЛИМОСТЬ

**51.1.** Числа 90 и 30 делятся и на 2, и на 3, и на 5.

а) На 2 делятся все чётные числа. Чётные числа оканчиваются на чётные цифры.

*Ответ:* 12, 102, 36, 78, 34, 90, 202, 30, 20, 22, 700, 122.

б) Числа, которые делятся на 5, оканчиваются на 5 или 0.

*Ответ:* 15, 75, 35, 90, 30, 20, 25, 700, 225.

в) Число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3.

*Ответ:* 12, 102, 15, 111, 36, 75, 78, 90, 30, 225.

**51.2.** Среди четырёх последовательных чисел найдётся хотя бы одно чётное, найдётся хотя бы одно число, делящееся на 3, найдётся хотя бы одно число, делящееся на 4 и может не найтись ни одного числа, делящегося на 5.

а) Чётные числа в числовом ряду стоят через одно, из двух чисел, стоящих подряд, одно обязательно чётное.

б) Числа, делящиеся на 3, стоят через 2, из трёх стоящих подряд чисел хотя бы одно делится на 3.

в) Числа, делящиеся на 4, стоят через 3, из четырёх стоящих подряд чисел хотя бы одно делится на 4.

г) Числа, делящиеся на 5, стоят через 4. Выбирая 4 последовательных числа, мы могли взять как раз 4 таких, которые стоят между двумя соседними числами, делящимися на 5, например: 11, 12, 13, 14.

**51.3.** Будет. Было  $A$ , стало  $AA = 10 \cdot A + A = 11 \cdot A$ .

**51.4.** Число 24 делится поровну на 2, 3, 4 и 6. На 5 и 7 число 24 без остатка не делится.

*Ответ:* во вторник, в среду, четверг и субботу.

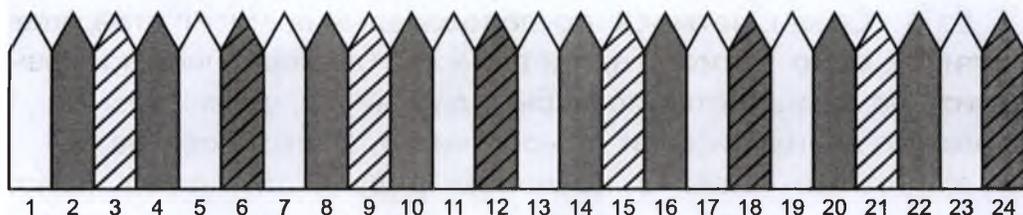
**51.5.** Вася смог разложить оставшиеся конфеты на 5 кучек. Значит, количество оставшихся конфет делится на 5. Из чисел меньше 30 на 5 делятся числа 5, 10, 15, 20, 25. Если делить 5 конфет на 3 кучки, останутся 2 лишние конфеты, а не одна. 10 и 20 делятся на 2, и лишних не остаётся. 15 делится на 3. При делении 25 на 2, 3 и 4 всегда остаётся 1. Значит, у Васи осталось 25 конфет, а съел он 5.

*Ответ:* 5 конфет.

**51.6.** Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

*Ответ:* все эти числа делятся на 9.

**51.7.** Записываем номера досок по порядку: 1, 2, 3, 4... Вычёркиваем номера досок, покрашенных Биллом: доски с чётными номерами идут через одну. Вычёркиваем номера досок, покрашенных Джимом: числа, делящиеся на 3, находятся в числовом ряду через 2. (Некоторые числа мы зачеркнули дважды.) Считаем незачёркнутые числа, пока не насчитаем восемь: 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23. При этом Билл и Джим могли покрасить 24-ю доску, а 25-я досталась бы Питеру и была бы у него девятой.



*Ответ:* 23 или 24 доски.

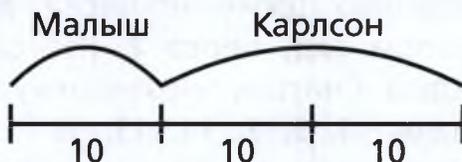
**51.8.** Чтобы некоторое число делилось на число, составленное из четвёрок, оно должно делиться на 4. Некоторое число делится на 4, если двузначное число, образованное его последними цифрами, делится на 4. У числа, составленного из троек, последние две цифры образуют число 33, которое на 4 не делится. Значит, любое число, составленное из троек, не делится даже на 4.

Число  $Ч = 44\dots44$  будет делиться на число  $Т = 33\dots33 = 3 \cdot 11\dots11$ , если оно делится на  $11\dots11$  и на 3. Обозначим  $КТ$  количество цифр в числе  $Т$ ,  $КЧ$  – количество цифр в числе  $Ч$ . Чтобы  $Ч$  делилось на  $Е = 11\dots11 = Т : 3$ , необходимо, чтобы  $КЧ$  делилось на  $КТ$ . Если  $КЧ$  делится на  $КТ$ , то после деления  $Ч$  на  $Е$  получится число, в котором  $КЧ : КТ$  четвёрок, а остальные цифры – нули. Чтобы оно делилось на 3, сумма цифр этого числа должна делиться на 3, значит,  $КЧ : КТ$  должно делиться на 3, то есть  $КЧ = 3 \cdot КТ \cdot a$ , где  $a$  – любое целое число. Например, 444 делится на 3, 444444 и 44444444444444 делятся на 33, 4444444444 делится на 333.

*Ответ:* не может; может.

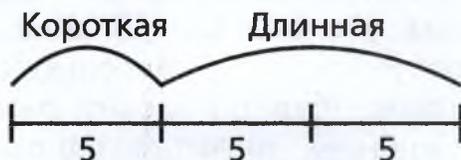
## 52. ЧАСТИ И ЦЕЛОЕ

**52.1.** Схематично рисуем все конфеты. Одна часть – у Малыша (10 штук), и ещё две такие же части – у Карлсона (10 + 10 = 20 штук). Всего 30 штук.



*Ответ:* 30 конфет.

**52.2.** Длинную часть верёвки можно разделить на две части, равные короткой, то есть всю верёвку можно разделить на три равные части по  $15 : 3 = 5$  (м).

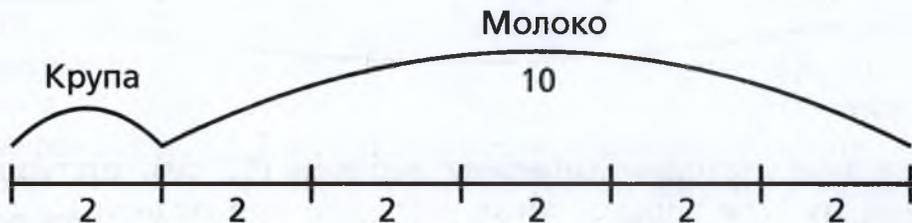


*Ответ:* 5 м.

**52.3.** Мама раскладывала конфеты поровну в 3 кармана. В каждом кармане лежит 4 конфеты.

*Ответ:* у Кати 8 конфет, у Ани 4 конфеты.

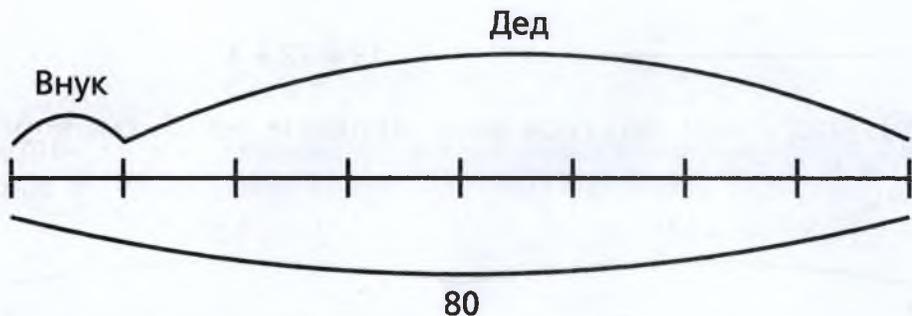
**52.4.** Если 10 чашек – это 5 частей, то 1 часть – это 2 чашки.



*Ответ:* 2 чашки манной крупы.

**52.5.** Пусть возраст внука  $V$ . Тогда деду в 7 раз больше лет, то есть  $7V$ . Из условия известно, что их общий возраст составляет 80 лет.

$$7V + V = 80, \text{ то есть } 8V = 80.$$



*Ответ:* внуку 10 лет.

**52.6.** Если взять в 3 раза больше вишни, то понадобится в 3 раза больше сахара.

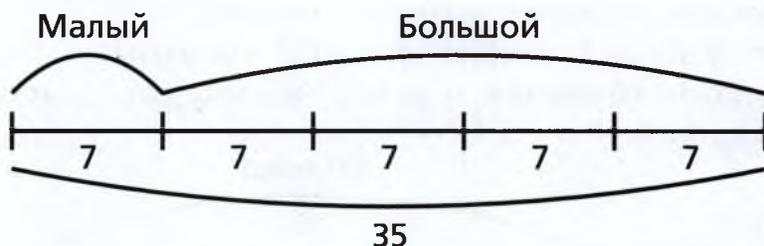
*Ответ:* 6 кг сахара.

**52.7.** Все Юлины орехи можно разделить на три равные части. Две части лежат в правом кармане, одна – в левом.

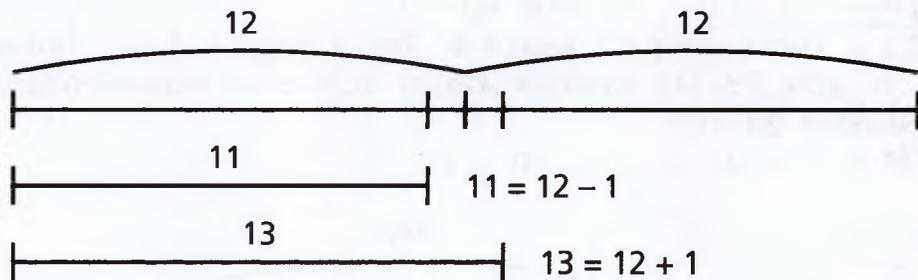
*Ответ:* 10 и 5, 12 и 6, 30 и 15.

**52.8.** Разольём молоко из большого бидона в несколько маленьких. Поскольку в большом бидоне в 4 раза больше молока, потребуется ещё 4 маленьких бидона. Таким образом, 35 л молока будет поровну разлито в  $4 + 1 = 5$  (маленьких бидонов), значит, в одном маленьком бидоне  $35 : 5 = 7$  (л) молока.  $35 = 4М + М$ .

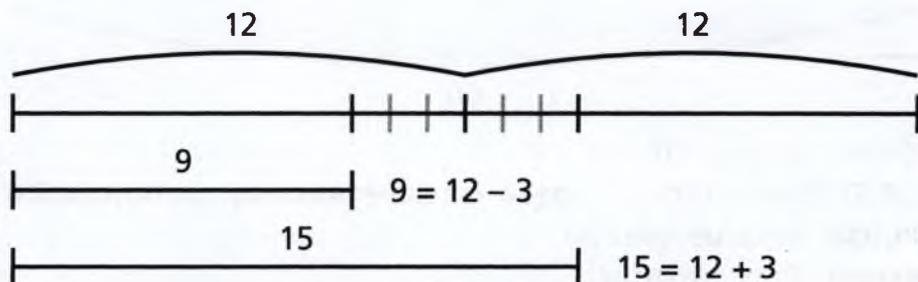
*Ответ:* в маленьком бидоне 7 л.



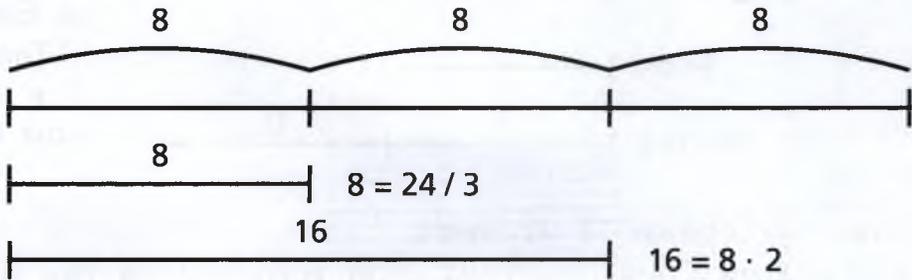
**52.9.** а) Находим середину верёвки (12 см), отступаем от неё на 1 см вправо, левая часть длиннее правой на 2 см (13 см и 11 см).



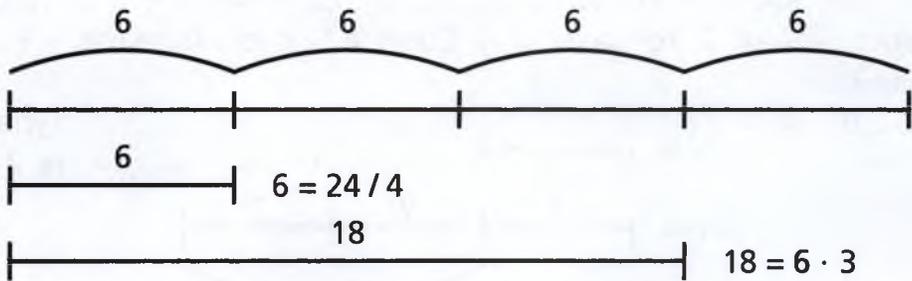
б) Отступаем от середины верёвки на 3 см вправо (15 см и 9 см).



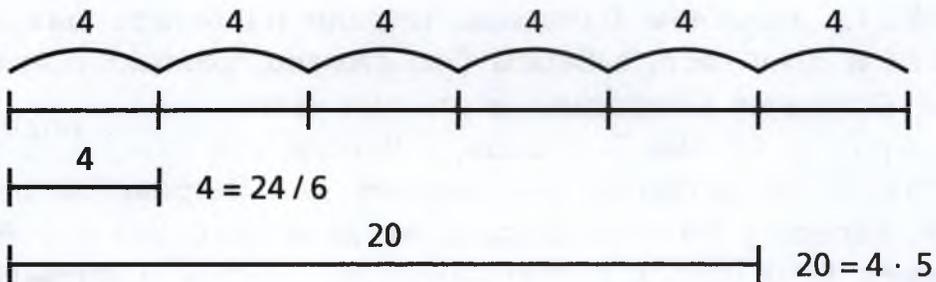
в) Верёвку надо разделить на 3 равные части и отрезать одну из них (8 см), оставшаяся будет в 2 раза больше отрезанной (16 см).



г) Делим верёвку на 4 части и отрезаем одну из них (6 см и 18 см).

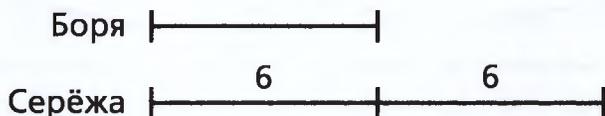


д) Делим верёвку на 6 частей и отрезаем одну из них (4 см и 20 см).



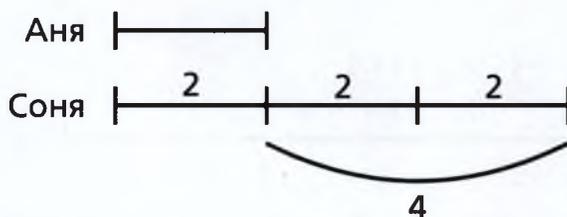
**52.10.** Если мальчики поставят все свои машинки в гаражи, а потом будут по одной выставлять на дорогу (одну – Боря, одну – Серёжа), то, когда Боря выставит все свои машинки, у Серёжи в гараже останется ещё столько же, ведь

у него в 2 раза больше машинок, чем у Бори. С другой стороны, в Серёжином гараже должно остаться 6 машинок, ведь у него на 6 машинок больше, чем у Бори. Значит, у Бори 6 машинок, а у Серёжи 12.



*Ответ:* у Серёжи 12 машинок.

**52.11.** Если Соня разложит свои тетрадки на три равные части и одну из этих частей (столько тетрадок, сколько у Ани) положит в рюкзак, то на столе останется лежать 4 тетради, ведь у Сони на 4 тетради больше, чем у Ани. Если две части – это 4 тетради, то одна часть – 2 тетради, значит, у Ани 2 тетради, а у Сони в 3 раза больше – 6 тетрадей.



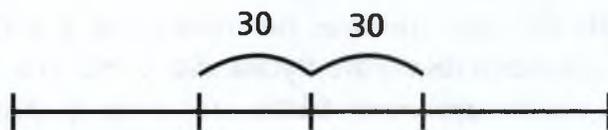
*Ответ:* у Сони 6 тетрадей.

**52.12.** У Лены 4 куклы.

**52.13.** Разделим Володиные тетради на четыре равные части и одну часть заберём (это столько, сколько у Артёма). Останется 6 тетрадей, а это три части.

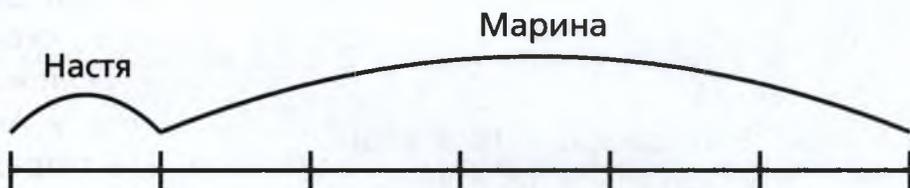
*Ответ:* у Артёма 2 тетради, у Володи – 8.

**52.14.** Представим, что Андреев дал Петрову 30 рублей. Теперь у Петрова столько же денег, сколько и у Андреева. Если Петров вернёт Андрееву 1 рубль, у Андреева станет на 2 рубля больше, чем у Петрова. Если он вернёт не рубль, а 5 рублей, то у Андреева станет на 10 рублей больше, чем у Петрова. Если Петров вернёт Андрееву все 30 рублей, у него станет на 60 рублей меньше, чем у Андреева.



*Ответ:* у Андреева на 60 рублей больше, чем у Петрова.

**52.15.** Всех кукол можно разделить на 6 равных частей: 5 частей у Марины и 1 часть у Насти. Чтобы у них стало поровну кукол (по 3 части), Марина должна отдать 2 части Насти. Это 4 куклы, значит, у Насти 1 часть = 2 куклы, у Марины 5 частей = 10 кукол.



*Ответ:* у Насти 2 куклы, у Марины 10 кукол.

**52.16.** а)  $16 = 1 \cdot 16 = 2 \cdot 8 = 4 \cdot 4$ .

*Ответ:* 2 и 8.

б)  $20 = 1 \cdot 20 = 2 \cdot 10 = 4 \cdot 5$ .

*Ответ:* 2 и 10.

в)  $15 = 1 \cdot 15 = 3 \cdot 5$ .

*Ответ:* 3 и 5.

г)  $18 = 1 \cdot 18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$ .

*Ответ:* 2 и 9.

д)  $20 = 1 \cdot 20 = 2 \cdot 10 = 4 \cdot 5$ .

*Ответ:* 4 и 5.

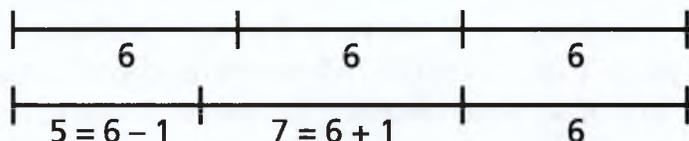
**52.17.** Пусть отцу  $O$  лет, сыну –  $C$  лет.  $O = 6C$ . Разница в возрасте между отцом и сыном не изменяется: если в прошлом году он был старше сына на 30 лет, то и в этом тоже.  $6C - C = 30$ .

*Ответ:* сыну 6 лет.

**52.18.** После того как люди вышли и в двух комнатах стало людей поровну, в них осталось  $76 - 30 - 40 = 6$  (человек): 3 – в первой комнате и 3 – во второй.

*Ответ:* в первой комнате было 33 человека, во второй комнате было 43 человека.

**52.19.** Если бы мы делили ленточку на 3 равные части, то у нас получилось бы три куска по 6 м. Но по условию задачи одна часть должна быть на 1 м длиннее второй и на 1 м короче третьей. Обозначим длину первой части  $D$  м, тогда  $D + (D - 1) + (D + 1) = 3D = 18$ .

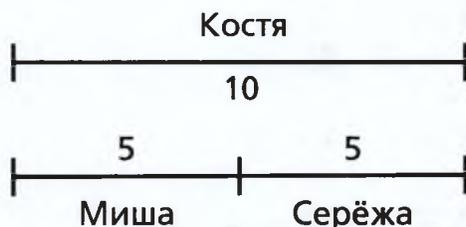


*Ответ:* 6, 5 и 7 м.

**52.20.** На компот сахара надо в 2 раза меньше, чем яблок. 12 кг яблок – 6 кг сахара. Воды надо в 3 раза больше, чем сахара: 6 кг сахара – 18 л воды.

*Ответ:* 6 кг сахара и 18 л воды.

**52.21.** Миша и Серёжа поставили свои машинки одну за другой на левой полосе дороги, Костя поставил рядом с каждой их машинкой свою на правой полосе дороги. Получились два одинаковых ряда машин.



Всего на дороге 20 машинок, значит, в каждом ряду по 10. Получается, что у Кости 10 машинок и у Миши с Серёжей вместе 10 машинок. Поскольку у Миши и Серёжи машинок поровну, у них по 5 машинок.

*Ответ:* у Миши 5 машинок, у Кости 10 машинок.

**52.22.** У Димы меньше всех солдатиков. Пусть у Димы  $D$  солдатиков, у Славы  $C$  солдатиков, у Тимоши  $T$  солдатиков.

У Славы в 2 раза больше солдатиков, чем у Димы, то есть  $C = 2D$ .

У Димы в 3 раза меньше солдатиков, чем у Тимоши:  
 $T = 3D$ .

У Димы на 20 солдатиков меньше, чем у Тимоши:  
 $3D - D = 20$ .



Значит,  $D = 10$ .

$S + T = 5D$ ,  $5D = 50$ .

Ответ: у Славы с Тимошей вместе 50 солдатиков.

**52.23.** Вишни меньше всего. Количество вишни –  $B$ , количество слив –  $C$ , количество груш –  $G$ . Нарисуем схему.



$C = 2B$ ,  $G = 4B$ ;

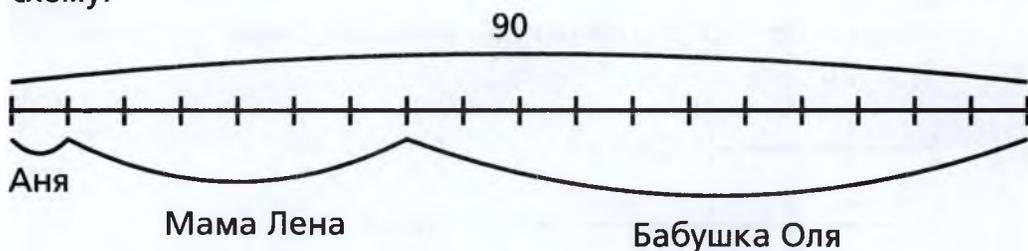
$2B + 4B + B = 7$ ;  $7B = 7$ ;

$B = 1$ .  $G = 4B$ ;  $4B = 4$ .

Ответ: 4 кг груш.

**52.24.** Обозначим возраст Ани буквой  $A$ , возраст мамы Лены – буквой  $L$ , а возраст бабушки Оли – буквой  $O$ .

Из условия мы знаем, что  $O = 11A$ ,  $L = 6A$ . Нарисуем схему.



$$11A + 6A + A = 18A;$$

$$18A = 90;$$

$$A = 90 / 18;$$

$$A = 5.$$

$$O = 11A;$$

$$O = 55.$$

*Ответ:* бабушке Оле 55 лет.

**52.25.** Зелье варится из  $2 + 3 + 1 + 4 = 10$  частей разных веществ.

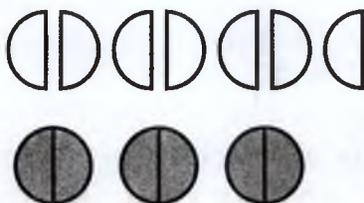


10 частей – 30 стаканов, 1 часть – 3 стакана, сушёных мухоморов нужно 3 части, то есть 9 стаканов.

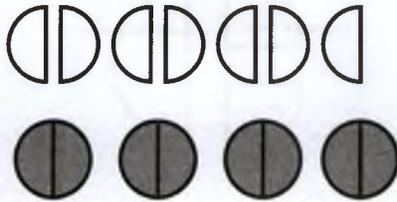
*Ответ:* 9 стаканов сушёных мухоморов.

## 53. ДРОБИ

**53.1.** У Вовы больше.



53.2. 4 целых яблока.



53.3. 16 половинок.



53.4. 6 детей.



53.5. 2 яблока.



53.6. В одной паре 2 ребёнка.

Ответ: 22 ребёнка.

53.7. Саша должен отдать Кате одну половину яблока; если делить на четверых, каждый возьмёт либо 2 половины, либо 1 целое яблоко.



53.8. 4 яблока.



53.9. 3 яблока.



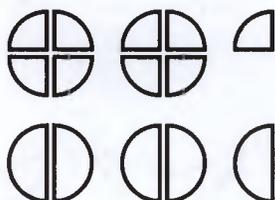
**53.10.** Четверть.



**53.11.** 1 час – это 60 минут, полчаса – это 30 минут. Полтора часа – это 1 час и полчаса, то есть 90 минут.

*Ответ:* полтора часа = 90 минут.

**53.12.** 5 половинок.



**53.13.** У Маши больше на четверть яблока.



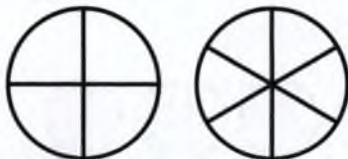
**53.14.** Три кусочка.



**53.15.** 9 четвертей, или 2 яблока и одна четверть.

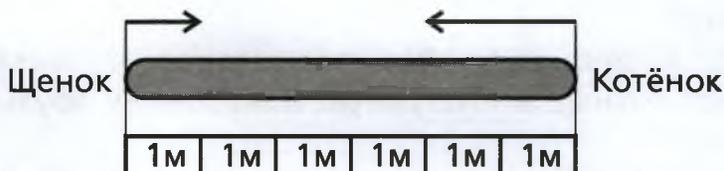


**53.16.** Четвертинки крупнее.

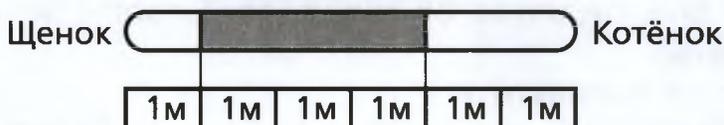


## 54. ЗАДАЧИ ПРО СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ

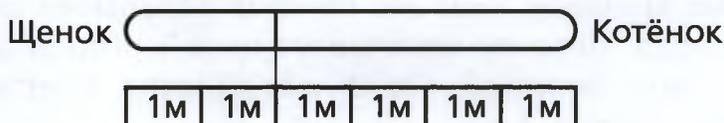
**54.1.** За одну минуту щенок съест 1 м сосиски с одного конца, а котёнок – 2 м сосиски с другого.



За минуту сосиска станет короче на  $2 + 1 = 3$  (м), останется  $6 - 3 = 3$  (м).

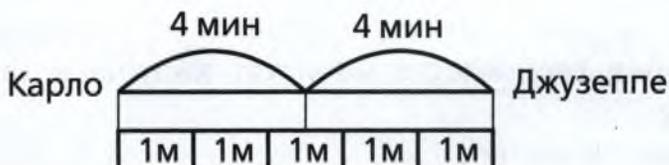


За вторую минуту щенок и котёнок съедят ещё 3 м сосиски, и она закончится. За эти 2 минуты котёнок съест  $2 \cdot 2 = 4$  (м) сосиски.



*Ответ:* сосиска закончится через 2 минуты, котёнку достанется 4 м сосиски.

**54.2.** Друзья ели с одинаковой скоростью, начали есть одновременно и закончили одновременно (когда макаронина закончилась), значит, каждый из них съел ровно половину макаронины.



Если бы Джузеппе не ел макаронину, то Карло сначала за 4 минуты съел бы свою половину, потом ещё за 4 минуты – оставшуюся половину.

Макаронину длиной 5 м друзья съедают за 4 минуты. Пятнадцатиметровая макаронина в 3 раза длиннее, чем пятиметровая. Значит, есть они её будут в 3 раза дольше:  $4 \cdot 3 = 12$  (минут).

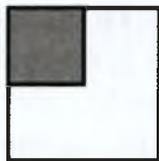
*Ответ:* Карло съел бы пятиметровую макаронину за 8 минут, пятнадцатиметровую макаронину друзья съедят за 12 минут.

**54.3.** Карлсон съедает торт за 5 минут, за 20 минут он съест 4 торта. Малыш за 20 минут съест 1 торт. Если Малышу и Карлсону предложить съесть сколько угодно тортов, то за 20 минут они вместе съедят  $4 + 1 = 5$  (тортов). Если 5 тортов они съедят за 20 минут, то 1 торт – за  $20 : 5 = 4$  (минуты).

*Ответ:* за 4 минуты.

**54.4.** Винни-Пух копает в 3 раза быстрее Пятачка. Когда они вскопают огород вместе, три части будут перекопаны Винни-Пухом и одна – Пятачком – всего четыре части. Поскольку Винни-Пух и Пятачок начали и закончили копать одновременно, то весь огород они вдвоём вскапывали столько же времени, сколько Пятачок вскапывал свою четверть огорода. Пятачок вскапывает целый огород за 12 часов, а четверть огорода – за 3 часа. Значит, вместе друзья вскапывали огород 3 часа.

*Ответ:* за 3 часа.



**54.5.** За час, то есть за 60 минут, мама начистит картошки на  $60 : 12 = 5$  (обедов). Если сын будет ей помогать, то за час они начистят картошки на 6 обедов. Значит, на один обед они вместе начистят картошку за  $60 : 6 = 10$  (минут).

*Ответ:* за 10 минут.

## 55. ТРИ РЫБАКА И ТРИ СУДАКА

**55.1.** а) Кошек осталось столько же, их можно не считать. За 1 день кошка поймает 1 мышку, за 2 дня – 2 мышки.

*Ответ:* за 2 дня.

б) Считаем за 1 день: 1 кошка поймает 1 мышку, 2 кошки – 2 мышки.

*Ответ:* за 1 день.

в) Считаем за 1 день: 1 кошка поймает 1 мышку, 5 кошек – 5 мышек.

*Ответ:* за 1 день.

г) Считаем за 1 день: 1 кошка поймает 1 мышку, 5 кошек – 5 мышек. Знаем, что 5 кошек поймают за 1 день 5 мышек. Значит, за 3 дня – 15 мышек.

*Ответ:* за 3 дня.

**55.2.** а) Дней осталось столько же, их не учитываем. 3 курицы – 3 яйца, 1 курица – 1 яйцо.

*Ответ:* 1 яйцо.

б) Про одну курицу знаем, что за 3 дня она снесёт 1 яйцо. Следовательно, за 12 дней – 4 яйца.

*Ответ:* 4 яйца.

в) Считаем сначала за 3 дня: 3 курицы снесут 3 яйца, 12 кур – 12 яиц. Получилось, что 12 кур за 3 дня снесут 12 яиц. Теперь про 12 кур: 3 дня – 12 яиц, 12 дней – 48 яиц.

*Ответ:* 48 яиц.

**55.3.** 3 дня (а не 6).

**55.4.** 3 землекопа за 2 часа выкопают 3 ямы, за 6 часов – 9 ям. За 6 часов: 3 землекопа – 9 ям, 6 землекопов – 18 ям.

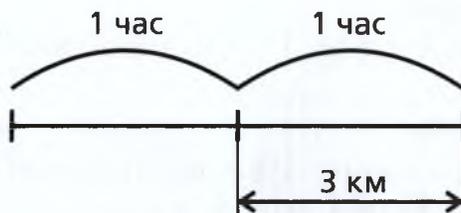
*Ответ:* 18 ям.

**55.5.** 4 зайца + 3 кролика за 5 дней съедают 1 ведро морковки; 3 зайца + 4 кролика за 4 дня съедают 1 ведро морковки; 4 зайца + 3 кролика за 20 дней съедают 4 ведра морковки; 3 зайца + 4 кролика за 20 дней съедают 5 вёдер морковки. Следовательно, при замене 1 зайца на 1 кролика морковка расходуется быстрее.

*Ответ:* кролики едят морковку быстрее.

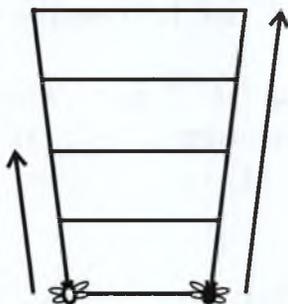
## 56. ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

**56.1.** Красная Шапочка дошла от своего дома до домика бабушки за 2 часа. За первый час она прошла половину пути, значит, ей осталось ровно столько же. Мы знаем из условия, что вторая половина пути – 3 км. Значит, первая часть пути – тоже 3 км. Тогда всего  $3 + 3 = 6$  (км).

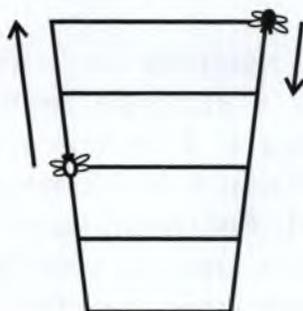


*Ответ:* половину; 3 км, 6 км.

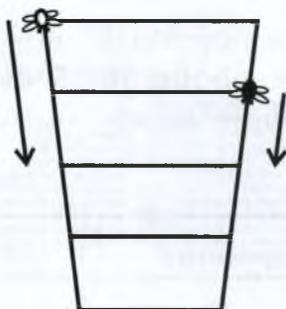
**56.2. Первый способ.** Нарисуем стакан и двух мух и обозначим стрелками их скорости. Белая муха ползёт всё время с одинаковой скоростью, а чёрная ползёт вверх в два раза быстрее её, а вниз – в два раза медленнее.



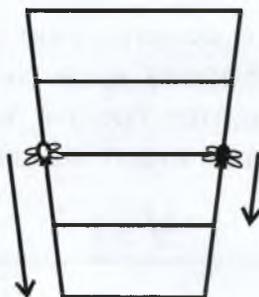
Когда чёрная муха доберётся до верхнего края стакана, белая будет только на середине.



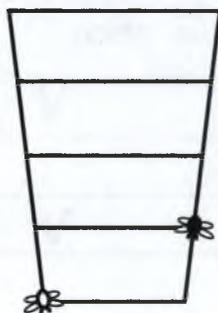
Теперь чёрная муха начинает спускаться – в два раза медленнее, чем белая муха, и в четыре раза медленнее, чем она ползла вверх.



Белая муха начинает спускаться. Середины стакана они достигнут одновременно.



Белая муха ползёт вниз в два раза быстрее, чем чёрная, поэтому до дна она доползёт первая.



Второй способ. Первая муха ползёт с одинаковой скоростью. Она заберётся наверх за время  $T$  и спустится вниз за время  $T$ . Всё путешествие займёт у неё время  $2T$ . Вторая

муха заберётся вверх в 2 раза быстрее, то есть за время  $T : 2$ , а спускаться будет в 2 раза медленнее первой, это займёт у неё время  $2T$ . На весь путь потребуется  $T : 2 + 2T > 2T$ .

*Ответ:* первая муха приползёт вниз раньше второй.

**56.3.** За час Шарик пробегает 5 км, а зайчонок – 4 км, значит, за час расстояние между ними сократится на 1 км.

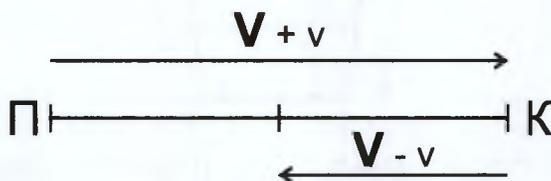


Изначально расстояние было 2 км, оно сократится до 0 км за 2 часа.

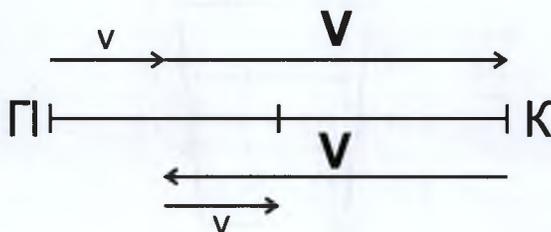
*Ответ:* Шарик отдаст фотографию зайчонку через 2 часа.

**56.4.** а) Если из Кефирова дядя Пётр возвращается дольше, значит, ему приходится грести против течения.

*Ответ:* Простоквашино стоит выше по реке.



б) Обозначим  $V$  км/ч – скорость лодки в стоячей воде,  $v$  км/ч – скорость течения реки.

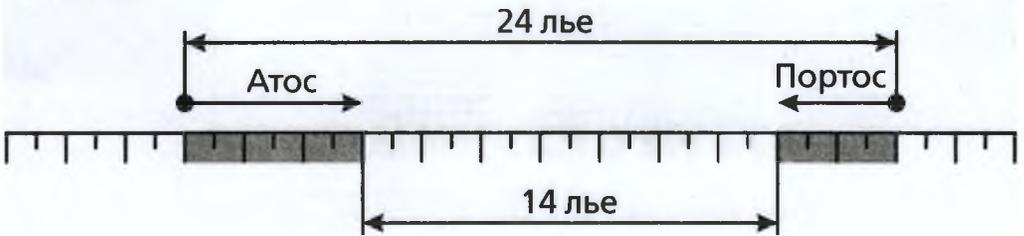


По пути из Простоквашина в Кефирово  $8 = 1 \cdot (V + v)$ , на обратном пути  $8 = 2 \cdot (V - v)$ .  $V = 3v$ .  $8 = 4v$ .

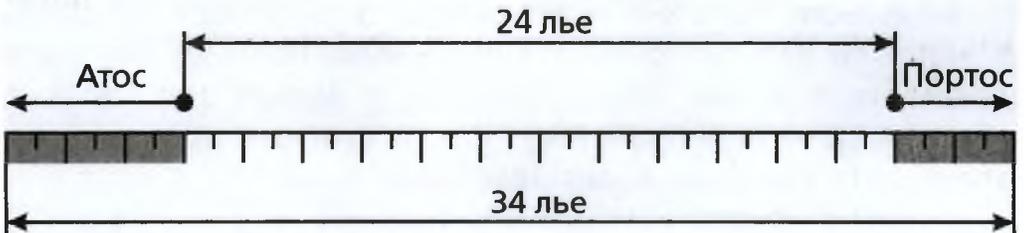
*Ответ:* скорость течения 2 км/ч.

**56.5.** Заметим, что нигде в условии задачи не сказано, что мушкетёры скачут навстречу друг другу. Следовательно, у этой задачи есть не одно, а 4 разных решения.

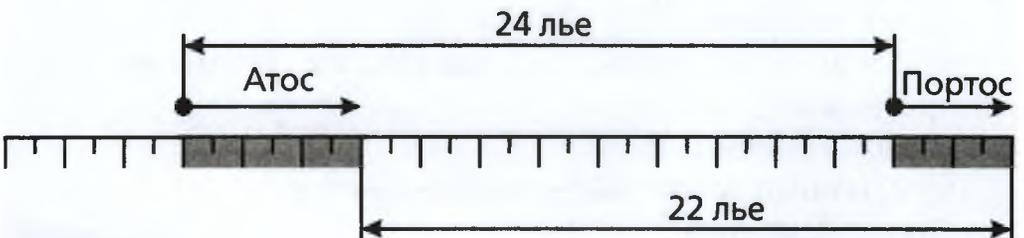
Если мушкетёры скачут навстречу друг другу, то за час расстояние между ними сократится на 10 лье и станет равно 14 лье.



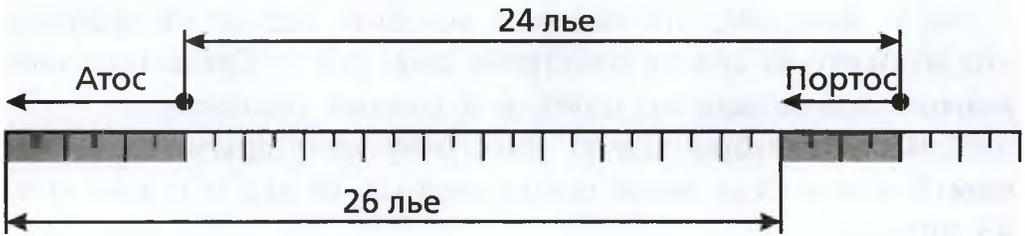
Если они скачут в разные стороны, то расстояние увеличится на 10 лье и станет равно 34 лье.



Если Атос пытается догнать Портоса, то за час Атос сократит расстояние на 6 лье, в то время как Портос увеличит его на 4 лье, и оно станет равно 22 лье.



Если Портос пытается догнать Атоса, то за час Портос сократит расстояние на 4 лье, в то время как Атос увеличит его на 6 лье, и оно станет равно 26 лье.



Ответ: 14 лье, 34 лье, 22 лье или 26 лье.

## 57. НЕВЕЗУЧИЙ ПЕТЯ

**57.1.** Один кубик может быть синий, красный или зелёный – любого цвета. Два кубика могут быть либо одинаковые по цвету, либо разные в произвольных сочетаниях. Четыре одинаковых кубика вытащить нельзя, в мешке каждого цвета по 3 штуки.

**57.2.** Если Пете очень не везёт, то он может вытащить 5 яблок, и все они окажутся зелёными. Поэтому ему надо доставать 6 яблок. Шести зелёных в мешке нет, значит, хотя бы одно будет красным. Шести красных тоже нет, поэтому хотя бы одно будет зелёным.

Ответ: 6 яблок.

**57.3.** В самом худшем случае, вытягивая конфеты по одной, мы достанем 12 штук – по 2 конфеты каждого сорта.

Ответ: 13 конфет.

**57.4.** В самом худшем случае мы достанем 9 перчаток: 8 чёрных и 1 зелёную.

Ответ: 10 штук.

**57.5.** а) Если очень не повезёт, из 11 мячей будет 10 красных и 1 синий.

Ответ: 12 мячиков.

б) 2 мячика могут быть разных цветов, а 3 – уже нет.

Ответ: 3 мячика.

в) 13 мячиков.

г) 4 мячика могут быть по 2 каждого цвета, а из пяти 3 обязательно будут одного цвета.

Ответ: 5 мячиков.

**57.6.** а) 3 шарика; б) 12 шариков; в) 11 шариков.

**57.7.** а) 5 карандашей одного цвета могут быть синими или оранжевыми (зелёных и красных столько нет вообще). В самом худшем случае, вытягивая по одному, достанем 3 красных, 4 зелёных, 4 синих и 4 оранжевых, всего 15 штук.

*Ответ:* 16 карандашей.

б) Если очень не повезёт, вытянем 8 оранжевых карандашей.

*Ответ:* 9 карандашей.

в) При самом плохом раскладе достанем 8 оранжевых и 5 синих карандашей.

*Ответ:* 14 карандашей.

**57.8.** Если очень не повезёт, он достанет 10 разных носков и только к одиннадцатому носку сможет найти пару.

*Ответ:* 11 носков.

**57.9.** 7 ботинок.

**57.10.** Два носка ещё могут быть разного цвета, а три – уже нет.

*Ответ:* 3 носка.

**57.11.** В самом худшем случае сонный Слава достанет из шкафа 6 левых чёрных и 2 левых коричневых ботинка. Девятый ботинок обязательно найдёт пару.

*Ответ:* 9 ботинок.

**57.12.** В коробке 10 шаров не красные, то есть белые и синие ( $B + C = 10$ ), 11 шаров не синие ( $K + B = 11$ ), 9 шаров не белые ( $K + C = 9$ ).  $10 + 11 + 9 = 30 = 2(K + B + C)$ .

а) Всего 15 (шаров);

б) красных  $15 - 10 = 5$  (шаров);

в) синих  $15 - 11 = 4$  (шара);

г) белых  $15 - 9 = 6$  (шаров).

**57.13.** а) В худшем случае будет 3 красных, 3 синих, 3 зелёных и 3 жёлтых карандаша.

*Ответ:* 13 карандашей.

б) В худшем случае будет 10 красных, 8 синих и 6 зелёных карандашей.

*Ответ:* 25 карандашей.

в) В худшем случае будет 5 красных, 8 синих, 6 зелёных и 4 жёлтых карандаша.

*Ответ:* 24 карандаша.

г) В худшем случае будет 10 красных, 8 синих, 6 зелёных и 1 жёлтый карандаш.

*Ответ:* 26 карандашей.

**57.14.** Если вытаскивать носки по одному, то в самом худшем случае нам придётся достать 5 дырявых чёрных носков, 5 дырявых белых носков, 1 целый чёрный, 1 целый белый, после чего, наконец, обязательно получится пара целых носков.

*Ответ:* 13 носков.

**57.15.** Чтобы получить пару носков, достаточно вытащить три носка. Два из них обязательно будут одного цвета. Перчатки бывают правые и левые. Худший случай: 5 правых белых перчаток и 5 правых серых перчаток, значит, надо вытащить 11 перчаток.

*Ответ:* 3 носка и 11 перчаток.

## 58. ЛИЛИПУТЫ И ГУЛЛИВЕР

**58.1.** У Гулливера все линейные размеры в 10 раз больше, чем у лилипутов. Его коробок в 10 раз больше по длине и ширине, значит, на дно этого коробка можно положить в один слой  $10 \cdot 10 = 100$  (лилипутских коробков). Таких слоёв поместится 10, потому что толщина коробка Гулливера в 10 раз больше толщины лилипутских коробков.

*Ответ:*  $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$  (коробков).

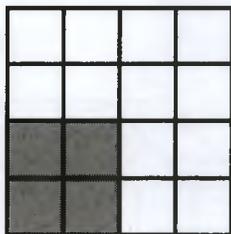
**58.2.** Мы красим только грани кубиков. У маленького кубика 6 граней площадью  $1 \times 1$  см. У большого кубика 6 граней площадью  $3 \times 3$  см. Площадь грани большого кубика в 9 раз больше площади грани маленького кубика, а количество граней такое же, значит, краски понадобится в 9 раз больше.

*Ответ:* 18 г.

**58.3.** Площадь грани большого кубика больше площади грани маленького в 4 раза, значит, на окраску боль-

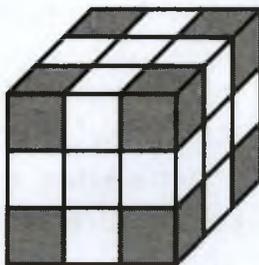
шого надо в 4 раза больше краски, чем на окраску маленького.

*Ответ:* 24 г.



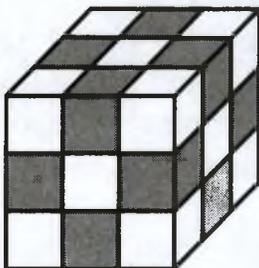
**58.4.** При разрезании получились кубики размером  $1 \times 1 \times 1$  см.

а) Три грани покрашены у маленьких кубиков, стоящих в вершинах большого куба. У куба 8 вершин. (На рисунке одна из вершин большого куба не видна.)



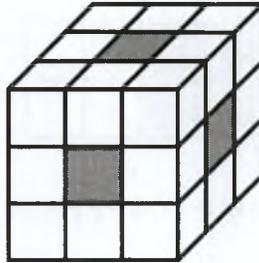
*Ответ:* 8 кубиков.

б) Две грани покрашены у кубиков, лежащих на рёбрах куба, но не попадающих в вершины. У куба 12 рёбер. На каждом ребре есть ровно один маленький кубик, не содержащий вершину большого куба. (На рисунке не видны три ребра большого куба.)



*Ответ:* 12 кубиков.

в) Ровно одна грань покрашена у кубиков, не содержащих рёбер большого куба, но лежащих на его гранях. У куба 6 граней, на каждой из них по одному такому кубику. (На рисунке не видны три грани большого куба.)



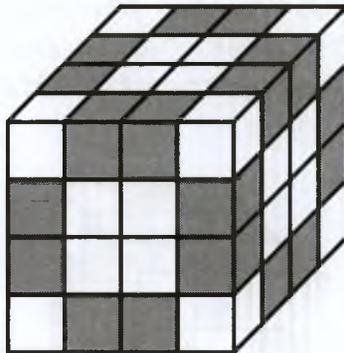
*Ответ:* 6 кубиков.

г) Если убрать все  $8 + 12 + 6 = 26$  (кубиков), покрашенных хотя бы с одной стороны, останется один, спрятавшийся в середине.

*Ответ:* один кубик.

**58.5.** Две красные грани у кубиков, лежащих на рёбрах большого куба, но не содержащих его вершины. На каждом ребре таких кубиков 2. Всего рёбер 12, значит, кубиков ровно с двумя красными гранями получилось 24. (На рисунке не видны 3 ребра куба.)

*Ответ:* 24 см.



**58.6.** а) Большой куб состоит из 5 слоёв маленьких кубиков. В каждом слое  $5 \cdot 5 = 25$  (кубиков).

*Ответ:* 125 см.

б) Ровно одна грань покрашена у кубиков, лежащих на квадратных гранях куба, но не касающихся сторон этих квадратов. На каждой грани таких кубиков 9. Всего граней 6.

*Ответ:* 54 см.

в) Ровно две грани покрашены у кубиков, лежащих на рёбрах куба, но не попадающих в вершины. На каждом ребре 3 таких кубика. У куба 12 рёбер.

*Ответ:* 36 см.

г) Неокрашенные кубики останутся, если с каждой грани большого куба снять по слою внешних кубиков. Останется куб с ребром 3 см. Его можно распилить на 27 кубиков с ребром 1 см.

*Ответ:* 27 кубиков.

## 59. РЫЦАРИ И ЛЖЕЦЫ

**59.1.** Если разговорчивый островитянин лжец, то фраза «По крайней мере один из нас лжец!» является неправдой, то есть среди них нет ни одного лжеца. Противоречие. Если же он сказал правду, то второй островитянин – лжец.

*Ответ:* первый – рыцарь, второй – лжец.

**59.2.** Фразы, сказанные Асей и Галей, противоречат друг другу, значит, одна из них говорит неправду. Фразы Гали и Марины тоже противоречат друг другу, значит, неправду сказала одна из этих двух девочек. Следовательно, неправду сказала Галя. Тогда Марина нарисовала квадрат, Ася – круг (в чём они сами признались), а Гале остался треугольник.

*Ответ:* Ася нарисовала круг, Галя – треугольник, Марина – квадрат.

**59.3.** Таблички на сосне и ёлке противоречат друг другу, таблички на сосне и берёзе противоречат друг другу, значит, надпись на сосне – ложная. А вот на ёлке – правдивая.

*Ответ:* клад зарыт под сосной.

**59.4.** Составим таблицу. Заполняя строку «Илья Муромец», мы предполагаем, что он победитель Змея, и записываем, правдивы ли высказывания героев в свете этого

предположения. Заполняя строку «Добрыня Никитич», предполагаем, что победитель – Добрыня Никитич, и т. д. Строка, в которой будут две «лжи» и одна «правда», указывает на победителя Змея.

*Ответ:* Добрыня Никитич.

	«Змея убил Добрыня Никитич»	«Змея убил Алёша Попович»	Алёша Попович: «Я убил Змея»
Илья Муромец	ложь	ложь	ложь
Добрыня Никитич	правда	ложь	ложь
Алёша Попович	ложь	правда	правда

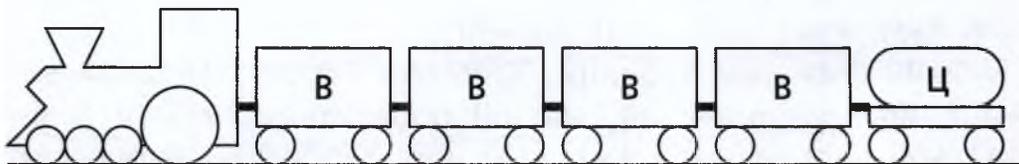
## 60. КОМБИНАТОРИКА

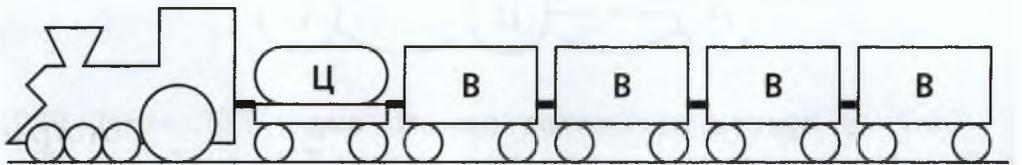
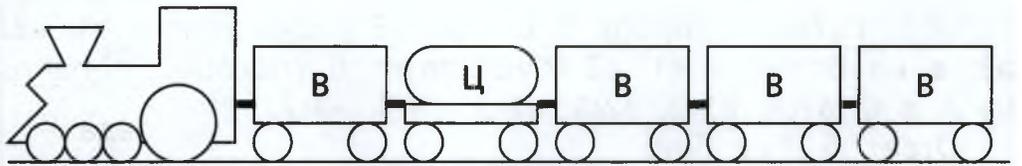
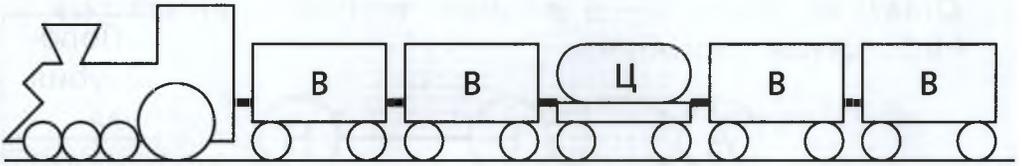
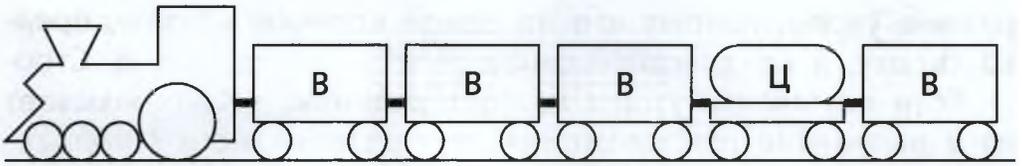
**60.1.** Сосчитаем, сколько получилось разных фотографий, на которых Кристина сидела слева. Возможны 2 варианта: Ангелина посередине, а Эвелина справа или, наоборот, Эвелина посередине, а Ангелина справа. Аналогично ещё по 2 варианта получилось, когда Ангелина и Эвелина сидели слева. Все возможные варианты можно записать так: КАЭ, КЭА, АКЭ, АЭК, ЭКА, ЭАК.

*Ответ:* 6 фотографий.

**60.2.** Цистерну могли прицепить последней, предпоследней и т. д., получилось бы 5 разных поездов. Все вагоны одинаковые, поэтому нам неважно, в каком порядке их прицепляли. Если, например, в первом поезде переставить первый и второй вагоны, поезд не изменится.

*Ответ:* 5 способов.





**60.3.** Может получиться 3 разные травинки с ягодами.



**60.4.** Сосчитаем, сколько есть способов расположить на косичке 2 резинки трёх цветов. Сверху может быть жёлтая, красная или оранжевая резинка. В каждом из этих случаев после первой резинки можно надеть вторую любого из 3 цветов. Получаем 9 вариантов: ЖЖ, ЖК, ЖО, КЖ, КК, КО, ОЖ, ОК, ОО. Заметим, что, например, ЖК и КЖ – это

разные узоры, потому что на одной косичке жёлтая резинка сверху, а на другой – снизу.

Если составлять узоры из трёх резинок, то для каждого из 9 вариантов расположения двух резинок есть 3 варианта продолжения. Итого 27 вариантов.

*Ответ:* во вторник – 9 косичек, в среду – 27 косичек.

**60.5.** Двумя способами.



**60.6.** Пусть из города А в город В ведут дороги  $a_1, a_2, a_3$ , а из В в С –  $c_1, c_2$ . Существует 6 способов попасть из А в С:  $a_1c_1, a_1c_2, a_2c_1, a_2c_2, a_3c_1, a_3c_2$ .

*Ответ:* 6 способов.



**60.7.** 3 букета из цветов одного вида: ТТТ, ННН, РРР; 6 букетов, в которых цветы двух видов: ТТН, ННТ, ТТР, РРТ, ННР, РРН; 1 букет из цветов трёх видов: ТНР.

*Ответ:* 10 букетов.

## 61. РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ

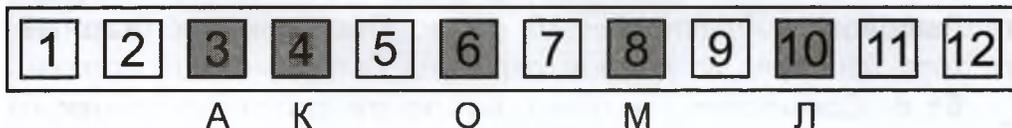
**61.1.** Из условия задачи следует, что в пакете есть фрукты трёх видов. Известно, что 2 из них не апельсины, значит, один из них банан, а другой – яблоко, иначе какого-то вида фруктов в пакете не было бы вообще. Итак, в пакете 1 банан, 1 яблоко и несколько (А) апельсинов. Из того, что все, кроме двух фруктов, яблоки, следует, что апельсин тоже один ( $2 = 1 + A$ , 2 – количество не яблок, 1 – количество бананов, значит,  $A = 1$ ).

*Ответ:* 3 фрукта (1 банан, 1 яблоко, 1 апельсин).

**61.2.** Общее количество машинок у Васи и Максима не изменилось.

*Ответ:* 12 машинок.

**61.3.** Отметим на схеме этажи, на которых лифт сделает остановки.



Из схемы видно, что:

- а) первой из лифта выйдет Аня;
- б) перед Олей выйдут сначала Аня, потом Катя;
- в) когда лифт будет проезжать мимо 7-го этажа, в нём будут ехать Маша и Лиза;
- г) выше Кати живут 3 девочки: Оля, Маша и Лиза.

**61.4.** Будем обозначать мальчиков первыми буквами их имён. Пусть касса слева. Из первого условия задачи следует, что Юра, Миша и Олег стоят в таком порядке (не обязательно рядом друг с другом): \*О\*Ю\*М\* (звёздочки обозначают, что на этих местах могут стоять, а могут и не стоять мальчики). Из третьего условия следует, что Саша может стоять только рядом с Мишей, у него только один сосед, который может стоять в начале или в конце очереди. Перед Мишей стоят мальчики, значит, Саша стоит сразу за Мишей в самом конце очереди: \*О\*Ю\*МС. Володя и Олег не стоят рядом, для Володи остаётся только одно место – между Юрой и Мишей: ОЮВМС.

*Ответ:* первым купит билет Олег, за ним Юра, Володя, Миша и Саша.

**61.5.** Зелёная и красная чашки не могут стоять рядом по условию задачи (между ними синяя). Рядом с зелёной стоит жёлтая, но и синяя тоже, значит, зелёная стоит между ними и синяя с жёлтой не могут стоять рядом. Жёлтая и красная не могут стоять рядом, потому что красная стоит с одной стороны от синей, а жёлтая – с другой (с той же, с которой зелёная).

*Ответ:* красная, синяя, зелёная, жёлтая или жёлтая, зелёная, синяя, красная.

**61.6.** Две недели – это 14 дней. Если предположить, что каждый день рождалось не больше одного хомяка, то родилось

бы не больше 14 хомяков. Остаётся не меньше 16 хомяков, которым придётся делить день рождения с другими.

**61.7.** Если бы каждый двор охраняла только одна собака, то Лавочкина облаяли бы 10 собак. Поскольку их было 12, то хотя бы один из дворов охраняет больше одной собаки.

**61.8.** Сосчитаем, сколько вопросов потребуется детям в самом худшем случае.

Первый вопрос: «8?» (меньше его 7 чисел и больше – тоже 7 чисел). Если не угадали, то остаётся выбирать из 7 чисел.

Второй вопрос: «4?» (если был ответ «меньше») или «12?» (если был ответ «больше»). Если не угадали, то будем выбирать из 3 чисел.

Третий вопрос: «2?» или «6?»; «10?» или «14?» Больше и меньше этих чисел осталось ровно по одному числу, поэтому, вне зависимости от ответа на этот вопрос, число будет угадано.

*Ответ:* 3 вопроса.



**61.9.** Первый вопрос: «Ты родился в марте?» Если да, то мы всё узнали, если нет, то задаём второй вопрос: «Ты родился в апреле?» Если ответ «да», мы знаем, что Костя родился в апреле, если ответ «нет», значит, он родился не в марте и не в апреле, то есть в мае. Больше вопросов задавать не нужно.

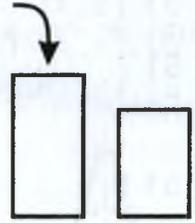
*Ответ:* 2 вопроса.

**61.10.** Суммарная масса камней  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$  (кг). Каждый рюкзак весил  $28 : 4 = 7$  (кг).

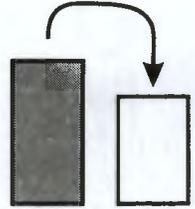
*Ответ:* 7 кг, 1 кг + 6 кг, 2 кг + 5 кг, 3 кг + 4 кг.

**61.11.**

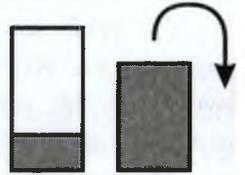
Переливаем 4 л из бака в большую банку.



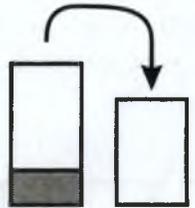
Из большой банки в маленькую переливаем 3 л, в большой остался 1 л.



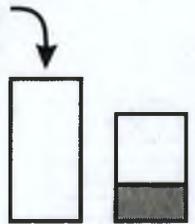
Содержимое маленькой банки выливаем в бак.



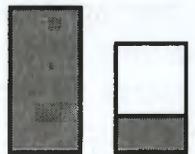
Переливаем 1 л из большой банки в маленькую.



Наливаем 4 л в большую банку.



Покупатель уходит довольный с 4 л сока в большой банке и 1 л – в маленькой.



**61.12.** Эти буквы симметричны относительно вертикальной оси, их правая половина такая же, как левая, они увидят в зеркале самих себя.

Ответ: А О Ж М

61.13. а

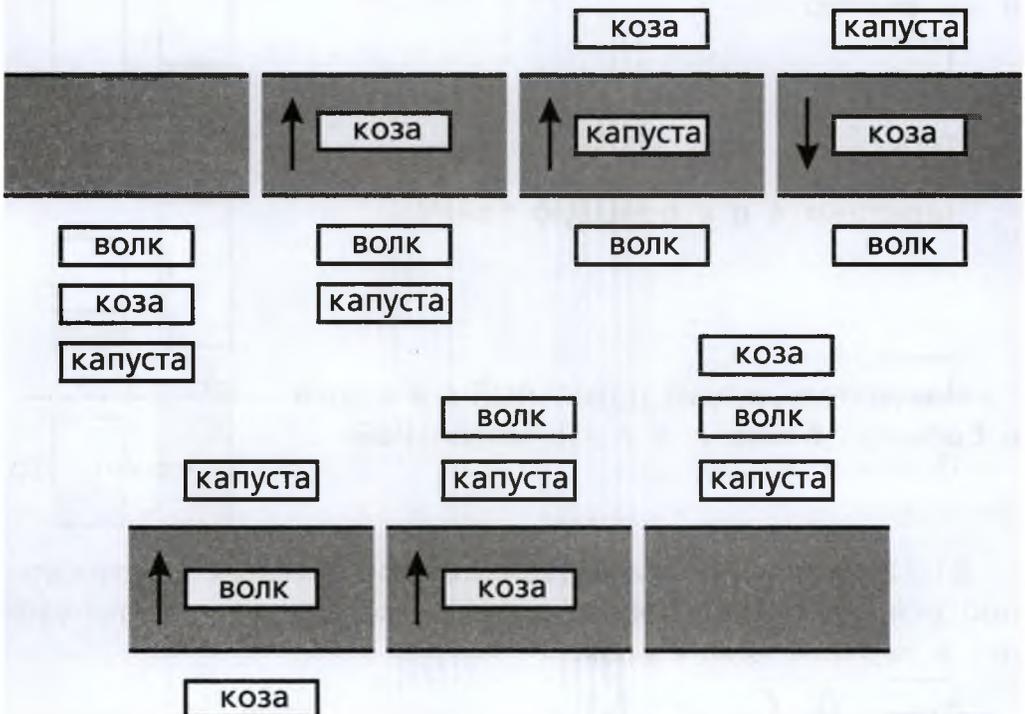
61.14. а) N; б) Э; в) R; г) Ю.

61.15. Получатся такие слова:

ДОМ
   
   СОК
   
   СЕНО

61.16. Если каждое из трёх слагаемых не меньше 5, то их сумма должна быть не меньше 15, а 12 меньше 15.

61.17. Хозяин переправляет козу на другой берег (оставить волка наедине с капустой вполне безопасно), возвращается за капустой. Переправив капусту на другой берег, он забирает козу обратно на первый берег. Там он козу выгружает и забирает волка. Опять оставив голодного волка наедине с капустой, возвращается за козой.



**61.18.** Два брата плывут на другой берег, один из них вылезает, другой возвращается, передаёт лодку папе. Отец плывёт на другой берег, вылезает, в лодку садится его сын. Он плывёт на первый берег, забирает оттуда брата, мальчики вдвоём переправляются на другой берег к папе.

## 62. ХАНОЙСКИЕ БАШНИ

Разберём решение для трёх колец.

В самом начале все три кольца лежат на первом стержне:



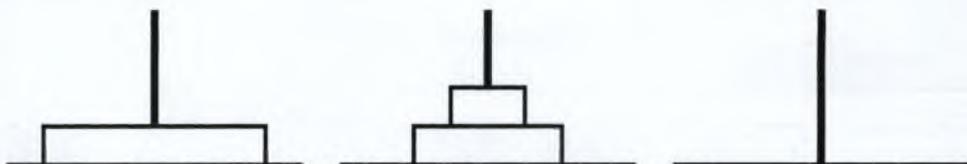
Переложим самое маленькое колечко на третий стержень:



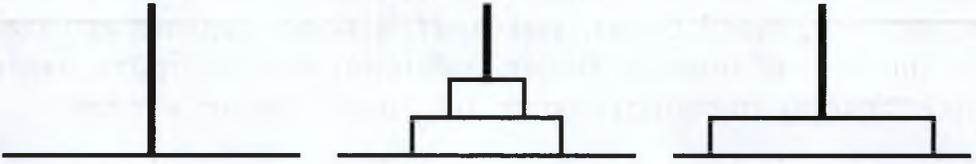
Теперь мы можем переложить среднее кольцо только на второй стержень:



Переложим маленькое кольцо на средний стержень, чтобы освободить место на третьем стержне:



Переложим большое кольцо на третий стержень:



Для того чтобы освободить среднее кольцо, нам нужно убрать с него маленькое колечко. Отложим его временно на первый стержень:



Теперь мы можем переложить среднее кольцо на третий стержень:



Положим маленькое колечко сверху:



Задача решена.



## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	3
-------------------	---

### ЗАДАЧИ

1. Четвёртый лишний .....	6
2. Заплатки .....	7
3. Ребусы .....	8
4. Братья и сёстры .....	9
5. Я старше тебя .....	11
6. От буквы к букве .....	13
7. Я больше тебя .....	18
8. Возрастаение и убывание .....	24
9. Последовательности .....	25
10. Удобный подсчёт .....	27
11. Цифры в масках .....	28
12. Шаловливый Лёва .....	31
13. Чётность .....	33
14. Нарисуй схему .....	36
15. Распилы .....	40
16. Интервалы .....	42
17. Сосчитай все прямоугольники .....	45
18. Сосчитай все треугольники .....	49
19. Задачи на разрезание .....	53
20. Тетрамино .....	55
21. Пентамино .....	61
22. Танграм .....	65
23. Задачи про Мишу и Тимошу .....	70
24. Кирпичики .....	73
25. Объёмные и плоские фигуры .....	77
26. Развёртки .....	79

27. Предметы и их свойства . . . . .	83
28. Множества и их пересечения . . . . .	87
29. Клинопись . . . . .	94
30. Римские числа . . . . .	95
31. Задачи со спичками . . . . .	102
32. Судуку . . . . .	104
33. Числовая змея . . . . .	105
34. Координаты . . . . .	113
35. Словесное описание чисел . . . . .	120
36. Составь таблицу . . . . .	124
37. Размещение предметов . . . . .	126
38. Известны сумма и разность . . . . .	127
39. Головы и ноги . . . . .	129
40. Взвешивание . . . . .	133
41. Сравнения . . . . .	137
42. Деньги . . . . .	138
43. Возраст . . . . .	140
44. Календарь . . . . .	143
45. Время на часах . . . . .	147
46. Дороги и перекрёстки . . . . .	153
47. Мосты и берега . . . . .	158
48. Графы . . . . .	160
49. Моя семья . . . . .	161
50. Задачи, решаемые с конца . . . . .	163
51. Делимость . . . . .	164
52. Части и целое . . . . .	166
53. Дробь . . . . .	169
54. Задачи про совместную работу . . . . .	172
55. Три рыбака и три судака . . . . .	173
56. Задачи на движение . . . . .	174
57. Невезучий Петя . . . . .	175
58. Лилипуты и Гулливер . . . . .	178
59. Рыцари и лжецы . . . . .	181
60. Комбинаторика . . . . .	182
61. Разные задачи . . . . .	183
62. Ханойские башни . . . . .	185
63. Лист Мёбиуса . . . . .	186
64. Как пролезть сквозь тетрадный листок? . . . . .	187

**ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ**

1. Четвёртый лишний . . . . .	190
2. Заплатки . . . . .	192
3. Ребусы . . . . .	193
4. Братья и сёстры . . . . .	193
5. Я старше тебя . . . . .	195
6. От буквы к букве . . . . .	197
7. Я больше тебя . . . . .	197
8. Возрастание и убывание . . . . .	200
9. Последовательности . . . . .	200
10. Удобный подсчёт . . . . .	203
11. Цифры в масках . . . . .	205
12. Шаловливый Лёва . . . . .	208
13. Чётность . . . . .	210
14. Нарисуй схему . . . . .	213
15. Распилы . . . . .	224
16. Интервалы . . . . .	230
17. Сосчитай все прямоугольники . . . . .	235
18. Сосчитай все треугольники . . . . .	236
19. Задачи на разрезание . . . . .	238
20. Тетрамино . . . . .	242
21. Пентамино . . . . .	247
22. Танграм . . . . .	249
23. Задачи про Мишу и Тимошу . . . . .	254
24. Кирпичики . . . . .	256
25. Объёмные и плоские фигуры . . . . .	259
26. Развёртки . . . . .	260
27. Предметы и их свойства . . . . .	261
28. Множества и их пересечения . . . . .	262
29. Клинопись . . . . .	265
30. Римские числа . . . . .	265
31. Задачи со спичками . . . . .	267
32. Судоку . . . . .	268
33. Числовая змея . . . . .	274
34. Координаты . . . . .	277
35. Словесное описание чисел . . . . .	283
36. Составь таблицу . . . . .	290
37. Размещение предметов . . . . .	296

38. Известны сумма и разность . . . . .	297
39. Головы и ноги . . . . .	300
40. Взвешивание . . . . .	303
41. Сравнения . . . . .	311
42. Деньги . . . . .	313
43. Возраст . . . . .	316
44. Календарь . . . . .	319
45. Время на часах . . . . .	323
46. Дороги и перекрёстки . . . . .	329
47. Мосты и берега . . . . .	333
48. Графы . . . . .	335
49. Моя семья . . . . .	340
50. Задачи, решаемые с конца . . . . .	341
51. Делимость . . . . .	342
52. Части и целое . . . . .	344
53. Дроби . . . . .	352
54. Задачи про совместную работу . . . . .	355
55. Три рыбака и три судака . . . . .	357
56. Задачи на движение . . . . .	358
57. Невезучий Петя . . . . .	362
58. Лилипуты и Гулливер . . . . .	364
59. Рыцари и лжецы . . . . .	367
60. Комбинаторика . . . . .	368
61. Разные задачи . . . . .	370
62. Ханойские башни . . . . .	375

**Калинина** Анастасия Борисовна  
**Кац** Евгения Марковна  
**Тилипман** Антон Михайлович

## **МАТЕМАТИКА В ТВОИХ РУКАХ**

### **Начальная школа**

Выпускающий редактор *Анастасия Сорокина*  
Дизайн обложки *Анны Новиковой*  
Художник *Олег Геллер*

По вопросам приобретения книг издательства «ВАКО»  
обращаться в ООО «Образовательный проект»  
по телефонам: 8 (495) 778-58-27, 746-15-04.  
Сайт: [www.obrazpro.ru](http://www.obrazpro.ru)

Приглашаем к сотрудничеству авторов.  
Телефон: 8 (495) 507-33-42. Сайт: [www.vaco.ru](http://www.vaco.ru)

Налоговая льгота –  
Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.  
Издательство «ВАКО»

Подписано к печати 07.06.2013. Формат 70×100/16.  
Бумага офсетная. Гарнитура FreeSet. Печать офсетная.  
Усл. печ. листов 31,11. Тираж 5000 экз. Заказ №4558

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,  
филиал «Ульяновский Дом печати»  
432980, г. Ульяновск, ул. Гончарова, д. 14